Paper id: 252159

**Roll No:** | | | | | | | | | | | | | |

## BTECH
## (SEM II) THEORY EXAMINATION 2024-25
## ENGINEERING MATHEMATICS-II

**TIME: 3 HRS**                                                            **M.MARKS: 70**

**Note:** Attempt all Sections. In case of any missing data, choose suitably. All the symbols have their usual meaning.

## SECTION A

**1.     Attempt all questions in brief.**                                 **02 x 7 = 14**

| Q no. | Question | CO | Level |
|---|---|---|---|
| a. | Find the general solution of the following differential equation: <br> निम्नलिखित अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए: <br> $$\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{dy}{dx} = 0$$ | 1 | K3 |
| b. | Find the Particular Integral for the following differential equation: <br> निम्न अवकल समीकरण का विशेषस माकलज्ञातकरें: <br> $$y'' - 8y' + 16y = e^{4x}$$ | 1 | K3 |
| c. | Find Laplace Transform of $f(t) = \sin 2t \cos 3t$. <br> $f(t) = \sin 2t \cos 3t$ कालाप्लास रूपांतरण ज्ञात करें. | 2 | K3 |
| d. | Find inverse Laplace Transform of $F(s) = \frac{s-1}{s^2+3s+2}$. <br> $F(s) = \frac{s-1}{s^2+3s+2}$ काइन्वर्स लाप्लास रूपांतरण ज्ञातकरें. | 2 | K3 |
| e. | Test the convergence of the following sequence: <br> निम्न अनुक्रम की अभिसरणता की जांच करें: <br> $$a_n = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 2^p \text{ for some } p \in N \\ \frac{1}{n} & \text{otherwise} \end{cases}$$ | 3 | K4 |
| f. | Show that the following function is harmonic: <br> सिद्धकरेंकिनिम्नलिखितफलनहार्मोनिकहै: <br> $$h(x,y) = x^2 + xy - y^2$$ | 4 | K4 |
| g. | Find the residue at the simple pole of the following function: <br> निम्नलिखितफलनकेसाधारणध्रुवपरअवशेषज्ञातकरें: <br> $$f(z) = \frac{8z^3}{(z-1)(z+1)^3}$$ | 5 | K5 |

## SECTION B

**2.     Attempt any three of the following:**                             **07 x 3 = 21**

| | | | |
|---|---|---|---|
| a. | Find the general solution of the differential equation <br> अवकल समीकरण का सामान्य हल ज्ञात कीजिए <br> $$y'' - 2y' + 2y = x + e^x \cos x$$ | 1 | K2 |
| b. | Solve the following differential equations using Laplace Transform <br> लाप्ला सट्रांसफॉर्म का उपयोग करके निम्नलिखित अवकलस मीकरणों को हल करें <br> $$\frac{d^3y}{dt^3} + 2\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 2y = 0; y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = 2$$ | 2 | K3 |

**Roll No:**

**BTECH**
**(SEM II) THEORY EXAMINATION 2024-25**
**ENGINEERING MATHEMATICS-II**

**M.MARKS: 70**

**TIME: 3 HRS**

| | | | |
|---|---|---|---|
| c. | Test the convergence of the following series <br> निम्नलिखित श्रृंखला के अभिसरण का परीक्षण करें <br><br> $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1.3.5 \ldots (2n-1)}{2.4.6 \ldots (2n)} x^{2n}$$ | 3 | K4 |
| d. | If $f(z) = u + iv$ is analytic, and $u - v = \dfrac{e^y - \cos x + \sin x}{\cosh y - \cos x}$ , find $f(z)$ such that $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{3-i}{2}$. <br><br> यदि $f(z) = u + iv$ विश्लेषणात्मक है, और $u - v = \dfrac{e^y - \cos x + \sin x}{\cosh y - \cos x}$ <br><br> ऐसा $f(z)$ खोजें कि $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{3-i}{2}$. | 4 | K5 |
| e. | Evaluate the following integral using contour integration. <br> समोच्च एकीकरण का उपयोग करते हुये निम्नलिखित समाकल का मूल्यांकन करें <br><br> $$\int_c \frac{12z - 7}{(z-1)^2 (2z+3)} dz$$ <br><br> where, $c$ is the circle $|z| = 2$. <br> जहाँ, $c$ वृत्त $|z| = 2$ है. | 5 | K5 |

**SECTION C**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3.** | **Attempt any *one* part of the following:** | | **07 x 1 = 07** |
| a. | Find the general solution of the differential equation: <br> अवकल समीकरण का सामान्य हल ज्ञात कीजिए: <br><br> $$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 4y = x \sin(\log x).$$ | 1 | K5 |
| b. | Solve the following set of simultaneous linear differential equations: <br> युग्म रैखिक अवकल समीकरणों के निम्नलिखित सेट को हल करें: <br><br> $$\frac{dx}{dt} = 3x + 8y$$ $$\frac{dy}{dt} = -x - 3y$$ | 1 | K5 |
| **4.** | **Attempt any *one* part of the following:** | | **07 x 1 = 07** |
| a. | Find the Laplace Transform of the following function: <br> निम्न फ़ंक्शन का लाप्लास ट्रांसफ़ॉर्म ज्ञात करें: <br><br> $$\int_0^t \frac{e^t \sin t}{t} dt.$$ | 2 | K5 |

**BTECH**
**(SEM II) THEORY EXAMINATION 2024-25**
**ENGINEERING MATHEMATICS-II**

**TIME: 3 HRS**                                                           **M.MARKS: 70**

| | | | |
|---|---|---|---|
| b. | Use convolution theorem to evaluate<br>निम्न का मूल्यांकन करने के लिए कन्वोल्यूशन प्रमेय का उपयोग करें<br>$L^{-1}\left[\dfrac{p^2}{(p^2+4)(p^2+9)}\right]$ | 2 | K5 |
| **5.** | **Attempt any *one* part of the following:** | **07 x 1 = 07** | |
| a. | Examine the convergence of the following series:<br>निम्नलिखित श्रृंखला के अभिसरण की जाँच करें:<br>$1+\dfrac{\alpha+1}{\beta+1}+\dfrac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{(\beta+1)(2\beta+1)}+\dfrac{(\alpha+1)(2\alpha+1)}{(\beta+1)(2\beta+1)}\dfrac{(3\alpha+1)}{(3\beta+1)}+\cdots$ | 3 | K4 |
| b. | Obtain the Fourier series for the function $f(x)=x^2, -\pi \le x \le \pi$. Hence, or otherwise show that<br>फ़ंक्शन $f(x)=x^2, -\pi \le x \le \pi$ के लिए फूरियर श्रृंखला प्राप्त करें। अतः /अन्यथा दिखाओ:<br>$\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}+\cdots=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}=\dfrac{\pi^2}{6}$ | 3 | K5 |
| **6.** | **Attempt any *one* part of the following:** | **07 x 1 = 07** | |
| a. | If<br>यदि<br>$f(z)=\begin{cases}\dfrac{x^3 y^5(x+iy)}{x^6+y^{10}}; z \ne 0,\\ 0; z=0\end{cases}$<br>show that $f(z)$ is not analytic at $z=0$ even if Cauchy-Riemann equations are satisfied at origin.<br>दिखाएँ कि $z=0$ पर $f(z)$ विश्लेषणात्मक नहीं है, भले ही कॉशी-रीमैन समीकरण संतुष्ट हो रही हों। | 4 | K4 |
| b. | Show that $f(z)=z|z|$ is nowhere analytic.<br>दिखाएँ कि $f(z)=z|z|$ कहीं भी विश्लेषणात्मक नहीं है। | 4 | K4 |
| **7.** | **Attempt any *one* part of the following:** | **07 x 1 = 07** | |
| a. | State Cauchy's Integral Theorem. Verify Cauchy's theorem for $f(z)=e^{iz}$ integrated along the boundary of the rectangle $1-i, 1+i, -1+i, -1-i$ in counterclockwise direction.<br>कॉशी का समाकलन प्रमेय उद्धरित करें। आयत $1-i, 1+i, -1+i, -1-i$ की सीमा के साथ वामावर्त दिशा में एकीकृत होने के लिए $f(z)=e^{iz}$ के लिए कॉशी के प्रमेय को सत्यापित करें। | 5 | K4 |
| b. | Use contour integral to evaluate:<br>कंटूर इंटीग्रल का उपयोग कर के मूल्यांकन करें:<br>$\displaystyle\int_0^{2\pi}\dfrac{\cos 2\theta\, d\theta}{5+4\cos\theta}$ | 5 | K5 |