

מבוא לבינה מלאכותית - תשפ"ד - תרגיל 2

תז : 324059856,207063108

8 ביוני 2024

שאלה מספר 1 :

סעיף א :

כדי להמיר $Q \rightarrow P$ לצורת CNF נשתמש בחוקים התחביריים ובמקבילות הלוגיות שלמדנו בכיתה :

$$Q \rightarrow P \equiv \neg Q \vee P$$

סעיף ב :

$$R \iff (P \rightarrow \neg Q)$$

1. אם $A \iff B$ אז $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$, לכן :

$$((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow (P \rightarrow \neg Q))$$

2. ראינו לעיל ש- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, לכן :

$$((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow R) \equiv (\neg(P \rightarrow \neg Q) \vee R) \equiv (\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee R)$$

$$(R \rightarrow (P \rightarrow \neg Q)) \equiv (\neg R \vee (P \rightarrow \neg Q)) \equiv (\neg R \vee (\neg P \vee \neg Q))$$

3. ראינו בכיתה ש- $\neg(\neg A \vee \neg B) \equiv A \wedge B$, לכן :

$$(\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee R) \equiv ((P \wedge Q) \vee R)$$

גם ניתן להרחיב את זה , ונקבל :

$$((P \wedge Q) \vee R) \equiv (P \vee R) \wedge (Q \vee R)$$

4. צורה סופית :

$$(P \vee R) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg R \vee \neg P \vee \neg Q)$$

סעיף ג :

$$: \neg(P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg R \vee \neg Q)$$

1. ראינו לעייל ש- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, לכן :

$$\neg(P \wedge \neg Q) \rightarrow (\neg R \vee \neg Q) \equiv \neg \neg(P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee \neg Q)$$

2. *double negation elimination* ל $\neg \neg(P \wedge \neg Q)$, נקבל :

$$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee \neg Q)$$

3. *Distributive Law* , לכן , $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$,

$$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee \neg Q) \equiv ((\neg R \vee \neg Q) \vee P) \wedge ((\neg R \vee \neg Q) \vee \neg Q) \equiv$$

$$(\neg R \vee \neg Q \vee P) \wedge (\neg R \vee \neg Q \vee \neg Q)$$

4. ראינו בכיתה ש- $\neg Q \vee \neg Q$ שווה ל- $\neg Q$, לכן נקבל הצורה הסופית הבאה :

$$(\neg R \vee \neg Q \vee P) \wedge (\neg R \vee \neg Q)$$

סעיף ד :

$$: \neg(P \iff \neg Q) \rightarrow R$$

1. אם $A \iff B$ אז $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$, לכן מכיוון ש- $(P \iff \neg Q)$:

$$(P \rightarrow \neg Q) \wedge (\neg Q \rightarrow P)$$

וגם ראינו ש- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ לכן נקבל :

$$\neg((\neg P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee P))$$

2. $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$, אז :

$$\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (Q \vee P)$$

\Downarrow

$$(P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge \neg P)$$

3. נחזור לצורה המקורית :

$$\neg(P \iff \neg Q) \rightarrow R \equiv (\neg(P \iff \neg Q)) \vee R$$

נשים את הצורה שקיבלנו לעייל ונקבל :

$$((P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge \neg P)) \vee R$$

4. כעת נשתמש ב- $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ ונקבל :

$$((P \wedge Q) \vee R) \wedge ((\neg Q \wedge \neg P) \vee R)$$

5. נוציא את R מכל צד ונקבל :

$$((P \vee R) \wedge (Q \vee R)) \wedge ((\neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee R))$$

\Downarrow

$$(P \vee R) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee R)$$

סעיף ה :

$$: \neg(P \rightarrow (\neg R \vee \neg Q)) \rightarrow \neg R$$

1. מכיוון ש- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, נקבל:

$$P \rightarrow (\neg R \vee \neg Q) \equiv \neg P \vee \neg R \vee \neg Q$$

2. שלילת הביטוי הפנימי ע"י $\neg(A \vee B \vee C) \equiv \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$:

$$\neg(\neg P \vee \neg R \vee \neg Q) \equiv \neg\neg P \wedge \neg\neg R \wedge \neg\neg Q \equiv P \wedge R \wedge Q$$

3. לכן קיבלנו :

$$\neg(P \wedge R \wedge Q) \rightarrow \neg R$$

4. נשתמש ב- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ ומנקבל :

$$\neg\neg(P \wedge R \wedge Q) \vee \neg R$$

נשתמש ב- *de morgan* על $\neg(P \wedge R \wedge C)$:

$$(\neg P \vee \neg R \vee \neg Q) \vee \neg R$$

לכן נקבל הצורה הסופית :

$$\neg P \vee \neg R \vee \neg Q$$

שאלה מספר 2 :

בעיה 1 :

- משתנים והצהרות:

Let R represent "It rains"

Let U represent "Nitay carries an umbrella."

Let W represent "Nitay gets wet."

G is defined as "Nitay carries an umbrella", so $G \equiv U$.

- *CNF Clauses* :

1. *If it rains, Nitay carries an umbrella* :

$$R \rightarrow U$$

$$CNF : \neg R \vee U$$

2. *If Nitay has an umbrella, he doesn't get wet.* :

$$U \rightarrow \neg W$$

$$CNF : \neg U \vee \neg W$$

3. *If it doesn't rain, Nitay doesn't get wet.*

$$\neg R \rightarrow \neg W$$

$$CNF : R \vee \neg W$$

4. *Nitay is not wet.*

$$\neg W$$

המשימה: אנחנו צריכים להסיק U (כלומר G).

שלבי אלגוריתם הרזולוציה:

• התחל עם מאגר הידע :

$$\neg R \vee U$$

$$\neg U \vee \neg W$$

$$R \vee \neg W$$

$$\neg W$$

1. נשתמש ב- $\neg W$ כדי לפשט : רזולוציה של $\neg U \vee \neg W$ עם $\neg W$ מחזיר $\neg U$ (מכיוון ש- $\neg W$ מוחק את $\neg W$).

2. אותו דבר עם R עבור $R \vee \neg W$ עם $\neg W$ מתקבל R .

3. עם $\neg R \vee U$ ו- R נקבל את U (מכיוון ש- $\neg R$ מוחק את $\neg R$).

• קיבלנו : משפט U הוכח, ולכן G אמותה

בעיה 2 :

• משתנים והצהרות:

1. יהי D מייצגת 'לאמית יש כלב'.

2. יהי C מייצגת 'לאמית יש חתול'.

3. יהי M מייצגת 'לאמית יש עכברים'.

4. יהי S מייצגת 'לאמית יש בעיות שינה'.

5. G מוגדרת כ 'אם לאמית יש בעיות שינה, אז אין לו עכברים', כלומר

$$G \equiv S \rightarrow \neg M$$

• *CNF Clauses* :

1. D כי כל הכלבים נובחים בלילה, וזה משפיע על שינתו של אמי לא נוצר סעיף ישיר מכך.

2.

$$C \rightarrow \neg M$$

$$CNF : \neg C \vee \neg M$$

$$S \rightarrow \neg D$$

כיוון שאמית לא יכול להחזיק בעלי חיים שעושים רעש בלילה

$$CNF : \neg S \vee \neg D$$

4. אמית יש לו כלב או חתול :

$$C \vee D$$

המשימה : להוכיח $G \equiv S \rightarrow \neg M$

שלבי אלגוריתם הרזולוציה:

• נפשט $G \equiv S \rightarrow \neg M$ ל CNF :

$$\neg S \vee \neg M$$

• נשתמש ב- $D \vee C$ (אמית יש לו כלב או חתול)

1. רזולוציה עם $\neg S \vee \neg D$ מפשטת C כאשר S (אם אין לאמית בעיות , אין כלב)

2. זולוציה של $\neg C \vee \neg M$ עם C שהתקבל תחת S , נקבל $\neg M$ כאשר S .

מסקנה לבעיה 2: אם לאמית יש בעיות שינה S הוא לא יכול להחזיק כלב, מה שמוביל לכך שיש לו חתול C שבתורו מוביל לכך שאין לו עכברים $\neg M$.

לכן G התקיים כאשר $\neg M$ מוכח תחת התנאי S