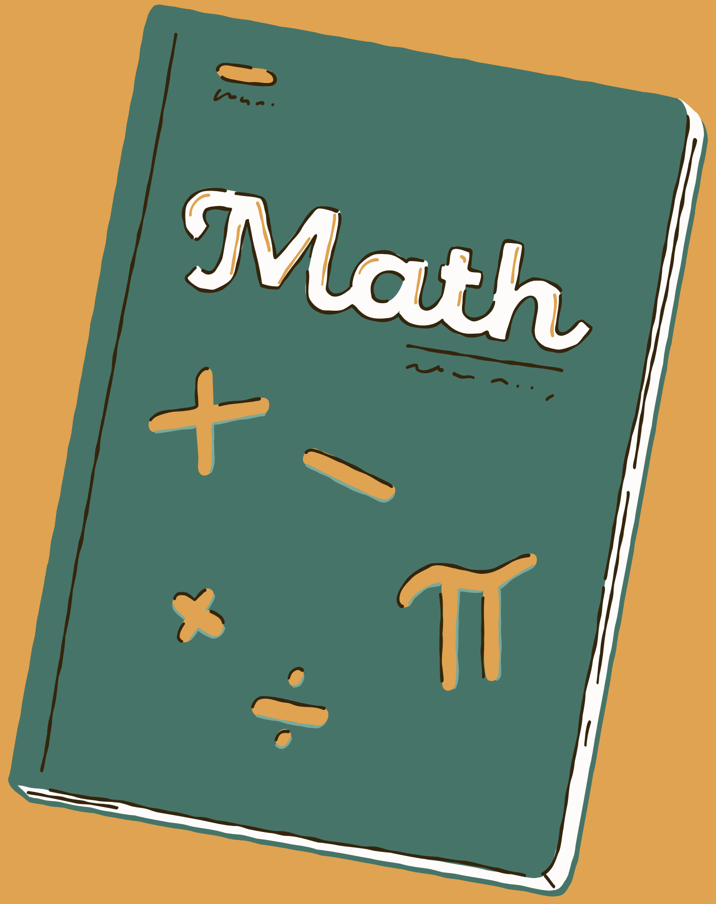
PPT 9

Persamaan Parametrik

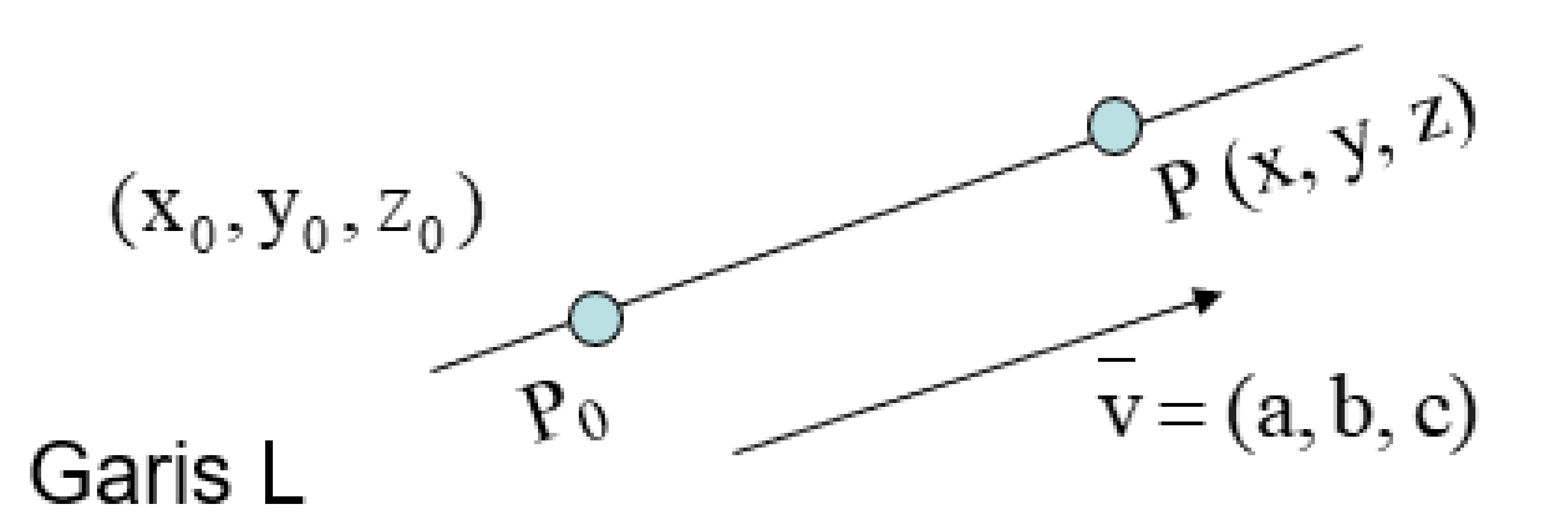
CONTENT:

- Menyelesaikan Persamaan Parametrik
- Menyelesaikan Persamaan Simetrik
- Menentukan jarak titik ke bidang
- Transformasi Linier



Persamaan Parametrik

Persamaan Parametrik



$$\overline{P_0P} = t.\bar{v}$$

$$(x-x_0,\ y-y_0,\ z-z_0) = t.(a,\ b,\ c)$$

$$= (t.a,\ t.b,\ t.c)$$

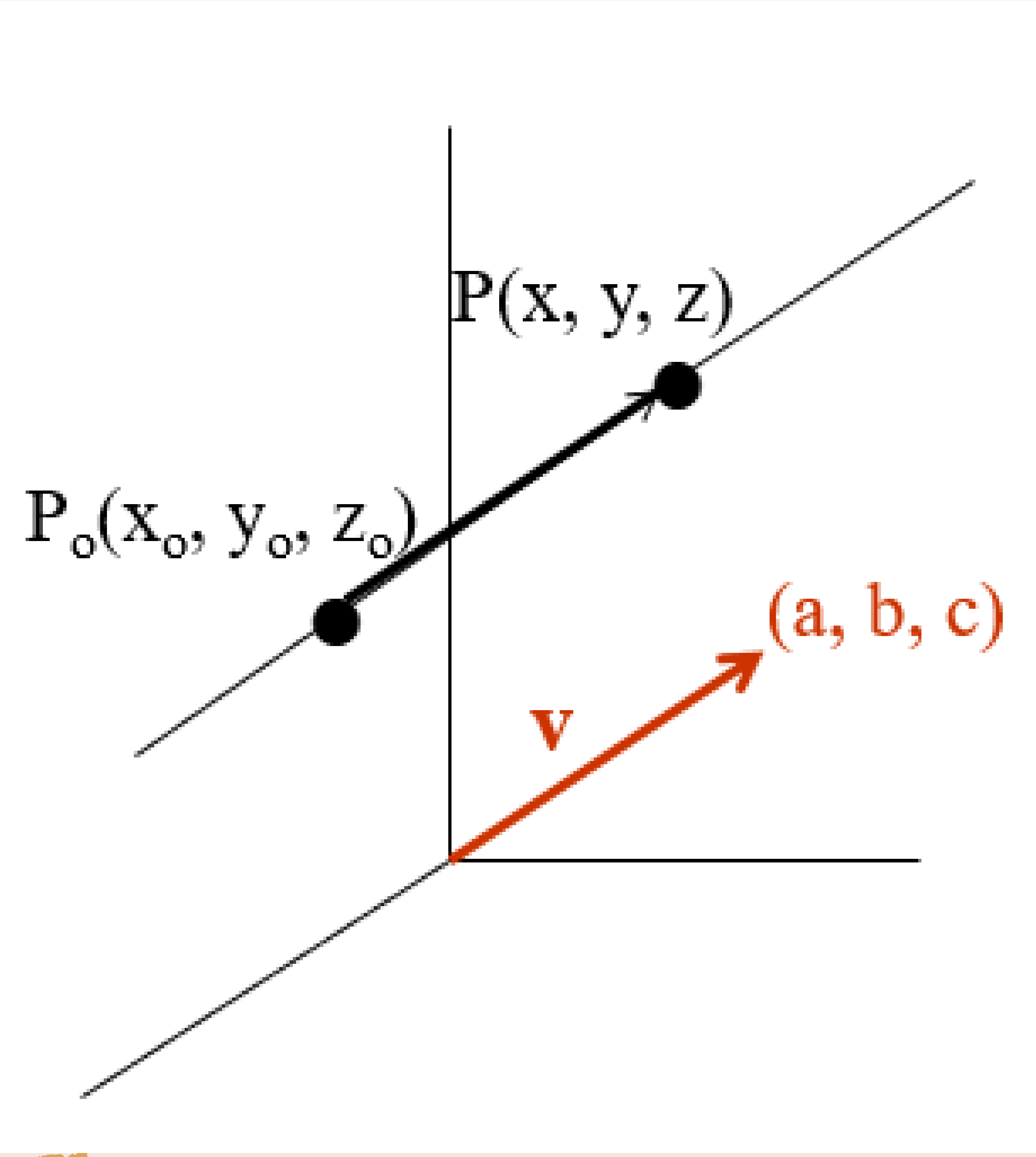
Sehingga, Persamaan Parametrik untuk garis L dengan koor titik P

$$x = ta + x_0$$

$$y = tb + y_0$$

$$z = tc + z_0$$

Persamaan Parametrik Garis Lurus



Diketahui vektor PoP // vektor V (sejajar), sehingga:

$$P_oP = (x - x_o, y - y_o, z - z_o)$$

$$P_oP = t\mathbf{v} \ (t \text{ skalar})$$

$$(x - x_o, y - y_o, z - z_o) = t(a, b, c)$$

- $x-x0 = t \,.\, a$
- $y-y0 = t \,.\, b$
- $z-z0 = t \,.\, c$

contoh 20

Cari Pers. Parametrik utk garis l yang melalui titik P1(2,4,−1) dan P2(5,0,7)

JAWAB

$\bar{v} = \overline{P_1P_2} = (3, -4, 8)$

P_1 terletak pd ℓ

mt $\rightarrow$ $P_0 = (2, 4, -1)$

$\rightarrow$ $\bar{v} = (3, -4, 8)$

$\Rightarrow$

$x = 2 + 3t$

$y = 4 - 4t$

$z = -1 + 8t$

Pembuktian 1

$$t = 1 \rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 5 \\ y = 0 \\ z = 7 \end{array}\right\} \quad P(5, 0, 7)$$

$$\overline{P_0.P} = t.\overline{V}$$

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) = t(a, b, c)$$

$$(5 - 2, 0 - 4, 7 + 1) = 1(3, -4, 8)$$

terbukti

Pembuktian 2

$$\overline{P_0.P} = t.\overline{V}$$

karena $t = 1$ maka $\overline{P_0.P} = \overline{V}$

$$\overline{P_0.P} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

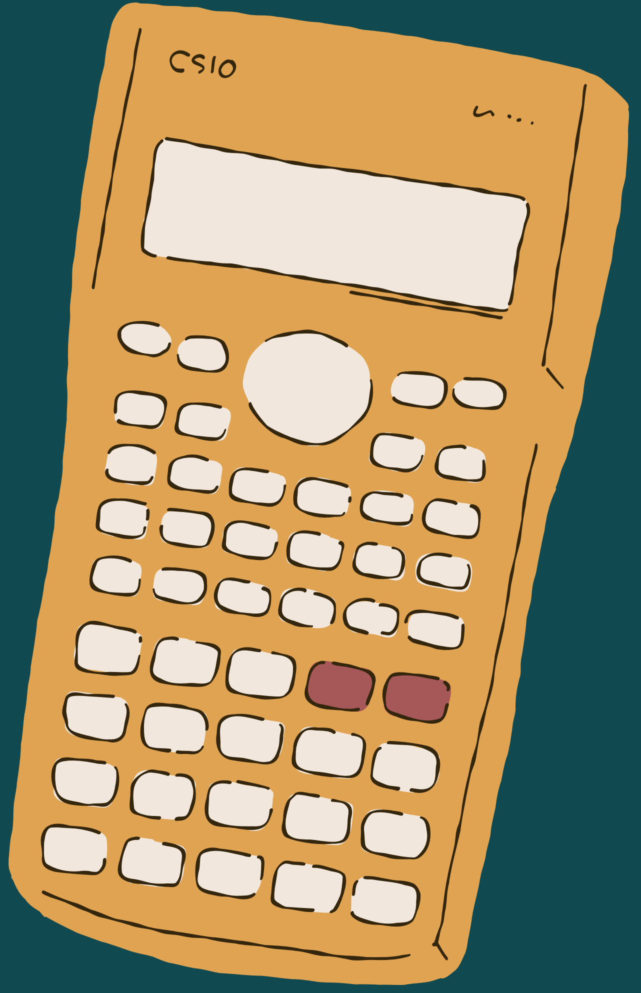
$$\overline{V} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \overline{P_0.P} = \overline{V}$$

Contoh Soal

Soal 1

Cari Pers. Parametrik utk garis l yang melalui titik $A\ (3,-1,0)$ dan $B\ (7,0,8)$



Jawaban:

jawab :

$\overline{P_0 P} = t.\bar{v}$

$P_0 = (7, 0, 8)$

$P = (x, y, z)$

2 $\bar{v} = \overline{AB} = B - A = \begin{pmatrix}7\\0\\8\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\1\\8\end{pmatrix}$

$\overline{P_0 P} = t.\bar{v}$

2 $(x-7), (y), (z-8) = t(4, 1, 8)$

2 $x - 7 = 4t$

$x = 4t + 7$

$y = t$

2

$z - 8 = 8t$

$z = 8t + 8$

2

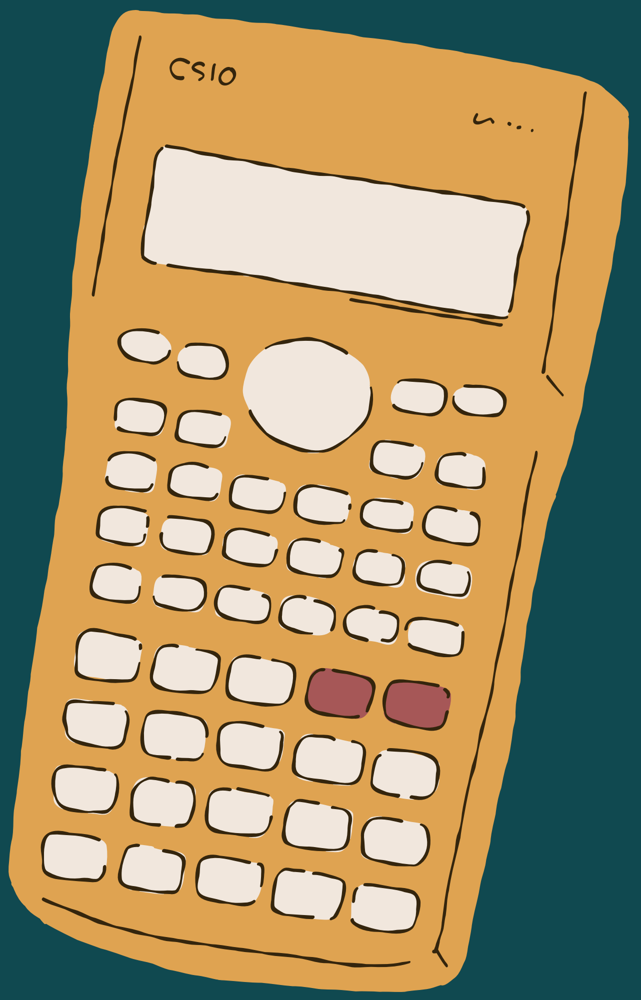
MENCARI PERSAMAAN PARAMETRIK UNTUK PERPOTONGAN GARIS 2 BIDANG

Contoh Soal

Soal 2

Cari Pers. Parametrik untuk garis perpotongan dari 2 bidang dibawah ini dengan gauss-jordan

$$-4x + 5y - 7z - 388 = 0$$
$$9x + 6y - 2z + 215 = 0$$



Jawaban:

-4	x	5	y	-7	z	-388	=	0
9	x	6	y	-2	z	215	=	0

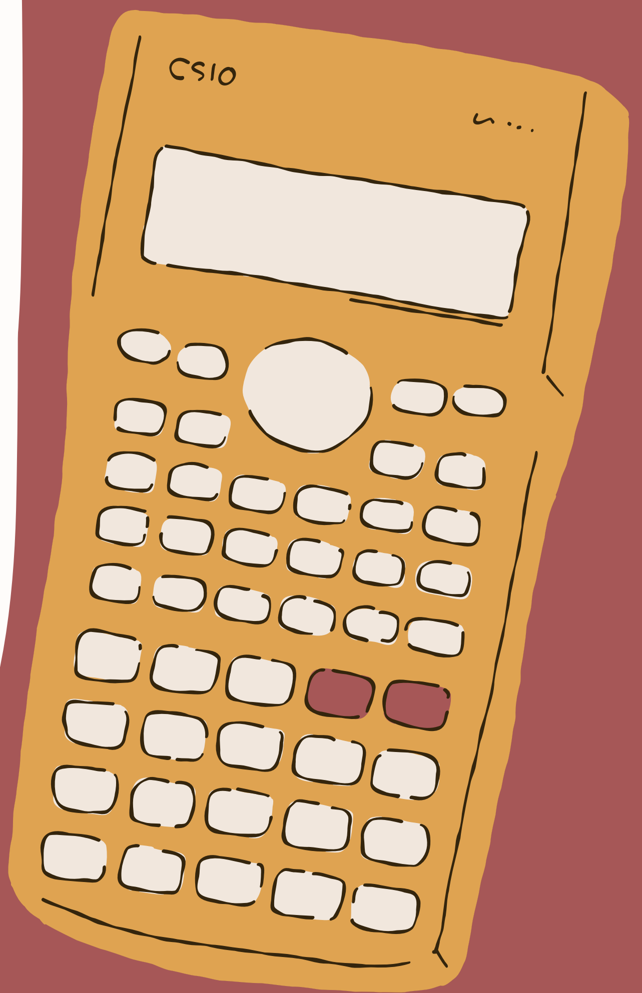
1	-1.25	1.75	-97
9	6	-2	-215
1	-1.25	1.75	-97
0	17.25	-17.8	658
1	-1.25	1.75	-97
0	1	-1.03	38.14
1	0	0.463	-49.33
0	1	-1.03	38.14

1. Pada iterasi 1, berapa nilai sel (1,2)? -1,25

2. Pada iterasi 2, berapa nilai sel (2,3)? -17,8

3. Pada iterasi 3, berapa nilai sel (2,3)? -1,03

4. Pada iterasi 4, berapa nilai sel (1,3)? 0,46



Jawaban:

Sehingga diperoleh Persamaan Parametrik yang terbentuk:

5. Nilai Z = t

6. Nilai Y ?

$y - 1{,}03\,t = 38{,}14$

$y = 38{,}14 + 1{,}03\,t$

7. Nilai X ?

$x + 0{,}46\,t = -49{,}33$

$x = -49{,}33 - 0{,}46\,t$

$Z = t$

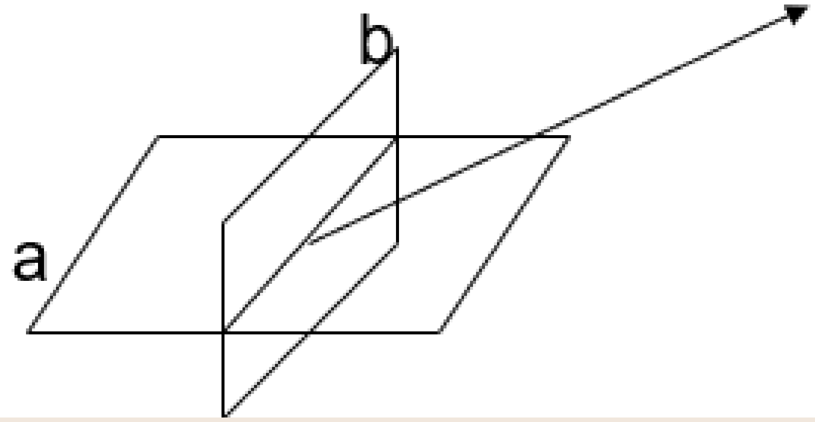
$Y = 38{,}14 + 1{,}03\,t$

$X = -49{,}33 - 0{,}46\,t$

PERSAMAAN SIMETRIK

Persamaan Simetrik

Adalah Persamaan Garis yang memotong 2 bidang atau lebih sehingga bisa digunakan untuk mencari Persamaan Bidang



Garis → terdiri dari banyak titik

→ cari pers. Parametrik / pers utk titik - titik

$$\overline{PoP} = t.\ \overline{v}$$

$$(x - x_0,\ y - y_0,\ z - z_0) = (ta,\ tb,\ tc)$$

→ t – nya sama, sehingga dapat dijadikan persamaan

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

Persamaan Simetrik

Karena t bernilai sama, maka akan ada 2 persamaan bidang yang berpotongan

$$\frac{x - x0}{a} \qquad \frac{y - y0}{b} \qquad \text{bidang 1}$$

$$\frac{x - x0}{a} \qquad \frac{z - z0}{c} \qquad \text{bidang 2}$$

$$\frac{x - x0}{a} \qquad \frac{z - z0}{c} \qquad \text{bidang 1}$$

$$\frac{y - y0}{b} \qquad \frac{z - z0}{c} \qquad \text{bidang 2}$$

Contoh Soal

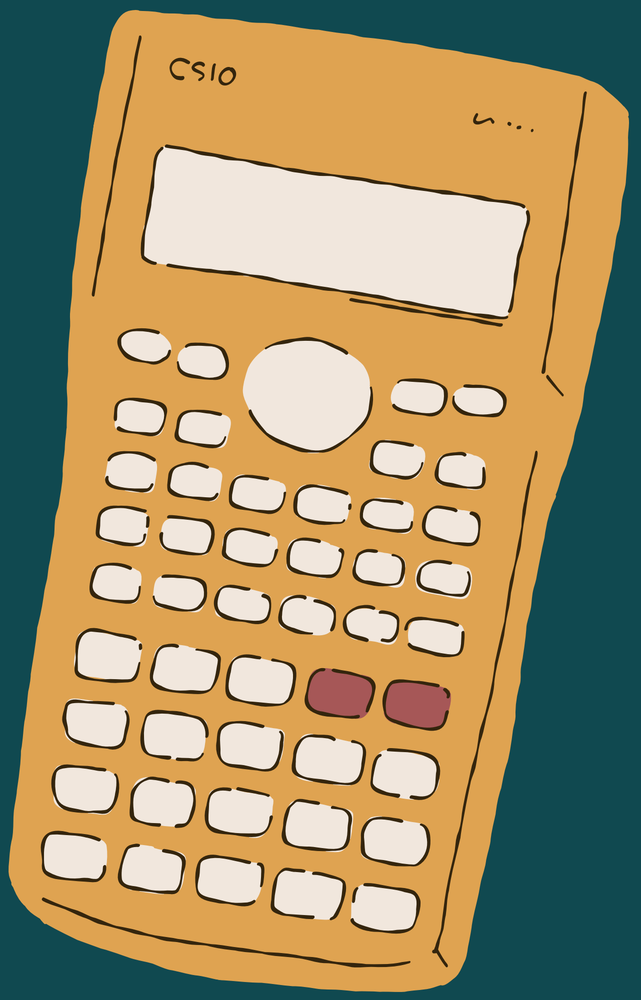
Soal 3

Carilah 2 bidang yang perpotongannya adalah garis:

$$x = 3 + 4t$$
$$y = -3 + 11t$$
$$z = 7 - 12t$$

bidang 1: antara x dan y

bidang 2: antara x dan z



Jawaban:

Karena t bernilai sama, maka kita ubah menjadi persamaan di bawah ini:

jawab :

3 $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+3}{11} = \dfrac{z-7}{-12}$

2 bidang 1 $\rightarrow \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y+3}{11}$

2 $11x - 33 = 4y + 12$

2 $11x - 4y - 45 = 0$

bidang 2 $\rightarrow$ 2 $\dfrac{x-3}{4} = \dfrac{z-7}{-12}$

$-12x + 36 = 4z - 28$ 2

$-12x - 4z + 64 = 0$ 2

Mencari Jarak

Jarak 1

Jarak dari titik ke bidang

Jarak 2

Jarak antara 2 bidang sejajar

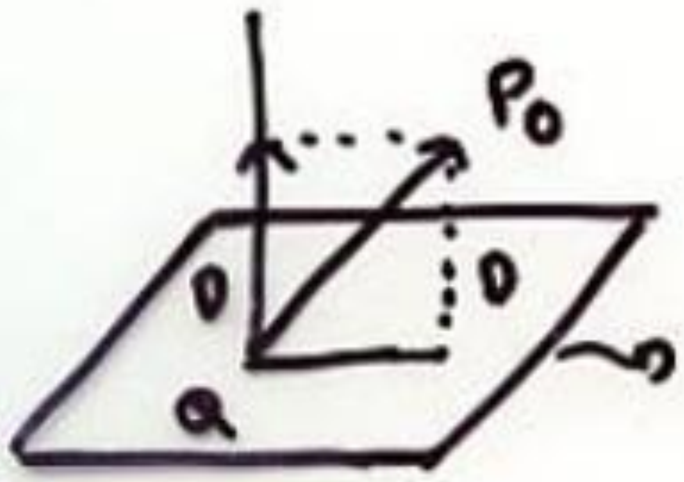
Jarak titik ke bidang

Jarak titik ke bidang bisa dicari, jika:

- diketahui suatu titik
- diketahui persamaan garis

jarak (D) antara $P_0(x_0, y_0, z_0)$ dgn bidang $ax + by + cz + d = 0$

$$D = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$



$P_0 = (x_0, y_0, z_0)$

$Q = (x_1, y_1, z_1)$

bidang $ax + by + cz + d = 0$

contoh 2.3

Carilah jarak (D) antara titik (1,−4,−3) dengan bidang

$$2x - 3y - 6z = 1$$

JAWAB

Pertama, kita perlu merubah bidang menjadi bentuk

$$2x - 3y - 6z - 1 = 0$$

Jawab

Lalu kita identifikasi:

$$x_o = 1 \qquad a = 2$$
$$y_o = -4 \qquad b = -3$$
$$z_o = -3 \qquad c = -6$$
$$d = -1$$

Jawab

Kita masukkan ke dalam persamaan, sehingga:

$$D = \frac{|(2)(1) + (-3)(-4) + (-6)(-3) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2}} = \frac{31}{7}$$

Jarak 2 bidang sejajar

Misalkan terdapat 2 buah bidang, yakni:

- A (Alpha)
- B (Beta)

Langkah Selanjutnya:

1. Tentukan Sembarang Titik T pada bidang A
2. Lalu, hitung jarak antara Titik T terhadap bidang B

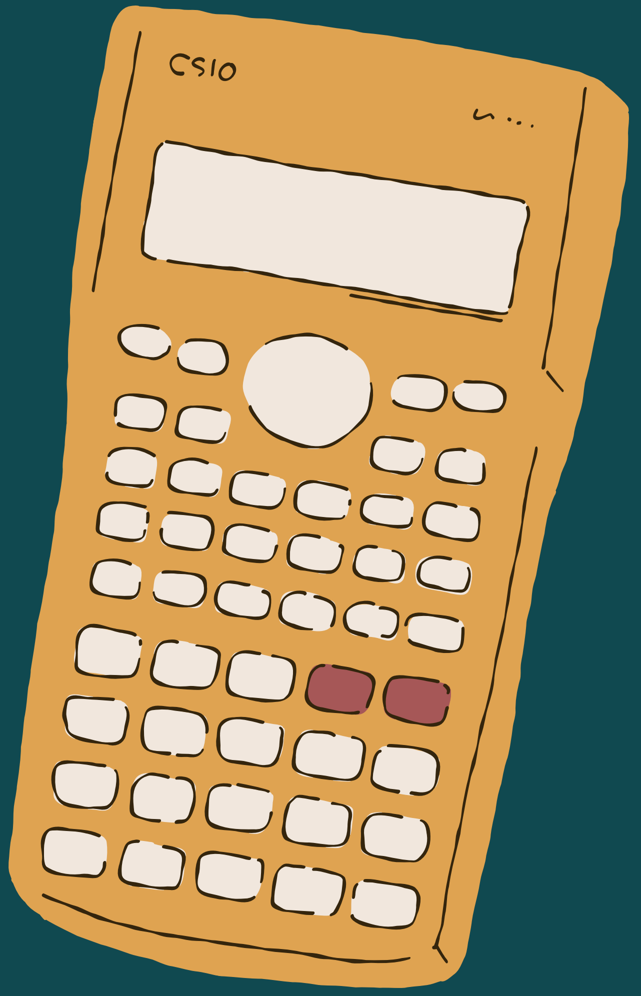
Contoh Soal

Soal 4

Carilah jarak antara bidang 1 dengan bidang 2

- Bidang 1 : $-2x + 3y - 5z = 7$
- Bidang 2 : $-6x + 9y - 15z = 18$

Misalkan titik T berada pada bidang 2 (0,2,0)



Jawaban:

jawab :

titik pd bidang 2 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$ $(0, 2, 0)$ 2

bidang 1 $\rightarrow -2x + 3y - 5z - 7 = 0$ 2

$x_0 = 0$

$y_0 = 2$

$z_0 = 0$

$a : -2$

$b : 3$

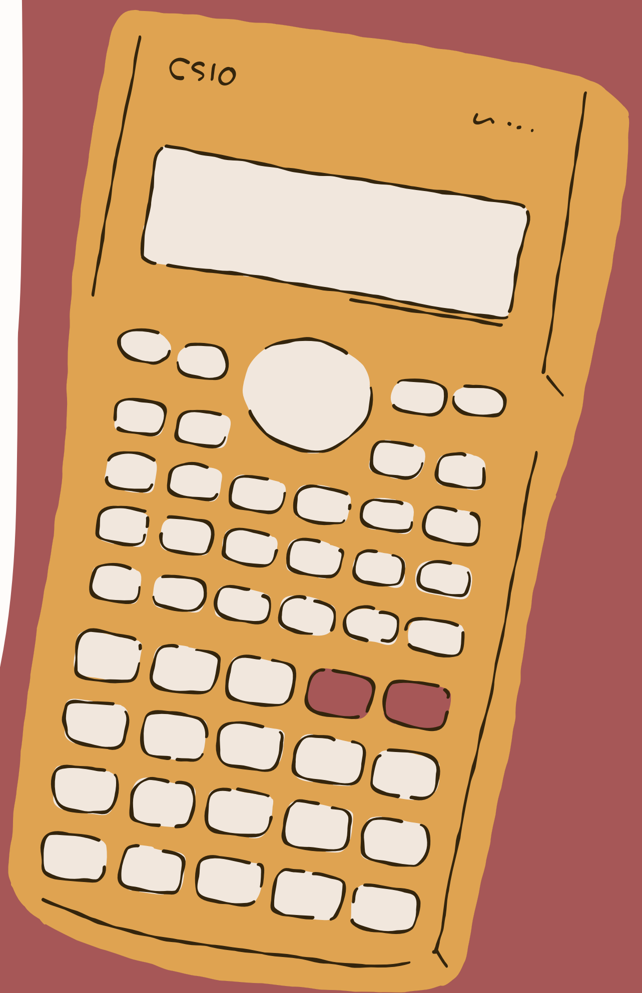
$c : -5$

$d : -7$

$$d = \frac{|a.x_0 + b.y_0 + c.z_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

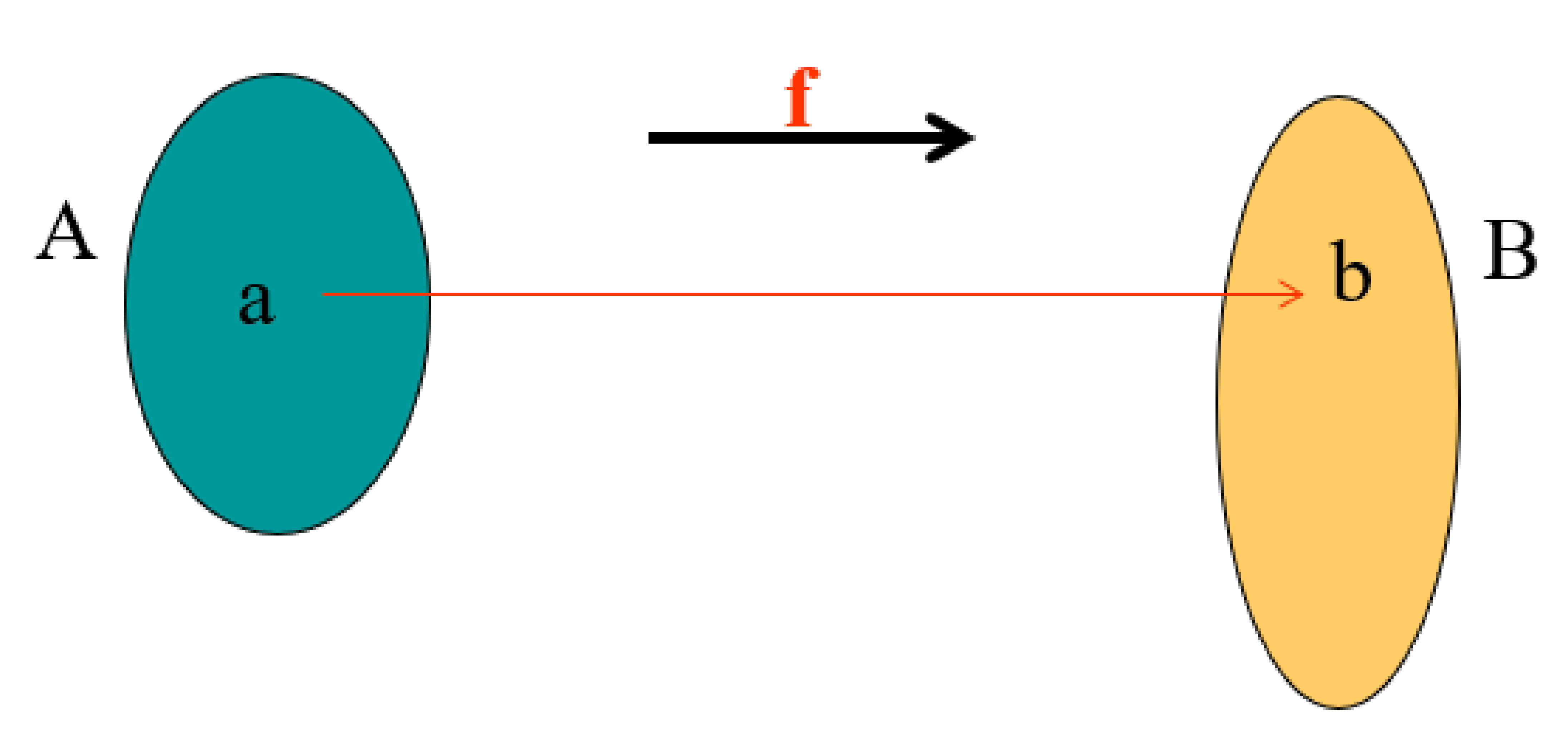
$$= \frac{|-2.0 + 3.2 - 5.0 - 7|}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-5)^2}}$$ 3

$$d = \frac{1}{\sqrt{38}}$$ 3



Transformasi Linier

Fungsi



Adalah Pemetaan (mapping) dari Himpunan A ke Himpunan B

1. Notasi $f : A \to B$
2. Himpunan A disebut DOMAIN(f)
3. Himpunan B disebut CODOMAIN(f)
4. Tiap elemen A dipasangkan dengan (associated with) satu elemen B
5. Himpunan semua elemen b yang punya pasangan di A disebut RANGE(f)
6. Notasi f(a) = b, b disebut bayangan (image) dari a

Transformasi Linier

Pemetaan fungsi

$$f : R^n \rightarrow R^m$$

disebut TRANSFORMASI

dan disimbolkan dengan:

$$T : R^n \rightarrow R^m$$

$$T : R^n \rightarrow R^m$$

T sering disebut sebagai TRANSFORMASI LINIER, jika:

1. $T\,(u + v) = T\,(u) + T\,(v)$

   (Penjumlahan 2 vektor)

2. $T\,(c.\,u) = c.\,T\,(u)$

   (Perkalian skalar dengan vektor)

*catatan:

1. u,v adalah vektor di ruang m
2. c adalah skalar
3. T(u+v), T(u), T(v), T(c.u) adalah vektor di ruang n

Transformasi Linier

$$T : R^n \rightarrow R^m$$

Transformasi T juga dapat "digantikan" ke dalam bentuk Matriks -> (Matriks berukuran M x N)

Berikut adalah gambaran transformasi:

x = (x1,x2,x3,...,xn) -> w(w1,w2,w3,...,wn)

jika,

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_4)^T \rightarrow w = (w_1, w_2, \ldots, w_4)^T$$

maka Transformasi dapat "digantikan" ke bentuk:

$$Ax = w$$

dimana A adalah Matriks Standar untuk Transformasi Linier T

contoh 1

Berikut ini adalah Transformasi dari

$$R^2 \to R^3$$

$$w_1 = x_1 + x_2$$

$$w_2 = 3x_1x_2$$

$$w_3 = {x_1}^2 + {x_2}^2$$

JAWAB

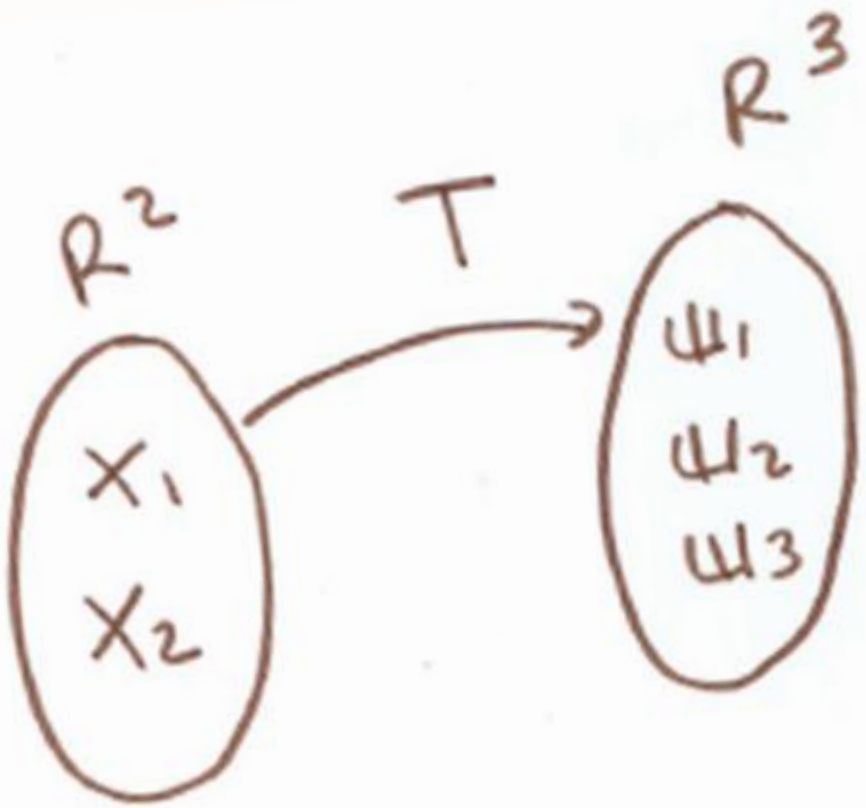
dengan mendefinisikan

$$T : R^2 \to R^3$$

maka

$$T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 3x_1x_2, {x_1}^2 + {x_2}^2)$$

Jawab



$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ 3x_1 x_2 \\ x_1^2 - x_2^2 \end{pmatrix}$$

jk $x_1 = 1$ & $x_2 = -2$

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2 \\ 3 . 1 . -2 \\ 1^2 - (-2)^2 \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$T . X = W$$

$$A . X = W$$

↳ matrix standar

contoh 2

Tentukan Matriks baku (A) dari

$$R^3 \to R^4$$

$$w_1 = x_1 + x_2$$

$$w_2 = x_1 - x_2$$

$$w_3 = x_3$$

$$w_3 = x_1$$

Jawab

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ x_3 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

$$A \quad x = w$$

↳ matrix baku

$$\begin{bmatrix} \quad A \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ x_3 \\ x_1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{4 \times 3}$$

$$4 \times 3 \quad 3 \times 1 = 4 \times 1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ x_3 \\ x_1 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

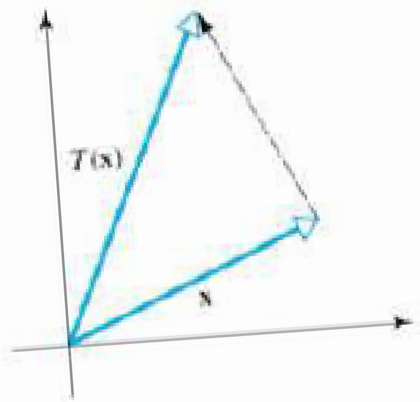
$$\begin{bmatrix} 1x_1 + 1x_2 + 0x_3 \\ 1x_1 - 1x_2 + 0x_3 \\ 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 \\ 1x_1 + 0x_2 + 0x_3 \end{bmatrix}$$

Contoh

The linear transformation $T: R^4 \longrightarrow R^3$ defined by the equations

$$
\begin{aligned}
w_1 &= 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 \\
w_2 &= 4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 \\
w_3 &= 5x_1 - x_2 + 4x_3
\end{aligned}
$$

can be expressed in matrix form as



(b) T maps vectors to vectors

$$
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & -5 \\ 4 & 1 & -2 & 1 \\ 5 & -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}
$$

so the standard matrix for T is

$$
A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & -5 \\ 4 & 1 & -2 & 1 \\ 5 & -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}
$$

The image of a point (x_1, x_2, x_3, x_4) can be computed directly from the defining equations 5 or from 6 by matrix multiplication. For example, if $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, -3, 0, 2)$, then substituting in 5 yields

$$
w_1 = 1, \quad w_2 = 3, \quad w_3 = 8
$$

(verify) or alternatively from 6,

$$
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & -5 \\ 4 & 1 & -2 & 1 \\ 5 & -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}
$$

Contoh Operasi Transformasi

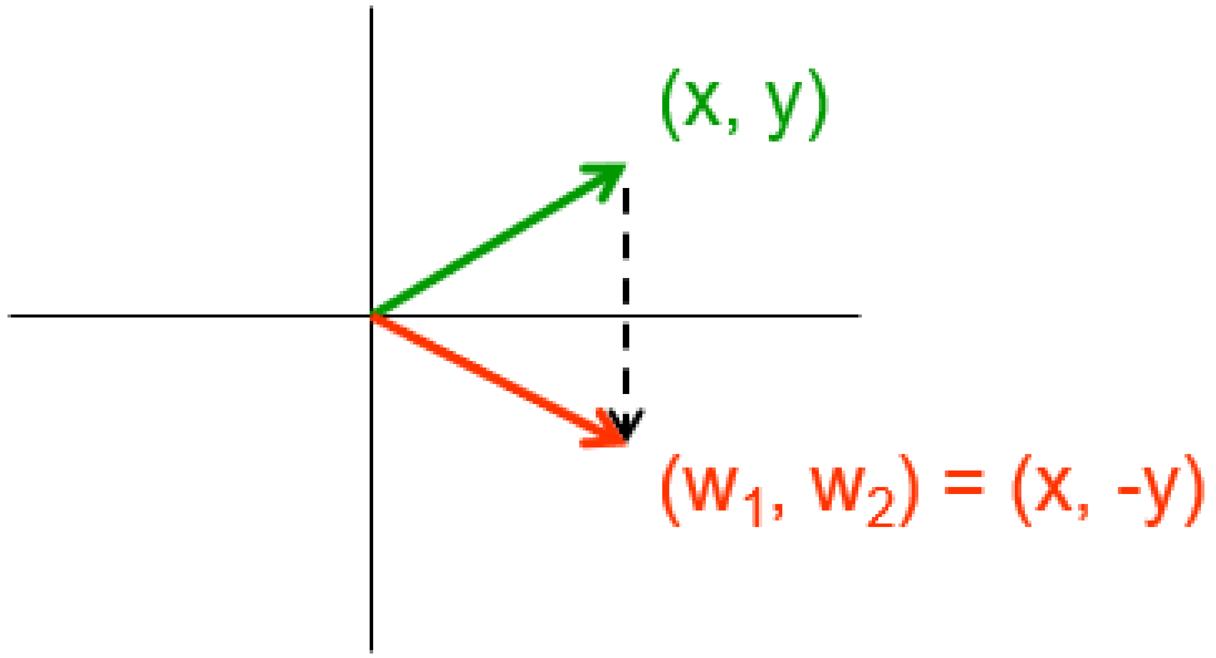
1. Pencerminan
2. Proyeksi Orthogonal
3. Rotasi
4. Kontraksi
5. Dilatasi

Pencerminan Sumbu

operator

pencerminan
terhadap sumbu-x

ilustrasi



persamaan

$$w_1 = x \quad = 1x + 0y$$

$$w_2 = -y \quad = 0x + (-1)y$$

matriks standar

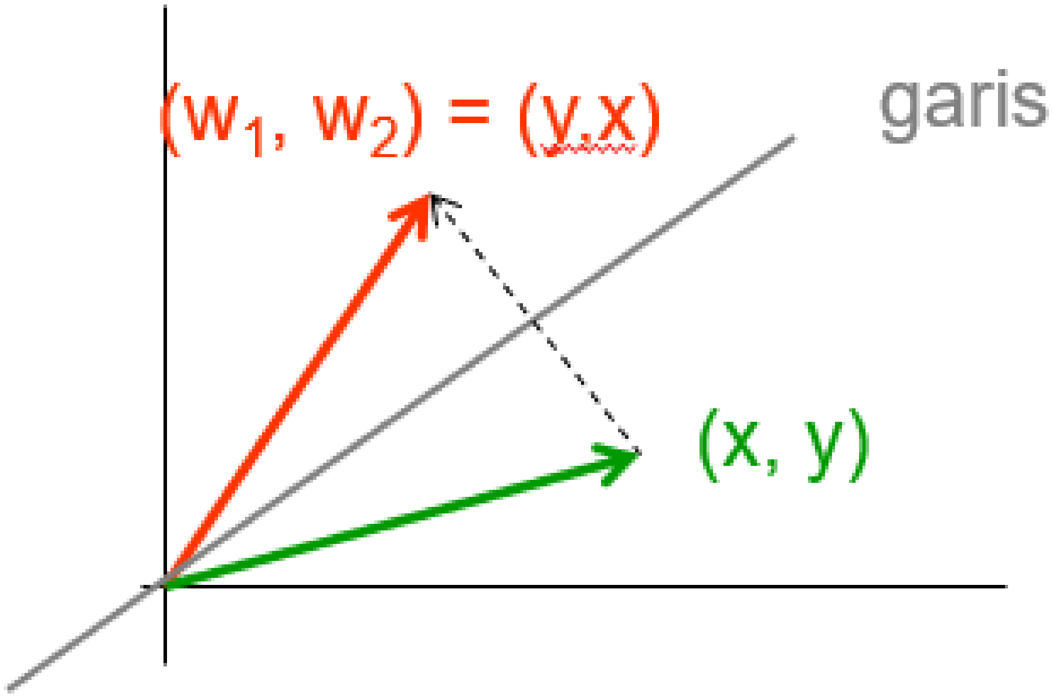
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Pencerminan Sumbu

operator

pencerminan
terhadap garis $y = x$

ilustrasi



persamaan

$w_1 = y \;\; = 0x + 1y$

$w_2 = x \;\; = 1x + 0y$

matriks standar

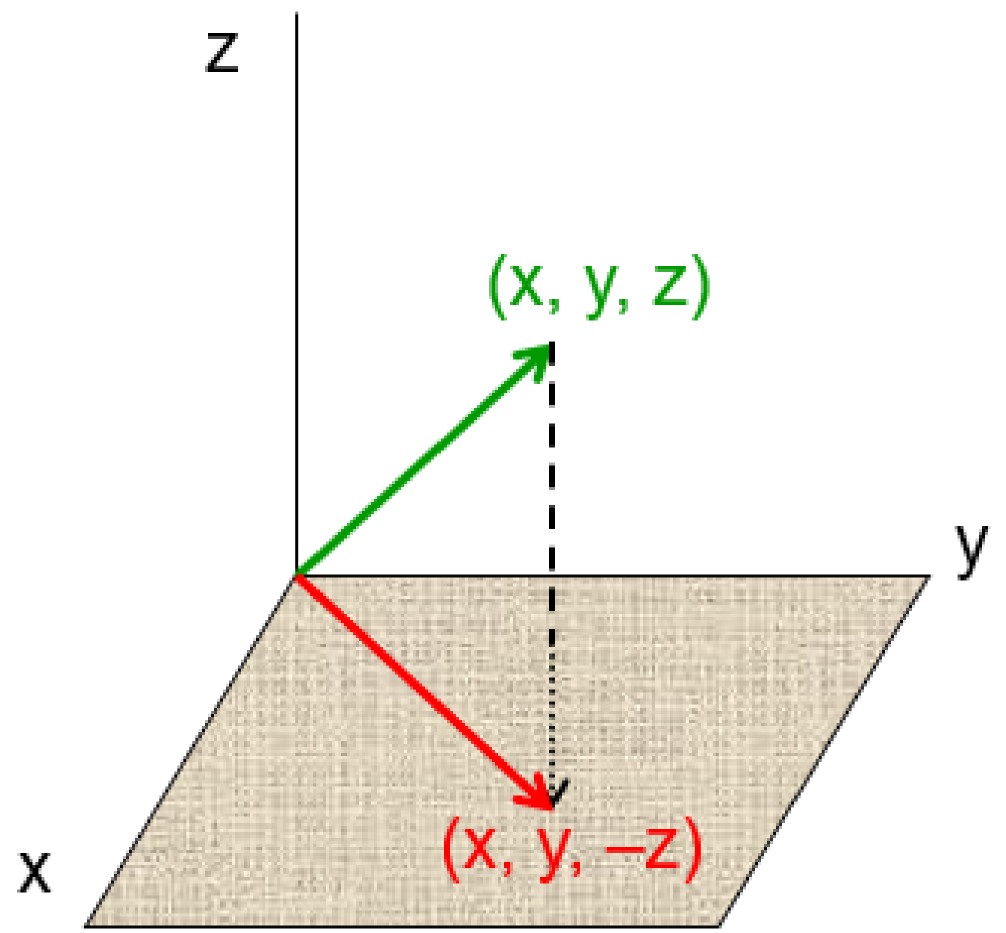
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Pencerminan Bidang

operator

pencerminan
terhadap bidang xy

ilustrasi



persamaan

$w_1 = \ x \ = 1x + 0y + 0z$

$w_2 = \ y \ = 0x + 1y + 0z$

$w_3 = -z = 0x + 0y + (-1)z$

matriks standar

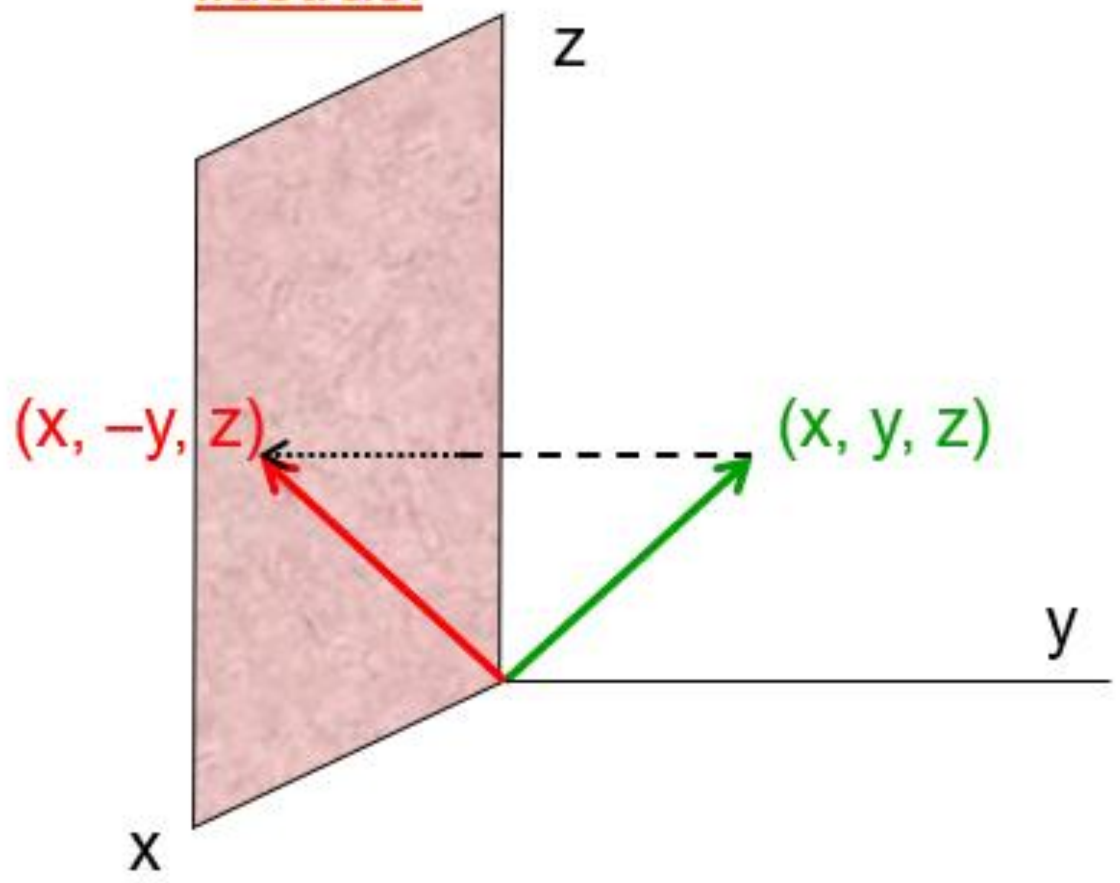
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Pencerminan Bidang

operator

pencerminan terhadap bidang xz

ilustrasi



persamaan

$w_1 = x = 1x + 0y + 0z$

$w_2 = y = 0x + (-1)y + 0z$

$w_3 = -z = 0x + 0y + 1z$

matriks standar

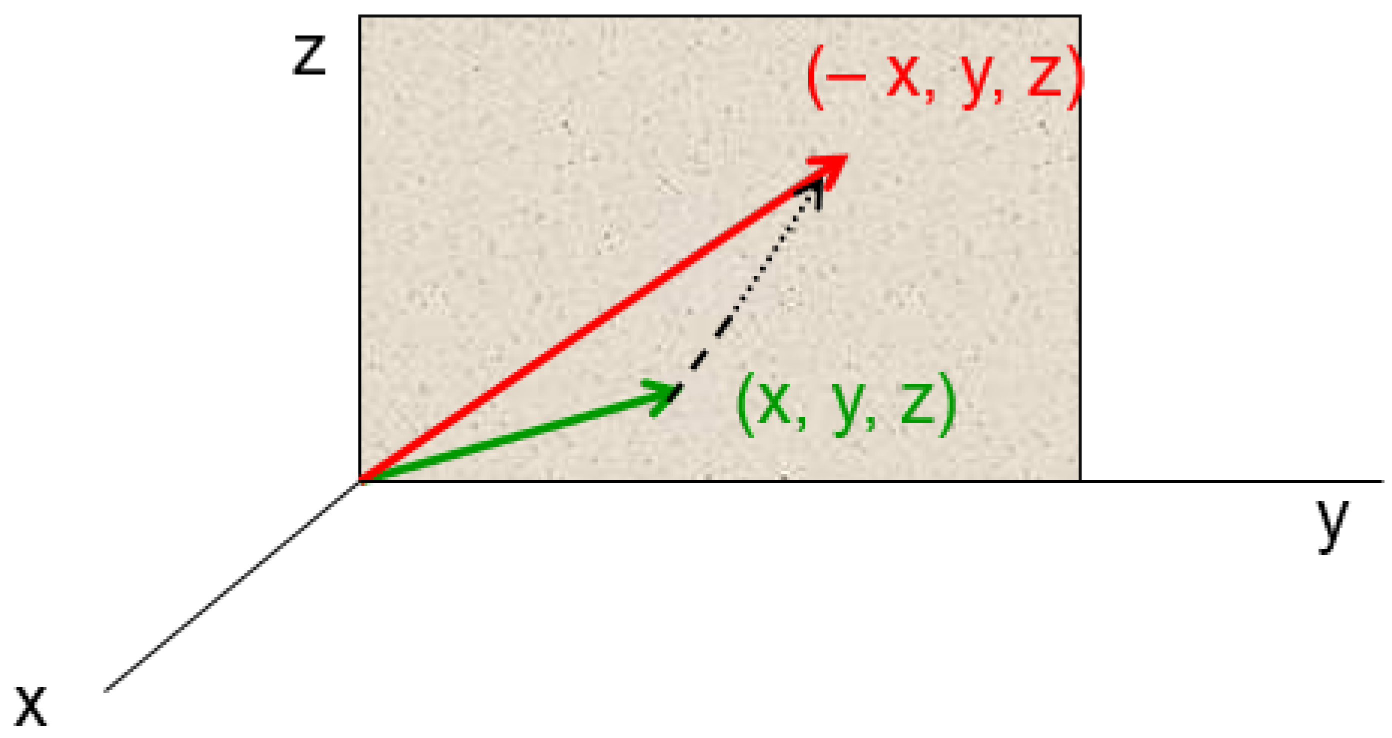
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pencerminan Bidang

operator

pencerminan
terhadap bidang yz

ilustrasi



persamaan

$w_1 = -x = -1x + 0y + 0z$

$w_2 = y = 0x + 1y + 0z$

$w_3 = z = 0x + 0y + 1z$

matriks standar

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

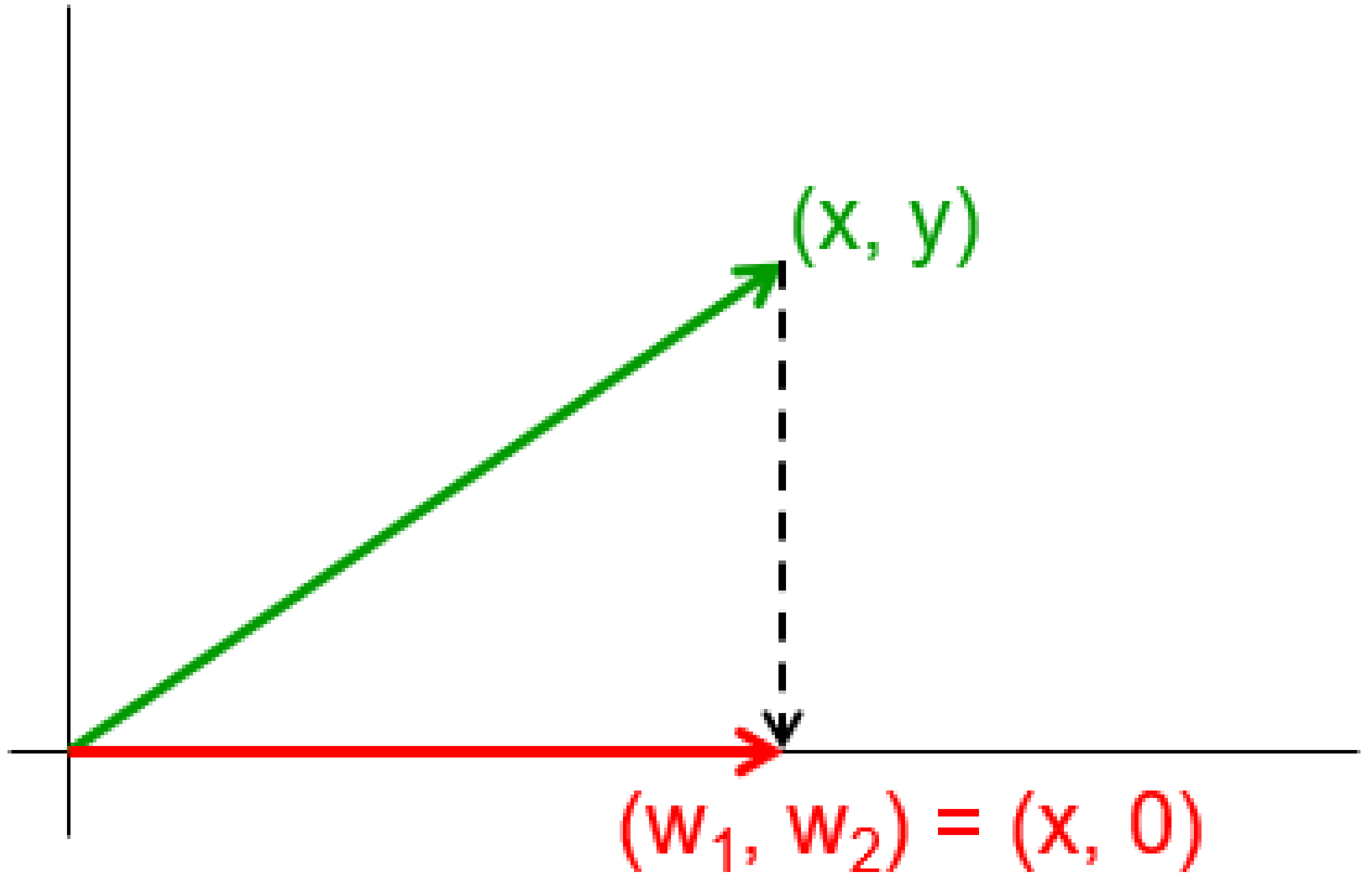
Proyeksi Orthogonal

operator

proyeksi ortogonal

pada sumbu-x

ilustrasi



persamaan

$w_1 = x \;\; = 1x + 0y$

$w_2 = 0 \;\; = 0x + 0y$

matriks standar

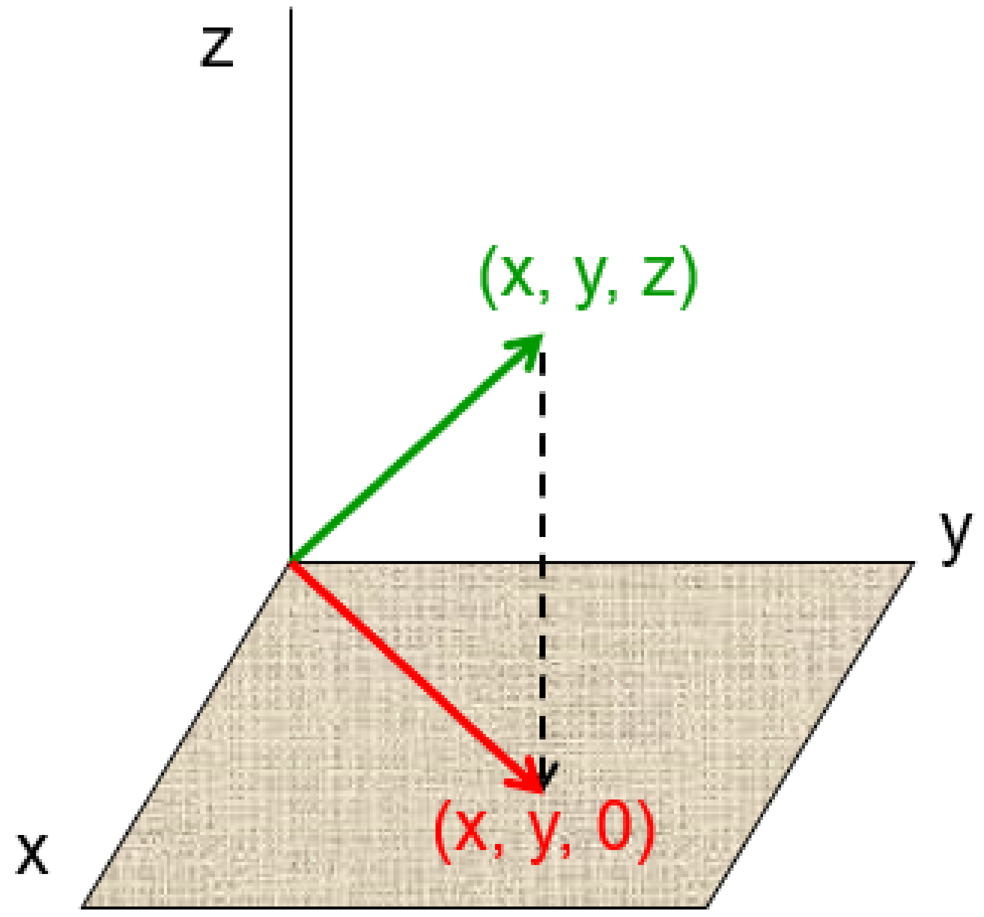
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Proyeksi Orthogonal

operator

proyeksi ortogonal
pada bidang xy

ilustrasi



persamaan

$w_1 = x = 1x + 0y + 0z$

$w_2 = y = 0x + 1y + 0z$

$w_3 = z = 0x + 0y + 0z$

matriks standar

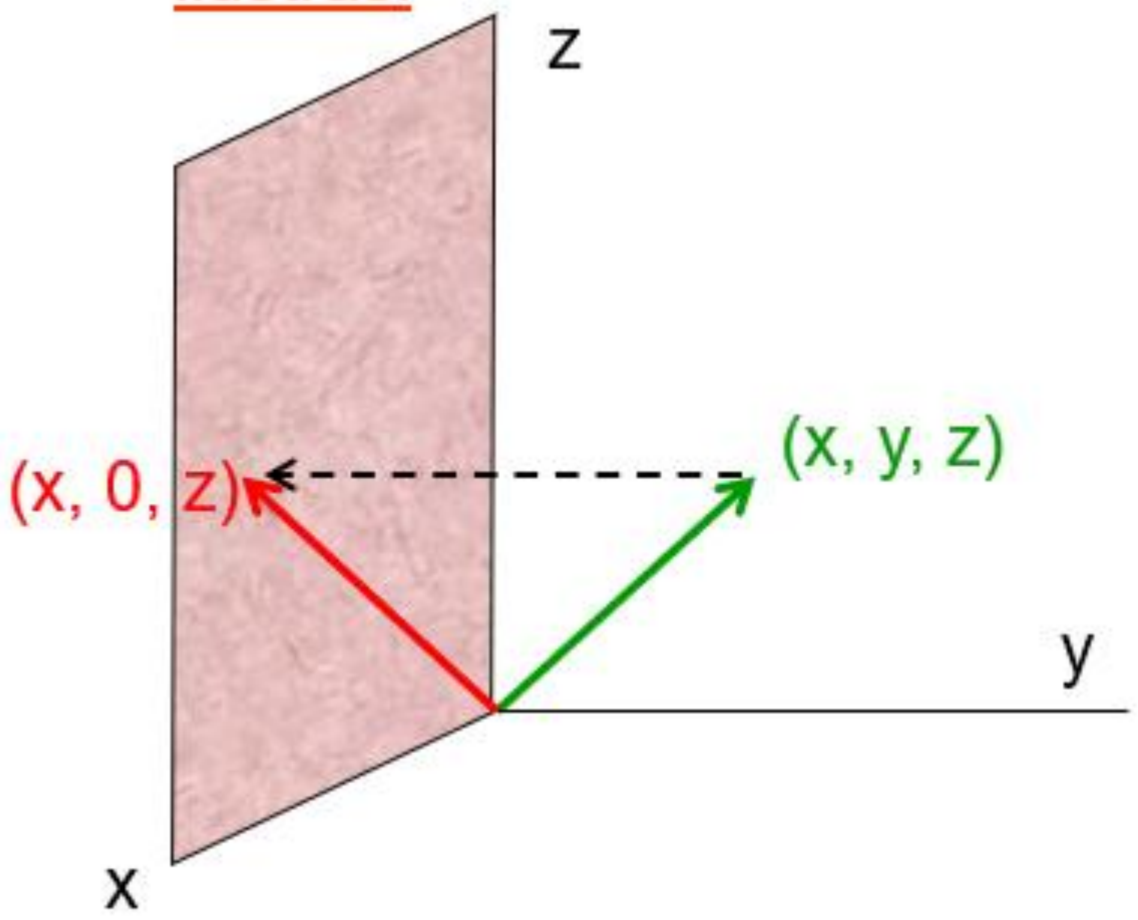
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Proyeksi Orthogonal

operator

proyeksi ortogonal
pada bidang xz

ilustrasi



persamaan

$w_1 = \ x \ = 1x + 0y + 0z$

$w_2 = \ 0 \ = 0x + 0y + 0z$

$w_3 = -z = 0x + 0y + 1z$

matriks standar

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

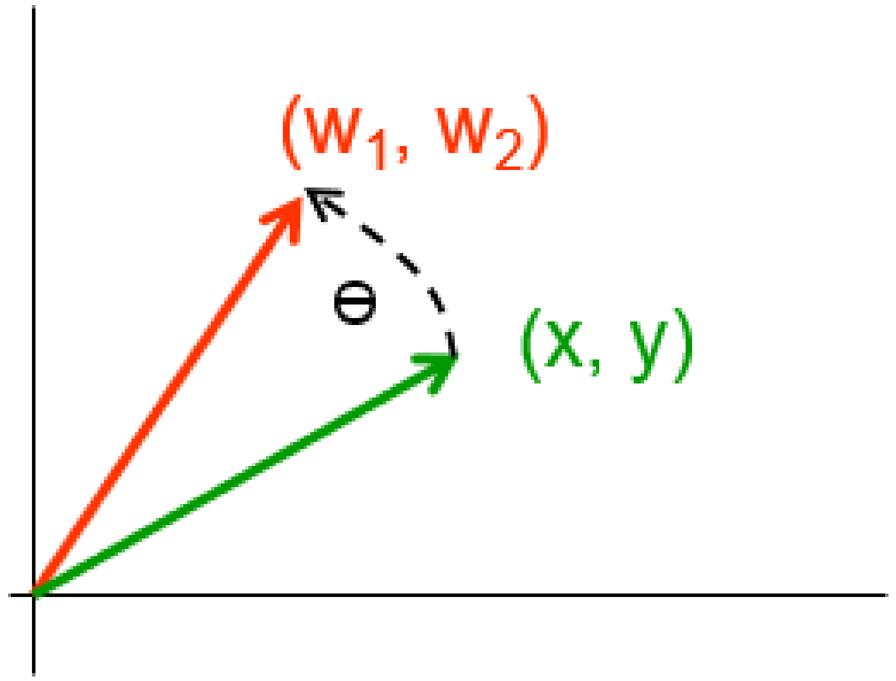
Rotasi

operator

rotasi dengan

sudut rotasi ϴ

ilustrasi



persamaan

$$w_1 = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$w_2 = x \sin \theta + y \cos \theta$$

matriks standar

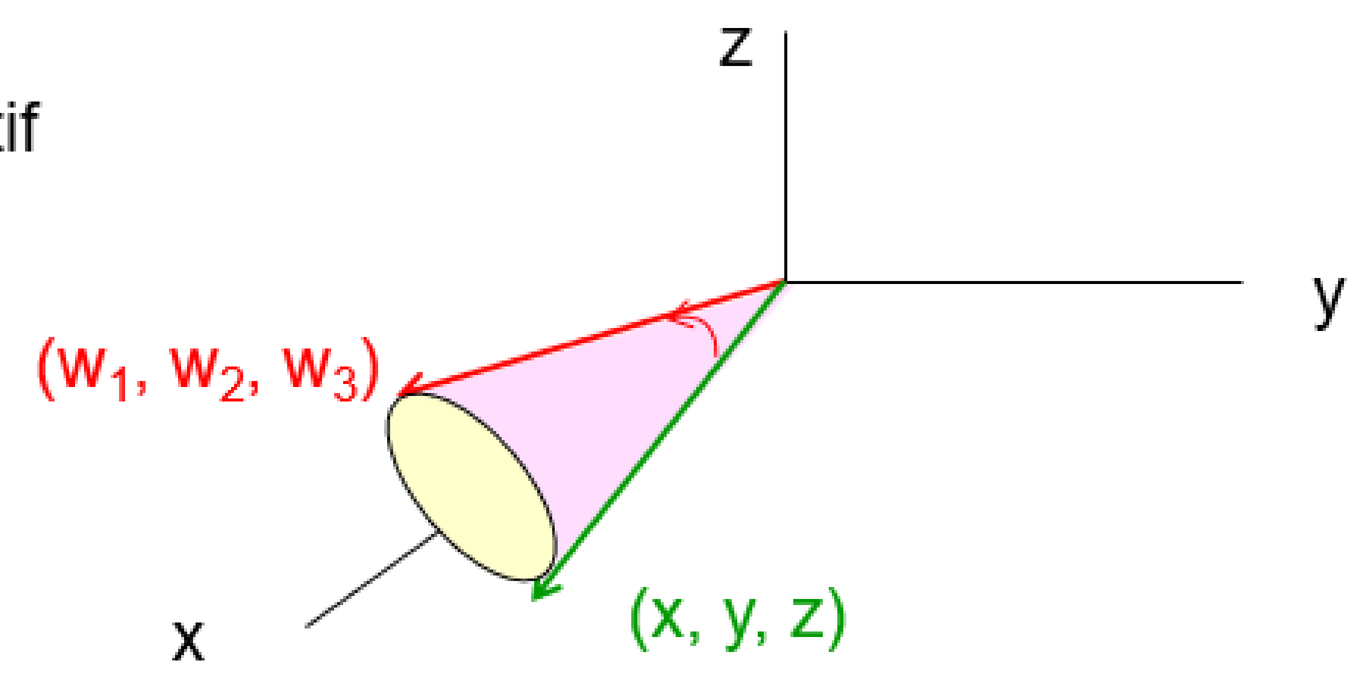
$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Rotasi

operator

rotasi melawan arah jarum jam dengan sumbu rotasi x positif dan sudut rotasi θ

ilustrasi



persamaan

$$w_1 = (\cos\theta)\,x + (-\sin\theta)\,y + 0z$$

$$w_2 = (\sin\theta)\,x + (\cos\theta)\,y + 0z$$

$$w_3 = 0x + 0y + 1z$$

matriks standar

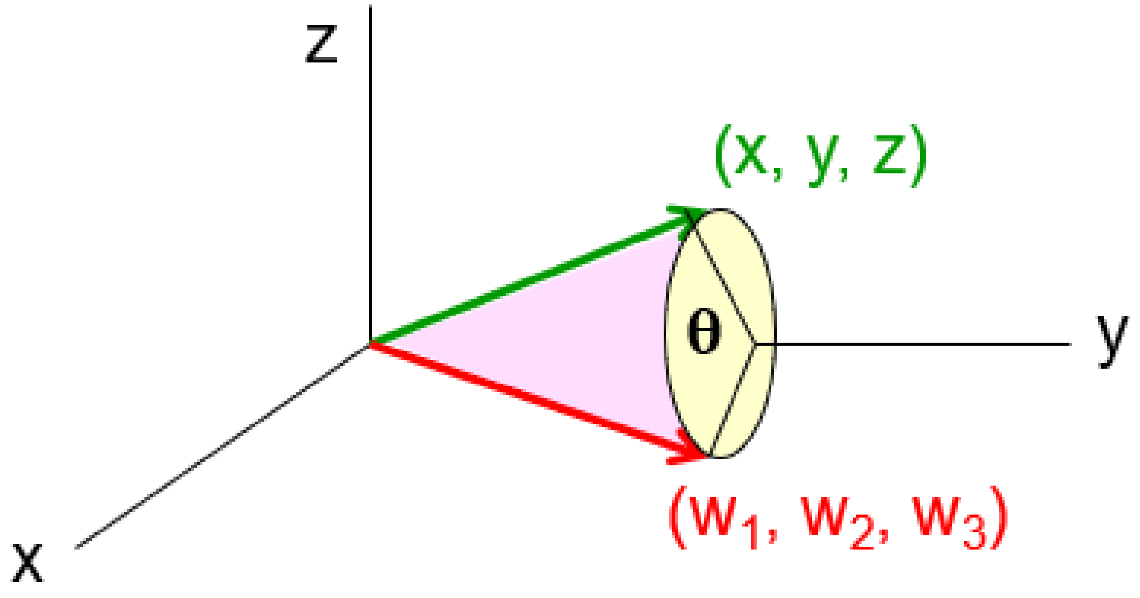
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Rotasi

operator

rotasi melawan arah jarum jam dengan sumbu rotasi y positif dan sudut rotasi θ

ilustrasi



persamaan

$$w_1 = (\cos\theta)\,x + (-\sin\theta)\,y + 0z$$
$$w_2 = (\sin\theta)\,x + (\cos\theta)\,y + 0z$$
$$w_3 = 0x + 0y + 1z$$

matriks standar

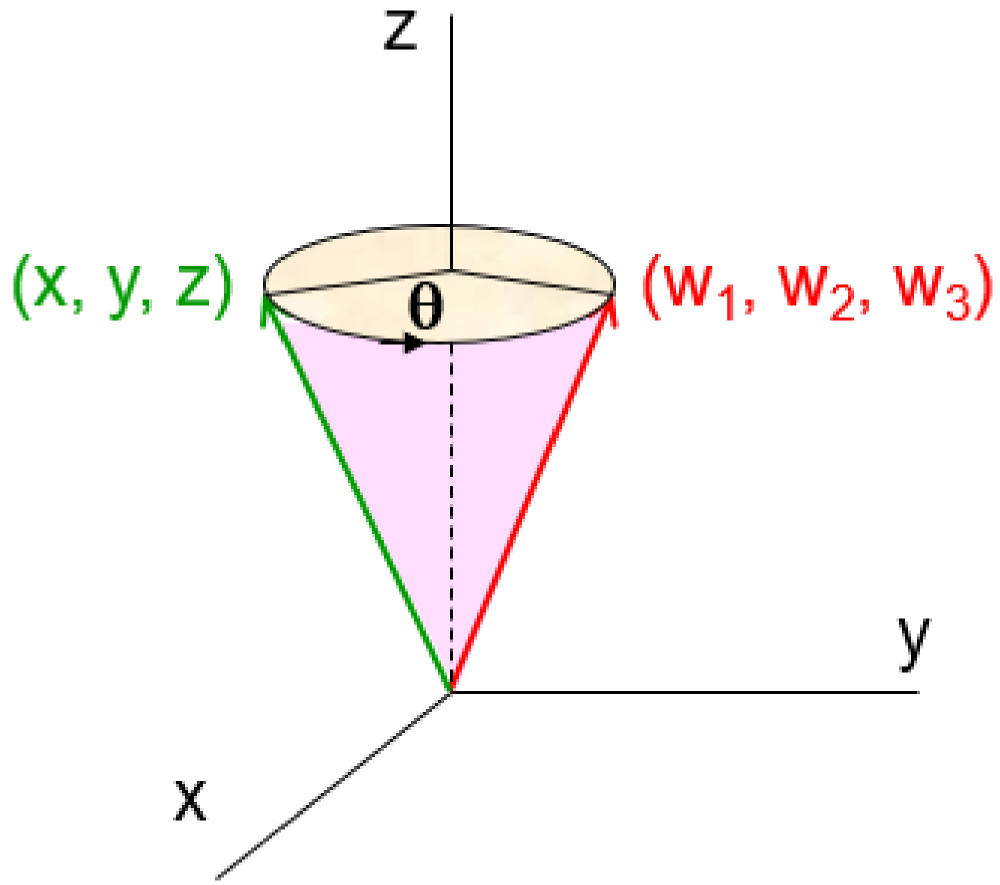
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Rotasi

operator

rotasi melawan arah jarum jam dengan sumbu rotasi z positif dan sudut rotasi θ

ilustrasi



persamaan

$$w_1 = (\cos\theta)\,x + (-\sin\theta)\,y + 0z$$

$$w_2 = (\sin\theta)\,x + (\cos\theta)\,y + 0z$$

$$w_3 = 0x + 0y + 1z$$

matriks standar

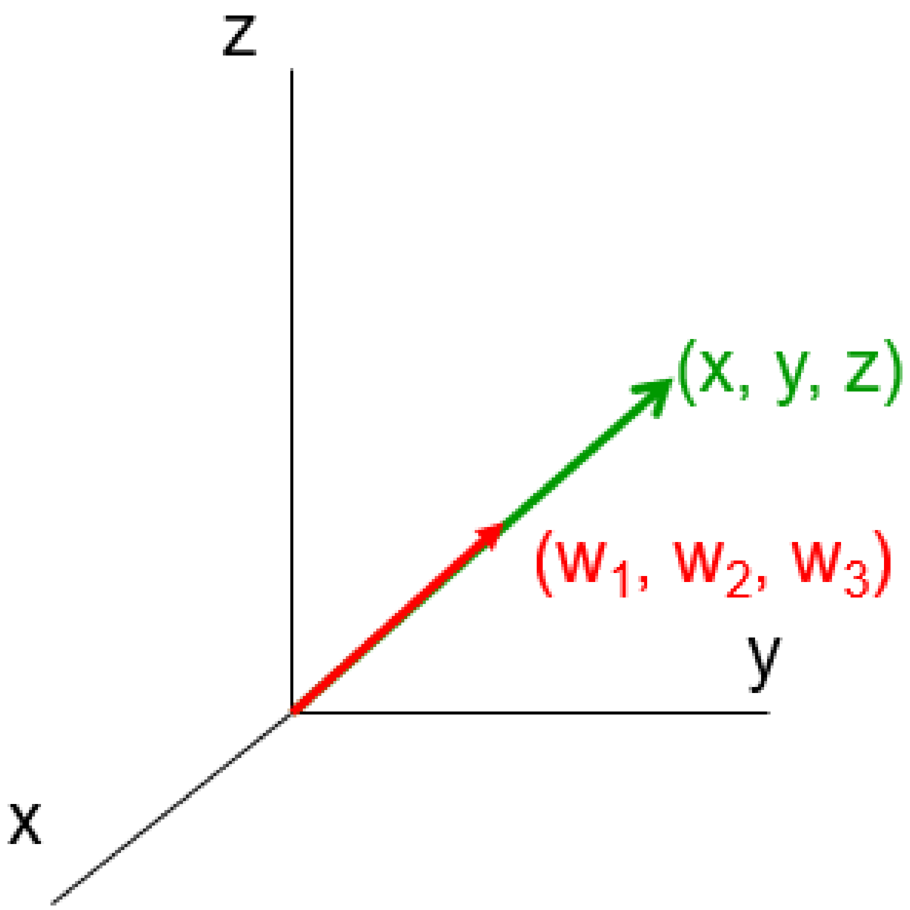
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kontraksi

operator

Kontraksi (penyusutan)
dengan faktor $0 \leq k \leq 1$

ilustrasi



persamaan

$$w_1 = kx + 0y + 0z$$
$$w_2 = 0x + ky + 0z$$
$$w_3 = 0x + 0y + kz$$

matriks standar

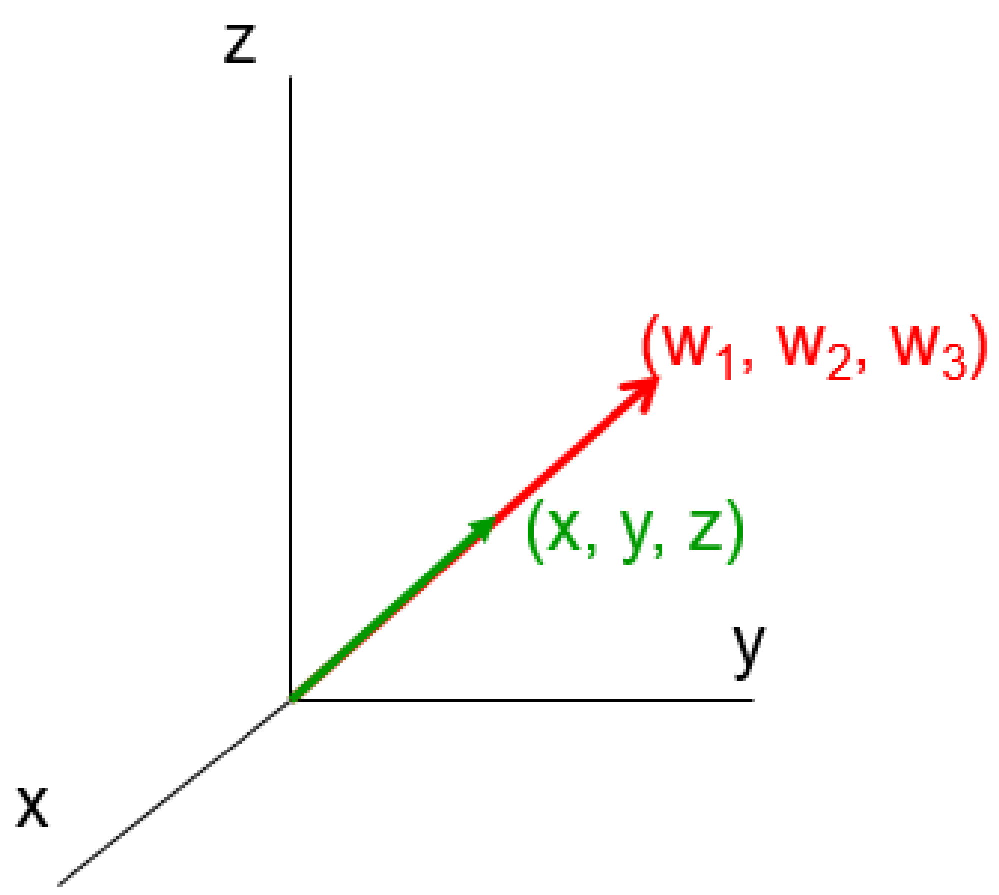
$$\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

Dilatasi

operator

Dilasi (pemuaian/perbesaran)
dengan faktor $k > 1$

ilustrasi



persamaan

$w_1 = kx + 0y + 0z$

$w_2 = 0x + ky + 0z$

$w_3 = 0x + 0y + kz$

matriks standar

$$\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

Contoh

EXAMPLE 5 **Rotation**

If each vector in R^2 is rotated through an angle of $\pi/6(=30^\circ)$, then the image $\mathbf{w}$ of a vector

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

is

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \cos\pi/6 & -\sin\pi/6 \\ \sin\pi/6 & \cos\pi/6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \\ \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \end{bmatrix}$$

For example, the image of the vector

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{is} \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}-1}{2} \\ \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

Komposisi 2 Transformasi

Komposisi 2 Transformasi

Adalah salah satu cara dalam melakukan transformasi, dimana mengoperasikan matriks standar terlebih dahulu.

$$\begin{tikzcd} \mathbf{u} \arrow[r, "T_1"] \arrow[rr, bend right, "T_2 \circ T_1"'] & \mathbf{v} \arrow[r, "T_2"] & \mathbf{w} \end{tikzcd}$$

$$\mathbf{v} = T_1(\mathbf{u})$$

$$\mathbf{w} = T_2(\mathbf{v}) = T_2(T_1(\mathbf{u})) = (T_2 \circ T_1)(\mathbf{u})$$

contoh 2

diketahui vektor $u = (-3, 4)$

Lakukan transformasi:

1. refleksi thdp sb. y
2. proyeksi orthogonal thdp. sb. x

Jawab

dengan cara bertahap:

Komposisi dua / lebih transformasi:

Contoh: $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

1. T_1 refleksi terhadap sumbu-y

   $A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad A_1\mathbf{u} = \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

2. T_2 proyeksi ortogonal pada sumbu-x

   $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad A_2\mathbf{v} = \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

dengan komposisi transformasi

$$A_2 \circ A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (A_2 \circ A_1)\,\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T_2 \circ T_1 = (A_2)(A_1)$$

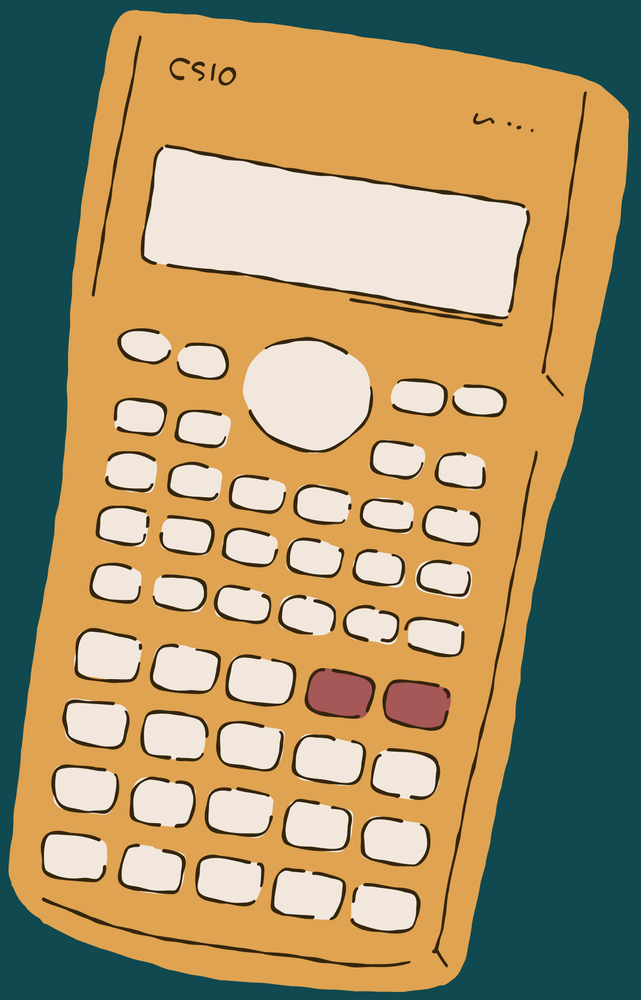
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Contoh Soal

Soal 5

Carilah koordinat akhir dari (−3 , 5), jika dilakukan:

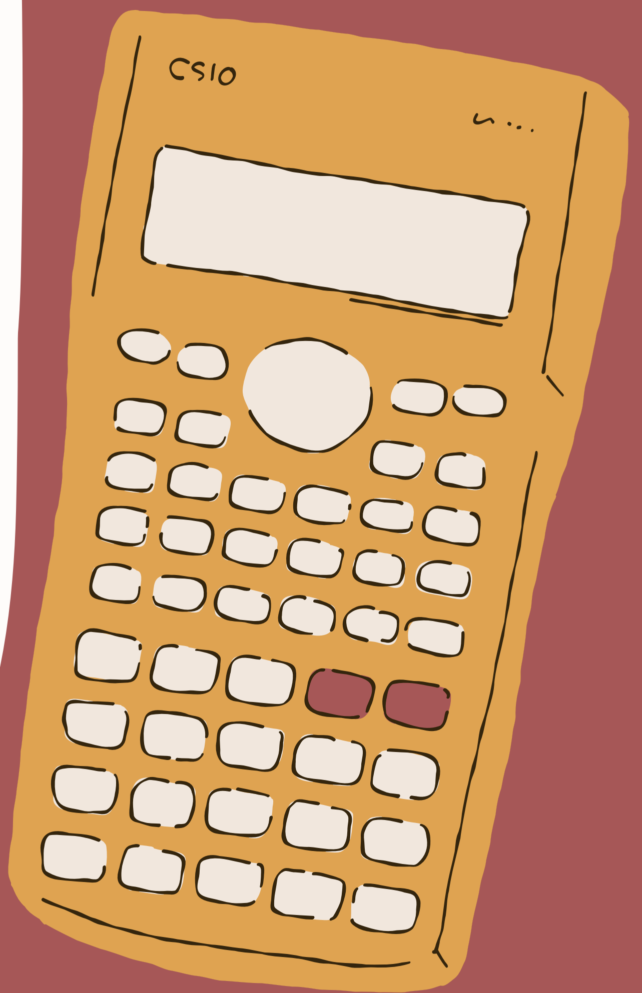
1. dilatasi sebesar k = 3
2. dicerminkan sb. x = y
3. pencerminan thdp sb. x
4. proyeksi orthogonal thdp sb. y
5. rotasi 30 derajat



Cara 1:

- Lakukan step by step perkalian titik dengan matrix,
- titik hasilnya, dikalikan dengan matrix lagi,
- begitu seterusnya, hingga akhir

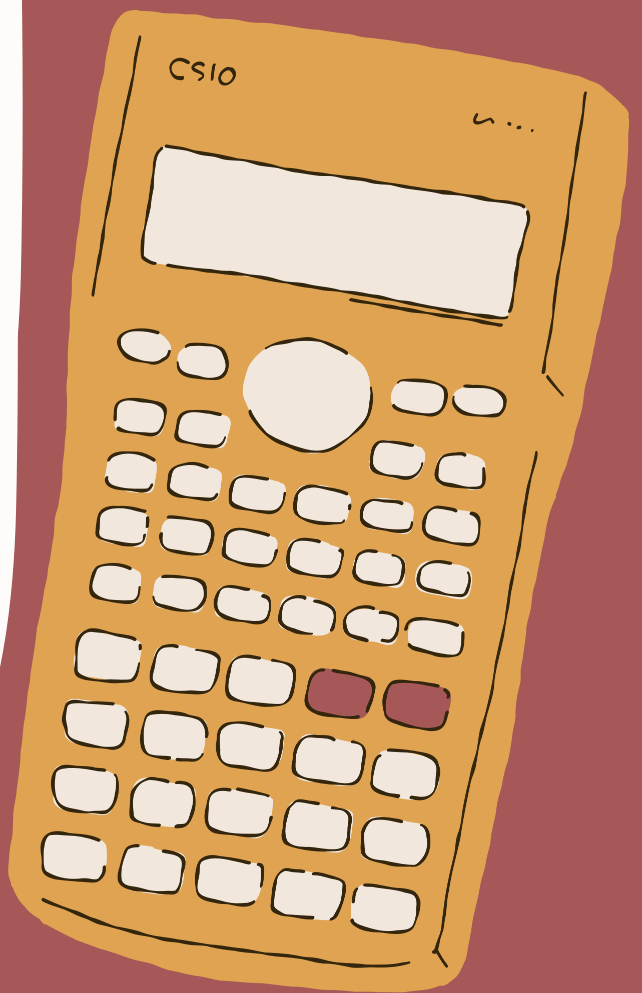
dilatasi	3	0	x	-3	=	-9	nilai= 3
sebesar k = 3	0	3		5		15	
cermin x = y	0	1	x	-9	=	15	nilai= 3
	1	0		15		-9	
cermin sumbu x	1	0	x	15	=	15	nilai= 3
	0	-1		-9		9	
proyeksi orto y	0	0	x	15	=	0	nilai= 3
	0	1		9		9	
rotasi 30	0,87	-0,5	x	0	=	-4,5	nilai= 3
	0,5	0,87		9		7,83	



Cara 2:

- lakukan step by step dengan menggunakan perkalian matrix dengan matrix,
- matrix hasil, dengan matrix berikutnya,
- begitu seterusnya hingga matrix terakhir dikalikan dengan titik awal

cermin x = y			dilatasi k =3					
0	1	x	3	0	=	```0	3	nilai= 3
1	0		0	3		3	0	
cermin sumbu x								
1	0	x	0	3	=	0	3	nilai= 3
0	-1		3	0		-3	0	
proyeksi orto y								
0	0	x	0	3	=	0	0	nilai= 3
0	1		-3	0		-3	0	
rotasi 30								
0,87	-0,5	x	0	0	=	1,5	0	nilai= 3
0,5	0,87		-3	0		-2,61	0	
1,5	0	x	-3	=	-4,5	nilai= 3		
-2,61	0		5		7,83			

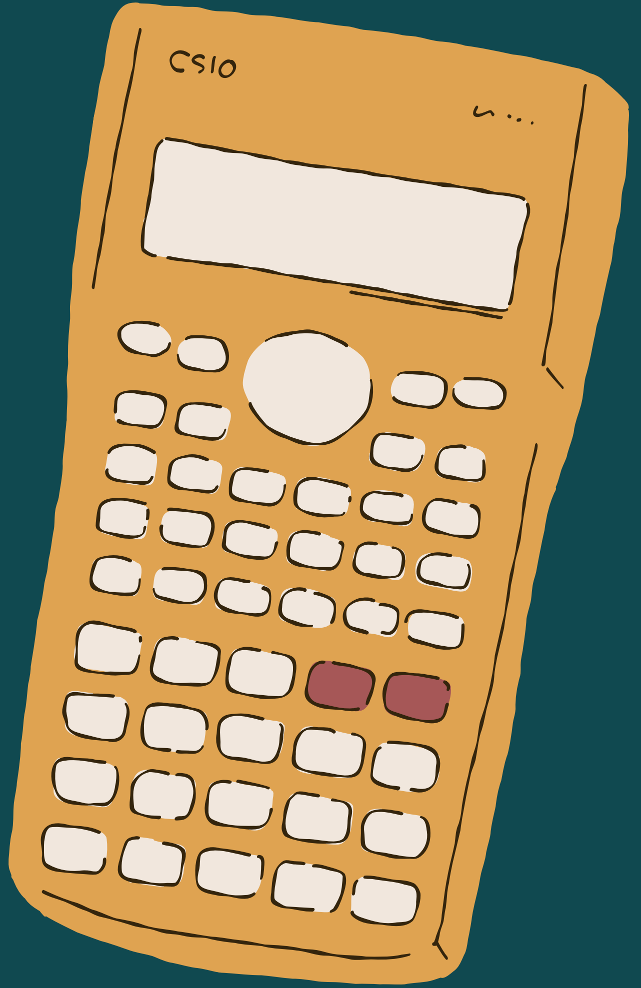


Contoh Soal

Soal 6

Carilah koordinat akhir dari (3 , −8), jika dilakukan:

1. pencerminan thdp sb. y
2. pencerminan thdp sb. x
3. pencerminan thdp sb. x = y
4. rotasi 30 derajat



Jawaban:

cermin sumbu y:

-1	0	x	3	=	-3
0	1		-8		-8

1. cermin sumbu x:

1	0	x	-3	=	-3
0	-1		-8		8

2. cermin terhadap garis x = y

0	1	x	-3	=	8
1	0		8		-3

3. Rotasi 30

0.87	-0.5	x	8	=	8.46
0.5	0.87		-3		1.39

1. Perkalian matrix

1	0	x	-1	0	=	-1	0
0	-1		0	1		0	-1

2. Perkalian matrix

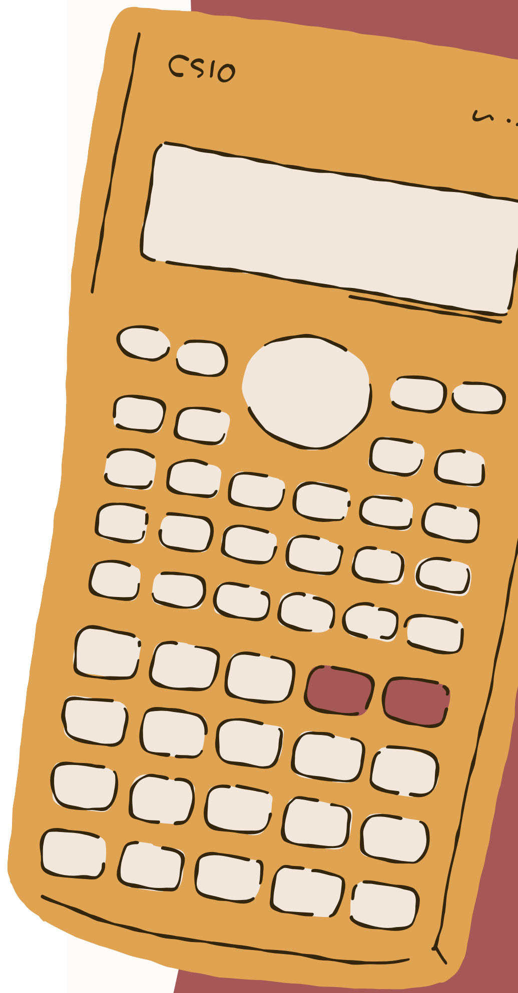
0	1	x	-1	0	=	0	-1
1	0		0	-1		-1	0

3. Perkalian matrix

0.87	-0.5	x	0	-1	=	0.5	-0.87
0.5	0.87		-1	0		-0.87	-0.5

4. kalikan dengan vektor awal

0.5	-0.87	x	3	=	8.46
-0.87	-0.5		-8		1.39



TUGAS KELOMPOK:

- Membuat contoh soal sendiri (ppt) boleh mengarang sendiri atau dari internet.
- Satu kelompok = 1 soal Dijawab step by step seperti yang saya ajarkan
- Upload ke drive (share) Nilai max PR adalah : 91,
- Note: Jika ada yang tidak aktif, anggota yang aktif langsung memberi tau asisten, dan asisten akan mengurangi nilai nya.

Thank you for listening!