1 Les rotations

$$R(\lambda,\theta,\alpha) = R_Z(\Omega t)\cdot R_{y''}(\lambda)\cdot R_{x'}\Big(-(\pi-\theta)\Big)\cdot R_z\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot R_x(\alpha) \tag{1}$$

Avec :

$$\begin{aligned} c_\lambda &\equiv \cos(\lambda) & s_\lambda &\equiv \sin(\lambda) \\ c_\theta &\equiv \cos(\theta) & s_\theta &\equiv \sin(\theta) \\ c_\alpha &\equiv \cos(\alpha) & s_\alpha &\equiv \sin(\alpha) \end{aligned}$$

on peut développer la rotation avec tilt :

$$\boxed{R(\lambda,\theta,\alpha,t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\Omega t)c_\theta - \cos(\Omega t)s_\theta s_\lambda & \cos(\Omega t)(-s_\alpha c_\theta s_\lambda - c_\alpha c_\lambda) - \sin(\Omega t)s_\alpha s_\theta & \cos(\Omega t)(s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda) - \sin(\Omega t)c_\alpha s_\theta \\ 0 & -\sin(\Omega t)s_\theta s_\lambda - \cos(\Omega t)c_\theta & \sin(\Omega t)(-s_\alpha c_\theta s_\lambda - c_\alpha c_\lambda) + \cos(\Omega t)s_\alpha s_\theta & \sin(\Omega t)(s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda) + \cos(\Omega t)c_\alpha s_\theta \\ 0 & -s_\theta c_\lambda & c_\alpha s_\lambda - s_\alpha c_\theta c_\lambda & -s_\alpha s_\lambda - c_\alpha c_\theta c_\lambda \end{pmatrix}} \tag{2}$$

Il y avait 3 erreurs (R_{xx},R_{yx} (qui ont les mêmes coefficients aux variations temporelles près) et R_{zy} que tu avais déjà noté).

Vérification Si $\alpha = 0$ on vérifie bien l'expression de la thèse (après corrections).

$$R(\lambda,\theta,0,t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\Omega t)c_\theta - \cos(\Omega t)s_\theta s_\lambda & -\cos(\Omega t)c_\lambda & -\cos(\Omega t)c_\theta s_\lambda - \sin(\Omega t)s_\theta \\ 0 & -\sin(\Omega t)s_\theta s_\lambda - \cos(\Omega t)c_\theta & -\sin(\Omega t)c_\lambda & -\sin(\Omega t)c_\theta s_\lambda + \cos(\Omega t)s_\theta \\ 0 & -s_\theta c_\lambda & s_\lambda & -c_\theta c_\lambda \end{pmatrix} \tag{3}$$

2 Les $A^{\mu\nu}$

En fait les $A^{\mu\nu}$ sont calculés complètement indépendamment des rotations. Donc on a toujours bien des matrices complètement diagonales (dans les incertitudes).

Au LHC à 13 TeV :

$$\langle A^{\mu\nu}_{P_{q\bar{q}}}\rangle = \begin{pmatrix} 1.178\pm0.007 & 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 0.004\pm0.008 \\ 0.000\pm0.001 & 0.195\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 \\ 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 0.195\pm0.001 & 0.000\pm0.001 \\ 0.004\pm0.008 & 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 2.890\pm0.007 \end{pmatrix} \tag{4}$$

avec $\Gamma_{q\bar{q}} = 0.114$

$$\langle A^{\mu\nu}_{P_{gg}}\rangle = \begin{pmatrix} 13.55\pm0.02 & 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 0.00\pm0.02 \\ 0.000\pm0.001 & 0.144\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 \\ 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 0.143\pm0.001 & 0.000\pm0.001 \\ 0.00\pm0.02 & 0.000\pm0.001 & 0.000\pm0.001 & 9.42\pm0.02 \end{pmatrix} \tag{5}$$

avec $\Gamma_{gg} = 0.886$

$$\langle A_F^{\mu\nu} \rangle = \begin{pmatrix} -31.2 \pm 0.3 & 0.04 \pm 0.05 & 0.00 \pm 0.05 & 0.00 \pm 0.3 \\ 0.04 \pm 0.05 & -1.798 \pm 0.02 & 0.00 \pm 0.02 & -0.01 \pm 0.04 \\ 0.00 \pm 0.05 & 0.00 \pm 0.02 & -1.81 \pm 0.02 & 0.05 \pm 0.04 \\ 0.00 \pm 0.3 & -0.01 \pm 0.04 & 0.05 \pm 0.04 & -20.4 \pm 0.2 \end{pmatrix} \tag{6}$$

3 Les équations de modulation

Comme on l'a vu précédemment les $A^{\mu\nu}$ sont diagonales, ainsi, il n'y a que les coefficients α qui doivent être mis à jour. La stratégie est toujours de développer le calcul et isolant les dépendances en sin et cos temporelles.

3.1 $c_{\mathrm{XX}} = -c_{\mathrm{YY}}$

En considérant que seuls $c_{\mathrm{XX}} = -c_{\mathrm{YY}}$ sont non-nuls. On a :

$$\begin{aligned} \frac{f_{\mathrm{SME}}^{(\mathrm{XX})}(t)}{c_{\mathrm{XX}}} &= \left(\left(R_X^X R_X^X + R_Y^X R_Y^X\right) \langle A^{\mathrm{XX}} \rangle + R_Z^X R_Z^X \langle A^{\mathrm{ZZ}} \rangle\right) \\ &= a_1 \cos(\Omega t)^2 + a_2 \sin(\Omega t)^2 + 2a_3 \sin(\Omega t)\cos(\Omega t) \\ &= \frac{a_1}{2}\left(\cos(2\Omega t) + 1\right) + \frac{a_2}{2}\left(1 - \cos(2\Omega t)\right) + a_3 \sin(2\Omega t) \\ &= \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right) + \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)\cos(2\Omega t) + a_3 \sin(2\Omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{\mathrm{SME}}^{(\mathrm{YY})}(t)}{c_{\mathrm{YY}}} &= \left(\left(R_X^Y R_X^Y + R_Y^Y R_Y^Y\right) \langle A^{\mathrm{XX}} \rangle + R_Z^Y R_Z^Y \langle A^{\mathrm{ZZ}} \rangle\right) \\ &= a_1 \sin(\Omega t)^2 + a_2 \cos(\Omega t)^2 - 2a_3 \sin(\Omega t)\cos(\Omega t) \\ &= \frac{a_1}{2}\left(1 - \cos(2\Omega t)\right) + \frac{a_2}{2}\left(\cos(2\Omega t) + 1\right) - a_3 \sin(2\Omega t) \\ &= \left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right) - \left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)\cos(2\Omega t) - a_3 \sin(2\Omega t) \end{aligned}$$

$$f_{\mathrm{SME}}^{(\mathrm{XX,YY})}(t) = c_{\mathrm{XX}} \frac{f_{\mathrm{SME}}^{(\mathrm{XX})}(t)}{c_{\mathrm{XX}}} - c_{\mathrm{XX}} \frac{f_{\mathrm{SME}}^{(\mathrm{YY})}(t)}{c_{\mathrm{YY}}}$$

$$\boxed{f_{\mathrm{SME}}^{(\mathrm{XX,YY})}(t) = 2c_{\mathrm{XX}} \left(\left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)\cos(2\Omega t) + a_3 \sin(2\Omega t)\right)} \tag{7}$$

3.2 $c_{\mathrm{XY}} = c_{\mathrm{YX}}$

Considérons que seuls $c_{\mathrm{XY}} = c_{\mathrm{YX}}$ sont non nuls. On a :

$$
\begin{aligned}
\frac{f^{(\mathrm{XY})}_{\mathrm{SME}}(t)}{2c_{\mathrm{XY}}} &= \left(\left(R^X_X R^Y_X + R^X_Y R^Y_Y\right)\langle A^{\mathrm{XX}}\rangle + R^X_Z R^Y_Z \langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle\right) \\
&= a_1 \cos(\Omega t)\sin(\Omega t) - a_2 \cos(\Omega t)\sin(\Omega t) - a_3 \left(\cos(\Omega t)^2 - \sin(\Omega t)^2\right) \\
&= \frac{a_1}{2}\sin(2\Omega t) - \frac{a_2}{2}\sin(2\Omega t) - a_3\cos(2\Omega t)
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{f^{(\mathrm{XY})}_{\mathrm{SME}}(t) = 2c_{\mathrm{XY}}\left(\left(\frac{a_1 - a_2}{2}\right)\sin(2\Omega t) - a_3\cos(2\Omega t)\right)} \tag{8}
$$

3.3 $c_{\mathrm{XZ}} = c_{ZX}$

Considérons que seuls $c_{\mathrm{XZ}} = c_{ZX}$ sont non nuls. On a :

$$
\begin{aligned}
\frac{f^{(\mathrm{XZ})}_{\mathrm{SME}}(t)}{2c_{\mathrm{XZ}}} &= \left(\left(R^X_X R^Z_X + R^X_Y R^Z_Y\right)\langle A^{\mathrm{XX}}\rangle + R^X_Z R^Z_Z \langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle\right) \\
&= a_4\cos(\Omega t) + a_5\sin(\Omega t)
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{f^{(\mathrm{XZ})}_{\mathrm{SME}}(t) = 2c_{\mathrm{XZ}}\left(a_4\cos(\Omega t) + a_5\sin(\Omega t)\right)} \tag{9}
$$

3.4 $c_{\mathrm{YZ}} = c_{\mathrm{ZY}}$

Considérons que seuls $c_{\mathrm{YZ}} = c_{\mathrm{ZY}}$ sont non nuls. On a :

$$
\begin{aligned}
\frac{f^{(\mathrm{YZ})}_{\mathrm{SME}}(t)}{2c_{\mathrm{YZ}}} &= \left(\left(R^Y_X R^Z_X + R^Y_Y R^Z_Y\right)\langle A^{\mathrm{XX}}\rangle + R^Y_Z R^Z_Z \langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle\right) \\
&= a_4\sin(\Omega t) - a_5\cos(\Omega t)
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{f^{(\mathrm{YZ})}_{\mathrm{SME}}(t) = 2c_{\mathrm{YZ}}\left(a_4\sin(\Omega t) - a_5\cos(\Omega t)\right)} \tag{10}
$$

avec :

$$
\boxed{\begin{cases}
a_1 &= \Big((s_\alpha c_\theta s_\lambda + c_\alpha c_\lambda)^2 + (s_\theta s_\lambda)^2\Big)\langle A_{XX}\rangle + (s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda)^2\langle A_{ZZ}\rangle \\
a_2 &= \Big(c_\theta^2 + (s_\alpha s_\theta)^2\Big)\langle A_{XX}\rangle + (c_\alpha s_\theta)^2\langle A_{ZZ}\rangle \\
a_3 &= -\Big(c_\theta s_\theta s_\lambda - (s_\alpha c_\theta s_\lambda + c_\alpha c_\lambda)s_\alpha s_\theta\Big)\langle A_{XX}\rangle - (s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda)c_\alpha s_\theta\langle A_{ZZ}\rangle \\
a_4 &= \Big(s_\theta^2 s_\lambda c_\lambda + (-s_\alpha c_\theta s_\lambda - c_\alpha c_\lambda)(c_\alpha s_\lambda - s_\alpha c_\theta c_\lambda)\Big)\langle A_{XX}\rangle + (s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda)(-s_\alpha s_\lambda - c_\alpha c_\theta c_\lambda)\langle A_{ZZ}\rangle \\
a_5 &= \Big(-c_\theta s_\theta c_\lambda - s_\alpha c_\theta(c_\alpha s_\lambda - s_\alpha c_\theta c_\lambda)\Big)\langle A_{XX}\rangle + c_\alpha s_\theta(s_\alpha s_\lambda + c_\alpha c_\theta c_\lambda)\langle A_{ZZ}\rangle
\end{cases}}
$$

Vérification Si $\alpha = 0$ on retrouve bien :

$$
\begin{cases}
a_1 = \left(s_\lambda^2 s_\theta^2 + c_\lambda^2\right)\langle A^{\mathrm{XX}}\rangle + s_\lambda^2 c_\theta^2 \langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle \\
a_2 = \left(c_\theta^2 \langle A^{\mathrm{XX}}\rangle + s_\theta^2 \langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle\right) \\
a_3 = s_\lambda c_\theta s_\theta \left(\langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle - \langle A^{\mathrm{XX}}\rangle\right) \\
a_4 = c_\lambda s_\lambda c_\theta^2 \left(\langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle - \langle A^{\mathrm{XX}}\rangle\right) \\
a_5 = s_\theta c_\lambda c_\theta \left(\langle A^{\mathrm{ZZ}}\rangle - \langle A^{\mathrm{XX}}\rangle\right)
\end{cases} \tag{11}
$$

4 Résultats finaux

$$R(\lambda, \theta, \alpha) = R_Z(\Omega t) \cdot R_{y''}(\lambda) \cdot R_{x'}\Big(-(\pi - \theta)\Big) \cdot R_z\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot R_x(\alpha)$$

$$\boxed{R(\lambda, \theta, \alpha, t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\Omega t)c_\theta - \cos(\Omega t)s_\theta s_\lambda & \cos(\Omega t)(-s_\alpha c_\theta s_\lambda - c_\alpha c_\lambda) - \sin(\Omega t)s_\alpha s_\theta & \cos(\Omega t)(s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda) - \sin(\Omega t)c_\alpha s_\theta \\ 0 & -\sin(\Omega t)s_\theta s_\lambda - \cos(\Omega t)c_\theta & \sin(\Omega t)(-s_\alpha c_\theta s_\lambda - c_\alpha c_\lambda) + \cos(\Omega t)s_\alpha s_\theta & \sin(\Omega t)(s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda) + \cos(\Omega t)c_\alpha s_\theta \\ 0 & -s_\theta c_\lambda & c_\alpha s_\lambda - s_\alpha c_\theta c_\lambda & -s_\alpha s_\lambda - c_\alpha c_\theta c_\lambda \end{pmatrix}}$$

avec :

$$\boxed{\begin{cases} a_1 &= \Big((s_\alpha c_\theta s_\lambda + c_\alpha c_\lambda)^2 + (s_\theta s_\lambda)^2\Big)\langle A_{XX}\rangle + (s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda)^2\langle A_{ZZ}\rangle \\ a_2 &= \Big(c_\theta^2 + (s_\alpha s_\theta)^2\Big)\langle A_{XX}\rangle + (c_\alpha s_\theta)^2\langle A_{ZZ}\rangle \\ a_3 &= -\Big(c_\theta s_\theta s_\lambda - (s_\alpha c_\theta s_\lambda + c_\alpha c_\lambda)s_\alpha s_\theta\Big)\langle A_{XX}\rangle - (s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda)c_\alpha s_\theta\langle A_{ZZ}\rangle \\ a_4 &= \Big(s_\theta^2 s_\lambda c_\lambda + (-s_\alpha c_\theta s_\lambda - c_\alpha c_\lambda)(c_\alpha s_\lambda - s_\alpha c_\theta c_\lambda)\Big)\langle A_{XX}\rangle + (s_\alpha c_\lambda - c_\alpha c_\theta s_\lambda)(-s_\alpha s_\lambda - c_\alpha c_\theta c_\lambda)\langle A_{ZZ}\rangle \\ a_5 &= \Big(- c_\theta s_\theta c_\lambda - s_\alpha c_\theta(c_\alpha s_\lambda - s_\alpha c_\theta c_\lambda)\Big)\langle A_{XX}\rangle + c_\alpha s_\theta(s_\alpha s_\lambda + c_\alpha c_\theta c_\lambda)\langle A_{ZZ}\rangle \end{cases}}$$