



Mathématiques

Classe : BAC

Chapitre : Fonctions logarithmes

📍 Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina / Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir / Gabes / Djerba

🌐 www.takiacademy.com ☎ 73.832.000



Définition

On appelle fonction logarithme népérien notée \ln , la fonction primitive sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1 de la fonction : $t \rightarrow \frac{1}{t}$

Limites remarquables

- ♣ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$.
- ♣ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$.
- ♣ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = [\ln'(1)] = 1$.
- ♣ Pour tous entiers naturels non nuls n et m , on a :
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^n(x)}{x^m} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^m \ln^n(x) = 0$

Propriétés algébriques

1. Pour tous réels a et b strictement positifs on a :
 - $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
 - $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$
 - $\ln\left(\frac{b}{a}\right) = \ln b - \ln a$
2. Soit a un réel strictement positif.
 - Pour tout entier n , $\ln(a^n) = n \ln a$
 - Pour tout entier $n \geq 2$, $\ln(\sqrt[n]{a}) = \frac{1}{n} \ln a$
3. Pour tous réels strictement positifs a_1, a_2, \dots, a_n on a : $\ln\left(\prod_{k=1}^n a_k\right) = \sum_{k=1}^n \ln(a_k)$.

Conséquences

- ♣ La fonction \ln est définie, continue et dérivable sur $]0, +\infty[$, $\ln 1 = 0$ et $\ln' x = \frac{1}{x}$.
- ♣ Pour tout réel $x > 0$, $\ln x = \int_1^x \frac{1}{t} dt$.
- ♣ La fonction \ln est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.
- ♣ Soit a et b deux réels strictement positifs.
 - $\ln a = \ln b \Leftrightarrow a = b$
 - $\ln a > \ln b \Leftrightarrow a > b$
 - $\ln a < \ln b \Leftrightarrow a < b$
 - $\ln a > 0 \Leftrightarrow a > 1$
 - $\ln a < 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1$
- ♣ La fonction \ln est une application bijective de $]0, +\infty[$ sur \mathbb{R} .
- ♣ Il existe un unique réel strictement positif noté e tel que $\ln(e) = 1$.
- ♣
 - $\forall n \in \mathbb{N}, \ln(e^n) = n$.
 - $\forall p \in \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}, \ln(\sqrt[p]{e^n}) = \frac{p}{n}$.
 - $\ln x = a \Leftrightarrow x = e^a$.

Théorème

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x) > 0$, pour tout x dans I . Alors la fonction $F: x \mapsto \ln(u(x))$ est dérivable sur I et $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

Théorème

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x) \neq 0$, pour tout x dans I . Alors la fonction $F: x \mapsto \ln|u(x)|$ est dérivable sur I et $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$

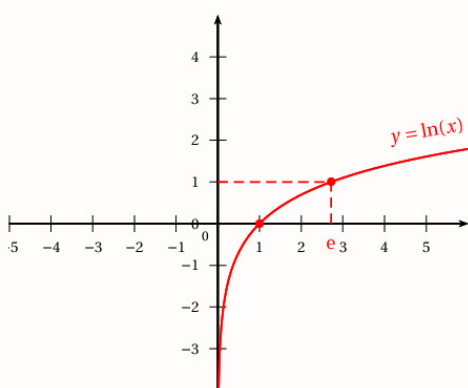
Corollaire

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I et telle que $u(x) \neq 0$, pour tout x dans I . Alors la fonction $f: x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ admet pour primitive sur I la fonction $F: x \mapsto \ln|u(x)| + k$ où $k = cte$.

Théorème

La fonction $F: x \mapsto x \ln x - x$ est une primitive de la fonction $\ln: x \mapsto \ln x$ sur $]0, +\infty[$.

Courbe representative





Taki Academy
www.takiacademy.com

تعليم
قرايانه



Sousse (Khezama - Sahloul) Nabeul / Sfax / Bardo / Menzah El Aouina /
Ezzahra / CUN / Bizerte / Gafsa / Kairouan / Medenine / Kébili / Monastir /
Gabès / Djerba



www.takiacademy.com



73.832.000