

Mathématiques Discrètes

Devoir surveillé – durée 1h

(ni calculatrices, ni téléphones, ni documents autorisés)

1. Convertir le nombre décimal **97** dans les bases 2, 5 et 16.
(3 points)
2. Soit l'application $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ qui à tout entier n associe **le plus grand entier que l'on peut écrire en base 3 avec n chiffres**.
 - a) Calculez $f(3)$, $f(\{0,1,2\})$, $f^{-1}(\{81\})$
 - b) Exprimez par une formule la valeur de $f(n)$.
 - c) Dites si f est injective, surjective, bijective en justifiant votre réponse.(4 points)
3. Quel est l'entier **signé** sur 8 bits qui s'écrit 1111 0100 ? Montrer le détail des passages.
(2 points)
4. Dessiner le diagramme de Hasse de la **relation d'ordre** donnée par le diagramme cartésien suivant. Quels sont les éléments minimaux et maximaux ? Y a-t-il un plus petit élément, un plus grand élément ? L'ordre est-il total ?

R	A	B	C	D	E	F
A	X			X		
B		X		X		
C			X	X		
D				X		
E				X	X	
F	X	X	X	X		X

(3 points)
5. Simplifier les expressions booléennes suivantes :
 - a) $(x \Rightarrow y) \cdot (y \Rightarrow \bar{x})$
 - b) $x \Rightarrow ((x \cdot \bar{y}) + (\bar{x} \cdot y))$(3 points)
6. Donner, dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, toutes les solutions de l'équation **diophantienne** :
$$33x + 27y = 12$$
(3 points)
7. Calculer la **congruence** : $99^{100} \bmod 10$
(2 points)