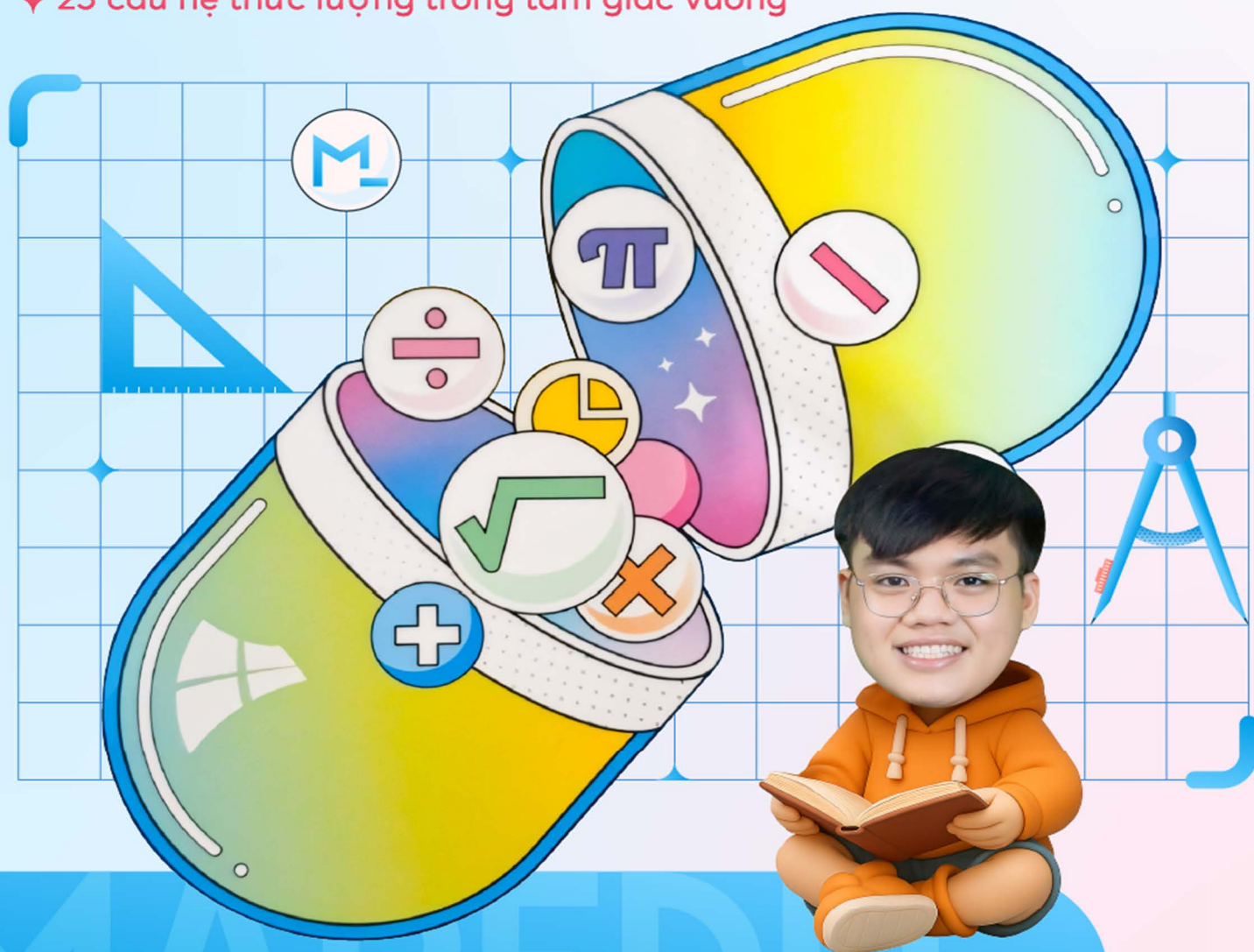


50 BÀI TOÁN TRỌNG TÂM

CHƯƠNG 1 - TOÁN 9

- ✦ 25 câu giải toán bằng cách lập PT & HPT
- ✦ 25 câu hệ thức lượng trong tam giác vuông





EBOOK 50 BÀI TOÁN TRỌNG TÂM LUYỆN TẬP CHƯƠNG I | ĐẠI SỐ & HÌNH HỌC

THẦY NGUYỄN ĐÌNH KHIÊM

PHẦN I : GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PT & HỆ PT (bài tập tổng hợp)

Dạng 1: Toán phần trăm

Chú ý rằng: $a\% = \frac{a}{100}$

Tỉ số của hai số a và b là $\frac{a}{b}$

Câu 1. Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, 1 tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kỹ thuật mới nên I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12% , vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Câu 2. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

Câu 3. Có hai loại quặng sắt, quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt.

Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

Câu 4. Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong 1 thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

Câu 5. Trên địa bàn thành phố X, có 1850 học sinh lớp 9 đăng ký dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng ký dự thi vào lớp 10.

Câu 6. Để chuẩn bị trao thưởng cho học sinh giỏi cuối năm học, trường THCS X cần mua 2000 quyển vở và 400 cây bút để làm phần thưởng. Nhà trường dự tính để mua với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng. Vì mua với số lượng lớn nên đại lý bán quyết định giảm giá 5% cho mỗi quyển vở và 6% cho mỗi cây bút, vì thế nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng. Tính giá tiền niêm yết của mỗi quyển vở và mỗi cây bút

Câu 7. Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng. Sau khi giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá.

Câu 8. Hướng ứng ngày “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2022 ”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn

Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu ?

Câu 9. Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500đ/kWh

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/kWh

Bậc 3: Từ 151kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Câu 10. Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy, sang tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15% và tổ 2 vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng một mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Dạng 2: Toán chuyển động

Câu 1. Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu ô tô chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến muộn 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến sớm hơn 1 giờ so với dự định. Hỏi độ dài quãng đường AB đó là bao nhiêu?

Câu 2. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 20km. Khi đi từ B về A người đó tăng vận tốc thêm 2km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc của người đó khi đi từ A đến B.

Câu 3. Một người đi xe đạp từ A đến B với thời gian định sẵn. Khi còn cách B 30 km, người đó nhận thấy rằng sẽ đến B muộn nửa giờ nếu giữ nguyên vận tốc. Do đó người ấy tăng vận tốc thêm 5km/h và đến B sớm hơn nửa giờ so với dự định. Tính vận tốc lúc đầu của người đó.

Câu 4. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4km, đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B mất 40 phút và đi từ B về A mất 41 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc là không đổi. Tính vận tốc lúc lên dốc và vận tốc lúc xuống dốc.

Câu 5. Hai xe ô tô cùng đi từ Nam Định đến Hà Nội, xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ. Lúc trở về, xe thứ nhất tăng vận tốc thêm 5km mỗi giờ, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về tới Nam Định cùng lúc với xe thứ nhất.

Tìm vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết chiều dài quãng đường từ Nam Định đến Hà Nội là 120km; và khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.

Dạng 3. Bài toán công việc làm chung, làm riêng; bài toán vòi nước chảy...

Câu 1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ thì đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ

nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ

hai thì sau bao lâu sẽ đầy bể nước cạn?

Câu 2. Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội 1 làm gấp rưỡi đội 2. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu.

Câu 3. Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày, sau đó có thêm người thứ hai đến làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người nếu làm một mình thì mất bao lâu để xong việc?

Câu 4. Hai tổ công nhân cùng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 6 giờ. Nhưng khi làm chung trong 5 giờ thì tổ II được điều động đi làm việc khác. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất của tổ I tăng 1,5 lần. Nên tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 2 giờ. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi tổ làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc đó?

Câu 5. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 1 giờ 30 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai cho chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu sẽ đầy bể.

Dạng 4. Bài toán liên quan đến hình học

Câu 11. Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Biết nếu tăng mỗi cạnh lên 3cm thì diện tích tam giác đó tăng lên 36 cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác đó giảm đi 26 cm^2

Câu 12. Sân trường của trường Trần Phú là hình chữ nhật có chu vi 340m. Biết 3 lần chiều dài lớn hơn 4 lần chiều rộng là 20 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Câu 13. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80m. Nếu tăng chiều dài thêm 3m, và tăng chiều rộng thêm 5m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Câu 14. Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài và chiều rộng lên 5m thì diện tích hình chữ nhật tăng 225 m^2 . Nếu tăng chiều rộng lên 2m, và giảm chiều dài đi 5m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi.

Câu 15. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 56m. Nếu tăng chiều dài thêm 4m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích tăng 8 m^2 . Hỏi cần thay đổi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật như thế nào để được mảnh vườn mới có diện tích lớn nhất.

PHẦN II : TỔNG ÔN CHƯƠNG I – HÌNH HỌC (tỉ số lượng giác góc nhọn)

Dạng 1: Bài toán tính cạnh, góc, diện tích tam giác

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Hãy tính \widehat{C} , AB, BC và diện tích tam giác ABC.

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$.

a) Tính độ dài cạnh AC.

b) Tính $\sin A$ và $\cos B$?

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC và $\sin C$

Câu 4. Cho tam giác ABC, trong đó $BC = 16\text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$; $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC.

a) Hãy tính đoạn thẳng AN.

b) Hãy tính cạnh AC. (Làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Câu 5. Cho tam giác ABC có $AB = 16$, $AC = 14$ và $\widehat{B} = 60^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh BC

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 6. Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54cm^2 và 96cm^2 . Độ dài cạnh huyền bằng

A. 27 cm.

B. 48 cm.

C. 25 cm.

D. 21 cm.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 30\text{cm}$, $\widehat{B} = \alpha$, $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. Tính BC, AC

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 5\text{cm}$, $\cot B = \frac{5}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC

Câu 9. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 38^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$, $BC = 11\text{cm}$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC. Hãy tính.

a) Độ dài đoạn thẳng AN.

b) Độ dài đoạn thẳng.

Câu 10. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $BC = 11\text{cm}$, $\widehat{B} = 38^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC. Hãy tính

a) Độ dài đoạn thẳng AN

b) Độ dài cạnh AC

c) Tính diện tích tam giác ABC

Dạng 2: Toán thực tế

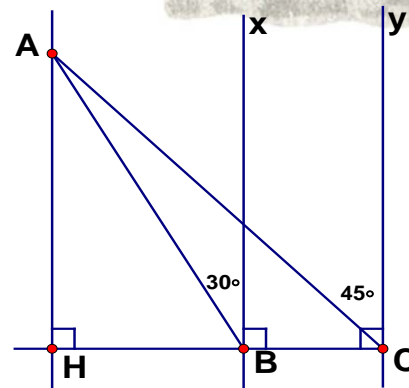
Câu 1. Một người đứng cách chân tòa nhà BITECO (Thành phố Hồ Chí Minh) một khoảng $BC = 151,5\text{m}$ nhìn thấy đỉnh tòa nhà này theo góc nghiêng $\widehat{BCA} = 60^\circ$. Tính chiều cao AB của tòa nhà (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị).



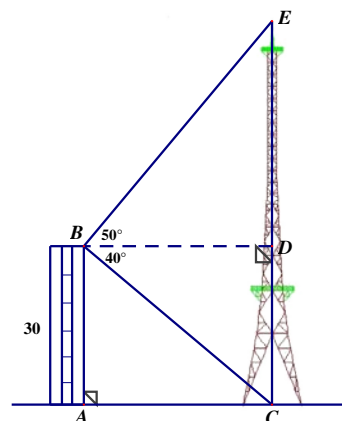
Câu 2. Một chiếc thang dài 3m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo với mặt đất một góc “an toàn” 65° (tức đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng)? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)



Câu 3. Một chiếc flycam (thiết bị bay điều khiển từ xa dùng để chụp ảnh và quay phim từ trên không) đang ở vị trí A cách chiếc cầu BC (theo phương thẳng đứng) một khoảng $AH = 120\text{m}$. Biết góc tạo bởi AB, AC với các phương vuông góc với mặt cầu tại B, C theo thứ tự là $\widehat{ABx} = 30^\circ$; $\widehat{ACy} = 45^\circ$. Tính chiều dài BC của cây cầu. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 4. Từ nóc một cao ốc cao 30m người ta nhìn thấy chân và đỉnh một ăng-ten với các góc hạ và nâng lần lượt là 40° và 50° . Tính chiều cao của cột ăng-ten. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

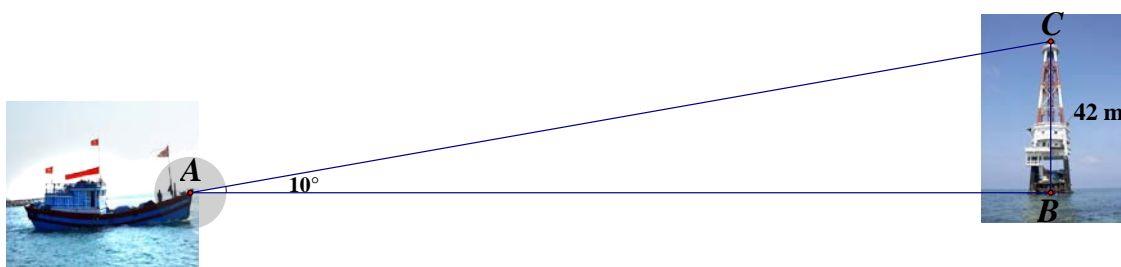


Câu 5.

Hải đăng Đá Lát là một trong 7 ngọn Hải đăng cao nhất Việt Nam, được đặt trên đảo Đá Lát ở vị trí cực Tây Quần đảo, thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994, cao 42 mét, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa định hướng và xác định được vị trí mình. Một người đi trên tàu đánh cá muốn đến ngọn hải đăng Đá Lát, người đó đứng trên mũi tàu cá và dùng giác kế đo được góc giữa mũi tàu và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến tàu là 10° .

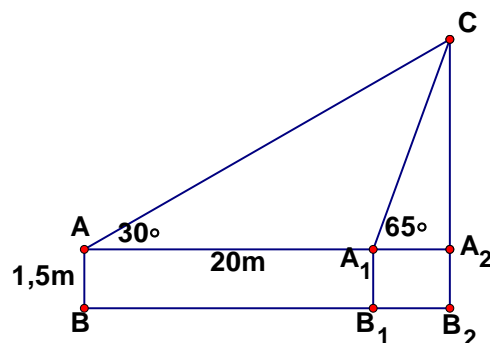
a) Tính khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng. (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)

b) Biết cứ đi 10 m thì tàu đó hao tốn hết 0,02 lít dầu. Hỏi tàu đó để đi đến ngọn hải đăng Đá Lát cần tối thiểu bao nhiêu lít dầu?



Câu 6.

Bạn An có tầm mắt cao 1,5m đứng gần một tòa nhà cao thì thấy nóc của tòa nhà với góc nâng 30° . An đi về phía tòa nhà 20m thì nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng bằng 65° . Tính chiều cao của tòa nhà. (Kết quả làm tròn với chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 7. Một cầu trượt trong công viên có độ dốc là 28° và có độ cao là 2,1cm. Tính độ dài của mặt cầu trượt (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

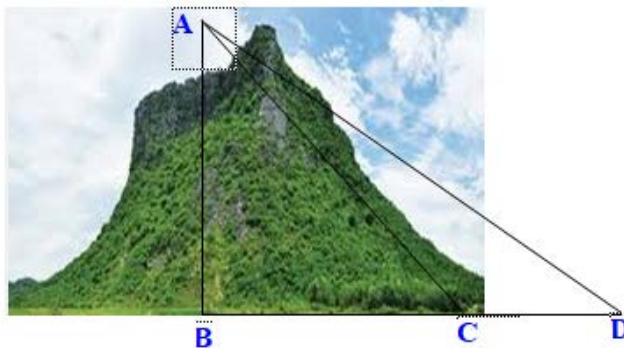


Câu 8. Thang xếp chữ A gồm hai thang đơn tựa vào nhau. Để an toàn, mỗi thang đơn tạo với mặt đất một góc khoảng 75° . Nếu muốn tạo một thang xếp chữ A cao 2m tính từ mặt đất thì mỗi thang đơn phải dài bao nhiêu?



Câu 9.

Để đo chiều cao AB của một ngọn núi, ta chọn một điểm C và điểm D cách nhau 50m sao cho tia DC hướng về “tâm” ngọn núi. Dùng giác kế ta đo được hai góc $C \approx 22^\circ 18'$ và góc $D \approx 20^\circ 36'$. Tính chiều cao bằng mét của quả núi.

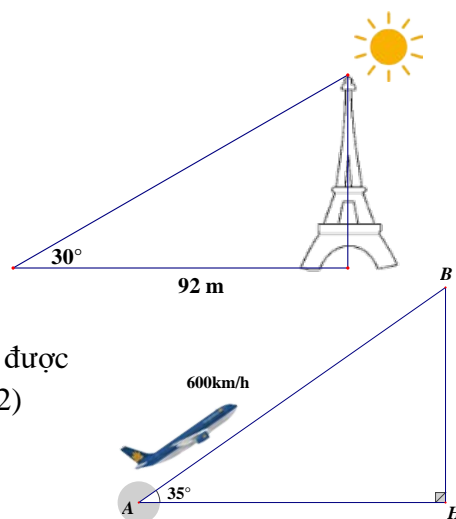


Câu 10. Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.



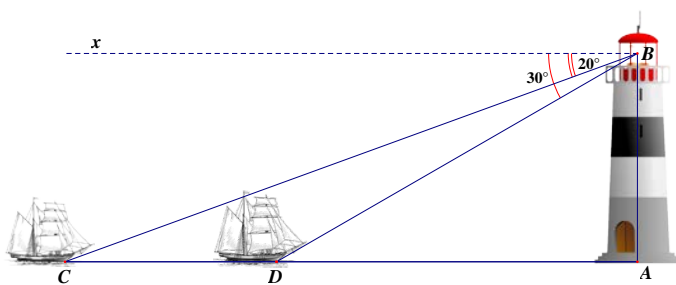
- a) Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?
b) Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 5° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Câu 11. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 30° và bóng của một tháp trên mặt đất dài 92m. Tính chiều cao của tháp. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)



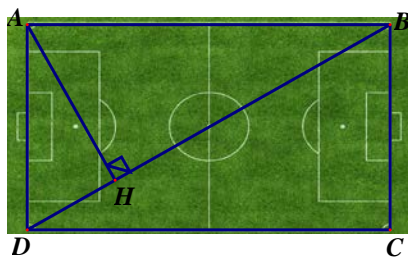
Câu 12. Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 600km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 35° (hình bên). Hỏi sau 1 phút máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2)

Câu 13. Một người đứng trên tháp quan sát của ngọn hải đăng cao 50m nhìn về hướng Tây Nam, người đó quan sát hai lần một con thuyền đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy thuyền với góc hạ là 20° , lần thứ 2 người đó nhìn thấy thuyền với góc hạ là 30° . Hỏi con thuyền đã đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát (làm tròn hai chữ số thập phân).

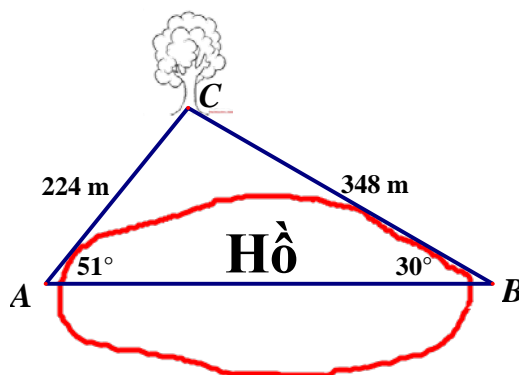


Câu 14. Một sân bóng đá nhân tạo có chu vi là 50m. Tính khoảng cách từ góc phạt góc đến đường chéo của sân bóng đá biết chiều dài và chiều rộng tỉ lệ với 3 : 2 (làm tròn 2 chữ số thập phân). (Hình 1)

Câu 15. Hai bạn A và B đứng ở
là điểm C). Biết góc nhìn tại A
B là 30° , và khoảng cách từ A
là 348 m. Hỏi hai bạn A và B đứng cách nhau bao nhiêu mét? (làm tròn mét)



hai đầu bờ hồ cùng nhìn về một cây (gốc
của bạn A là 51° , góc nhìn tại B của bạn
đến C là 224 m, khoảng cách từ B đến C



TÓM TẮT PHẦN LỜI GIẢI

PHẦN I : GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PT & HỆ PT (bài tập tổng hợp)

Dạng 1: Toán phần trăm

Câu 1. Nhằm đáp ứng nhu cầu sử dụng khẩu trang chống dịch COVID-19, theo kế hoạch, 1 tổ sản xuất của một nhà máy dự định làm 720000 khẩu trang. Do áp dụng kỹ thuật mới nên I đã sản xuất vượt kế hoạch 15% và tổ II vượt kế hoạch 12% , vì vậy họ đã làm được 819000 khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch số khẩu trang của mỗi tổ sản xuất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số khẩu trang tổ I sản xuất theo kế hoạch.

Gọi y là số khẩu trang tổ II sản xuất theo kế hoạch.

(Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$; $0 < x, y < 720000$)

Theo dự định: $x + y = 720000$

Theo thực tế:

Số khẩu trang tổ I làm được: $115\%.x$ hay $1.15.x$ (khẩu trang)

Số khẩu trang tổ II làm được: $112\%.y$ hay $1.12.y$ (khẩu trang)

Ta có phương trình $1,15.x + 1,12.y = 819000$

Ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 720000 \\ 1,15.x + 1,12.y = 819000 \end{cases}$$

Giải tìm được $\begin{cases} x = 420000 \\ y = 300000 \end{cases}$ (Nhận)

Vậy theo kế hoạch tổ I sản xuất 420000 khẩu trang, tổ II sản xuất 300000 khẩu trang

Câu 2. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi?

Lời giải

Gọi số thí sinh tham dự của trường A và trường B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 350$).

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 350 \\ \frac{97}{100}x + \frac{96}{100}y = 338 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$$

Câu 3. Có hai loại quặng sắt, quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. Người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng

loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Tính khối lượng quặng mỗi loại đem trộn lúc đầu.

Lời giải

Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x+y) \\ \frac{60}{100}(x+10) + \frac{50}{100}(y-10) = \frac{17}{30}(x+10+y-10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 4. Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong 1 thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ 1,2 là theo kế hoạch là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 800$)

$$\Rightarrow x + y = 800 \quad (1)$$

Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10% tức là: $\frac{10}{100}.x$

Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 2 vượt mức 10% tức là: $\frac{20}{100}.y$

$$\text{Vì cả hai tổ làm được 910 sản phẩm nên: } (x + \frac{10}{100}.x) + (y + \frac{20}{100}.y) = 910 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)(2)} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 800 \\ 2 + 2y = 910 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 500 \\ y = 300 \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm tổ 1 làm được là 500 (sản phẩm)

số sản phẩm tổ 2 làm được là 300 (sản phẩm)

Câu 5. Trên địa bàn thành phố X, có 1850 học sinh lớp 9 đăng ký dự thi tuyển sinh vào lớp 10 của hai trường THPT A và B, kết quả có 680 học sinh trúng tuyển. Biết tỉ lệ trúng tuyển của trường A là 30% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 đăng ký dự thi vào lớp 10.

Lời giải

Gọi số học sinh đăng ký vào trường A và B lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}, x < 1850, y < 1850$)

Do cả hai trường đăng ký 1850 học sinh nên ta có: $x + y = 1850 \quad (1)$

Vì tỉ lệ trúng tuyển của trường A và B lần lượt là 30% & 80% nên ta có phương trình

$$0,3x + 0,8y = 680 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 1850 \\ 0,3x + 0,8y = 680 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1600 \\ y = 250 \end{cases}$$

Vậy số học sinh đăng ký của hai trường A và B lần lượt là 1600hs ; 250hs

Câu 6. Để chuẩn bị trao thưởng cho học sinh giỏi cuối năm học, trường THCS X cần mua 2000 quyển vở và 400 cây bút để làm phần thưởng. Nhà trường dự tính để mua với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng. Vì mua với số lượng lớn nên đại lý bán quyết định giảm giá 5% cho mỗi quyển vở và 6% cho mỗi cây bút, vì thế nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng. Tính giá tiền niêm yết của mỗi quyển vở và mỗi cây bút

Lời giải

Gọi giá niêm yết của mỗi quyển vở là x (đồng), mỗi cây bút là y (đồng)

$$(x > 0, y > 0)$$

Vì mua 2000 quyển vở và 400 cây bút với giá niêm yết sẽ cần 18 triệu 400 nghìn đồng nên ta có phương trình

$$2000x + 400y = 18400000 \quad (1)$$

Giá mỗi quyển vở sau khi giảm 5% là : $0,95x$ (đồng)

Giá mỗi cây bút sau khi giảm 6% là $0,94y$ (đồng)

Vì nhà trường chỉ cần trả 17 triệu 456 nghìn đồng nên ta có phương trình :

$$0,95.2000x + 0,94.400y = 17456000 \Leftrightarrow 190x + 376y = 17456000 \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2000x + 400y = 18400000 \\ 1900x + 376y = 17456000 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 8000 \\ y = 6000 \end{cases} \quad (\text{tm})$$

Vậy giá niêm yết mỗi quyển vở là 8000 đồng, mỗi cây bút là 6000 đồng

Câu 7. Một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng. Sau khi giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng. Tính giá tiền mỗi sản phẩm trước khi giảm giá.

Lời giải

Gọi giá tiền của máy giặt và ti vi là x, y (ngàn đồng) ($0 < x, y < 28690$)

Vì giảm giá 10% cho một máy giặt và 15% cho một tivi, tổng số tiền mua hai sản phẩm này chỉ còn lại 24961000 đồng nên ta có phương trình :

$$0,9x + 0,85y = 24961 \quad (1)$$

Và một máy giặt và một tivi có giá tổng cộng 28690000 đồng nên ta có phương trình : $x + y = 28690$ (2). Từ (1), (2) ta có hệ :

$$\begin{cases} x + y = 28690 \\ 0,9x + 0,85y = 24961 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11490 \\ y = 17200 \end{cases} \quad (\text{tm})$$

Vậy giá tiền 1 máy giặt , 1 ti vi lần lượt là 11490000 đồng, 17200000 đồng

Câu 8. Hưởng ứng ngày “Ngày sách và văn hóa đọc Việt Nam năm 2022 ”, một nhà sách đã có chương trình giảm giá cho tất cả loại sách. Bạn Nam đến mua một cuốn sách tham khảo môn Toán và một cuốn sách tham khảo môn Ngữ Văn với tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng. Nhưng do quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% và quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% nên bạn Nam chỉ phải trả cho nhà sách 138000 đồng để mua hai quyển sách đó. Hỏi giá ghi trên mỗi quyển sách tham khảo đó là bao nhiêu ?

Lời giải

Gọi giá ghi trên hai quyển sách tham khảo môn Toán và môn Ngữ văn lần lượt là x, y (nghìn đồng) (ĐK: $x, y > 0$)

Do tổng giá ghi trên hai quyển sách đó là 195000 đồng nên ta có phương trình

$$x + y = 195 \quad (1)$$

Giá tiền quyển sách tham khảo môn Toán được giảm giá 20% là $(1 - 20\%)x = 0,8x$ (nghìn đồng)

Giá tiền quyển sách tham khảo môn Ngữ văn được giảm giá 35% là $(1 - 35\%)y = 0,65y$ (nghìn đồng)

Theo bài ra ta có phương trình: $0,8x + 0,65y = 138$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 195 \\ 0.8x + 0.65y = 138 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 0.8x + 0.8y = 156 \\ 0.8x + 0.65y = 138 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} y = 120 \\ x = 75 \end{cases}$$

Đổi chiếu điều kiện $x = 75$ và $y = 120$ (thỏa mãn)

Vậy giá ghi trên quyền sách tham khảo môn Toán là 75000 đồng và giá ghi trên quyền sách tham khảo môn Ngữ văn là 120000 đồng.

Câu 9. Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500đ/kWh

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/kWh

Bậc 3: Từ 151kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Lời giải

Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500đ/kWh

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150kWh thì giá điện là: 2000đ/kWh

Bậc 3: Từ 151kWh trở lên thì giá điện là: 4000đ/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100kWh tính theo giá bậc 1, có 50kWh tính theo giá bậc 2 và có 20kWh tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là 560000đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là $x (x > 0)$ (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là $y (y > 0)$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 560000 nên ta có phương trình $x + y = 560000$ (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là $x + 30\%x = 1,3x$ (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là: $y + 20\%y = 1,2y$ (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là 701000 nên ta có phương trình: $1,3x + 1,2y = 701000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 1,3(560000 - y) + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 728000 - 0,1y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 0,1y = 27000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

Nhận thấy: $290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là $100 + 50 + 10 = 160(\text{kWh})$.

Câu 10. Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy, sang tháng thứ hai, tổ 1 vượt mức 15% và tổ 2 vượt mức 20%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng một mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Tóm tắt lời giải

	2 tổ	Tổ 1	Tổ 2
Tháng 1	800	x	y
Tháng 2	945	115%.x	120%.y
Phương trình	$\begin{cases} x + y = 800 \\ 115\%.x + 120\%.y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$		

Dạng 2: Toán chuyển động

Câu 1. Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu ô tô chạy với vận tốc 35km/h thì sẽ đến muộn 2 giờ so với dự định. Nếu ô tô chạy với vận tốc 50km/h thì sẽ đến sớm hơn 1 giờ so với dự định. Hỏi độ dài quãng đường AB đó là bao nhiêu?

Tóm tắt lời giải.

Gọi độ dài quãng đường AB là x (km); $x > 0$

Gọi thời gian đi theo dự định của người đó là y (giờ); $y > 1$

Theo đề bài:

Nếu người đó đi với vận tốc 35km/h thì sẽ đến muộn 2 giờ so với dự định. Nên ta có phương trình: $\frac{x}{35} = y + 2$

(1)

Nếu người đó đi với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ so với dự định. Nên ta có pt:

$$\frac{x}{50} = y - 1 \quad (2)$$

$$\text{Ta có hệ pt: } \begin{cases} \frac{x}{35} = y + 2 \\ \frac{x}{50} = y - 1 \end{cases}$$

$$\text{Giải được } (x; y) = (350; 8)$$

Vậy độ dài quãng đường AB là 350 km.

Câu 2. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 20km. Khi đi từ B về A người đó tăng vận tốc thêm 2km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc của người đó khi đi từ A đến B.

Tóm tắt lời giải.

Gọi vận tốc của người đi khi đi từ A đến B và đi từ B về A lần lượt là x; y (km/h); $x, y > 0$

Theo đề bài:

Người đó khi đi từ B về A có tăng vận tốc thêm 2km/h. Nên ta có phương trình

$$y = x + 2 \quad (1)$$

$$\text{Đổi: } 20 \text{ phút} = \frac{1}{3} \text{ giờ.}$$

Thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là 20 phút. Nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} x^2 + 5x &= 1800 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -45 \\ x = 40 \end{cases} \quad \frac{20}{x} - \frac{20}{y} &= \frac{1}{3} \quad (2) \end{aligned}$$

Thay $y = x+2$ vào pt (2) ta có:

$$\begin{aligned} \frac{20}{x} - \frac{20}{x+2} &= \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow 60(x+2) - 60x &= x(x+2) \\ \Leftrightarrow 120 &= x^2 + 2x \quad (\text{thỏa mãn}) \\ \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 &= 121 \\ \Leftrightarrow (x+1)^2 &= 11^2 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Vậy vận tốc của người đó đi từ A đến B là 10 km/h

Câu 3. Một người đi xe đạp từ A đến B với thời gian định sẵn. Khi còn cách B 30 km, người đó nhận thấy rằng sẽ đến B muộn nửa giờ nếu giữ nguyên vận tốc. Do đó người ấy tăng vận tốc thêm 5km/h và đến B sớm hơn nửa giờ so với dự định. Tính vận tốc lúc đầu của người đó.

Lời giải.

Gọi vận tốc ban đầu của người đó là x (km/h), $x > 0$

Vận tốc sau khi tăng tốc là: $x + 5$ (km/h)

Theo đề bài ta thấy: nếu đi 30 km đường với vận tốc cũ sẽ đi chậm hơn 1 giờ so với khi đi cùng quãng đường này với vận tốc mới.

$$\text{nên ta có phương trình: } \frac{30}{x} - \frac{30}{x+5} = 1$$

$$150 = x^2 + 5x$$

$$\text{Giải được } \begin{cases} x = -15 \\ x = 10 \end{cases}. \text{ Chọn } x = 10$$

Vậy vận tốc ban đầu của người đó là 10 km/h.

Câu 4. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4km, đoạn xuống dốc dài 5km. Một người đi xe đạp từ A đến B mất 40 phút và đi từ B về A mất 41 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc là không đổi.

Tính vận tốc lúc lên dốc và vận tốc lúc xuống dốc.

Tóm tắt lời giải.

Gọi vận tốc khi lên dốc và xuống dốc lần lượt là x ; y (km/h); $0 < x < y$

Theo đề bài ta có các phương trình:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \end{cases}$$

Giải hệ pt ta được:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \text{ hay } x = 12 ; y = 15$$

Vậy vận tốc khi lên dốc và xuống dốc của người đó lần lượt là 12 km/h và 15 km/h.

Câu 5. Hai xe ô tô cùng đi từ Nam Định đến Hà Nội, xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ. Lúc trở về, xe thứ nhất tăng vận tốc thêm 5km mỗi giờ, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về tới Nam Định cùng lúc với xe thứ nhất.

Tìm vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết chiều dài quãng đường từ Nam Định đến Hà Nội là 120km; và khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.

Tóm tắt lời giải.

Gọi vận tốc của mỗi xe lần lượt là x; y (km/h); $y > x > 0$

Theo đề bài, khi đi từ A đến B thì hai xe cùng khởi hành, xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ.

Nên ta có phương trình:
$$\frac{120}{x} - \frac{120}{y} = 1 \quad (1)$$

Đổi 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ.

Khi về, dù xe thứ hai nghỉ 40 phút nhưng vẫn về đến nơi cùng lúc với xe một, nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x+5} = \frac{120}{y} + \frac{2}{3} \quad (2)$$

Từ pt (1) ta có
$$\frac{1}{y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{120}$$

Thay vào pt (2)
$$\frac{120}{x+5} = 120 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{120} \right) + \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{600}{x(x+5)} = \frac{1}{3}$$

Hay
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -45 \\ x = 40 \end{cases}$$

Với x = 40 thì y = 60

Vậy vận tốc ban đầu của xe thứ nhất và thứ hai lần lượt là 40 km/h, 60 km/h

Dạng 3. Bài toán công việc làm chung, làm riêng; bài toán vòi nước chảy...

Câu 1. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ thì đầy bể. Nếu lúc đầu chỉ mở vòi thứ

nhất và 9 giờ sau mới mở thêm vòi thứ hai thì sau $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau bao lâu sẽ đầy bể nước cạn?

Lời giải.

Gọi thời gian để vòi thứ nhất chảy một mình đầy được bể nước là x (giờ); $x > 4\frac{4}{5}$

Gọi thời gian để vòi thứ hai chảy một mình đầy được bể nước là y (giờ); $y > 4\frac{4}{5}$

Đội: $4\frac{4}{5}$ giờ = $\frac{24}{5}$ giờ.

Trong một giờ:

- Vòi thứ nhất chảy được số phần bể là: $1 : x = \frac{1}{x}$ (bể)

- Vòi thứ hai chảy được số phần bể là: $1 : y = \frac{1}{y}$ (bể)

Vì vậy ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$ (1)

Theo đề bài: Nếu mở một mình vòi thứ nhất trong 9 giờ, rồi mở thêm vòi thứ hai thì $\frac{6}{5}$ giờ nữa mới đầy bể, nên ta có phương trình:

$$9 \cdot \frac{1}{x} + \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{24} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{9}{x} + \frac{1}{4} = 1 \end{cases}$$

Ta giải được: $\frac{1}{x} = \frac{1}{12}$ và $\frac{1}{y} = \frac{5}{24} - \frac{1}{12} = \frac{1}{8}$

Suy ra $x = 12$, $y = 8$.

Vậy nếu ngay từ đầu chỉ mở vòi thứ hai thì sau 8 giờ mới đầy bể.

Câu 2. Hai đội công nhân cùng làm một đoạn đường trong 24 ngày thì xong. Mỗi ngày, phần việc đội 1 làm gấp rưỡi đội 2. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi đội làm xong đoạn đường đó trong bao lâu.

Lời giải.

Gọi số ngày cần để đội 1 làm một mình xong đoạn đường là x (ngày); $x > 24$

Gọi số ngày cần để đội 2 làm một mình xong đoạn đường là y (ngày); $y > 24$.

Suy ra, trong một ngày:

- Đội 1 làm một mình được số phần đoạn đường là: $1 : x = \frac{1}{x}$ (đoạn đường)

- Đội 2 làm một mình được số phần đoạn đường là: $1 : y = \frac{1}{y}$ (đoạn đường)

Mà mỗi ngày, phần việc đội 1 làm gấp rưỡi đội 2. Nên ta có phương trình

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \quad (1)$$

Theo đề bài: Hai đội cùng làm chung thì sau 24 ngày xong đoạn đường. Nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \quad (2)$$

Thế phương trình (1) vào phương trình (2), ta được:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$$

$$\text{hay } \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{24}. \text{ Suy ra } y = 60$$

Với $y = 60$ thì $x = 40$ (thỏa mãn)

Vậy nếu làm một mình thì, đội 1 cần 60 giờ để làm xong đoạn đường; tổ 2 cần 40 giờ để hoàn thành.

Câu 3. Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày, sau đó có thêm người thứ hai đến làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người nếu làm một mình thì mất bao lâu để xong việc?

Lời giải.

Gọi x (ngày) là thời gian để người thứ nhất làm riêng và làm xong công việc, và y (ngày) là thời gian người thứ hai làm riêng và làm xong công việc. (điều kiện $x > 4$; $y > 4$)

Khi người thứ nhất làm riêng, thì mỗi ngày làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Khi người thứ hai làm riêng, thì mỗi ngày làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Khi hai người làm chung thì hoàn thành công việc sau 4 ngày. Nên mỗi ngày, cả hai người làm chung được $\frac{1}{4}$ công việc.

$$\text{Vì vậy ta có phương trình: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

Khi làm riêng:

Người thứ nhất làm trong 9 ngày được số phần công việc là: $9 \cdot \frac{1}{x} = \frac{9}{x}$ (công việc)

Hai người cùng làm chung công việc trong 1 giờ thì được $\frac{1}{4}$ công việc.

$$\text{Vì vậy ta có phương trình: } \frac{9}{x} + \frac{1}{4} = 1 \quad (2)$$

Giải phương trình (2), ta được $x = 12$

Thay vào phương trình (1), ta giải được $y = 6$

Vậy nếu mỗi người làm riêng thì: Người thứ nhất cần 12 giờ; người thứ hai cần 6 giờ mới hoàn thành được công việc.

Câu 4. Hai tổ công nhân cùng làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 6 giờ. Nhưng khi làm chung trong 5 giờ thì tổ II được điều động đi làm việc khác. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất của tổ I tăng 1,5 lần. Nên tổ I đã hoàn thành công việc còn lại trong 2 giờ. Hỏi với năng suất ban đầu, nếu mỗi tổ làm một mình thì sau bao nhiêu giờ sẽ làm xong công việc đó?

Lời giải.

Gọi x (giờ) là thời gian để tổ thứ nhất làm riêng và làm xong công việc; và y (giờ) là thời gian để tổ thứ hai làm riêng và làm xong công việc. (điều kiện x ; $y > 6$)

Năng suất làm việc của tổ thứ nhất mỗi giờ làm được: $\frac{1}{x}$ (công việc); năng suất làm việc của tổ thứ hai mỗi giờ làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Theo dự định: Hai tổ làm chung trong 6 giờ thì xong công việc. Vì vậy ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

Theo thực tế: Cả hai tổ làm chung trong 5 giờ, làm được: $5 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ (công việc)

Khi chỉ còn tổ thứ nhất (năng suất tăng 1,5 lần) làm trong 2 giờ làm được: $2 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} \right)$ (công việc)

Do đó ta có phương trình:

$$5 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + 2 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} \right) = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 5 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + 2 \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} \right) = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 9 \\ y = 18 \end{cases}$ (TMĐK)

Vậy nếu mỗi tổ làm riêng thì: tổ thứ nhất sau 9 giờ xong công việc; tổ thứ hai sau 18 giờ mới xong công việc.

Câu 5. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 1 giờ 30 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai cho chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu sẽ đầy bể.

Lời giải.

Đổi đơn vị: 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ

$$15 \text{ phút} = \frac{1}{4} \text{ giờ}$$

$$20 \text{ phút} = \frac{1}{3} \text{ giờ.}$$

Gọi x (giờ) là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình và đầy bể; và y (giờ) là thời gian vòi thứ hai chảy một mình và đầy bể (điều kiện x; y > $\frac{3}{2}$)

Trong một giờ, vòi thứ nhất chảy một mình được số phần bể là: $\frac{1}{x}$ (bể)

Trong một giờ, vòi thứ hai chảy một mình được số phần bể là: $\frac{1}{y}$ (bể)

Ta biết rằng, hai vòi nước cùng chảy vào bể thì sau 1 giờ 30 phút thì đầy. Nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

Mặt khác, ta mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại, sau đó mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì được $\frac{1}{5}$ bể. Nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được
$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{4}{15} \\ \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

hay
$$\begin{cases} x = 3,75 \\ y = 2,5 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình cần 3 giờ 45 phút thì đầy bể

Vòi thứ hai chảy một mình cần 2 giờ 30 phút thì đầy bể.

Dạng 4. Bài toán liên quan đến hình học

Câu 1. Tính độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Biết nếu tăng mỗi cạnh lên 3cm thì diện tích tam giác đó tăng lên 36 cm^2 , và nếu một cạnh giảm đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4 cm thì diện tích của tam giác đó giảm đi 26 cm^2

Lời giải.

Gọi độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông đó là x và y (cm); $x, y > 0$

Diện tích tam giác vuông đó là: $\frac{1}{2}xy \text{ (cm}^2\text{)}$

Nếu tăng mỗi cạnh thêm 3cm, diện tích của tam giác vuông mới là: $\frac{1}{2}(x+3)(y+3)$

Ta biết diện tích tăng thêm 36 cm^2 nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}(x+3)(y+3) - \frac{1}{2}xy = 36 \quad (1)$$

Nếu giảm một cạnh đi 2 cm, cạnh kia giảm đi 4cm thì diện tích tam giác giảm 26 cm^2

Nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}(x-2)(y-4) = 26 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x+3)(y+3) - \frac{1}{2}xy = 36 \\ \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}(x-2)(y-4) = 26 \end{cases}$$

Biến đổi tương đương hệ phương trình, ta được

$$\begin{cases} 3x + 3y + 9 = 72 \\ 2y + 4x - 8 = 52 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + 3y = 63 \\ 2y + 4x = 60 \end{cases}$$

Ta giải được nghiệm $\begin{cases} x = 9 \\ y = 12 \end{cases}$

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác đó là 9cm, 12cm

Câu 2. Sân trường của trường Trần Phú là hình chữ nhật có chu vi 340m. Biết 3 lần chiều dài lớn hơn 4 lần chiều rộng là 20 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của sân trường.

Lời giải.

Gọi độ dài chiều dài và chiều rộng của sân trường lần lượt là x ; y (m); điều kiện: $170 > x > y > 0$

Theo đề bài:

Chu vi của sân trường là 340m nên ta có phương trình: $x + y = 170$ (1)

Ba lần chiều dài lớn hơn 4 lần chiều rộng là 20 mét, nên ta có phương trình: $3x - 4y = 20$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 170 \\ 3x - 4y = 20 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được nghiệm $\begin{cases} x = 100 \\ y = 70 \end{cases}$

Vậy chiều dài và chiều rộng sân trường lần lượt là 100m, 70m.

Câu 3. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 80m. Nếu tăng chiều dài thêm 3m, và tăng chiều rộng thêm 5m thì diện tích của mảnh đất tăng thêm 195 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Lời giải.

Gọi độ dài chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là x ; y (m); điều kiện: $40 > x > y > 0$

Theo đề bài:

Chu vi mảnh đất hình chữ nhật là 80m, nên ta có phương trình: $x + y = 40$ (1)

Nếu tăng chiều dài thêm 3m và tăng chiều rộng thêm 5m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 195 m^2 , nên ta có phương trình

$$(x + 3)(y + 5) - xy = 195 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 40 \\ (x + 3)(y + 5) - xy = 195 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được nghiệm $\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là 30m; 10m.

Câu 4. Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng chiều dài và chiều rộng lên 5m thì diện tích hình chữ nhật tăng 225 m^2 . Nếu tăng chiều rộng lên 2m, và giảm chiều dài đi 5m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi.

Lời giải.

Gọi độ dài chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó lần lượt là x ; y (m); điều kiện: $x > y > 0$

Diện tích của hình chữ nhật đó là: $xy \text{ (m}^2\text{)}$

Theo đề bài:

Nếu tăng chiều dài và chiều rộng thêm 5m thì diện tích hình chữ nhật tăng 225 m^2 nên ta có phương trình:

$$(x + 5)(y + 5) - xy = 225 \quad (1)$$

Nếu tăng chiều rộng lên 2m và giảm chiều dài đi 5m thì diện tích hình chữ nhật không đổi, nên ta có phương trình:

$$(x - 5)(y + 2) = xy \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x + 5y + 25 = 225 \\ 2x - 5y - 10 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được nghiệm là $\begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$

Vậy chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là 30m, 10m

Câu 5. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 56m. Nếu tăng chiều dài thêm 4m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích tăng 8 m^2 . Hỏi cần thay đổi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật như thế nào để được mảnh vườn mới có diện tích lớn nhất và chu vi không đổi.

Lời giải.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là x, y (m); $28 > x > y > 0$

Ta có chu vi mảnh vườn là 56m, nên ta có phương trình $x + y = 28$ (1)

Mặt khác, nếu tăng chiều dài thêm 4m, giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích tăng 8 m^2 . Nên ta có phương trình

$$(x + 4)(y - 2) - xy = 8 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 28 \\ (x + 4)(y - 2) - xy = 8 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này ta được $x = 16; y = 12$. (Thỏa mãn)

Giả sử a, b là độ dài của chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn sao cho diện tích mảnh vườn là lớn nhất. ($a > b > 0$)

Vì chu vi mảnh vườn không đổi, nên $a + b = 28$.

Diện tích của mảnh vườn mới sau khi thay đổi kích thước là ab .

Áp dụng BĐT Cosi cho 2 số dương, ta có:

$$ab \leq \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 = 14^2 = 196$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = 14$.

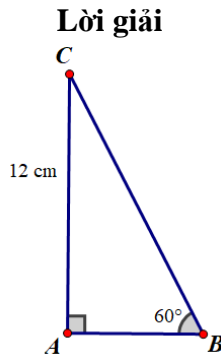
Vậy ta cần giảm chiều dài đi 2m, tăng chiều rộng thêm 2m thì sẽ được mảnh vườn có diện tích lớn nhất.

TÓM TẮT PHẦN LỜI GIẢI

PHẦN II : TỔNG ÔN CHƯƠNG I – HÌNH HỌC (tỉ số lượng giác góc nhọn)

Dạng 1: Bài toán tính cạnh, góc, diện tích tam giác

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 12\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Hãy tính \widehat{C} , AB, BC và diện tích tam giác ABC.



Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ \rightarrow \widehat{C} = 90^\circ - \widehat{B} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$$AB = AC \cdot \cot \widehat{B} = 12 \cdot \cot 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \approx 6,9 (\text{cm})$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 12^2 + (4\sqrt{3})^2 = 192$$

$$\rightarrow BC = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \approx 13,9 (\text{cm})$$

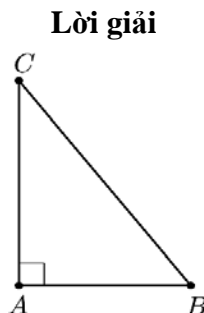
Diện tích tam giác ABC:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 12 = 24\sqrt{3} \approx 41,6 (\text{cm}^2)$$

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$.

a) Tính độ dài cạnh AC.

b) Tính $\sin A$ và $\cos B$?



a) Tính độ dài cạnh AC.

Tam giác ABC vuông tại A, Áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 5^2 - 3^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 16$$

$$\Rightarrow AC = 4(\text{cm}).$$

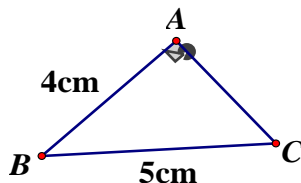
b) Tính $\sin A$ và $\cos B$?

Tam giác ABC vuông tại A, Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\sin A = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}; \cos A = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}.$$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC và $\sin C$

Lời giải



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ABC ta có :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4^2 + AC^2 = 5^2 \Rightarrow AC = 3(\text{cm})$$

$$\text{Xét tam giác vuông ABC có : } \sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$$

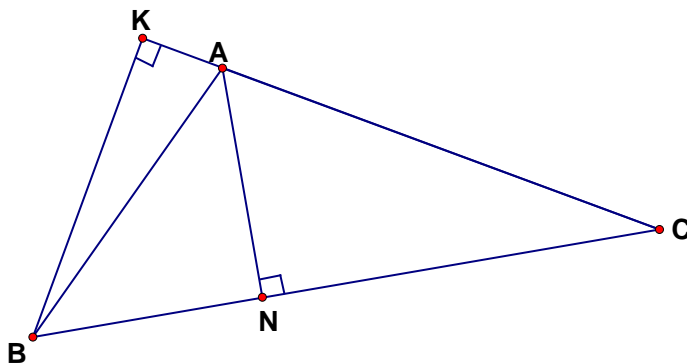
$$\text{Vậy } AC = 3\text{cm}, \sin C = \frac{4}{5}$$

Câu 4. Cho tam giác ABC, trong đó $BC = 16\text{ cm}$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$; $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC.

a) Hãy tính đoạn thẳng AN.

b) Hãy tính cạnh AC. (Làm tròn đến số thập phân thứ hai)

Lời giải



a) Từ B kẻ BK vuông góc với AC tại K

$$\text{ta có } BK = BC \cdot \sin C = 16 \cdot \sin 30^\circ = 8\text{cm}$$

$$\angle KBA = 15^\circ$$

$$AB = \frac{BK}{\cos KBA} = \frac{8}{\cos 15^\circ} \approx 8,28\text{cm}$$

$$\text{Tam giác ANB vuông cân tại N nên } AN = \frac{AB}{\sqrt{2}} \approx 5,86\text{cm}$$

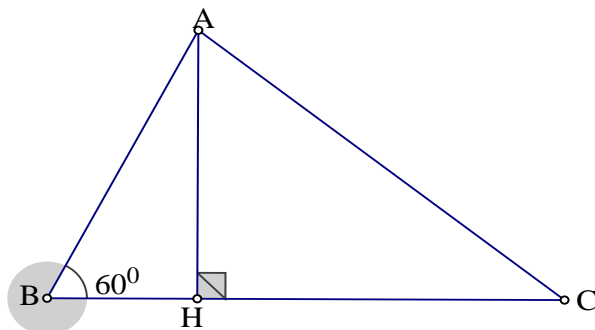
$$b) AN \cdot BC = BK \cdot AC = 2S_{ABC} \Rightarrow AC = \frac{AN \cdot BC}{BK} \approx 11,72 \text{ cm}$$

Câu 5. Cho tam giác ABC có $AB = 16, AC = 14$ và $\hat{B} = 60^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh BC

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Lời giải



a) Kẻ đường cao AH.

Xét tam giác vuông ABH, ta có:

$$BH = AB \cdot \cos B = AB \cdot \cos 60^\circ = 16 \cdot \frac{1}{2} = 8$$

$$AH = AB \cdot \sin B = AB \cdot \sin 60^\circ = 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}.$$

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông AHC ta có:

$$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 14^2 - (8\sqrt{3})^2 = 196 - 192 = 4 \Rightarrow HC = 2.$$

Suy ra $BC = CH + HB = 2 + 8 = 10$.

$$b) S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8\sqrt{3} = 40\sqrt{3} \text{ (đvdt)}$$

Câu 6. Trong một tam giác vuông, đường cao ứng với cạnh huyền chia tam giác thành hai phần có diện tích bằng 54 cm^2 và 96 cm^2 . Độ dài cạnh huyền bằng

A. 27 cm.

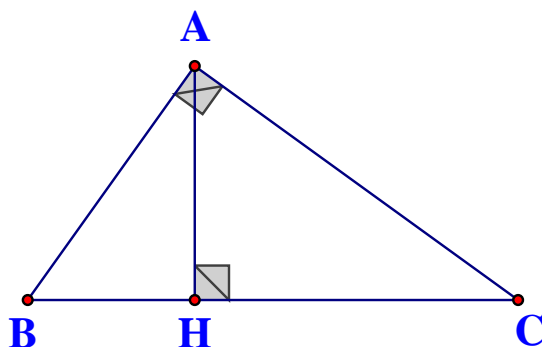
B. 48 cm.

C. 25 cm.

D. 21 cm.

Tóm tắt lời giải

Chọn C

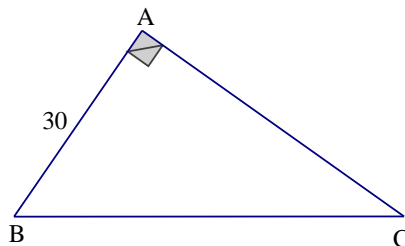


Ta có $S_{ABH} \cdot S_{ACH} = 54.96 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot AH^2 \cdot BH \cdot CH = 54.96 \Leftrightarrow AH^4 = 4.54.96 = 12^4 \Leftrightarrow AH = 12$.

Lại có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow BC = \frac{2 \cdot S_{ABC}}{AH} = \frac{2(54+96)}{12} = 25$ (cm).

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $AB = 30\text{cm}$, $\hat{B} = \alpha$, $\tan \alpha = \frac{5}{12}$. Tính BC, AC

Lời giải

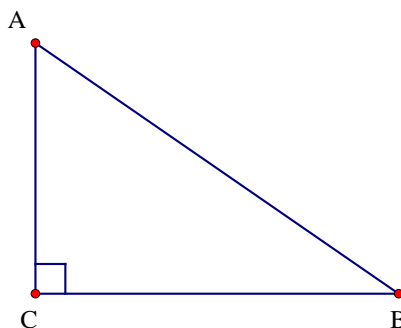


Ta có:

$$\hat{B} = \alpha, \tan \alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{AC}{30} = \frac{5}{12} \Rightarrow AC = \frac{150}{12} = 12,5 \Rightarrow BC$$

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 5\text{cm}$, $\cot B = \frac{5}{8}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AC và BC

Lời giải



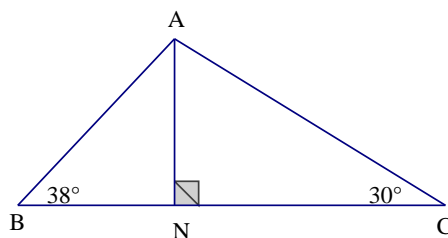
Áp dụng tỉ số $\cot B$ trong tam giác vuông ABC và định lý Pythagore ta tính được $AC = 8\text{cm}$, $BC = \sqrt{89}\text{cm}$

Câu 9. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\hat{B} = 38^\circ$, $\hat{C} = 30^\circ$, $BC = 11\text{cm}$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC. Hãy tính.

a) Độ dài đoạn thẳng AN.

b) Độ dài đoạn thẳng.

Lời giải



a) Cách 1: Sử dụng các tỉ số lượng giác trong các tam giác vuông NAB và NAC , ta có:

$$BN \cdot \tan B = NC \cdot \tan C$$

Chú ý: $BN + NC = BC \Rightarrow BN \approx 4,67\text{cm}; AN \approx 3,65\text{cm}$

Cách 2: Gọi ý: Kẻ $CH \perp AB = H$

b) Xét tam giác ANC vuông, có $AC = \frac{AN}{\sin C} \Rightarrow AC \approx 7,3\text{cm}$

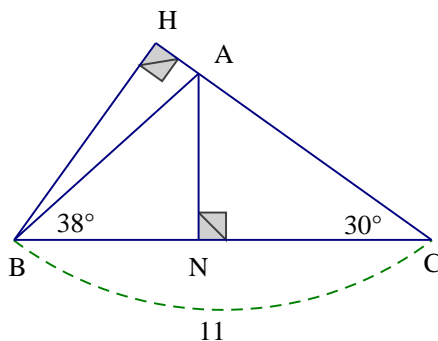
Câu 10. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $BC = 11\text{cm}$, $\widehat{B} = 38^\circ, \widehat{C} = 30^\circ$. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ A xuống cạnh BC . Hãy tính

a) Độ dài đoạn thẳng AN

b) Độ dài cạnh AC

c) Tính diện tích tam giác ABC

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow \triangle BHC$ vuông tại $H \Rightarrow \widehat{HBC} = 60^\circ; \widehat{HBA} = 60^\circ - 38^\circ = 22^\circ$

Do đó $BH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 11 = 5,5(\text{cm})$ (trong tam giác vuông cạnh đối diện với góc 30° bằng nửa cạnh huyền)

a) Tam giác BHA vuông tại H , cạnh huyền BA và cạnh $BH = 5,5\text{cm}$ kề với

$$\widehat{B} = 22^\circ \Rightarrow \cos 22^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{5,5}{\cos 22^\circ} \approx 5,932(\text{cm})$$

Kẻ $AN \perp BC$

Trong tam giác vuông ABN vuông tại N có AN đối diện với góc 38° nên $\sin 38^\circ = \frac{AN}{AB}$

$$\Rightarrow AN = AB \cdot \sin 38^\circ = 5,932 \cdot \sin 38^\circ \approx 3,652(\text{cm})$$

$$\text{b) Tam giác } ANC \text{ vuông tại } N, \widehat{C} = 30^\circ \Rightarrow AC = \frac{AN}{\sin 30^\circ} \approx \frac{3,652}{0,5} = 7,304(\text{cm})$$

$$\text{c) Ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2}AN \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3,652 \cdot 11 = 20,086(\text{cm}^2).$$

Dạng 2: Toán thực tế

Câu 1.

$$\tan \widehat{BCA} = \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{151,5} \Rightarrow AB = 151,5 \cdot \tan 60^\circ \approx 262(\text{m})$$

Câu 2.

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:

$$\cos \widehat{CAB} = \cos 65^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{3}$$

$$\Rightarrow AB = 3 \cdot \cos 65^\circ \approx 1,27(\text{m})$$

Vậy: Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng 1,27 m

Câu 3.

$$\widehat{HAC} = \widehat{ACy} = 45^\circ \quad (\text{so le trong})$$

$$\widehat{HAB} = \widehat{ABx} = 20^\circ$$

$$\tan \widehat{HAC} - \tan \widehat{HAB} = \frac{HC}{AH} - \frac{HB}{AH}$$

$$\tan 45^\circ - \tan 20^\circ = \frac{BC}{AH} = \frac{BC}{120}$$

$$\Rightarrow BC = 120 \cdot (\tan 45^\circ - \tan 20^\circ) \approx 76,32(\text{m})$$

Vậy : Chiều cao BC của cây cầu là 76,32 m.

Câu 4.

$$\widehat{EBC} = \widehat{CBD} + \widehat{DBE} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

$$AB = CD = 30\text{m}$$

. ΔBDC vuông, có :

$$\sin \widehat{CBD} = \sin 40^\circ = \frac{CD}{BC} = \frac{30}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{30}{\sin 40^\circ} \approx 47(\text{m})$$

. $BC^2 = CD \cdot CE$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\text{Suy ra } 47^2 = 30 \cdot CE \Rightarrow CE \approx 74(\text{m})$$

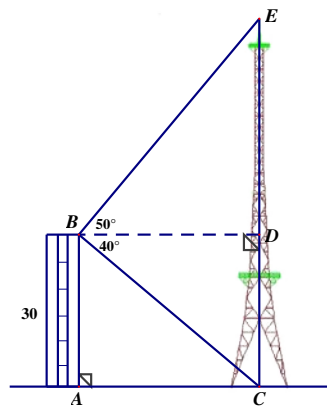
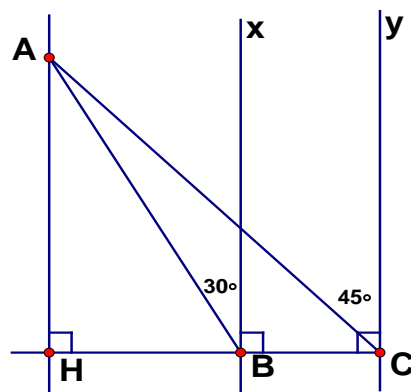
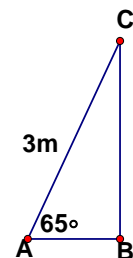
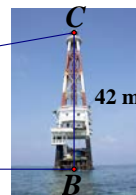
. Vậy: chiều cao của cột ăng-ten là 74 m

Câu 5.

$$\tan \widehat{CAB} = \tan 10^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{42}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{42}{\tan 10^\circ} = 238,2(\text{m})$$

$$\text{. Số dầu cần tối thiểu : } \frac{0,02 \cdot 238,2}{10} = 0,4764(\text{l})$$


 10°


Câu 6. Theo đề bài ta có hình vẽ sau :

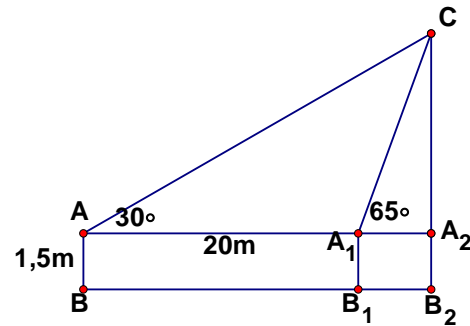
$$\cot 30^\circ - \cot 65^\circ = \frac{AA_2}{CA_2} - \frac{A_1A_2}{CA_2} = \frac{AA_1}{CA_2} = \frac{20}{CA_2}$$

$$\Rightarrow CA_2 = \frac{20}{\cot 30^\circ - \cot 65^\circ} \approx 15,8(\text{m})$$

Chiều cao của tòa nhà :

$$CB_2 = CA_2 + A_2B_2$$

$$CB_2 = 15,8 + 1,5 = 17,3(\text{m})$$



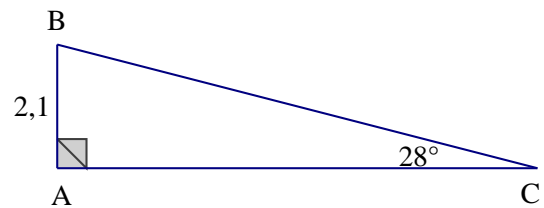
Câu 7.

Gọi AB là chiều cao và BC là chiều dài của cầu trượt

Ta có

$$\Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin 28^\circ} \approx 4,5\text{m}$$

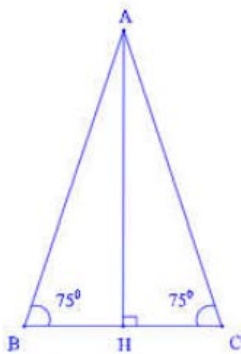
Đ/s: 4,5m



Câu 8. Thang xếp chữ A gồm hai thang đơn tựa vào nhau. Để an toàn, mỗi thang đơn tạo với mặt đất một góc khoảng 75° . Nếu muốn tạo một thang xếp chữ A cao 2m tính từ mặt đất thì mỗi thang đơn phải dài bao nhiêu?



Ta có hình minh họa cho bài toán



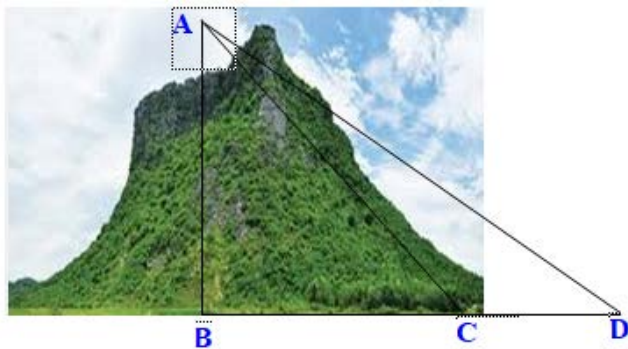
Do tam giác ABC cân nên đường cao AH cũng là đường trung tuyến hay H là trung điểm của BC.

Xét tam giác ABH vuông tại H, ta có:

$$\sin \widehat{B} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\sin \widehat{B}} = \frac{2}{\sin 75^\circ}$$

Vậy thang đơn có chiều dài khoảng 2,07m

Câu 9.



Để đo chiều cao AB của một ngọn núi, ta chọn một điểm C và điểm D cách nhau 50m sao cho tia DC hướng về “tâm” ngọn núi. Dùng giác kế ta đo được hai góc $C \approx 22^{\circ}18'$ và góc $D \approx 20^{\circ}36'$. Tính chiều cao bằng mét của quả núi.

Giải

Trong tam giác vuông ABC ta có: $BC = AB \cdot \cot C$

Trong tam giác vuông ABC ta có: $BD = AB \cdot \cot D$

Suy ra: $CD = BD - BC = AB \cdot (\cot D - \cot C)$

$$\Rightarrow AB = \frac{CD}{\cot D - \cot C} \approx 1802\text{m}$$

Vậy ngọn núi cao 1802m

Câu 10. Một máy bay đang bay ở độ cao 12km. Khi bay hạ cánh xuống mặt đất, đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng so với mặt đất.



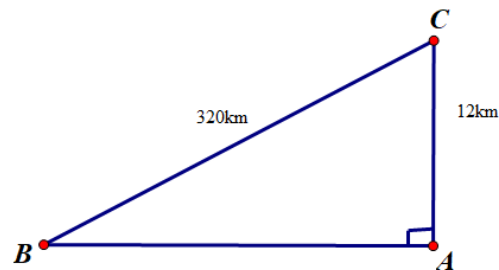
- a) Nếu cách sân bay 320km máy bay bắt đầu hạ cánh thì góc nghiêng là bao nhiêu (làm tròn đến phút)?
 b) Nếu phi công muốn tạo góc nghiêng 5° thì cách sân bay bao nhiêu kilômét phải bắt đầu cho máy bay hạ cánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

Giải

a) Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{320} = \frac{3}{80}$$

$$\Rightarrow \widehat{B} = 2^{\circ}9'$$



b) Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin B} = \frac{12}{\sin 5^\circ} = 137,7 \text{ km}$$

Bài 11. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 30° và bóng của một tháp trên mặt đất dài 92m. Tính chiều cao của tháp. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

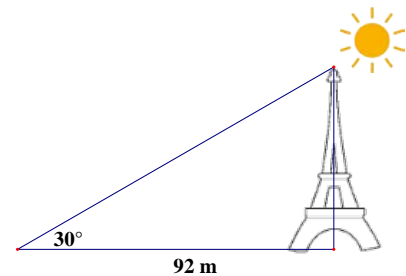
Lời giải.

Gọi h là chiều cao của tháp.

Ta có

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{92}$$

$$\text{Suy ra: } h = \tan 30^\circ \cdot 92 \approx 53,12 \text{ (m)}$$



Bài 12. Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 600km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 35° (hình bên). Hỏi sau 1 phút máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (làm tròn kết quả đến số thập phân thứ 2)

Lời giải.

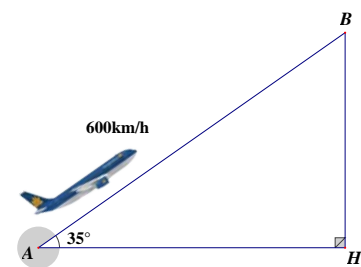
$$\text{Quãng đường máy bay bay được là: } AB = 600 \cdot \frac{1}{60} = 10 \text{ km}$$

Độ cao của máy bay khi đó là:

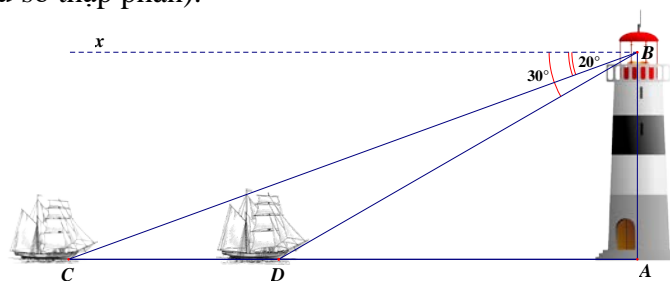
$$\sin 35^\circ = \frac{BH}{AB} = \frac{BH}{10}$$

$$\text{Suy ra } BH = 10 \cdot \sin 35^\circ \approx 5,74 \text{ (m)}$$

Đáp số: 5,74m



Bài 13. Một người đứng trên tháp quan sát của ngọn hải đăng cao 50m nhìn về hướng Tây Nam, người đó quan sát hai lần một con thuyền đang hướng về ngọn hải đăng. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy thuyền với góc hạ là 20° , lần thứ 2 người đó nhìn thấy thuyền với góc hạ là 30° . Hỏi con thuyền đã đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát (làm tròn hai chữ số thập phân).



Lời giải.

Ta có: $\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 20^\circ$ (so le trong).

Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$$\tan 20^\circ = \frac{AB}{AC}. \text{ Suy ra } AC = \frac{AB}{\tan 20^\circ} \approx 137,37 \text{ (m)}$$

Mặt khác: $\widehat{xBD} = \widehat{BDA} = 30^\circ$

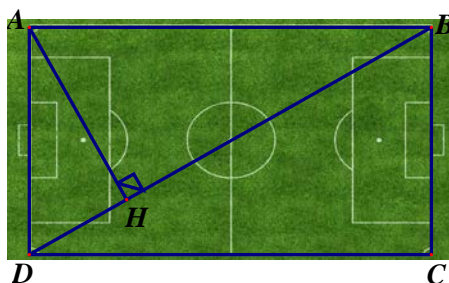
Xét tam giác ABD vuông tại A, ta có:

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AD}. \text{ Suy ra } AD = \frac{AB}{\tan 30^\circ} \approx 86,6 \text{ (m)}$$

Vậy khoảng cách con thuyền giữa 2 lần quan sát là: $137,37 - 86,6 = 50,77 \text{ (m)}$

Vậy : giữa hai lần quan sát , con thuyền đã đi được 50,77 m.

Bài 14. Một sân bóng đá nhân tạo có chu vi là 50m. Tính khoảng cách từ góc phạt góc đến đường chéo của sân bóng đá biết chiều dài và chiều rộng tỉ lệ với 3 :2 (làm tròn 2 chữ số thập phân). (Hình 1)

**Lời giải.**

Gọi $x(m)$, $y(m)$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ($x, y > 0$)

. Theo đề bài ta có:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \text{ và } 2(x + y) = 50$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \text{ và } x + y = 25$$

. Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{x+y}{2+3} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow x = 15 ; y = 10$$

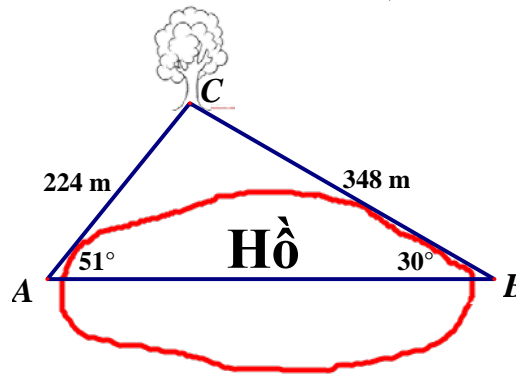
$$\Rightarrow AB = 15(m) ; AD = 10(m)$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \text{ (HTL trong tam giác vuông)}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{15^2} + \frac{1}{10^2} = \frac{13}{900} \Rightarrow AH \approx 8,32(m)$$

. Vậy: khoảng cách từ góc phạt góc đến đường chéo của sân bóng đá là 8,32 m

Bài 15. Hai bạn A và B đứng ở hai đầu bờ hồ cùng nhìn về một cây (gốc là điểm C). Biết góc nhìn tại A của bạn A là 51° , góc nhìn tại B của bạn B là 30° , và khoảng cách từ A đến C là 224 m, khoảng cách từ B đến C là 348 m. Hỏi hai bạn A và B đứng cách nhau bao nhiêu mét? (làm tròn mét)



Lời giải.

Theo đề bài ta có hình vẽ sau

Xét tam giác ACH vuông tại H, ta có:

$$\cos 51^\circ = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{224}$$

$$\Rightarrow AH = 224 \cdot \cos 51^\circ \approx 140,97 \text{ (m)}$$

Xét tam giác BCH vuông tại H, ta có:

$$\cos 30^\circ = \frac{BH}{BC} = \frac{BH}{348}$$

$$\Rightarrow BH = 348 \cdot \cos 30^\circ \approx 301,38 \text{ (m)}$$

$$AB = AH + BH = 140,97 + 301,38 = 442,35 \text{ (m)} \approx 442 \text{ m}$$

Vậy: hai bạn A và B đứng cách nhau 442 m

