**Script كامل ومفصل لشرح محاضرة: Systems of Linear Equations**

---

## 🟡 مقدمة (5 دقائق)

**المدرس:**

"النهاردة هنتكلم عن موضوع مهم جدًا في الجبر، وهو **أنظمة المعادلات الخطية** . يعني إيه؟ يعني عندنا معادلتين (أو أكثر) فيهم نفس المتغيرات (غالبًا x و y) والمطلوب نلاقي قيمة x و y اللي بتخلي المعادلتين صحيحتين في نفس الوقت.

أنا حاليًا بدرس Math 3 (تفاضل وتكامل) لطلبة الجامعة في دبي أونلاين، فبالنسبة لي الجبر ده بسيط جدًا. وهنشرحه بأسلوب سهل خطوة بخطوة.

فكر في نظام المعادلات زي موقف فيه شرطتين بتحققوا في نفس الوقت: لازم x و y يرضوا الاتنين."

**سؤال تحفيزي:** - "هل في رأيكم ممكن نلاقي أكتر من حل لمعادلتين؟ ولا دايمًا في حل واحد؟ وهل ممكن مفيش حلول خالص؟"

---

## 🔵 أولًا: الحل بالرسم البياني (Graphing) — (10 دقائق)

### الشرح النظري:

- في الطريقة دي بنرسم كل معادلة كخط مستقيم على المستوى الإحداثي (x, y).
- نقطة التقاطع بين الخطين = الحل المشترك.

### المثال الأول:

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= -9 \\ x + 4y &= -10 \end{aligned}$$

### خطوات الرسم:

**للمعادلة الأولى:** - لو x = 0 → 5y = -9 → y = -9/5 - لو y = 0 → 3x = -9 → x = -3 - إذًا نقطتين: (0, -1.8) و (-3, 0)

**للمعادلة الثانية:** - x = 0 → 4y = -10 → y = -2.5 - y = 0 → x = -10 - نقطتين: (0, -2.5) و (-10, 0)

### الرسم التوضيحي (ارسم على السبورة أو استخدم Whiteboard):

- ارسم الخطين وشوف نقطة التقاطع. هتلاقيها تقريبًا (2, -3)

### التحقق:

$$3(2) + 5(-3) = 6 - 15 = -9$$

$$10- = 12 - 2 = (3-)4 + 2$$

✅ إذًا (2, -3) هو الحل الصحيح.

**ملاحظات:**

- الطريقة دي مفيدة بصريًا.
- لكن مش دقيقة لو القيم كسور.

**سؤال:** لو الخطين متوازيين، هل هيكون في نقطة تقاطع؟

---

## 🟢 ثانيًا: الحل بالتعويض (Substitution) — (15 دقيقة)

### متى نستخدمها؟

- لو في معادلة فيها متغير لوحده (أو معامل = 1)، نقدر نعزله ونعوض بيه في المعادلة التانية.

### المثال:

$$y = 3 + x2$$
$$4- = y2 + x$$

### الخطوات:

1. من المعادلة الأولى: $3 + x2 = y$
2. نعوض في الثانية:

$$4- = (3 + x2)2 + x$$
$$4- = 6 + x4 + x$$
$$2- = x \rightarrow 10- = x5$$

3. نعوض x = -2 في المعادلة الأولى:

$$1- = 3 + 4- = 3 + (2-)2 = y$$

✅ الحل هو: $(1- ,2-)$

### مثال إضافي:

$$7 = y2 - x3$$
$$3 - x2 = y$$

- نعوض y في المعادلة الأولى:

$$7 = (3 - x2)2 - x3$$
$$7 = 6 + x4 - x3$$
$$1- = x \rightarrow 1 = x-$$
$$5- = 3 - (1-)2 = y$$

✅ الحل: $(-1, -5)$

**سؤال:** - ليه طريقة التعويض أفضل لو معامل أحد المتغيرات = 1؟

---

## 🔴 ثالثًا: الحذف (Elimination) — (15 دقيقة)

### فكرة الطريقة:

- نضرب المعادلات علشان نخلي أحد المتغيرات عنده نفس المعامل (أو نفس القيمة بإشارتين مختلفتين).
- نطرح أو نجمع المعادلتين لإلغاء متغير.

### مثال:

$$2x - 7y = 3$$
$$-5x + 3y = 7$$

### الخطوات:

- نضرب الأولى في 5: $10x - 35y = 15$
- نضرب الثانية في 2: $-10x + 6y = 14$
- نجمع:

$$(10x - 35y) + (-10x + 6y) = 15 + 14$$
$$-29y = 29 \rightarrow y = -1$$

- نعوض في أي معادلة لإيجاد x:

$$2x - 7(-1) = 3 \rightarrow 2x + 7 = 3 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$$

✅ الحل: $(-2, -1)$

### سؤال خاص:

لو جينا نجمع المعادلتين ولقينا: $0 = 11$ ، إيه نوع النظام؟ (إجابة: غير منتظم – مفيش حل)

---

## 🟣 رابعًا: أنواع أنظمة المعادلات (10 دقائق)

| النوع | الوصف | الشكل البياني |
|---|---|---|
| **منتظم – مستقل** | حل واحد فقط | تقاطع خطين مختلفين |
| **منتظم – تابع** | عدد لا نهائي من الحلول | خطين متطابقين |
| **غير منتظم** | لا يوجد حل | خطين متوازيين |

**أمثلة للتوضيح:** - نفس الميل y = 2x + 1 و y = 2x - 3 → متوازيين → غير منتظم - y = 3x + 2 و y = 3x + 2 → نفس الخط → تابع

---

## 🟠 خامسًا: التطبيقات العملية (20 دقيقة)

### 1. مثال المشي والجري:

- رجل يمشي بسرعة 3 ميل/ساعة ويجري بسرعة 5 ميل/ساعة، وقطع 3.5 ميل في 0.9 ساعة.

$$0.9 = y + x$$
$$3.5 = y5 + x3$$

1. من الأولى: $x - 0.9 = y$
2. نعوض في الثانية:

$$3.5 = (x - 0.9)5 + x3$$
$$0.5 = x \rightarrow 1- = x2- \rightarrow 3.5 = x5 - 4.5 + x3$$
$$0.4 = 0.5 - 0.9 = y$$

✅ إذًا: مشى 0.5 ساعة، وجرى 0.4 ساعة

### 2. مثال العرض والطلب للتيشيرتات:

$$3 + q0.7 = p \quad \text{(عرض)}$$
$$15 + q1.7- = p \quad \text{(طلب)}$$

### نوجد نقطة التوازن (التقاطع):

- نساوي المعادلتين:

$$15 + q1.7- = 3 + q0.7$$
$$5 = q \rightarrow 12 = q2.4$$
$$6.5 = 3 + 3.5 = 3 + (5)0.7 = p$$

✅ إذًا السعر التوازني = 6.5 دولار، والكمية = 500 قميص

---

## 🟤 خاتمة + مراجعة سريعة (5 دقائق)

- لخصنا 3 طرق للحل: بالرسم – بالتعويض – بالحذف
- راجعنا أنواع الأنظمة
- طبقنا على مسائل من الحياة العملية

### واجب اختياري:

- حل النظام:

$$5 = y + x4$$
$$7 = y3 - x2$$

- وحل مسألة عن السرعة أو العرض والطلب بنفس الخطوات.

---

**✅ كده تكون الحصة شاملة – بتغطي كل حاجة بأسلوب تعليمي مبسط وتفاعلي.**