

## TD 1

---

### Exercice 1

Calculer la dérivée lorsqu'elle existe des fonctions suivantes :

$$\frac{x}{x^3 + 1}, x^2 e^x, (1 + \frac{1}{x})^3, \sqrt{(1 + x^2)}, \ln(xe^x + 1)$$

### Exercice 2

En utilisant la définition de l'intégrale, calculer  $\int_a^b x dx$ .

### Exercice 3

Calculer la valeur moyenne de  $px + q$ ,  $p, q \in \mathbf{R}$  sur l'intervalle  $[a, b]$  et déterminer une valeur de  $c$  dans  $[a, b]$  qui figure dans la formule de la moyenne. Interprétation géométrique.

Même question pour la fonction  $x \mapsto x^2$  sur l'intervalle  $[-\alpha, \alpha]$ ,  $\alpha \in \mathbf{R}^{+*}$ .

### Exercice 4

Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_1^2 (x-1)(x-2)dx, \int_0^1 (3\sqrt{x}-4x)dx, \int_1^2 \frac{dx}{x^3}, \int_0^1 \frac{4dx}{1+x}$$
$$\int_{-x}^x 3e^t dt, x \in \mathbf{R}, \int_{-1}^1 e^{-2x+1}dx, \int_1^2 \frac{5x}{x^2+1}dx, \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}dx$$

### Exercice 5

Grâce à un changement de variable, calculer :

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}dx, \int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x+1}dx, \int_e^{e^2} \frac{1+\ln(x)}{x\ln(x)}dx$$

### Exercice 6

Grâce à une intégration par parties, calculer :

$$\int_1^2 \ln(x)dx, \int_2^3 xe^x dx, \int_0^{\pi/3} x^2 \cos(3x)dx$$

### Exercice 7

Grâce à la décomposition des fractions rationnelles en éléments simples, calculer :

$$\int \frac{1+x^5-x^6}{1-x}dx, \int \frac{x^3+1}{x^2-x-2}dx, \int \frac{dx}{x^2-5x+4}$$

### Exercice 8

Calculer :

$$\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}, \int_0^1 \ln(x)dx, \int_1^\infty e^{-2x}dx$$

**Exercice 9**

Exercices complémentaires :

$$\int_1^2 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx, \text{ Indication: Poser } t = e^x$$

$$\int_2^3 \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{4e^x + e^{-x} + 4}$$

$$\int_1^{e^2} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$$