

# KESTABILAN SISTEM

## 1. Pendahuluan

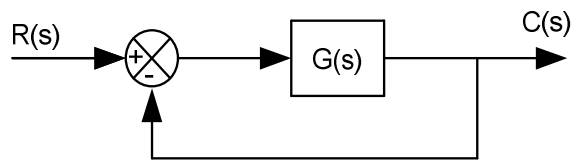
Sebuah sistem dikatakan tidak stabil jika tanggapannya terhadap suatu masukan menghasilkan osilasi yang keras atau bergetar pada suatu amplitudo/harga tertentu. Sebaliknya suatu sistem disebut stabil jika sistem tersebut akan tetap dalam keadaan diam atau berhenti kecuali jika dirangsang (dieksitasi oleh suatu fungsi masukan dan akan kembali dalam keadaan diam jika eksitasi tersebut dihilangkan). Ketidakstabilan merupakan suatu keadaan yang tidak menguntungkan bagi suatu sistem lingkaran tertutup sedangkan pada suatu sistem lingkaran terbuka tidak dapat tidak harus stabil. Jelas untuk memperoleh nilai yang memberikan manfaat, praktis sebuah sistem kendali harus stabil. Masukan sistem tidak memberikan pengaruh terhadap kestabilan suatu sistem sehingga jika sistem tersebut stabil terhadap suatu masukan maka sistem akan stabil juga untuk masukan lain. Kestabilan hanya bergantung pada karakteristik sistem itu sendiri .

Tanggapan suatu sistem stabil dapat dikenali dari adanya peralihan yang menurun menuju nol terhadap pertambahan waktu. Ini berarti bahwa untuk mendapatkan sebuah sistem yang stabil, koefisien-koefisien dari suku eksponensial yang terdapat dalam tanggapan peralihan tersebut harus merupakan bilangan-bilangan nyata yang negatif atau bilangan kompleks dimana bagian nyata adalah negatif. Untuk menentukan apakah suatu sistem bersifat stabil atau tidak terdapat beberapa cara yang dapat digunakan berbagai metoda diantaranya

1. Persamaan karakteristik
2. Kriteria Routh
3. Kriteria Hurwitz
4. Kriteria Continued Fraction
5. Kriteria Lyapunov
6. Metoda Kedua Lyapunov

## 2. Persamaan Karakteristik

**Contoh 1. :** Untuk sistem umpan balik satu pada Gambar 1. berikut



Gambar 1. Diagram Blok Sistem Umpan Balik Satu

dimana

$$G(s) = \frac{30}{s^4 + 12s^3 + 49s^2 + 78s + 40} \quad (1)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada Gambar 1. dengan menggunakan persamaan karakteristik.

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 1. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 1
%
num = [0 0 0 0 30];
den = [1 12 49 78 40];
%
% Fungsi Alih Lingkaran Terbuka
disp('Fungsi Alih Lingkaran Terbuka')
sys1 = tf(num,den)
%
% Fungsi Alih Lingkaran Tertutup
disp('Fungsi Alih Lingkaran Tertutup')
T = feedback(sys1,1)
%
% Akar - Akar Persamaan Karakteristik
disp('Akar - Akar Persamaan Karakteristik')
damp(T)
%
% Posisi Akar - Akar Persamaan Karakteristik
sgrid
pzmap(T)
grid on
```

**Hasil program**

Fungsi alih lingkaran terbuka

Transfer function:

30

-----  
s^4 + 12 s^3 + 49 s^2 + 78 s + 40

Fungsi alih lingkaran tertutup

Transfer function:

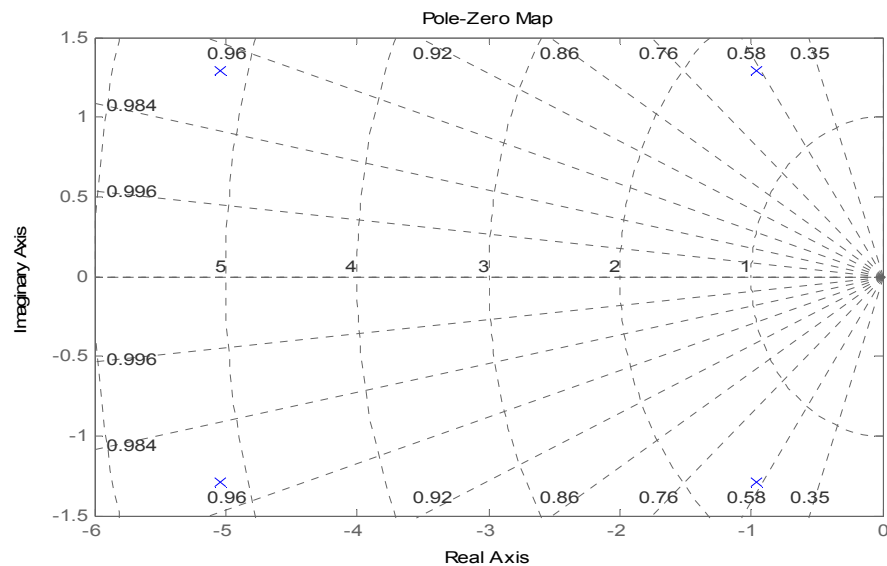
30

$$s^4 + 12 s^3 + 49 s^2 + 78 s + 70$$

Akar - Akar Persamaan Karakteristik

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
$-9.59e-001 + 1.29e+000i$	$5.96e-001$	$1.61e+000$
$-9.59e-001 - 1.29e+000i$	$5.96e-001$	$1.61e+000$
$-5.04e+000 + 1.29e+000i$	$9.69e-001$	$5.20e+000$
$-5.04e+000 - 1.29e+000i$	$9.69e-001$	$5.20e+000$

Sistem pada persamaan (1) bersifat stabil karena bagian nyata dari akar-akar persamaan karakteristik semuanya bernilai negatif. Untuk letak akar-akar persamaan karakteristik dapat dilihat pada Gambar 2. berikut



Gambar 2. Letak Akar-Akar Lingkaran Tertutup Untuk Persamaan (1)

**Contoh 2. :** Untuk persamaan keadaan (2) dan (3) berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0069 & -0.0789 & -0.5784 & -1.3852 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \quad (2)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan persamaan keadaan (2) dan (3) dengan persamaan karakteristik.

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 2. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 2.
%
disp('Persamaan Keadaan')
A = [ 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -0.0069 -
0.0789 -0.5784 -1.3852];
B = [ 0; 0; 0; 2];
C = [ 1 0 0 0];
D = [0];
sys = ss(A,B,C,D)
%
% Persamaan Polinomial
disp('Persamaan Polinomial')
P = poly(A)
%
% Akar - Akar Persamaan Karakteristik
disp('Akar - Akar Persamaan Karakteristik')
r = roots(P)
```

**Hasil program**

Persamaan Keadaan

```
a =
      x1      x2      x3      x4
x1      0      1      0      0
x2      0      0      1      0
x3      0      0      0      1
x4 -0.0069 -0.0789 -0.5784 -1.385
```

b =

```
u1
x1  0
x2  0
x3  0
x4  2
```

c =

	x1	x2	x3	x4
y1	1	0	0	0

d =

	u1
y1	0

Continuous-time model.

Persamaan Polinomial

P =

1.0000	1.3852	0.5784	0.0789	0.0069
--------	--------	--------	--------	--------

Akar - Akar Persamaan Karakteristik

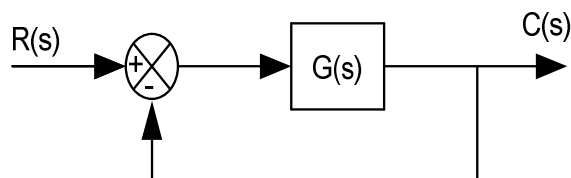
r =

-0.6991
-0.5363
-0.0749 + 0.1131i
-0.0749 - 0.1131i

Sistem pada persamaan keadaan (2) dan (3) bersifat stabil karena bagian nyata dari akar-akar persamaan karakteristik semuanya bernilai negatif.

### 3. Kriteria Routh

**Contoh 3. :** Untuk sistem umpan balik satu pada Gambar 3. berikut



Gambar 3. Diagram Blok Sistem Umpan Balik Satu

dimana

$$G(s) = \frac{30}{s^4 + 12s^3 + 49s^2 + 78s + 40} \quad (4)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada Gambar 3. dengan menggunakan kriteria Routh.

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 3. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 3.
%
```

```
% Persamaan Karakteristik
disp('Persamaan Karakteristik')
p = [ 1  12  49  78  70]
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Routh
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Routh')
routh(p)
```

#### Hasil program

```
Persamaan Karakteristik
p =
     1     12     49     78     70

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Routh
 1.0000e+000  4.9000e+001  7.0000e+001
 1.2000e+001  7.8000e+001             0
 4.2500e+001  7.0000e+001             0
 5.8235e+001             0             0
 7.0000e+001             0             0
```

System is stable

Sistem pada Gambar 3. bersifat stabil karena tidak adanya perubahan tanda pada kolom pertama akar-akar persamaan karakteristik.

**Contoh 4. :** Untuk persamaan keadaan (5) dan (6) berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0069 & -0.0789 & -0.5784 & -1.3852 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan persamaan keadaan (5) dan (6) dengan kriteria Routh.

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 4. adalah

```
clc
clear all
close all
```

```

% Contoh 4
%
% Persamaan Keadaan
disp('Persamaan Keadaan')
A = [ 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -0.0069 -
0.0789 -0.5784 -1.3852];
B = [ 0; 0; 0; 2];
C = [ 1 0 0 0];
D = [0];
sys = ss(A,B,C,D)
%
% Persamaan Polinomial
disp('Persamaan Polinomial')
P = poly(A)
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Routh
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Routh')
Routh(P)

```

### Hasil program

Persamaan Keadaan

a =

	x1	x2	x3	x4
x1	0	1	0	0
x2	0	0	1	0
x3	0	0	0	1
x4	-0.0069	-0.0789	-0.5784	-1.385

b =

	u1
x1	0
x2	0
x3	0
x4	2

c =

	x1	x2	x3	x4
y1	1	0	0	0

d =

	u1
y1	0

Continuous-time model.

Persamaan Polinomial

P =

1.0000	1.3852	0.5784	0.0789	0.0069
--------	--------	--------	--------	--------

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Routh

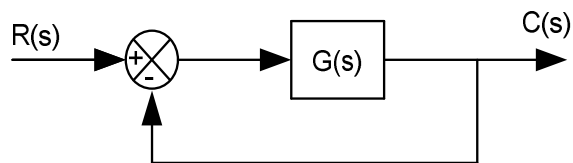
1.0000e+000	5.7840e-001	6.9000e-003
1.3852e+000	7.8900e-002	0
5.2144e-001	6.9000e-003	0
6.0570e-002	0	0
6.9000e-003	0	0

System is stable

Sistem pada persamaan keadaan (5) dan (6) bersifat stabil karena tidak adanya perubahan tanda pada kolom pertama akar-akar persamaan karakteristik.

#### 4. Kriteria Hurwitz

**Contoh 5. :** Untuk sistem umpan balik satu pada Gambar 4. berikut ini



Gambar 4. Diagram Blok Sistem Umpan Balik Satu

Dimana

$$G(s) = \frac{30}{s^4 + 12s^3 + 49s^2 + 78s + 40} \quad (7)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada persamaan (7) dengan menggunakan kriteria Hurwitz

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 5. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 5
%
% Fungsi Alih Lingkaran Tertutup
disp('Fungsi Alih Lingkaran Tertutup')
num = [ 0 0 0 0 30];
den = [ 1 12 49 78 70];
sys = tf(num,den)
%
% Persamaan Karakteristik
disp('Persamaan Karakteristik')
```



```

v = den
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Hurwitz
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Hurwitz')
hurwitz_sc(v)

```

### Hasil program

Fungsi Alih Lingkaran Tertutup

Transfer function:

30

-----  
 $s^4 + 12 s^3 + 49 s^2 + 78 s + 70$

Persamaan Karakteristik

v =

1      12      49      78      70

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Hurwitz

12                      510                      29700                      2079000

System is stable

Sistem pada persamaan (7) bersifat stabil karena semua nilai determinan dari persamaan karakteristik bernilai positif.

**Contoh 6. :** Untuk persamaan keadaan (8) dan (9) berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0069 & -0.0789 & -0.5784 & -1.3852 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \quad (8)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan persamaan keadaan (8) dan (9) dengan kriteria Hurwitz

### Jawab :

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 6. adalah

```
clc
```

```
clear all
```

```

close all
% Contoh 6
%
disp('Persamaan Keadaan')
A = [ 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -0.0069 -
0.0789 -0.5784 -1.3852]
B = [ 0; 0; 0; 2]
C = [ 1 0 0 0]
D = [0]
sys = ss(A,B,C,D)
%
% Persamaan Polinomial
disp('Persamaan Polinomial')
v = poly(A)
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Hurwitz
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Hurwitz')
hurwitz(v)

```

### Hasil program

Persamaan Keadaan

a =

	x1	x2	x3	x4
x1	0	1	0	0
x2	0	0	1	0
x3	0	0	0	1
x4	-0.0069	-0.0789	-0.5784	-1.385

b =

	u1
x1	0
x2	0
x3	0
x4	2

c =

	x1	x2	x3	x4
y1	1	0	0	0

d =

	u1
y1	0

Continuous-time model.

Persamaan Polinomial

v =

1.0000	1.3852	0.5784	0.0789	0.0069
--------	--------	--------	--------	--------

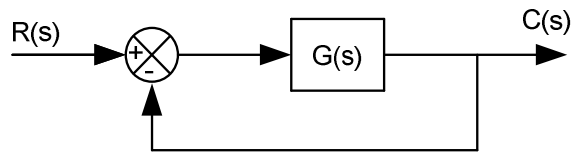
Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Hurwitz  
1.3852      0.7223      0.0437      0.0003

System is stable

Sistem pada persamaan keadaan (8) dan (9) bersifat stabil karena semua nilai determinan dari persamaan karakteristik bernilai positif.

## 5. Kriteria *Continued Fraction*

**Contoh 7. :** Untuk sistem umpan balik satu pada Gambar 5. berikut ini



Gambar 5. Diagram Blok Sistem Umpan Balik Satu

dimana

$$G(s) = \frac{30}{s^4 + 12s^3 + 49s^2 + 78s + 40} \quad (10)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada persamaan (10) dengan menggunakan kriteria *Continued Fraction*.

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 7. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 7.
%
% Fungsi Alih Lingkaran Tertutup
disp(' Fungsi Alih Lingkaran Tertutup')
num = [ 0 0 0 0 30];
den = [ 1 12 49 78 70];
sys = tf(num,den)
%
% Persamaan Karakteristik
disp('Persamaan Karakteristik')
P = den
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Continued Fraction
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Continued Fraction')
fraction(P);
```

Hasil program

Fungsi Alih Lingkaran Tertutup

Transfer function:

30

-----  
 $s^4 + 12 s^3 + 49 s^2 + 78 s + 70$

Persamaan Karakteristik

P =

1      12      49      78      70

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Continued Fraction

H4 =

0.0833

H3 =

0.2824

H2 =

0.7298

H1 =

0.8319

Sistem Stabil

Sistem pada persamaan (10) bersifat stabil karena nilai koefesien  $H_1$  s/d  $H_4$  bernilai positif. Dengan bernilai positif koefesien  $H_1$  s/d  $H_4$  maka akar-akar persamaan karakteristik mempunyai bagian nyata yang bernilai negatif.

**Contoh 8. :** Untuk persamaan keadaan pada persamaan (11) dan (12) berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0069 & -0.0789 & -0.5784 & -1.3852 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \quad (11)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada persamaan keadaan (11) dan (12) dengan menggunakan kriteria *Continued Fraction*.

### Jawab :

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 8. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 8.
%
disp('Persamaan Keadaan')
A = [ 0 1 0 0; 0 0 1 0; 0 0 0 1; -0.0069 -
0.0789 -0.5784 -1.3852];
B = [ 0; 0; 0; 2];
C = [ 1 0 0 0];
D = [0];
sys = ss(A,B,C,D)
%
% Persamaan Polinomial
disp('Persamaan Polinomial')
P = poly(A)
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Continued Fraction
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Continued
Fraction')
fraction(P);
```

### Hasil program

Persamaan Keadaan

a =

	x1	x2	x3	x4
x1	0	1	0	0
x2	0	0	1	0
x3	0	0	0	1
x4	-0.0069	-0.0789	-0.5784	-1.385

b =

	u1
x1	0
x2	0
x3	0
x4	2

c =

	x1	x2	x3	x4
y1	1	0	0	0

d =

	u1
y1	0

Continuous-time model.

Persamaan Polinomial

P =

1.0000      1.3852      0.5784      0.0789      0.0069

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Continued Fraction

H4 =

0.7219

H3 =

2.6565

H2 =

8.6089

H1 =

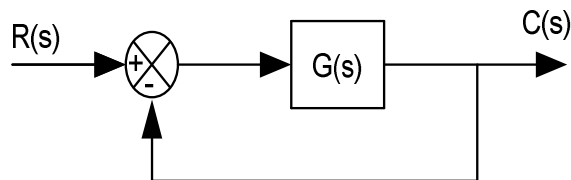
8.7783

Sistem Stabil

Sistem pada persamaan (11) dan (12) bersifat stabil karena nilai koefisien  $H_1$  s/d  $H_4$  bernilai positif. Dengan bernilai positif koefisien  $H_1$  s/d  $H_4$  maka akar-akar persamaan karakteristik mempunyai bagian nyata yang bernilai negatif.

## 6. Metoda Kedua Lyapunov

**Contoh 9. :** Untuk sistem umpan balik satu pada Gambar 6. berikut ini



Gambar 6. Diagram Blok Sistem Umpan Balik Satu

dimana

$$G(s) = \frac{30}{s^4 + 12s^3 + 49s^2 + 78s + 40} \quad (13)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada persamaan (13) dengan menggunakan metoda kedua Lyapunov.

**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 9. adalah

```
clc
clear all
close all
% Contoh 9
%
```

```

% Fungsi Alih Lingkaran Tertutup
disp('Fungsi Alih Lingkaran Tertutup')
num = [0 0 0 0 30];
den = [1 12 49 78 70];
sys = tf(num,den)
%
% Persamaan Keadaan
disp('Persamaan Keadaan')
[A,B,C,D] = tf2ss(num,den);
sys1 = ss(A,B,C,D)
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Lyapunov
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Lyapunov')
Q = eye(size(A));
P = lyap(A',Q)
pm1 = det(P(1,1))
pm2 = det(P(1:2,1:2))
pm3 = det(P(1:3,1:3))
pm4 = det(P(1:4,1:4))
%
if (pm1 > 0 & pm2 > 0 & pm3 > 0 & pm4 > 0)
    disp('Sistem Bersifat Asimtotically Stabil')
else
    disp('Sistem Bersifat Tidak Stabil')
end

```

### Hasil program

Fungsi Alih Lingkaran Tertutup

Transfer function:

30

-----  
 $s^4 + 12 s^3 + 49 s^2 + 78 s + 70$

Persamaan Keadaan

a =

	x1	x2	x3	x4
x1	-12	-49	-78	-70
x2	1	0	0	0
x3	0	1	0	0
x4	0	0	1	0

b =

	u1
x1	1
x2	0
x3	0
x4	0

c =

```

      x1  x2  x3  x4
y1    0   0   0  30

```

d =

```

      u1
y1    0

```

Continuous-time model.

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Lyapunov

P =

```

      0.0518      0.1221      0.1205      0.0071
      0.1221      3.8846      5.4818      3.7145
      0.1205      5.4818     11.7098      8.8955
      0.0071      3.7145      8.8955      8.9890

```

pm1 =

```
0.0518
```

pm2 =

```
0.1865
```

pm3 =

```
0.7307
```

pm4 =

```
1.4591
```

Sistem Bersifat Asimtotically Stabil

Sistem pada persamaan (13) bersifat stabil koefisien pm1 s/d pm4 bernilai positif.

**Contoh 10. :** Untuk persamaan keadaan pada persamaan (14) dan (15) berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0069 & -0.0789 & -0.5784 & -1.3852 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \quad (14)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Dengan menggunakan Matlab, tentukan kestabilan sistem pada persamaan keadaan (14) dan (15) dengan menggunakan dengan menggunakan metoda kedua Lyapunov.



**Jawab :**

Kode Matlab untuk penyelesaian soal contoh 10. adalah

```

clc
clear all
close all
% Contoh 10.
%
% Persamaan Keadaan
disp('Persamaan Keadaan')
A = [ 0  1  0  0; 0  0  1  0; 0  0  0  1; -0.0069  -
0.0789  -0.5784  -1.3852];
B = [ 0; 0; 0; 2];
C = [ 1  0  0  0];
D = [0];
sys = ss(A,B,C,D)
%
% Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Lyapunov
disp('Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Lyapunov')
Q = eye(size(A));
P = lyap(A',Q)
pm1 = det(P(1,1))
pm2 = det(P(1:2,1:2))
pm3 = det(P(1:3,1:3))
pm4 = det(P(1:4,1:4))
%
if (pm1 > 0 & pm2 > 0 & pm3 > 0 & pm4 > 0)
    disp('Sistem Bersifat Asimtotically Stabil')
else
    disp('Sistem Bersifat Tidak Stabil')
end

```

**Hasil program**

Persamaan Keadaan

```

a =

```

	x1	x2	x3	x4
x1	0	1	0	0
x2	0	0	1	0
x3	0	0	0	1
x4	-0.0069	-0.0789	-0.5784	-1.385

b =

```

u1
x1  0
x2  0
x3  0
x4  2

```

c =

```

x1  x2  x3  x4

```

```

y1    1    0    0    0

d =
      u1
y1    0

```

Continuous-time model.

Periksa Kestabilan Dengan Kriteria Lyapunov

```

P =
1.0e+003 *
    0.0104    0.0535    0.1087    0.0725
    0.0535    0.4198    0.9715    0.6845
    0.1087    0.9715    2.3451    1.6804
    0.0725    0.6845    1.6804    1.2135

pm1 =
    10.4405
pm2 =
    1.5194e+003
pm3 =
    5.1560e+004
pm4 =
    7.9286e+004

```

Sistem Bersifat Asimtotically Stabil

Sistem pada persamaan (14) dan (15) bersifat stabil karena nilai koefisien  $pm1$  s/d  $pm4$  bernilai positif.

Pada bagian ini akan ditampilkan kode Matlab untuk analisis kestabilan dengan menggunakan metoda Routh, metoda Hurwitz dan metoda *Continued Fraction* berikut

```

function routh(a)
n=length(a);
jw=0;
m=2;
nc=round(n/2);
b=zeros(n,nc);
z=zeros(1,nc);
if round(n/2) > n/2
a(n+1)=0;
else,end
for i=1:2:n
k=(i+1)/2;
b(1,k)=a(i);
b(2,k)=a(i+1);
end
if b(2,:) == z

```

```

fprintf('Elements of row %g',2)
fprintf(' are all zero.\n')
fprintf('They are replaced by the auxiliary Eq. coefficients
\n\n')
jw=1;
for k=1:nc
j=n-1; d=j+2-2*k;
b(2,k)=d*b(1,k);
end
else,end
for i=1:n-2
for j=1:nc-1
if b(i+1,1)==0
b(i+1,1)=0.00001;
fprintf('Zero in the first column is replaced by 0.00001
\n\n')
else,end
b(m+i,j)=(b(i+1,1)*b(i, j+1)-b(i+1,j+1)*b(i,1)) /b(i+1,1);
end
if b(m+i,:) == z
if m+i <n
fprintf('Elements of row %g',m+i)
fprintf(' are all zero.\n')fprintf('They are replaced by the
auxiliary Eq. coefficients \n\n')
jw=1;
for k=1:nc
j=n-m-i+1;
d=j+2-2*k;
if d< 0
b(m+i,k)= b(m+i-1,k);
else,
b(m+i,k)=d*b(m+i-1,k);
end
end
else, jw=3; end
else,end
end
disp(head)
format short e
disp(b)
format short
j=0 ;nr=0;
for i= 1:n
if j ==0
if b(i,1) <0 ,nr=nr+1 ;j =1;
else,end
else,if b(i,1) > 0 ,nr=nr+1; j=0 ; else, end
end
end
if jw==3, fprintf('Characterisitc Equation contain root at
origin\n'),end
if jw==1, fprintf('Characteristic Equation include roots on
jw-axis or \n')

```

```

fprintf('pairs of real or complex roots symmetrical about
jw-axis \n\n'),end
if nr==0
if jw==0, fprintf('System is stable \n\n'),end
else, fprintf('There are %g',nr)
fprintf(' roots in the right half s-plane \n\n'),end

```

```

function hurwitz(v)
v;
if v(1)<0
    v=-v;
end
dimension=length(v);
if rem(dimension,2)==0
    w=v;
else
    w=[v 0];
end
n_column=fix((dimension-1)/2)+1;
w=reshape(w,2,n_column);
x=flipud(w);
for i=1:2
    for j=1:n_column
        y(i,j)=x(i,j);
    end
end
for i=3:dimension-1
    for j=2:dimension-1
        y(i,j)=y(i-2,j-1);
    end
end
n_det=length(y);
for i=1:n_det
    z(i)=det(y(1:i,1:i));
end
disp(z)
if z(i)>0
    disp('System is stable')
else
    disp('System is unstable')
end

```

```

function fraction(P)
%
N = length(P)- 1; if (N == 4) & (length(P)==(N+1))
H4 = P(1)/P(2)
H31 = (P(4) * P(1)/P(2)); H32 = P(3) - H31; H3 = P(2)/H32
H21 = (P(4) * P(1))/P(2); H22 = P(3) - H21; H23 = (P(2) *
P(5))/H22; H24 = P(4) - H23; H25 = (P(4) * P(1))/P(2);
H26 = P(3) - H25; H2 = H26/H24;
H11 = (P(1)*P(4))/P(2); H12 = (P(3) - H11); H13 = (P(2) *
P(5))/H12; H14 = P(4) - H13; H1 = H14/P(5)
if ((H4>0) & (H3>0) & (H2>0) & (H1>0))

```

```

        disp('Sistem Stabil')
    else
        disp('Sistem Tidak Stabil')
    end
    else if (N == 3) & (length(P)==(N+1))
        H3 = P(1)/P(2)
        H21 = (P(1)*P(4))/P(2); H22 = P(3) - H21; H2 = P(2)/H22;
        H11 = P(3) - H21; H1 = H11/P(4)
        if ((H3>0) & (H2>0) & (H1>0))
            disp('Sistem Stabil')
        else
            disp('Sistem Tidak Stabil')
        end
    elseif (N == 2) & (length(P)==(N+1))
        H2 = P(1)/P(2)
        H1 = P(3)/P(2)
        if ((H2>0) & (H1>0))
            disp('Sistem Stabil')
        else
            disp('Sistem Tidak Stabil')
        end
    else disp('Syarat tidak Terpenuhi')
    end
end
end

```