Zadaća 1

iz predmeta Matematička logika i teorija izračunljivosti

Prezime i ime:

Br. indexa:

Zadatak	Bodovi
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Elektrotehnički fakultet Sarajevo

1. Primjenom pravila iskazne algebre sredite izraze:

$$
\begin{aligned}
&((G \Leftrightarrow U) \wedge (\overline{U} \Rightarrow \overline{M})) \vee \Big((\overline{R} \Rightarrow M) \Leftrightarrow \overline{U \vee \overline{G}}\Big) \\
&(A \vee B)(\overline{A} \vee C)(B \vee C) \\
&\overline{\overline{B}(A \veebar C)} \vee \overline{D(A \Leftrightarrow C)}
\end{aligned}
$$

2. Odredite ANF formu izraza:

$$f(K, U, W, D) = \Big(\overline{\overline{D} \wedge \overline{W}} \Rightarrow \big(U \vee \overline{W}\big)\Big) \wedge \overline{\overline{D \vee W} \wedge \big(K \vee \overline{K}\big)},$$

   a zatim ga predstavite u SDNF, SKNF i ITE formi. Odredite ROBDD iz ITE forme.

3. Ako je p najveći prost broj, tada je n za jedan veće od produkta svih prostih brojeva manjih od p. A da bi n bio za jedan veći od produkta svih prostih brojeva manjih od p, potrebno je da ili n bude prost broj ili da n nije prost broj, ali da ima proste faktore veće od p. Činjenica da p nije najveći prost broj je potrebna da se zaključi da je n prost broj. Također, ako n ima proste faktore veće od p, tada p nije najveći prost broj. Modelirajte ove rečenice, a zatim primjenom pravila rezolucije sa opovrgavanjem pokažite da iz njih slijedi zaključak da p nije najveći prost broj.

4. Primjenom aksioma formalne logike i teorema dedukcije dokažite sljedeće teoreme:

$$
\begin{aligned}
&p \to q, r \to s \vdash_R p \vee r \to q \vee s \\
&p \to q, r \to \neg t, q \to r \vdash_R p \to \neg t.
\end{aligned}
$$

5. Na poleđini stare mape pronašli ste poruku iz 17 st. koju su ostavili pirati. U poruci piše da će onaj ko riješi zagonetku pronaći zakopano blago. Zatim su napisane sljedeće rečenice:

   (a) Ako je kuća pored jezera, onda blago nije u kuhinji.

   (b) Ako je stablo ispred kuće bor, onda je blago u kuhinji.

   (c) Pored kuće je jezero.

   (d) Stablo ispred kuće je bor ili je blago zakopano ispod ulaznih vrata.

   (e) Ako je stablo ispred kuće jabuka, onda je blago zakopano ispod velikog kamena pored kuće.

   Intuitivno, a zatim i postupkom dedukcije (LA1-LA3 + MP) pronađite lokaciju zakopanog blaga.

6. Prilikom dizajniranja automata dobivena je logička funkcija čija SDNF se sastoji od mintermi 0000, 0100, 0110, 0111, 1110 i 1111. Poznato je da se na ulaz automata neće dovoditi $-01-$. Primjenom Quine-McCluskey algoritma za binarno formatirane minterme i implikante odredite MDNF formu ovog automata. Postupak ponovite i za cjelobrojno kodirani Quine-McCluskey algoritam.

7. Formalno primjenom definicija i pravila iz teorije skupova dokažite da vrijedi:

   (a) $B \cup C \subseteq A$ ako i samo ako je $B \subseteq A$ i $C \subseteq A$

(b) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

8. Dokažite da za svako $n \geq 1$ i bilo koje skupove A, $B_1, B_2, ..., B_n$ vrijedi:

   (a) $A \cap (\bigcup_{i=1}^{n} B_i) = \bigcup_{i=1}^{n}(A \cap B_i)$

   (b) $\bigcap_{i=1}^{n}(A \times B_i) = A \times (\bigcap_{i=1}^{n}(B_i))$.

Napomena: Rok za predaju zadaće je 14.04.2022. godine