

Persamaan Dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Kompetensi Dasar

Aspek Pengetahuan

3.1 Menginterpretasi persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel dengan persamaan dan pertidaksamaan linear Aljabar lainnya.

Aspek Keterampilan

4.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak dari bentuk linear satu variabel

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK

Selamat datang di modul pembelajaran mandiri Program Pendidikan Jarak Jauh (SMA Terbuka), pada kegiatan pembelajaran Kompetensi Dasar 3.1 dan 4.1 ini, kita akan mempelajari materi tentang Persamaan dan Pertidaksamaan Nilai Mutlak



Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan Anda dapat:

1. memahami konsep nilai mutlak
2. menentukan penyelesaian persamaan nilai mutlak
3. menentukan penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak
4. menjelaskan permasalahan yang terkait dengan persamaan linear dan konsep nilai mutlak

Untuk mencapai tujuan pembelajaran mandiri di atas silahkan Anda pelajari ringkasan materi pada modul mandiri ini



A. Persamaan Linear

Persamaan linear sudah anda pelajari di SMP. Untuk mengingatkan materi tersebut, coba temukan jawaban dari permasalahan berikut.

Soal 1. Andi memiliki 3 lembar tiket bioskop. Jika harga 3 tiket tersebut ditambah Rp18.000,00 maka total harganya sama dengan Rp100.000,00 berapakah harga satu tiket bioskop tersebut?

Soal 2. Di toko APIK, Arman membeli 3 buah buku tulis merk A. Budi membeli 4 buah buku tulis yang sama. Cica, kakak mereka, membayar semuanya dengan uang Rp50.000,00 dan mendapat uang kembalian Rp29.000,00 Berapakah harga satu buku tulis tersebut?

Ayo diskusikan bersama temanmu. Kedua soal di atas, dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep persamaan linear. Jawaban untuk soal 1 adalah Rp24.000,00 dan jawaban soal 2 adalah Rp3.000,00.

Persamaan linear satu variabel memiliki bentuk umum $ax + b = c$ dengan a, b, c adalah konstanta dan $a \neq 0$. Penyelesaian dari persamaan linear tersebut adalah penentuan nilai x yang memenuhi persamaan tersebut. Perhatikan contoh berikut!

Contoh 1:

Selesaikan masing-masing persamaan berikut!

1. $3x - 5 = 7$
2. $3x - 8 = 4x + 2$

Jawab:

1. $3x - 5 = 7$
 $\Leftrightarrow 3x - 5 + 5 = 7 + 5$ (ruas kiri dan kanan ditambah 5)
 $\Leftrightarrow 3x = 12$
 $\Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ (ruas kiri dan kanan dibagi 3)
 $\Leftrightarrow x = 4$
2. $3x - 8 = 4x - 2$
 $\Leftrightarrow 3x - 8 + 8 = 4x - 2 + 8$ (ruas kiri dan kanan ditambah 8)
 $\Leftrightarrow 3x = 4x + 6$
 $\Leftrightarrow 3x - 4x = 4x + 6 - 4x$ (ruas kiri dan kanan dikurang 4x)
 $\Leftrightarrow -x = 6$
 $\Leftrightarrow x = -6$



B. Konsep Nilai Mutlak

Kegiatan pramuka adalah salah satu kegiatan ekstrakurikuler yang diadakan di sebuah sekolah. Sebuah grup pramuka sedang belajar baris berbaris di lapangan sekolah pada hari Sabtu.

Sebuah perintah dari pimpinan pasukan: “Maju 5 langkah, jalan!”, hal ini berarti jarak pergerakan barisan adalah 5 langkah ke depan. Jika perintah pimpinan pasukan: “Mundur 6 langkah, jalan!”, hal ini berarti bahwa pasukan akan bergerak melawan arah sejauh 6 langkah. Demikian seterusnya.

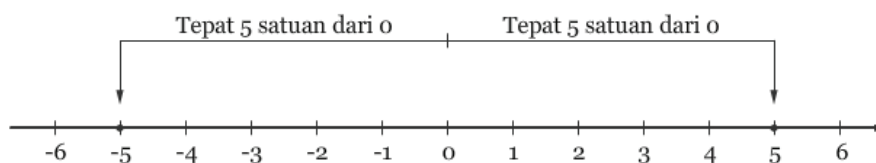
Besar pergerakan langkah pasukan tersebut merupakan nilai mutlak, tidak ditentukan arah. “Maju 5 langkah”, berarti mutlak 5 langkah dari posisi diam dan “mundur 6 langkah, berarti mutlak 6 langkah dari posisi diam. Dalam hal ini, yang dilihat adalah nilainya, bukan arahnya.

Nilai mutlak dari suatu bilangan x , ditulis $|x|$.

$$\text{didefinisikan: } |x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Berdasarkan definisi tersebut, kita bisa menuliskan $|3| = 3$, $|-3| = 3$. Nilai mutlak dari suatu bilangan x dapat diartikan sebagai jarak bilangan tersebut terhadap titik 0 pada garis bilangan, dengan tidak memperhatikan arahnya.

Ini berarti $|x| = 5$ memiliki dua penyelesaian, karena terdapat dua bilangan yang jaraknya 5 satuan terhadap 0 yaitu $x = -5$ dan $x = 5$ (perhatikan gambar berikut).



Konsep ini dapat diperluas untuk situasi yang melibatkan bentuk-bentuk aljabar yang menggunakan simbol nilai mutlak. Secara umum dapat dinyatakan jika x merupakan suatu bentuk aljabar dan k adalah bilangan real positif dan $|x| = k$ maka $x = -k$ atau $x = k$.



C. Persamaan Nilai Mutlak

Setelah memahami konsep nilai mutlak, maka anda dapat menerapkan konsep tersebut pada persamaan yang melibatkan nilai mutlak. Agar lebih jelas, perhatikan contoh berikut.

Contoh 2:

Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|x| = 7$

Jawab:

Menurut konsep nilai mutlak, $|x| = 7$ akan dipenuhi oleh $x = -7$ atau $x = 7$

Contoh 3:

Tentukan nilai x yang memenuhi $|2x| = 6$.

Jawab:

Menurut konsep nilai mutlak,

$$|2x| = 6.$$

$$\Leftrightarrow 2x = -6 \text{ atau } 2x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ atau } x = 3$$

Contoh 4 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $|x + 2| = 8$

Jawab:

Menurut konsep nilai mutlak,

$$|x + 2| = 8$$

$$\Leftrightarrow x + 2 = -8 \text{ atau } x + 2 = 8$$

$$\Leftrightarrow x = -10 \text{ atau } x = 6$$

Contoh 5 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $2|x| - 3 = 7$

Jawab:

$$2|x| - 3 = 7$$

$$\Leftrightarrow 2|x| = 7 + 3$$

$$\Leftrightarrow 2|x| = 10$$

$$\Leftrightarrow |x| = 5$$

Menurut konsep nilai mutlak, $|x| = 5$ artinya $x = -5$ atau $x = 5$

Contoh 6:

Tentukan nilai x yang memenuhi $2|x - 4| - 3 = 7$

Jawab:

$$2|x-4|-3=7$$

$$\Leftrightarrow 2|x-4|-3+3=7+3$$

$$\Leftrightarrow 2|x-4|=10$$

$$\Leftrightarrow |x-4|=5$$

Menurut konsep nilai mutlak,

$$|x-4|=5$$

$$\Leftrightarrow x-4=5 \text{ atau } x-4=-5$$

$$\Leftrightarrow x=9 \text{ atau } x=-1$$

Contoh 7:

Tentukan nilai x yang memenuhi $|2x-4|+3=3x$

Jawab:

$$\text{Untuk } 2x-4 > 0 \rightarrow |2x-4|=2x-4$$

$$\Leftrightarrow |2x-4|+3=3x$$

$$\Leftrightarrow 2x-4+3=3x$$

$$\Leftrightarrow 2x-1=3x$$

$$\Leftrightarrow -x=1$$

$$\Leftrightarrow x=-1$$

Uji nilai $2x-4$ untuk $x=-1$ diperoleh nilai $2(-1)-4=-6 < 0$ padahal di awal kita menggunakan untuk $2x-4 > 0$.

Sehingga $x=-1$ tidak memenuhi penyelesaian.

$$\text{Untuk } 2x-4 < 0 \rightarrow |2x-4|=-2x+4$$

$$\Leftrightarrow |2x-4|+3=3x$$

$$\Leftrightarrow -2x+4+3=3x$$

$$\Leftrightarrow -5x=-7$$

$$\Leftrightarrow 5x=7$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{7}{5}$$

Uji nilai $2x-4$ untuk $x=\frac{7}{5}$ diperoleh nilai $2\left(\frac{7}{5}\right)-4=-\frac{6}{5} < 0$ jadi $2x-4 < 0$

Sehingga $x=\frac{7}{5}$ memenuhi penyelesaian.

Maka Himpunan Penyelesaiannya adalah $\left\{\frac{7}{5}\right\}$



D. Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Masalah:

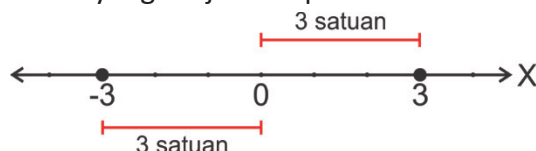
Untuk memahami konsep pertidaksamaan nilai mutlak, perhatikan ilustrasi berikut.

Pada suatu garis bilangan, dengan menjadikan nol sebagai titik acuan, tentukan nilai x

- berjarak tepat 3 satuan dari 0
- berjarak kurang dari 3 satuan dari 0
- berjarak lebih dari 3 satuan dari 0

Pembahasan:

- nilai x yang berjarak tepat 3 satuan dari 0, dapat digambarkan sebagai berikut



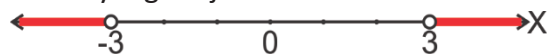
Nilai x yang memenuhi adalah $x = -3$ atau $x = 3$

- nilai x yang berjarak kurang dari 3 satuan dari 0, dapat digambarkan sebagai berikut



Nilai x yang berjarak kurang dari 3 dari 0 adalah bilangan-bilangan yang terletak diantara 0 sampai -3 dan diantara 0 sampai 3. Dengan kata lain, dapat ditulis $-3 < x < 3$.

- nilai x yang berjarak lebih dari 3 satuan dari 0, dapat digambarkan sebagai berikut



Nilai x yang berjarak lebih dari 3 dari 0 adalah bilangan-bilangan yang terletak di sebelah kiri -3 atau bilangan-bilangan yang lebih dari 3. Atau dapat ditulis $x < -3$ atau $x > 3$

Dari ketiga ilustrasi di atas, dapat disimpulkan bahwa pada pertidaksamaan nilai mutlak, berlaku sifat berikut.

- $|x| < a \leftrightarrow -a < x < a$
- $|x| \leq a \leftrightarrow -a \leq x \leq a$
- $|x| > a \leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a$
- $|x| \geq a \leftrightarrow x \leq -a \text{ atau } x \geq a$

Contoh 7 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $|x| > 7$.

Jawab:

Menurut konsep nilai mutlak, $|x| > 7$ akan dipenuhi oleh $x < -7$ atau $x > 7$

Contoh 8 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $|2x| < 6$.

Jawab:

$$|2x| < 6$$

$$\Leftrightarrow -6 < 2x < 6$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{6}{2} \quad \{\text{ruas kiri, tengah dan kanan dibagi 2}\}$$

$$\Leftrightarrow -3 < x < 3$$

Contoh 9 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $|x+2| \leq 9$.

Jawab:

Menurut konsep pertidaksamaan nilai mutlak, $|x+2| \leq 9$ akan dipenuhi oleh:

$$\Leftrightarrow -9 \leq x+2 \leq 9$$

$$\Leftrightarrow -9-2 \leq x+2-2 \leq 9-2 \quad \{\text{ruas kiri, tengah dan kanan dikurang 2}\}$$

$$\Leftrightarrow -11 \leq x \leq 7$$

Contoh 10 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $2|x|-3 \geq 7$.

Jawab:

$$2|x|-3 \geq 7$$

$$\Leftrightarrow 2|x|-3+3 \geq 7+3$$

$$\Leftrightarrow 2|x| \geq 10$$

$$\Leftrightarrow |x| \geq 5$$

Menurut konsep pertidaksamaan nilai mutlak $|x| \geq 5$ akan dipenuhi oleh

$$x \leq -5 \text{ atau } x \geq 5$$

Contoh 11 :

Tentukan nilai x yang memenuhi $2|x-4|-3 \geq 7$.

Jawab:

$$2|x-4|-3 \geq 7$$

$$\Leftrightarrow 2|x-4| \geq 10$$

$$\Leftrightarrow |x-4| \geq 5$$

Menurut konsep pertidaksamaan nilai mutlak, $|x-4| \geq 5$ akan dipenuhi oleh

$$x-4 \leq -5 \text{ atau } x-4 \geq 5$$

$$\Leftrightarrow x \leq -1 \text{ atau } x \geq 9$$



Penilaian Pembelajaran

1. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan nilai mutlak berikut.
 - a. $|x-3|=11$
 - b. $3|x|-5=7$
 - c. $2|x-4|-3=7$
 - d. $3-|4x-6|=-15$
 - e. $|7x|=4-x$

2. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan nilai mutlak berikut.
 - a. $|x-3|>11$
 - b. $|3x+4|<8$
 - c. $|7-2x|\geq 5$
 - d. $3|x|-5\leq 7$
 - e. $2|x-4|-3<7$