

ALJABAR

Linier



Pertemuan 2: Matrix



Agenda kita

1. Definisi Matrix
2. Mencari Invers Matrix
3. Solving SPL dengan Invers Matrix
4. Pekerjaan Rumah



Learning Outcomes

1. Mengetahui Definisi Matrix
2. Dapat mencari invers
3. Dapat menyelesaikan SPL dengan Invers Matrix



Matriks & Operasinya

Bab 1.3



Review or Summary



1. Matriks

- Suatu kumpulan nilai bentuk empat persegi panjang
- Terdiri dari baris-baris dan kolom-kolom
- Tiap nilai dalam matriks disebut entri; cara menyebutkan entri adalah dengan subskrip / indeks (baris, kolom)

Review or Summary



Matriks: Contoh

$$\text{Matriks } A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Semua entri: real

Matriks A terdiri dari 2 baris dan 3 kolom :

$$A_{1,1} = 1 \quad A_{1,2} = 5 \quad A_{1,3} = 9$$

$$A_{2,1} = 7 \quad A_{2,2} = 3 \quad A_{2,3} = 0$$

Definisi-definisi:

1. Matriks $A =$ Matriks B jika ukuran baris A & baris B dan ukuran kolom A & kolom B sama; dan entri $A_{i,j} =$ entri $B_{i,j}$
2. Jika $C = A \pm B$, maka $C_{i,j} = A_{i,j} \pm B_{i,j}$
3. Jika $M = cA$ (dengan $c =$ real / skalar), maka $M_{i,j} = cA_{i,j}$
4. 1.Jika A_1, A_2, \dots, A_n adalah matriks-matriks berukuran sama, dan c_1, c_2, \dots, c_n adalah bilangan-bilangan skalar, maka $c_1 A_1 + c_2 A_2 + \dots + c_n A_n$ disebut kombinasi linier dari A_1, A_2, \dots, A_n dengan koefisien c_1, c_2, \dots, c_n .



Definisi-definisi:

5. Suatu matriks dapat di-partisi menjadi beberapa submatriks dengan “menarik” garis horizontal dan/atau garis vertikal.

Contoh:

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{ccc|c} & \mathbf{A}_{11} & & \mathbf{A}_{21} \\ \hline a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ \hline & \mathbf{A}_{21} & & \mathbf{A}_{22} \end{array} \right]$$

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{array} \right] \quad \mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{r}_3$$



Definisi-definisi:

- 6. Matriks A dikalikan dengan matriks B; syaratnya adalah banyaknya kolom A = banyaknya baris B.**

Catatan: perhatikan bahwa perkalian matriks (kedua matriks bujur sangkar dengan ukuran sama) tidak komutatif ($AB \neq BA$)

Contoh: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}$$
 $BA = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

kesimpulan : $AB \neq BA$



Definisi-definisi:

7. $\text{Transpos}(A)$ = matriks A dengan baris-kolom ditukar tempatnya
8. $\text{Trace}(A)$ = jumlah semua entri diagonal $A = A_{11} + A_{22} + \dots + A_{nn}$



Sifat-Sifat Matriks



1. Sifat perkalian matriks:

Jika A matriks bujur sangkar, maka:

1. $(A^r)(A^s) = A^{(r+s)}$
2. $(A^r)^s = A^{(rs)}$

2. Sifat matriks transpos:

1. $(A^T)^T = A$
2. $(kA)^T = k(A^T)$
3. $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$
4. $(AB)^T = B^T A^T$

Matriks-matriks khusus:

- 1. Matriks O = matriks nol; semua entrinya nol**
- 2. Matriks In = matriks identitas berukuran ($n \times n$);
semua entri diagonalnya = 1, entri lain = 0**
- 3. Matriks (vektor) baris adalah matriks dengan 1 baris.**
- 4. Matriks (vektor) kolom adalah matriks dengan 1 kolom.**



Teorema: A, B, C merepresentasikan matriks
a, b merepresentasikan bilangan Skalar

1. $A + B = B + A$
2. $A + (B + C) = (A + B) + C$
3. $A(BC) = (AB)C$
4. $A(B \pm C) = AB \pm AC$
5. $(B \pm C)A = BA \pm CA$
6. $a(B \pm C) = aB \pm aC$
7. $(a \pm b)C = aC \pm bC$
8. $a(bC) = (ab)C$
9. $a(BC) = (aB)C = B(aC)$



Teorema: O merepresentasikan matriks
 O adalah matriks nol (Semua entrinya = nol)

1. $A + O = O + A = A$
2. $A - A = O$
3. $O - A = -A$
4. $AO = O; OA = O$



Review or Summary



Matriks: Contoh

$$\text{Matriks } A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Semua entri: real

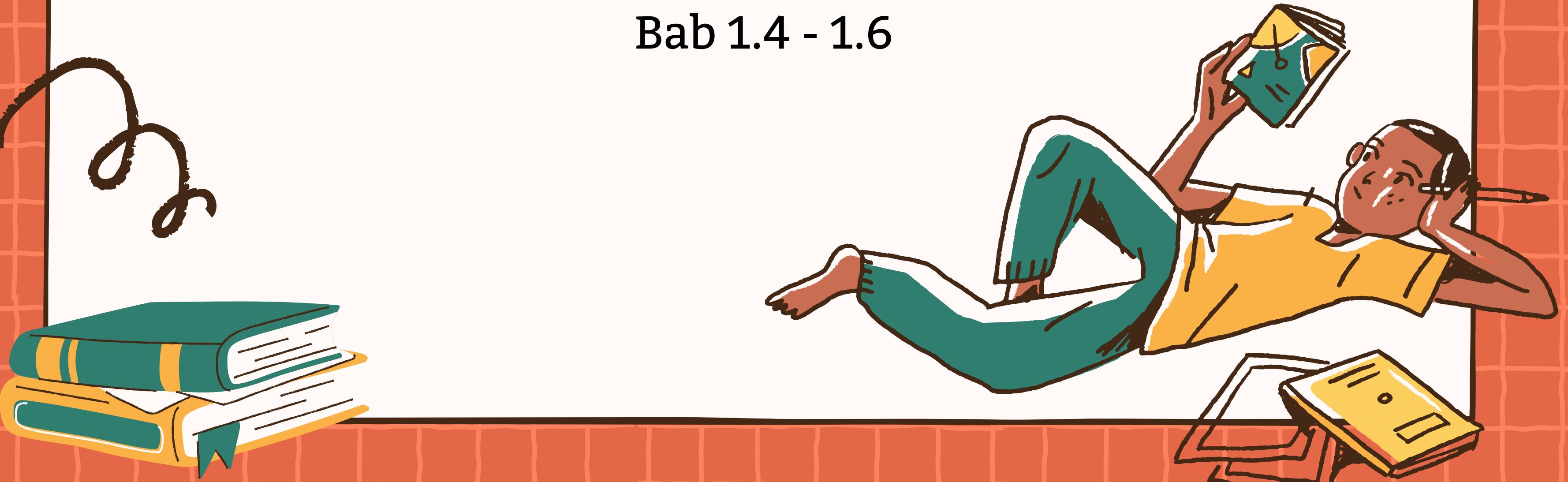
Matriks A terdiri dari 2 baris dan 3 kolom :

$$A_{1,1} = 1 \quad A_{1,2} = 5 \quad A_{1,3} = 9$$

$$A_{2,1} = 7 \quad A_{2,2} = 3 \quad A_{2,3} = 0$$

MATRIKS iNVERS

Bab 1.4 - 1.6



invers dari Sebuah matriks

A adalah matriks bujur sangkar

Jika $AB = BA = I$ maka B adalah invers dari A dan A adalah invers dari B. (invers matriks A dinotasikan dengan A^{-1})

Jika B invers dari A dan C juga invers dari A maka $B = C$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

dan $D = ad - bc \neq 0$, maka invers A dapat dihitung dengan

$$A^{-1} = (1/D) \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$



Sifat-sifat Matriks inverse



Matriks A, B adalah matriks-matriks invertibel

1. $(A^{-1})^{-1} = A$
2. A^n invertibel dan $(A^n)^{-1} = (A^{-1})^n$
3. (kA) adalah matriks invertibel dan $(kA)^{-1} = (1/k) A^{-1}$
4. A^T invertibel dan $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
5. A dan B keduanya matriks invertibel, maka AB invertibel dan $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

INVERSE dengan OBE

Algoritma untuk mencari invers sebuahmatriks A ($n \times n$)
ubah menjadi matrix identitas dengan menggunakan OBE.

Contoh:

1	2	3	1	0	0
2	5	3	0	1	0
1	0	8	0	0	1

matriks A

matriks identitas I



matriks A

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

dengan OBE dihasilkan

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{matrix}$$

invers A



matriks A

1	2	3	-40	16	9
2	5	3	13	-5	-3
1	0	8	5	-2	-1

invers A

jika kedua matriks ini dikalikan, akan didapat

$$\left\{ \begin{array}{l} -40 + 26 + 15 = 1 \quad 16 - 10 - 6 = 0 \quad 9 - 6 - 3 = 0 \\ -80 + 65 + 15 = 0 \quad 32 - 25 - 6 = 1 \quad 18 - 15 - 3 = 0 \\ -40 + 0 + 40 = 0 \quad 16 - 0 - 16 = 0 \quad 9 - 0 - 8 = 1 \end{array} \right.$$



INVERSE MATRIX MATHLAB



```
>> k = [1 2 3; 2 5 3; 1 0 8]  
  
k =  
  
1 2 3  
2 5 3  
1 0 8  
  
>> r = inv (k)  
  
r =  
  
-40.0000 16.0000 9.0000  
13.0000 -5.0000 -3.0000  
5.0000 -2.0000 -1.0000
```

PERKALIAN MATRIX MATHLAB

```
>> a = [1 2; 1 3]  
  
a =  
  
    1     2  
    1     3  
  
>> j = a*a*a  
  
j =  
  
   11     30  
   15     41
```



invers matrix menggunakan excel

Cari Inverse
Matrix Dari

$$A \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

A-1 menggunakan OBE

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$b_2 = b_1 * -2 + b_2 \Rightarrow$ Iterasi 1

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$b_3 = b_1 * -1 + b_3 \Rightarrow$ Iterasi 2

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & -1 & 0 & 1 \end{array}$$

$b_3 = b_2 * 2 + b_3 \Rightarrow$ Iterasi 3

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 2 & 1 \end{array}$$

$b_3 = b_3 * -1 \Rightarrow$ Iterasi 4

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{array}$$

$b_2 = b_3 * 3 + b_2 \Rightarrow$ Iterasi 5

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{array}$$

$b_1 = b_3 * -3 + b_1 \Rightarrow$ Iterasi 6

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 0 & -14 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{array}$$

$b_1 = b_3 * -3 + b_1 \Rightarrow$ Iterasi 7

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & -40 & 16 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 13 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -2 & -1 \end{array}$$

Step by step mencari matrix invers

Find the invers of A =

$$\begin{matrix} 12 & 17 & -16 \\ 24 & 18 & -4 \\ -15 & -4 & 31 \end{matrix}$$

12.00	17.00	-16.00	1.00	0.00	0.00
24.00	18.00	-4.00	0.00	1.00	0.00
-15.00	-4.00	31.00	0.00	0.00	1.00

1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
24.00	18.00	-4.00	0.00	1.00	0.00
-15.00	-4.00	31.00	0.00	0.00	1.00

1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
0.00	-16.08	27.92	-1.92	1.00	0.00
-15.00	-4.00	31.00	0.00	0.00	1.00

1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
0.00	-16.08	27.92	-1.92	1.00	0.00
0.00	17.30	11.05	1.20	0.00	1.00

Pada iterasi ke 1 berapa isi sel A(1,2) = 1.42

Pada iterasi ke 2 berapa isi sel A(2,3) = 27.92

Pada iterasi ke 3 berapa isi sel A(3,3) = 11.05

Step by Step mencari matrix invers

1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
0.00	1.00	-1.74	0.12	-0.06	0.00
0.00	17.30	11.05	1.20	0.00	1.00
1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
0.00	1.00	-1.74	0.12	-0.06	0.00
0.00	0.00	41.15	-0.88	1.04	1.00
1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
0.00	1.00	-1.74	0.12	-0.06	0.00
0.00	0.00	1.00	-0.02	0.03	0.02

Pada iterasi ke 4 berapa isi sel $A(2,3) = -1.74$

Pada iterasi ke 5 berapa isi sel $A(3,4) = -0.88$

Pada iterasi ke 6 berapa isi sel $A(3,5) = 0.03$

Step by step mencari matrix invers

1.00	1.42	-1.33	0.08	0.00	0.00
0.00	1.00	0.00	0.09	-0.01	0.03
0.00	0.00	1.00	-0.02	0.03	0.02
1.00	1.42	0.00	0.05	0.04	0.03
0.00	1.00	0.00	0.09	-0.01	0.03
0.00	0.00	1.00	-0.02	0.03	0.02
1.00	0.00	0.00	-0.08	0.05	-0.01
0.00	1.00	0.00	0.09	-0.01	0.03
0.00	0.00	1.00	-0.02	0.03	0.02

Pada iterasi ke 7 berapa isi sel $A(2,6) = 0.03$

Pada iterasi ke 8 berapa isi sel $A(1,5) = 0.04$

Pada iterasi ke 9 berapa isi sel $A(1,6) = -0.01$

**Carilah invers matrix
berikut dengan
menggunakan OBE**

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 7 \\ 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$



```
>> a=[-5 4 1 1 0 0;3 2 7 0 1 0;6 -4 3 0 0 1]

a =

-5      4      1      1      0      0
3      2      7      0      1      0
6     -4      3      0      0      1
```

```
>> a(1,:)=a(1,:)*-1/5

a =

1.0000   -0.8000   -0.2000   -0.2000      0      0
3.0000    2.0000    7.0000      0    1.0000      0
6.0000   -4.0000    3.0000      0      0    1.0000
```

```
>> a(2,:)=a(1,:)^-3 + a(2,:)
```

```
a =
```

1.0000	-0.8000	-0.2000	-0.2000	0	0
0	4.4000	7.6000	0.6000	1.0000	0
6.0000	-4.0000	3.0000	0	0	1.0000

```
>> a(3,:)=a(1,:)^-6 + a(3,:)
```

```
a =
```

1.0000	-0.8000	-0.2000	-0.2000	0	0
0	4.4000	7.6000	0.6000	1.0000	0
0	0.8000	4.2000	1.2000	0	1.0000

```
>> a(2,:)=a(2,:)*1/4.4
```

```
a =
```

1.0000	-0.8000	-0.2000	-0.2000	0	0
0	1.0000	1.7273	0.1364	0.2273	0
0	0.8000	4.2000	1.2000	0	1.0000



```
>> a(3,:)=a(2,:)*-0.8 + a(3,:)
```

a =

1.0000	-0.8000	-0.2000	-0.2000	4	0	4
0	1.0000	1.7273	0.1364	0.2273	0	0
0	0.0000	2.8182	1.0909	-0.1818	1.0000	

```
>> a(3,:)=a(3,:)*1/2.8182
```

a =

1.0000	-0.8000	-0.2000	-0.2000	4	0	4
0	1.0000	1.7273	0.1364	0.2273	0	0
0	0.0000	1.0000	0.3871	-0.0645	0.3548	

```
>> a(2,:)=a(3,:)*-1.7273 + a(2,:)
```

a =

1.0000	-0.8000	-0.2000	-0.2000	4	0	4
0	1.0000	-0.0000	-0.5323	0.3387	-0.6129	0
0	0.0000	1.0000	0.3871	-0.0645	0.3548	

```
>> a(1,:)=a(3,:)*0.2 + a(1,:)
```

```
a =
```

1.0000	-0.8000	-0.0000	-0.1226	-0.0129	0.0710
0	1.0000	-0.0000	-0.5323	0.3387	-0.6129
0	0.0000	1.0000	0.3871	-0.0645	0.3548

4

4

```
>> a(1,:)=a(2,:)*0.8 + a(1,:)
```

```
a =
```

1.0000	-0.0000	-0.0000	-0.5484	0.2581	-0.4194
0	1.0000	-0.0000	-0.5323	0.3387	-0.6129
0	0.0000	1.0000	0.3871	-0.0645	0.3548

4

4



Example 7 page 44

Consider the matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad AB = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$$

Applying the formula in theorem 1.4.5, we obtain

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad AB^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -\frac{9}{2} & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -\frac{9}{2} & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

therefore $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$, as guaranteed by theorem 1.4.6

Example 10 page 44

Consider the matrices

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

Applying Theorem 1.4.5 yields

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} \quad (A^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

As guaranteed by Theorem 1.4.10, these matrices satisfy (4)

Matrix yang tidak dapat dibalik

Jika pada suatu tahap muncul baris bilangan nol pada ruas kiri -> maka hentikan perhitungan

Example 5 Hal 56

$$A = \begin{matrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{matrix}$$

Gunakan Prosedur Pada Example 4

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

.....

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & -9 & -2 & 1 & 0 \\ \textcolor{red}{0} & \textcolor{red}{0} & \textcolor{red}{0} & 1 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

MATRIKS INVERS

if $A = \text{matrix } nxn$ yang dapat dibalik, maka :

$$A \cdot x = B \Rightarrow x = A^{-1} \cdot B$$

Contoh :

Persamaan linear :

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5$$

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 3$$

$$x_1 + 8x_3 = 17$$



Dalam matrix $A \cdot x = B$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Maka } x = A^{-1} \cdot B$$

$$= \begin{bmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$



Aplikasi:

jika A = matrix ($n \times n$)
yang punya invers
(invertible / dapat
dibalik), maka dalam
sebuah Sistem
Persamaan Linier:

$$Ax = B \rightarrow x = A^{-1}B$$

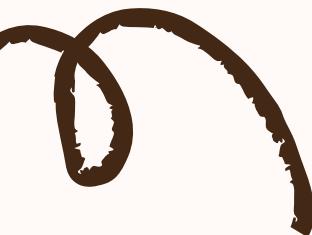
Contoh:

dalam mendapatkan solusi
dari Sistem Persamaan Linier

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1$$

$$x_1 + 8x_3 = 1$$



matriks A berisi koefisien-koefisien dari x_1, x_2, x_3

vektor $x = (x_1, x_2, x_3)$ yang dicari
vektor $B = (1, 1, 1)^T$

Contoh:

Akan dicari solusi dari $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, di mana

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Solusi dari $Ax = b$ adalah \mathbf{x} sbb.:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -15 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Cek: apakah benar $Ax = \mathbf{b}$?

$$\begin{pmatrix} -15 + 10 + 6 \\ -30 + 25 + 6 \\ -15 + 0 + 16 \end{pmatrix}$$



MATRİKS ELEMENTER

Matriks $A(n \times n)$ disebut elementer jika A dihasilkan dari matriks identitas I_n dengan satu Operasi Baris Elementer.

Contoh:

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



MATRİKS-MATRİKS DENGAN BENTUK KHUSUS

BAB 1.7

Matriks $A(n \times n)$ bujur sangkar, artinya banyaknya baris A sama dengan banyaknya kolom A.

Bentuk-bentuk khusus sebuah matriks bujur sangkar a. l. :

- 1. Matriks diagonal D**
- 2. Matriks segi-3 atas**
- 3. Matriks segi-3 bawah**
- 4. Matriks simetrik**



1. Matriks diagonal D:
 $A_{ij} = 0$ untuk $i \neq j$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_n \end{pmatrix}$$



2. Matriks Segi-3 atas:
 $A_{ij} = 0$ untuk $i > j$

$$\left(\begin{array}{ccccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} & \dots & a_{3n} \\ \dots & & & & & & \\ \dots & & & & & & \\ \dots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{array} \right)$$

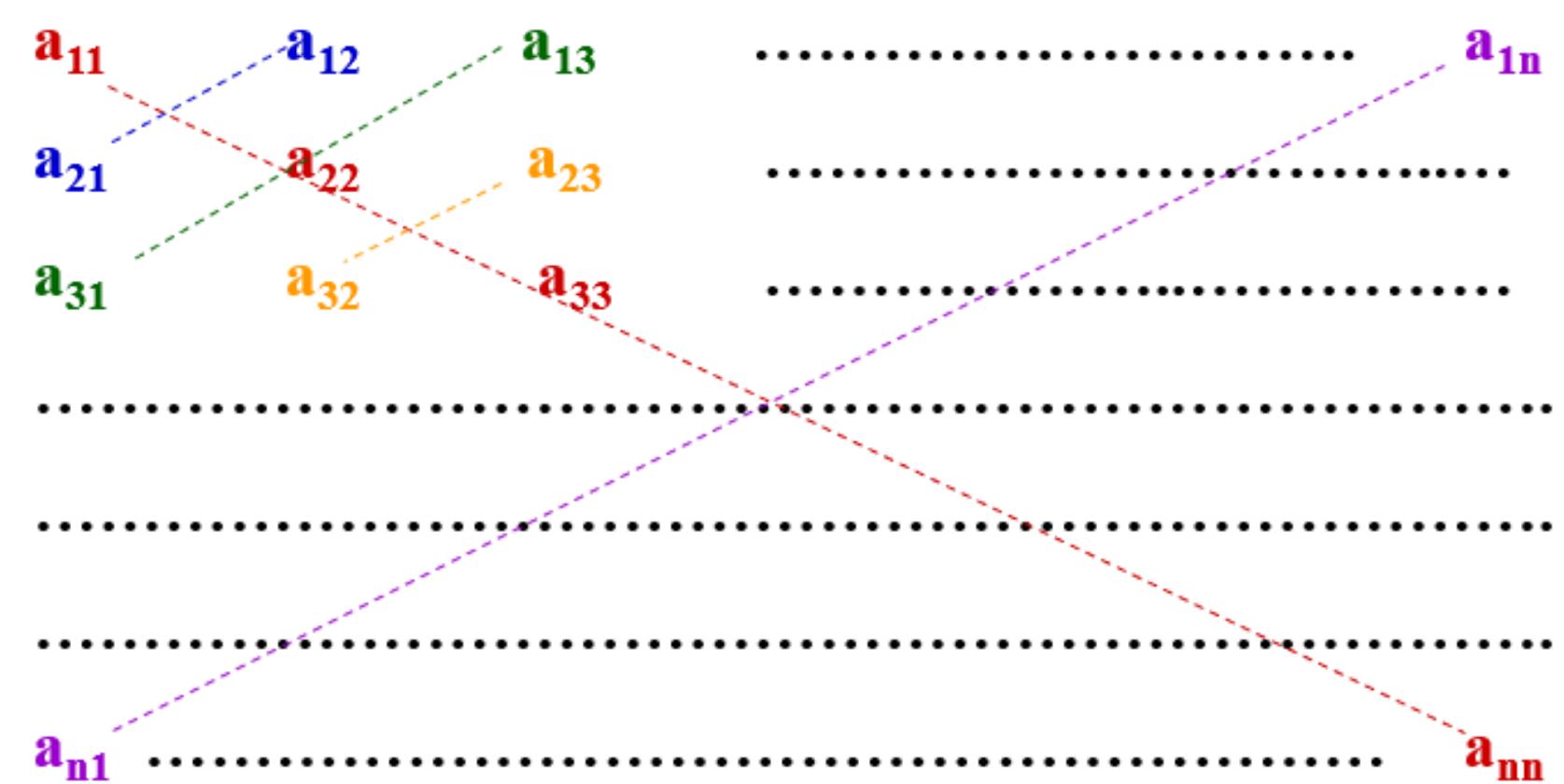


3. Matriks Segi-3 bawah:
 $A_{ij} = 0$ untuk $i < j$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & a_{n5} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$



4. Matriks Simetrik:

$$A_{ij} = A_{ji}$$


TEOREMA:

1. Transpos dari matriks segi-3 bawah adalah matriks segi-3 atas; transpos dari matriks segi-3 atas adalah matriks segi-3 bawah.
2. Perkalian dua matriks segi-3 bawah menghasilkan matriks segi-3 bawah; perkalian dua matriks segi-3 atas menghasilkan matriks segi-3 atas.
3. Matriks segi-3 invertibel jika dan hanya jika semua entri diagonalnya tidak nol.
4. Invers dari matriks segi-3 bawah adalah matriks segi-3 bawah.
5. Invers dari matriks segi-3 atas adalah matriks segi-3 atas.



TEOREMA:

- A dan B matriks simetrik, k adalah skalar**
- 6. A^T simetrik**
 - 7. $A + B$ simetrik dan $A - B$ simetrik**
 - 8. Matriks kA simetrik**
 - 9. Jika A invertibel, maka A^{-1} simetrik**

TEOREMA:

- 10. Jika A matriks invertibel, maka AA^T dan A^TA juga invertibel.**

