M222, Séance de TD 3 – Analyse et méthodes numériques
Séries Numériques

Exercice 1 Étude de convergence

Déterminer la nature (convergente, absolument convergente, divergente) des séries de termes généraux

1. $u_n = 2^n$
2. $u_n = 5n + 3$
3. $u_n = \frac{n^2+2n+1}{(n+2)(n^3+1)}$
4. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$
5. $u_n = \cos(1/2^n)$
6. $u_n = \ln(1 + 1/n)$

Exercice 2 Étude de convergence (bis)

Déterminer la nature des séries de termes généreaux

1. $u_n = \frac{1}{n+(-1)^n\sqrt{n}}$
2. $u_n = \frac{n^2}{(n-1)!}$
3. $u_n = e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

Exercice 3 Étude de convergence (ter)

Déterminer la nature des séries de termes généreaux

1. $u_n = \sin\left(\frac{\pi n^2}{n+1}\right)$
2. $u_n = \ln\left(1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$
3. $u_n = \frac{(-1)^n}{n+\cos(1/n)}$
4. $u_n = \sin(n)/(n^2 + 1)$
5. $u_n = (-1)^n/(2n + 4)$

Exercice 4 Calcul de séries

Calculer la somme des séries suivantes

1. $\sum_{n=0}^{\infty}(1/2)^n$
2. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{3^n}$ [Hint : Exprimer $S/3$ en fonction de S]
3. $\sum_{n=2}^{\infty}\ln\left(1+\frac{(-1)^n}{n}\right)$

Exercice 5

Soit (u_n) une suite de réels positifs telle que la série de terme général u_n soit convergente. Quelle est la nature de la série $\sqrt{u_n}/n$. [Hint : $ab \leq (a^2+b^2)/2$.]

Exercice 6

Nature de la série de terme général $u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(n+k)^p}$ avec $p \in (0,\infty)$.