

## Graphes & Applications

### Série d'exercices 1 : Coloration des sommets d'un graphe

Niveau : 4<sup>ème</sup> année

Année Universitaire : 2022-2023

#### Exercice 1

On désire attribuer des canaux de fréquences-radio à six stations. Deux stations distantes de moins de 180 km ne peuvent pas utiliser le même canal. Le tableau suivant décrit les distances qui séparent les différentes stations.

-	A	B	C	D	E	F
A	-	85	175	200	50	100
B	85	-	125	175	100	160
C	175	125	-	100	200	250
D	200	175	100	-	210	130
E	50	100	200	210	-	100
F	100	160	250	130	100	-

1. À quel problème en théorie des graphes, ce contexte se ramène-t-il ?
2. Donner le graphe décrivant les incompatibilités liées à l'affectation des fréquences.
3. Déterminer une affectation optimale.

#### Exercice 2

Dans une entreprise, six projets sont à réaliser. Quatre ingénieurs multidisciplinaires sont disponibles : I1, I2, I3 et I4. Chaque projet nécessite deux ingénieurs, comme indiqué dans le tableau ci-dessous.

Plan	
Projet	Ingénieurs
1	I1 et I2
2	I1 et I3
3	I3 et I4
4	I2 et I4
5	I3 et I4
6	I1 et I3

Deux projets ne peuvent s'exécuter au même temps que s'ils impliquent deux équipes différentes (à 100%).

1. Certains projets ne peuvent pas être réalisés en même temps. Représenter ces contraintes par un graphe.
2. On suppose que le temps nécessaire pour chaque travail est d'une semaine. Déterminer le nombre minimal de séquences nécessaires pour réaliser ces six projets.
3. Proposer une organisation.

### Exercice 3

Un groupe de 7 jeunes scouts venus des quatre régions décident d'explorer la forêt. Le Scouter (Scout leader) souhaite répartir les jeunes scouts en groupes de telle sorte que chaque groupe ne devrait pas inclure des scouts de la même région ou des scouts dont la différence d'âge est supérieure ou égal à 3 ans. Un groupe composé d'un seul membre sera accepté. Le tableau ci-dessous résume les détails des 7 jeunes scouts.

Région	Nom du scout	Âge (ans)
Région 1	Mohamed	14
Région 1	Farid	16
Région 2	Imed	13
Région 2	Imen	13
Région 3	Karim	17
Région 3	Zeinab	13
Région 4	Mourad	16

1. À quel problème de théorie des graphes, ce contexte se ramène-t-il ?
2. Combien de groupes au minimum faudrait-il pour réaliser ce souhait ? Expliquer votre démarche et préciser les étapes intermédiaires de votre résolution.

### Exercice 4

Treize rencontres opposeront sept équipes de foot A, B, C, D, E, F, et G. Les rencontres prévues sont décrites dans le tableau suivant :

A	×	×	-	-	-	×
B	×	×	-	×	-	
C	×	×	-	-		
D		×	×	-		
E			×	×		
F				×		
G					×	

Chacune des équipes ne pourra jouer qu'un seul match par semaine.

1. Représenter les contraintes de ce problème par un graphe (indication : les sommets représentent les rencontres : AB, AC. . . ).
2. Déterminer le nombre minimum de semaines nécessaires pour planifier l'ensemble des rencontres.

### Exercice 5

L'objectif de ce problème est de déterminer une planification de passage de voitures à travers un rond-point, en respectant des contraintes d'incompatibilité. Le graphe ci-contre décrit le croisement étudié ainsi que les itinéraires ( $L_i$ ) possibles  $1 \leq i \leq 9$ .

Donner une planification des feux au niveau de ce croisement en tenant compte des incompatibilités des itinéraires.

