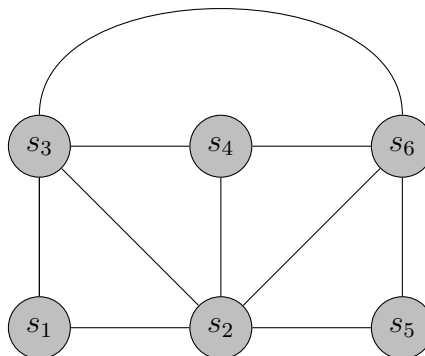


# Graphes et Langages

## TD1 : Graphes non orientés

2015-2016

1. Soit le graphe non orienté  $G = (V, E, \gamma)$  défini par
  - $V = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$
  - $E = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$
  - l'application  $\gamma$  définie par
    - $\gamma(a_1) = \{s_5, s_1\}$
    - $\gamma(a_2) = \{s_2, s_1\}$
    - $\gamma(a_3) = \{s_4\}$
    - $\gamma(a_4) = \{s_4, s_2\}$
    - $\gamma(a_5) = \{s_3, s_2\}$
    - $\gamma(a_6) = \{s_2, s_3\}$
- a) Donner l'ordre et le degré de  $G$ , ainsi que le degré de chaque sommet
- b) Écrire la matrice d'adjacence de  $G$
- c) Dire si le graphe est simple, complet, connexe, planaire?
- d) Quel est le diamètre de  $G$ ?
- e) Quel est le plus grans sous-graphe complet de  $G$ ?
2. Soit le graphe non orienté  $G$  suivant :

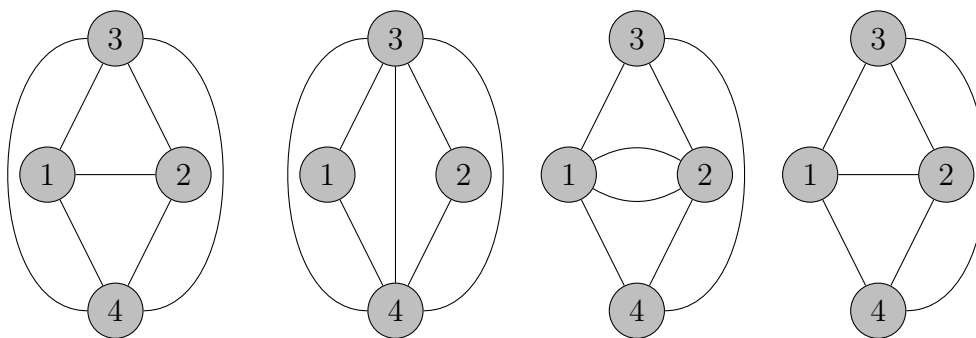


- a) Quel est l'ordre de ce graphe, son degré, les degrés de chaque sommet?
- b) Écrire la matrice d'adjacence de  $G$
- c) Dire si le graphe est simple, complet, connexe?
- d) Quel est le plus grand sous-graphe complet contenu dans  $G$ ?

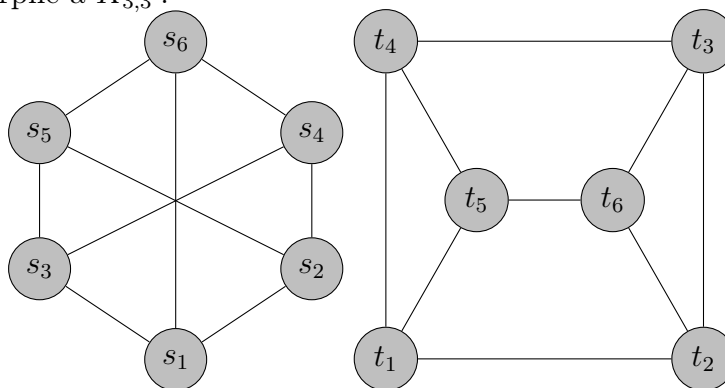
3. Quel est le nombre maximal d'arêtes dans un graphe non orienté sans arêtes parallèles ?
4. Dire pour quelle raison il ne peut pas exister de graphe simple avec les caractéristiques suivantes :
  - a) 6 sommets de degrés 2,3, 3, 4, 4, 5 ?
  - b) 5 sommets de degrés 2, 4, 4, 6, 6 ?
  - c) 5 sommets de degrés 2, 3, 4, 4, 5 ?
  - d) 4 sommets de degrés 1, 3, 3, 3 ?
5. Soit le graphe non orienté défini par la matrice d'adjacence suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Dessiner ce graphe.
- b) Ce graphe est-il simple, complet, connexe ?
- c) Ce graphe est-il eulérien ? Traversable ?
6. Comment est faite la matrice d'adjacence d'un graphe complet ?
7. Donner tous les graphes non orientés d'ordre 4 et de degré 3.
8. Donner deux graphes non isomorphes d'ordre 4 et de degré 2. En existe-t-il un troisième ?
9. Est-ce que les graphes suivants sont isomorphes ?



10. Prouver que les graphes suivants ne sont pas isomorphes. Est-ce que l'un d'entre eux est isomorphe à  $K_{3,3}$  ?



11. Quels graphes complets sont eulériens ? Est-ce que  $K_{3,3}$  est eulérien ? Et les graphes des exercices 2 et 5 ?
12. Avec l'algorithme de Welsh et Powell, trouver une coloration des graphes des exercices 2 et 5. Ces colorations sont-elles optimales ?
13. Plusieurs intermittents du spectacle sont convoqués pour participer au tournage de sept films, que l'on désigne par A, B, ...G. Ils doivent participer aux films selon les données du tableau ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
Figurants	Jean	Luc	Luc	Jean	Max	Leon	Jean
Figurantes	Anne	Anne	Lio	Anne	Lio	Bea	Lio
Son	Louis	Louis	Jo	Teo	Jo	Louis	Louis
Cadreurs	Greg	Marc	Greg	Marc	Stef	Stef	Stef
Scripte	Isa	Marie	Marie	Isa	Ada	Ada	Marie

Tous doivent participer au tournage pour lesquels ils sont convoqués. Une journée de tournage coutant très cher, il faut si possible tourner plusieurs films en même temps, et en un minimum de jours. Quelle solution pouvez-vous proposer ?

14. Une entreprise fabrique des produits chimiques, et doit les acheminer à destination par voie ferrée. Mais certains de ces produits ne peuvent pas voyager dans le même wagon, car leur présence à peu de distance pourrait provoquer des dégâts importants (explosion...). Cependant, par raison d'économie, le nombre de wagons doit être le plus faible possible. Nommons  $P_1, \dots, P_8$  les 8 produits à transporter.

Ne peuvent pas voyager en même temps  $P_1, P_7$  ;  $P_2, P_3, P_4, P_8$  ;  $P_5, P_6, P_8$  ;  $P_1, P_4, P_5$  ;  $P_3, P_7$  ;  $P_6, P_3$ .

Quel est le nombre minimal de wagons à utiliser pour ce transport ? Quels seront les produits stockés dans le même wagon ?