

## אלגוריתמים I

### עבודת בית מס' 2

- מועד אחרון להגשה : **21.05.2018 בשעה 20:00**.
- ניתן להכין את המטלה בזוגות רק חבר אחד בצמד יגיש בפועל את העבודה (במידה ומוגש כעבודה זוגית, יש לרשום בהערה את שמות המגישים ואת מספרי הזהות שלהם).
- את הפתרון יש להגיש בקובץ אחד בפורמט pdf.
- הגשה דרך מודל בלבד!
- כל שאלה בנוגע לתרגיל יש להפנות אך ורק לאחראי על התרגיל – בוריס סנדלר, באימייל: [boriss1@ac.sce.ac.il](mailto:boriss1@ac.sce.ac.il), פניות בכל בדרך אחרת – לא יענו!
- אישורי ההארכה יינתנו ע"י מרצה בלבד!
- עבודות שיוגשו באיחור לא יתקבלו!

1. נתונה משוואת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = 11 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n^6 \log_{11} n$$

$$k \geq 1, n = 2^k$$

כאשר ידוע כי  $T(n)$  - מספר הפעולות האלמנטאריות באלגוריתם מסוים.

(א) פתור את המשוואה.

(ב) מהו סדר גודל של  $T(n)$ ? הסבר במפורט.

2. נתונה משוואת הנסיגה הבאה:

$$T(n) = 2 \cdot T(\sqrt[4]{n}) + (\log_2 n) \cdot (\log_2 (\log_2 n^4))$$

כאשר  $n = 4^{4^k}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ).

(א) פתור את המשוואה.

(ב) מהו סדר גודל של  $T(n)$ ? הסבר במפורט.

3. נניח כי במשוואה הבאה  $t(n)$  הוא מספר הפעולות האלמנטאריות באלגוריתם כלשהו:

$$T(n) = 4 \cdot T\left(\frac{n}{3}\right) - 4T\left(\frac{n}{9}\right) + n \log_3 n^2$$

כאשר  $n$  חזקה של 3.

(א) פתור את המשוואה.

(ב) מהו סדר גודל של  $T(n)$ ? הסבר במפורט.

4. נתונה ערימת מקסימים רגילה  $T[1..n]$

נניח כי ב-Heap ברמה התחתונה יש  $2^{200} + 2^{20} - 220$  קודקודים.

(א) מהו מספר הרמות בערימה?

(ב) מהו מספר העלים בערימה?

5. נתונה ערימה בינומית  $BH_1$  עם 2017 קדקודים ו- $BH_2$  BinomialHeap עם 1173 קדקודים.

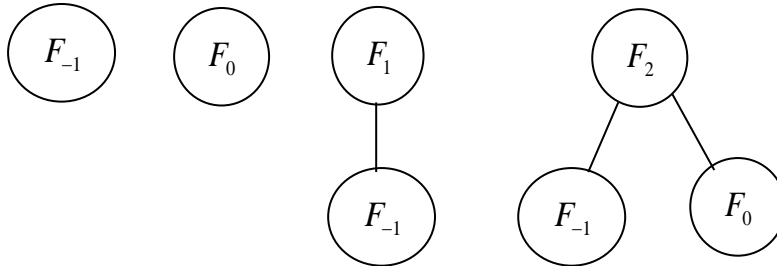
(א) תארו מאלו עצים בינומיאליים מורכבים  $BH_1$  ו- $BH_2$ .

(ב) מהי תוצאת merge של  $BH_1$  ו- $BH_2$ ? הדגימו את כל השלבים של האלגוריתם.

6. עץ פיבונצ'י Fibonacci tree מוגדר באופן הבא:  
 $F_{-1}$  מוגדר להיות קודקוד בודד.

לכל  $i \geq 0$ ,  $F_i$  מכיל שורש עם  $i$  בנים כאשר הבן ה- $j$  (לכל  $1 \leq j \leq i$ ) הוא שורש של  $F_{j-2}$ .

לדוגמא:



נסמן ב- $f_k$  את האיבר ה- $k$  בסדרת פיבונצ'י.  
 הוכיחו כי מספר הקודקודים ב- $F_i$  שווה  $f_{i+1}$ .

7. בגישה 4 ב-DSS השתמשנו ב-Path Compression שאחרי כל פעולת find4 יתכנו שינויים בגובה העץ ובגרסה הנוכחית של find4 גובה העץ לא מתעדכן.  
 תקנו את הפונקציה find4 כך שגובה העץ יתעדכן (אם יש שינוי) בצורה יעילה אחרי כל קריאה לפונקציה. מה העלות של העדכון?

8. בגישה 3 ב-DSS השתמשנו במעריך גבהים height והמיזוג של העצים התבצע לפי מערך זה (מיזוגנו את העץ הנמוך יותר לעץ הגבוה יותר). נניח כי במקום מערך גבהים נשתמש במערך גדלים size ששומר לכל עץ את מספר הקודקודים בעץ והמיזוג של העצים מתבצע לפי מערך זה (ממזגים את העץ הקטן יותר לעץ הגדול יותר).  
 כתבו פונקציה merge3 שמממשת גישה זו.  
 האם ניתן לחסום את הגובה של העץ לפי גישה זו?  
 מה העלות של find3 בגישה זו?

**עבודה נצימה !**