M121 : Mathématiques discrètes

TD2 : Ensembles

2015-2016

1. Soient les ensembles $A = \{a, b, g, e\}$, $B = \{b, c, d, e, f\}$ et $C = \{g, e, f\}$
   a) décrire les ensembles $A \cap B, A \cap C, C \cup B, A \cup B, A \setminus B, C \setminus A, C \setminus B, A \Delta B$,
   b) décrire $C \cap (A \cup B)$, $C \cup (A \cap B)$, $(C \cap A) \cup B$, $(C \cup A) \cap B$,
   c) décrire $\overline{A} \cup B, \overline{B} \cap C, \overline{A \cup \overline{B}}, \overline{A \setminus B}$.
2. Soit l'ensemble $A = \{a, b, g, e\}$; peut-on écrire :
   a) $a \in A$?
   b) $a \subset A$?
   c) $\{a\} \subset A$?
   d) $\{a\} \in A$
   e) $\emptyset \in A$?
   f) $\emptyset \subset A$?
   g) $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$?
   h) $A \in \{A\}$?
3. Dessiner les diagrammes de Venn des parties suivantes d'un ensemble E :
   a) $A \cap \overline{B}, \overline{A \cap \overline{B}}, \overline{A \cap B}, \overline{A \cup B}$,
   b) $A \cap B \cap C$, $A \cap \overline{B} \cap C$, $A \cap \overline{B \cup C}$, $A \cap (\overline{B} \cup \overline{C})$,
   c) $A \setminus (B \cup C), A \setminus (B \cap C), A \setminus (B \setminus C), A \setminus (B \cup \overline{C})$.
4. Simplifier les expressions $\overline{A \cup B} \cap \overline{C \cup \overline{A}}, \overline{A \setminus (B \setminus C)}$ et $\overline{A \Delta B}, \overline{B} \setminus \overline{A}$.
5. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on définit l'ensemble

   $$A_n = \{k \in \mathbb{N} \mid k \text{ est un multiple de } n\}$$

   Décrire les ensembles $A_3 \cap A_5, A_4 \cap A_6, A_3 \cap A_9, A_3 \cup A_9$.
6. Soient les ensembles $A = \{a, b, c\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{3, 4\}$. Déterminer les produits cartésiens $A \times B, A \times C, A \times (B \cup C), A \times (B \cap C)$.
7. Dessiner dans le plan cartésien $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les ensembles suivants :
   a) $[1, 2] \times [1, 3]$,
   b) $\{1, 2\}^2$,
   c) $\{3, 1, 2\} \times [-1, 1]$.
8. Soit $A = \{1, 2, 3, 4\}$; donner la liste des éléments de $\mathcal{P}(A)$. Décrire $\mathcal{P}(\emptyset)$ et $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$.