Linalg Übung 2

Ahmed Bajra

2020-09-25

Lineare Gleichungssysteme (LGS)

Beispiel

$$x + 3y = 11$$
$$4x + 5y = 23$$

$$x = 2, y = 3$$

Menge aller Lösungen: Lösungsmenge $\mathbb{L}$

LGS A und B sind <u>äquivalent</u>, wenn sie exakt dieselbe Lösungsmenge haben

Matrix

$$\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n = b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2n}x_n = b_2 \\
&\dots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n = b_m
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \cdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Gaussverfahren

I) Vertauschen von Gleichungen

II) Addieren eines Vielfachen einer Gleichung zu einer anderen

Kochrezept

1) LGS auf Dreiecksform bringen mittels Operationen I) und II)

2) Rückwärtseinsetzen uum Lösung zu finden

$$\begin{aligned} 3x_1 + 18x_2 + 7x_3 &= 69 \\ x_1 + 4x_4 + 2x_3 &= 18 \\ 2x_1 + 14x_2 + 8x_3 &= 60 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 18 & 7 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 14 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 69 \\ 18 \\ 60 \end{bmatrix}$$

I) auf 1. und 2. Gleichung anwenden

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 18 & 7 \\ 2 & 14 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 69 \\ 60 \end{bmatrix}$$

II) (2.) - 3 (1); (3.) + 2 (1.)
II) (3.) - (2)
$\rightarrow$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & | & 18 \\ 0 & 6 & 1 & | & 15 \\ 0 & 0 & 3 & | & 9 \end{bmatrix}$$

Dreiecksform

$\Rightarrow x_3 = 3$

$\Rightarrow x_2 = 2$

$\Rightarrow x_1 = 4$

Tipps Serie 1

(1) MC-Aufgabe auf "echo" lösen

(2) Immer gleiche Matrix, verschiedene $\vec{b}, \rightarrow$ Nach $\vec{b}$ lösen
    alternativ: Auf Dreiecksform Reduzieren, dann nach Aufgaben lösen

(3) Gauss

(4) Nicht nötig

(5) Nicht nötig