

RAPPORT FINAL

Équipe #17
Le 18 mars 2025

| Membres du groupe | Nom | Prénom | Numéro d'étudiant |
|-------------------|------------|---------------|-------------------|
| 1 | BELMKADDEM | Ziyad | 300341780 |
| 2 | BEN AYED | Ahmed Yassine | 300393076 |
| 3 | BOULAYAD | Zakariae | 300342278 |
| 4 | BUSTAMANTE | Ignacio | 300383366 |
| 5 | MASSAOUDI | Wadii | 300391594 |
| 6 | ZEROUAOUI | Jihane | 300388115 |

Encadré par: Dr. Hassan Aoude (Professeur)
Bryan Emmanuel Doe Akpaloo (Assistant d'enseignement)



uOttawa

Résumé

Ce projet, réalisé dans le cadre du cours CVC2540, avait pour objectif la conception et l'analyse complète d'un pont en treillis. Après une étude comparative entre deux structures classiques, le pont de type Pennsylvanie a été choisi pour sa capacité à supporter des charges importantes et pour sa rigidité renforcée. Ce choix a été motivé par des critères techniques et structurels en lien avec les principes de mécanique étudiés durant le cours.

L'analyse a débuté par une étude manuelle des treillis, permettant de calculer leur degré d'hyperstaticité et de comprendre la distribution des efforts dans chaque membrure à l'aide de la méthode des joints. Le modèle a ensuite été modélisé dans SAP2000, ce qui a permis de simuler le comportement mécanique de la structure sous charge, de visualiser les zones en compression ou en tension, et de confirmer la stabilité du système.

Une vérification détaillée a ensuite été réalisée pour s'assurer que chaque membrure résistait bien aux charges internes, en utilisant la formule de flambement et la contrainte maximale admissible du matériau (bois balsa). Plusieurs dimensions de sections ont été testées, et des ajustements ont été apportés aux membrures critiques afin d'atteindre un résultat optimal.

Le pont final est ainsi une structure stable, fiable et mécaniquement validée, intégrant une sélection optimisée des sections pour garantir sa performance tout en respectant les contraintes imposées. Ce projet nous a permis de mobiliser nos acquis théoriques, de développer notre maîtrise des outils numériques et de renforcer notre compréhension du comportement des structures en treillis.

Table de matière

| | |
|---|----|
| <i>Résumé</i> | 2 |
| <i>Table de matière</i> | 3 |
| <i>Liste des figures</i> | 4 |
| <i>Liste des tables</i> | 4 |
| <i>Introduction et objectives</i> | 5 |
| <i>Étude conceptuelle</i> | 7 |
| <i>Treillis 1 – Pont de Pratt</i> | 7 |
| <i>Treillis 2 – Pont de Pennsylvanie</i> | 9 |
| <i>Choix du treillis:</i> | 11 |
| <i>Analyse à la main</i> | 12 |
| <i>Détermination et stabilité</i> | 12 |
| <i>Calcul à la main des forces:</i> | 15 |
| <i>Analyse SAP2000</i> | 19 |
| <i>Analyse du treillis 3</i> | 19 |
| <i>Analyse du pont Pennsylvanie</i> | 22 |
| <i>Vérification et Conception</i> | 26 |
| <i>Vérification du treillis 3</i> | 27 |
| <i>Discussion des valeurs du treillis 3</i> | 28 |
| <i>Conception du treillis Pennsylvanie</i> | 29 |
| <i>Conception avec sections 9.5 x 9.5 mm</i> | 29 |
| <i>Conception avec sections 4.7 x 4.7 mm</i> | 30 |
| <i>Conception avec sections 3.2 x 3.2 mm</i> | 31 |
| <i>Conception avec sections 3.2 x 25.4 mm</i> | 32 |
| <i>Solution pour les membrures 46/48</i> | 32 |
| <i>Discussion du treillis Pennsylvanie</i> | 33 |
| <i>Résultat du treillis Pennsylvanie</i> | 35 |
| <i>Conclusions</i> | 37 |
| <i>Références</i> | 38 |
| <i>Annexe</i> | 38 |

Liste des figures

| | |
|---|----|
| Figure 1:Dessin du treillis 1 (Pont de Prat)..... | 8 |
| Figure 2:Dessin de treillis 2 (Pont de Pennsylvanie) | 11 |
| Figure 3: Dessin du treillis 3 | 12 |
| Figure 4: Pont de Pennsylvanie avec les joints marqués | 13 |
| Figure 5:Dessin du treillis 3 | 19 |
| Figure 6:Dessin du treillis 3 avec les forces dans chaque membrure | 20 |
| Figure 7:Dessin du treillis 3 avec les membrures en compression et détente..... | 20 |
| Figure 8:Dessin du treillis 3 avec les forces dans chaque membrure | 21 |
| Figure 9:Dessin du Pont de Pennsylvanie montrant la numérotation des membrures..... | 22 |
| Figure 10:Dessin du Pont de Pennsylvanie sur SAP2000 | 22 |
| Figure 11:Dessin du Pont de Pennsylvanie avec les membrures en compression et détente | 23 |
| Figure 12:Dessin du Pont de Pennsylvanie avec les forces dans chaque membrure | 23 |
| Figure 13:Image des propriétés mécaniques du bois Balsa | 26 |
| Figure 14:Équation de charge critique avant flambement | 26 |
| Figure 15:Équation des contraintes en fonction de la force axiale (N) et l'aire de la section (A) | 27 |
| Figure 16: Image finale de notre pont..... | 35 |

Liste des tables

| | |
|---|----|
| Table 1:Tableau des avantages/inconvénients de treillis 1 | 7 |
| Table 2:Tableau des avantages/inconvénients de treillis 2 | 9 |
| Table 3:Tableau récapitulatif des forces dans toutes les membrures du treillis 3 | 21 |
| Table 4:Tableau récapitulatif des forces dans toutes les membrures du Pont de Pennsylvanie ... | 24 |
| Table 5:Tableau de vérification pour treillis 3..... | 27 |
| Table 6:Tableau de vérification pour treillis Pennsylvanie (9.5 x 9.5 mm) | 29 |
| Table 7:Tableau de vérification pour treillis Pennsylvanie (4.7 x 4.7 mm) | 30 |
| Table 8: Tableau de vérification pour treillis Pennsylvanie (3.2 x 3.2 mm) | 31 |
| Table 9:Tableau de vérification pour treillis Pennsylvanie (3.2 x 25.4 mm) | 32 |
| Table 10:Tableau de vérification pour les membrures précédemment défaillantes (25.4 x 3.2 mm) | 32 |
| Table 11 Tableau de section et longueur de chaque segment du treillis Pennsylvanie | 34 |

Introduction et objectifs

Dans le cadre du cours CVC2540, le projet avait pour but de concevoir et d'analyser un pont en treillis capable de résister à une charge imposée, tout en assurant stabilité, résistance mécanique et optimisation des matériaux. Ce travail nous a permis d'appliquer de manière concrète les notions théoriques vues en classe, telles que l'analyse statique des treillis, la méthode des joints, les contraintes normales et la vérification de la stabilité au flambement.

La première étape a consisté en une étude conceptuelle comparative entre deux types de structures : le pont en treillis de type Pratt et le pont de type Pennsylvanie. Chacun a été évalué en fonction de ses avantages, inconvénients, et de sa capacité à répondre aux exigences du projet. Le pont de Pennsylvanie a finalement été retenu, en raison de sa robustesse structurelle, de sa meilleure répartition des charges et de sa rigidité accrue.

Par la suite, une analyse manuelle a été réalisée sur deux treillis : un treillis d'étude (n°3) fourni à titre d'exemple dans le cadre du cours, ainsi que notre propre modèle basé sur la structure de Pennsylvanie. Cette analyse a permis de déterminer le degré d'hyperstaticité des structures, d'identifier les efforts dans chaque membrure et d'évaluer la stabilité globale à l'aide de la formule $SI = (m + r) - 2j$.

Afin de compléter cette analyse, une modélisation numérique avec le logiciel SAP2000 a été réalisée. Cette étape a permis de simuler le comportement mécanique des deux treillis sous charge, d'observer les efforts internes (tension et compression), et de confirmer les résultats obtenus manuellement.

Enfin, une phase de vérification et d'optimisation a été entreprise pour s'assurer que chaque membrure du pont résiste efficacement à la charge appliquée. Grâce aux formules de flambement d'Euler et à la contrainte normale maximale admissible, nous avons évalué différentes sections transversales et modifié celles qui échouaient les tests de résistance.

CVG2540 – MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX – HIVER 2025

Cette approche a permis de garantir la stabilité du pont tout en minimisant l'utilisation de matériau.

Ce rapport retrace l'ensemble de cette démarche, de la réflexion initiale jusqu'à la validation du modèle final.

Étude conceptuelle

Dans le cadre de notre étude conceptuelle, deux types de ponts en treillis ont été retenus pour une analyse comparative: **le pont en treillis de type Pratt** et **le pont de Pennsylvanie**. Ces deux structures ont été sélectionnées en raison de leur pertinence dans des applications réelles et de leurs caractéristiques structurelles adaptées aux exigences de notre projet.

Treillis 1 – Pont de Pratt

Structure simple et légère avec des diagonales en tension et des montants en compression.

Table 1:Tableau des avantages/inconvénients de treillis 1

| Treillis | Avantages | Inconvénients |
|----------|--|---|
| 1 | <ul style="list-style-type: none"> • Répartition efficace des charges : <ul style="list-style-type: none"> ◦ Les membres diagonaux transportent des charges de tension ce qui permet d'éviter que les membrures verticales se courbent. ◦ Les membrures verticales transportent des charges de compression, optimisant la stabilité du treillis. • Construction simple avec des pièces droites (Facile à fabriquer avec des matériaux rigides comme le bois basalte, sans nécessité de courbure.) • Bonne résistance aux charges verticales (Idéal pour supporter | <ul style="list-style-type: none"> • Forte sollicitation des joints(Les nœuds reliant les diagonales et les montants sont des points critiques de contrainte, pouvant s'user avec le temps) • Moins esthétique et encombrant(Son design angulaire peut être jugé moins attrayant que des ponts en arc ou suspendus) |

| | | |
|--|---|--|
| | <p>des charges concentrées au centre du tablier, réduisant la flexion.)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Léger et économique en matériau (Moins lourd qu'un pont à poutres pleines tout en conservant une excellente solidité.) • Modularité et adaptabilité (Peut être ajusté en taille et en conception pour répondre aux différentes contraintes du projet.) | |
|--|---|--|

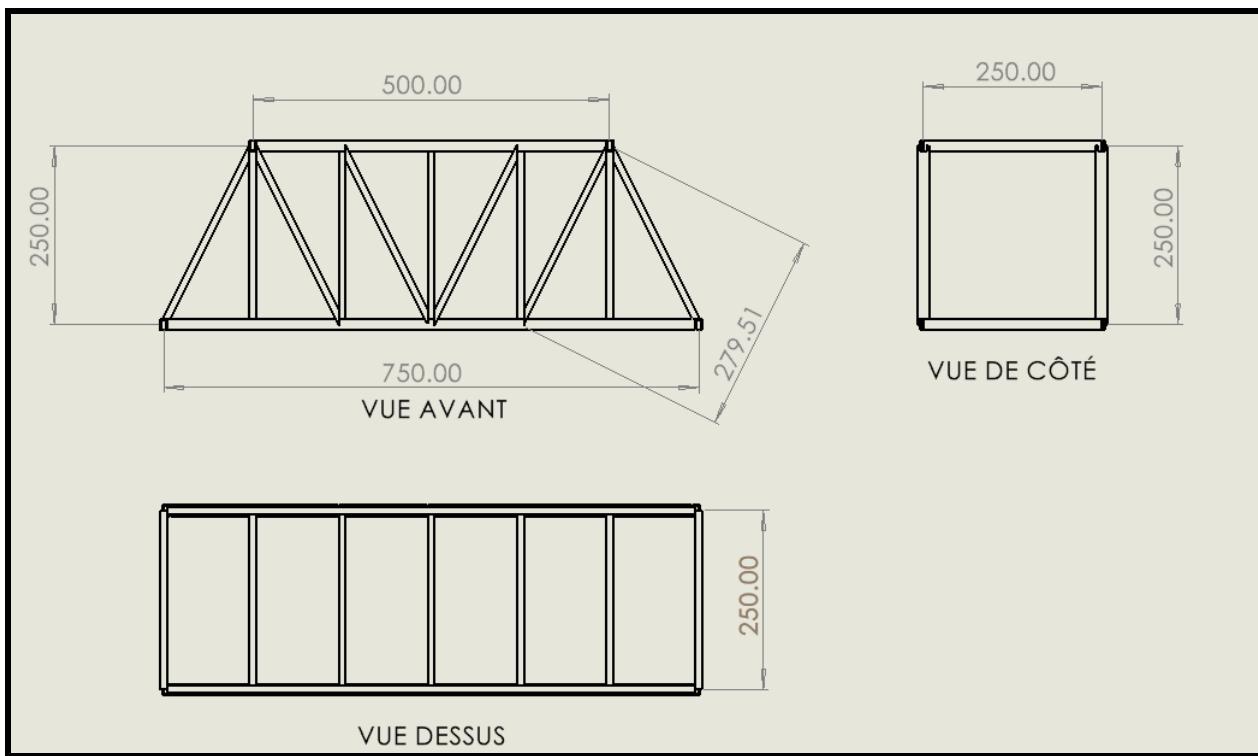


Figure 1:Dessin du treillis I (Pont de Prat)

Treillis 2 – Pont de Pennsylvanie

Version renforcée du Pratt avec des diagonales supplémentaires et des poutres paraboliques pour une meilleure rigidité.

Table 2:Tableau des avantages/inconvénients de treillis 2

| Treillis | Avantages | Inconvénients |
|----------|---|--|
| 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Capacité à supporter de lourdes charges (Grâce à ses diagonales supplémentaires et à son renforcement supérieur, il peut supporter des charges plus importantes qu'un simple treillis Pratt.) • Stabilité et rigidité accrues(Les renforts diagonaux améliorent la stabilité contre les vibrations et les charges mobiles (ex. trains, camions lourds). • Réduction des contraintes internes(Grâce à l'ajout de poutres paraboliques supérieures, il réduit la tension excessive sur certains éléments, prolongeant la durée de vie du pont.) | <ul style="list-style-type: none"> • Conception complexe et coûteuse (Sa structure renforcée avec des diagonales supplémentaires et des poutres paraboliques nécessite plus de matériaux et un assemblage plus long.) |

| | | |
|--|---|--|
| | <ul style="list-style-type: none">• Esthétique architecturale impressionnante Son design complexe avec diagonales croisées et arcs paraboliques lui donne une apparence élégante et sophistiquée. | |
|--|---|--|

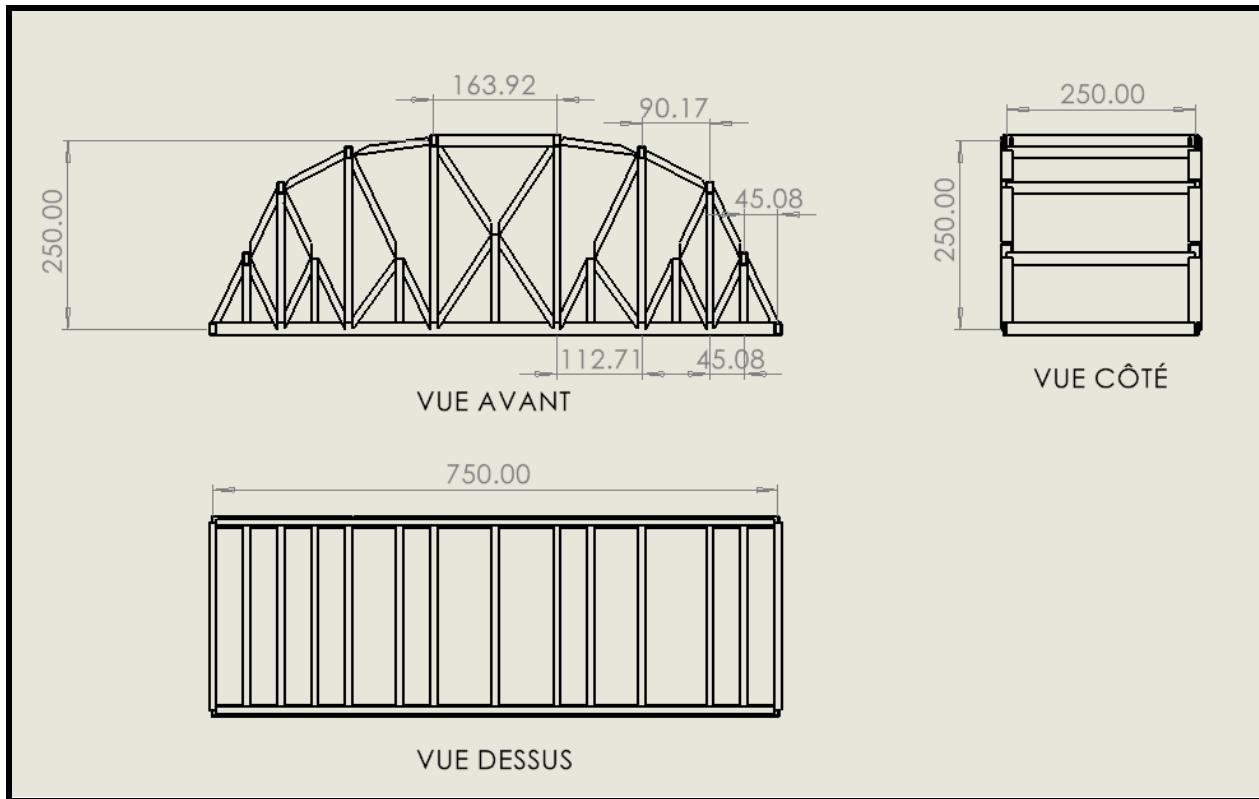


Figure 2:Dessin de treillis 2 (Pont de Pennsylvanie)

Choix du treillis:

Après avoir comparé les deux types de ponts en treillis, nous avons constaté que le pont de type Pennsylvania présente des avantages significatifs pour notre projet. Bien qu'il soit plus complexe et coûteux à concevoir que le pont de Pratt, il offre une meilleure capacité de charge, une rigidité accrue, ainsi qu'une stabilité améliorée face aux vibrations et aux charges mobiles. De plus, sa conception renforcée avec des diagonales supplémentaires et des poutres paraboliques permet de réduire les contraintes internes, prolongeant ainsi sa durée de vie. Pour toutes ces raisons, nous avons choisi d'adopter la structure du **pont de Pennsylvania** pour répondre aux exigences techniques de notre projet.

Analyse à la main

Dans cette section du rapport, nous nous concentrons sur l'analyse structurelle du treillis 3 ainsi que du pont de Pennsylvanie. L'objectif est d'évaluer leur stabilité et leur degré d'hyperstaticité (SI) à l'aide de la formule $SI = (m + r) - 2j$, ainsi que d'appliquer la méthode des joints. Cette démarche manuelle permet de mieux comprendre le comportement mécanique de ces structures et de renforcer notre maîtrise des principes fondamentaux de l'analyse des treillis.

Détermination et stabilité

Pour le treillis 3:

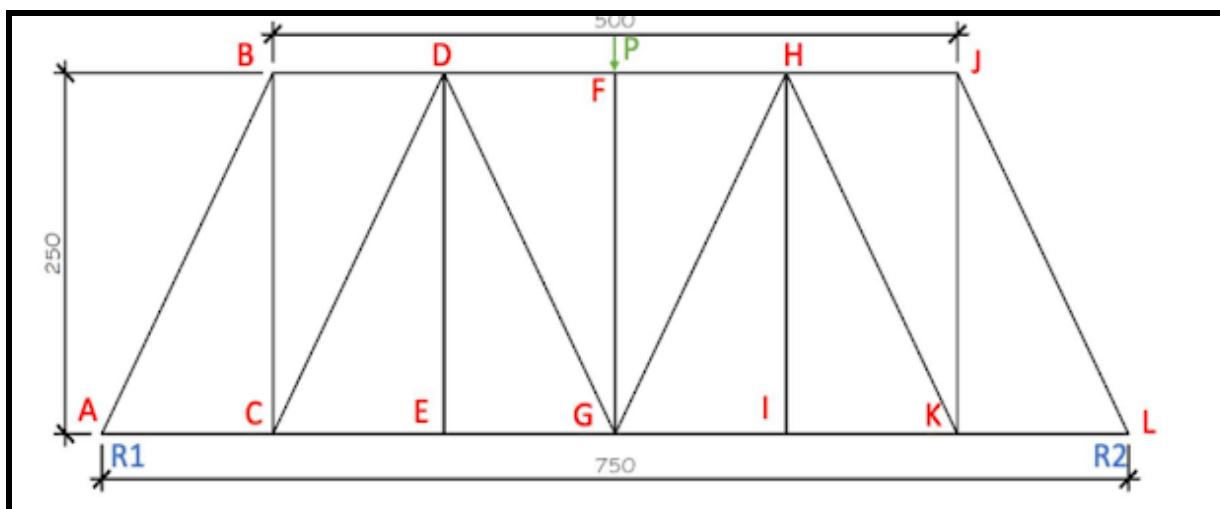


Figure 3: Dessin du treillis 3

$$\text{sachant que: } SI = (m+r) - 2j$$

avec: m = équivalent au nombre de membres

r = le nombre total de réactions de support externes

j = le nombre de joints

Après analyse du treillis on remarque que:

$$m=21$$

$$r=3 \text{ (connexion a pin et rouleau)}$$

$$j=12$$

Donc: $SI = (21+3) - 2 \cdot 12 = 0$

Puisque: $SI = 0$

Donc le treillis est considéré comme: **isostatique et stable**

Pour le pont type Pennsylvania:

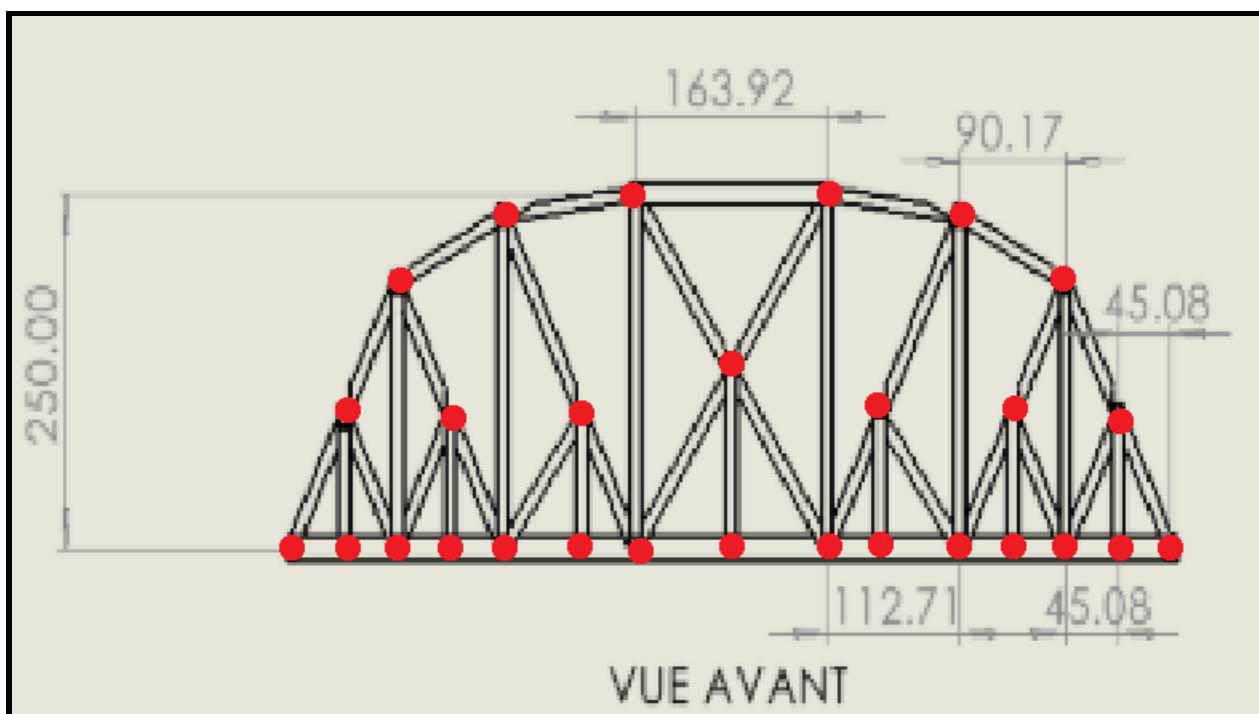


Figure 4: Pont de Pennsylvanie avec les joints marqués

sachant que: $SI = (m+r) - 2j$

avec: m = équivalent au nombre de membres

r = le nombre total de réactions de support externes

j = le nombre de joints

Après analyse du treillis on remarque que:

$m=54$

$r=3$ (connexion à pin et rouleau)

$j=28$

Donc: $SI = (54+3) - 2*28 = 57-56 = 1$

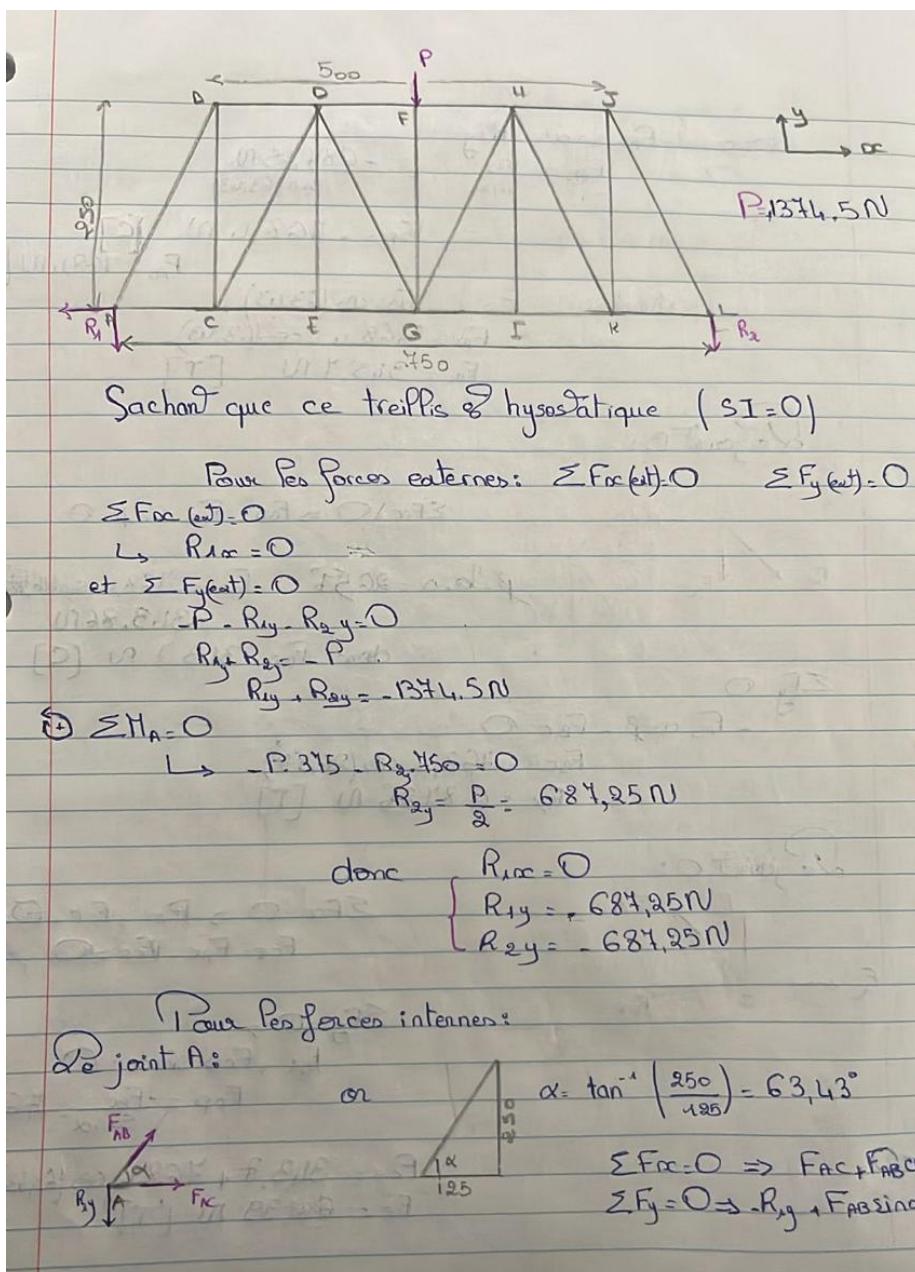
Puisque: $SI=1$

Et que $m+r > 2*j$,

Donc le treillis est considéré comme: **stable et hyperstatique du 1er degré.**

En conclusion, l'analyse du treillis 3 a révélé un degré d'hyperstaticité nul ($SI = 0$), ce qui signifie que la structure est isostatique et stable. Elle possède exactement le nombre de liaisons nécessaires pour assurer son équilibre sans redondance. En revanche, l'analyse de notre pont de type Pennsylvanie a donné un degré d'hyperstaticité de 1 ($SI = 1$), avec $m + r > 2j$. Cela indique une structure stable mais hyperstatique du premier degré, ce qui implique la présence d'une liaison supplémentaire assurant une meilleure rigidité et une meilleure capacité à redistribuer les efforts internes. Ce résultat est cohérent avec le choix de cette structure pour notre projet, puisqu'il combine stabilité et robustesse.

Calcul à la main des forces:



$$\text{donc } F_{AB} \sin \alpha = R_y \\ F_{AB} = \frac{R_y}{\sin \alpha} = \frac{-684,25 \text{ N}}{\sin(63,13)}$$

$$F_{AB} = -768,4 \text{ N}$$

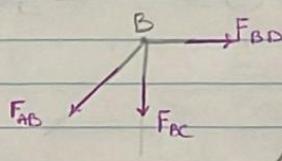
$$F_{AB} = 768,4 \text{ N [C]}$$

$$\text{et ainsi } F_{AC} = -F_{AB} \cos(63,13)$$

$$F_{AC} = 768,4 \cdot \cos(63,13)$$

$$F_{AC} = 343,4 \text{ N [T]}$$

Re joint B:



$$\sum F_{Ax} = 0 \Rightarrow F_{BD} - F_{AB} \sin \beta = 0$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 26,57^\circ \quad F_{BD} = -768,4 \cdot \sin 26,57^\circ \\ = 343,7 \text{ N}$$

$$\text{donc } F_{BD} = 343,7 \text{ N [C]}$$

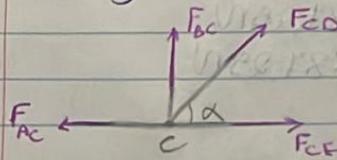
$$\sum F_y = 0$$

$$-F_{AB} \cos \beta - F_{BC} = 0$$

$$F_{BC} = 768,4 \cdot \cos(26,57^\circ)$$

$$F_{BC} = 684,26 \text{ N [T]}$$

Re joint C:



$$\sum F_{Ax} = 0 \Rightarrow -F_{AC} + F_{CE} + F_{CD} \cos \alpha = 0$$

$$F_{CE} = F_{AC} - F_{CD} \cos \alpha$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$F_{CE}, F_{CD} \sin \alpha = 0$$

$$F_{CD} = -F_{AC} = \frac{-768,4 \text{ N}}{\sin \alpha}$$

$$F_{CE} = 343,7 + 768,4 \cdot \cos(63,13)$$

$$F_{CE} = 687,39 \text{ N [T]}$$

On remarque que : F_{DE} est une membrure à 0 force donc $F_{DE} = 0$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{DC} \cos \beta - F_{CG} \cos \beta = 0$$

$$F_{DC} = F_{CG} = +768,4 \text{ N}$$

$$F_{CG} = 768,4 \text{ N } [F]$$

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{DB} - F_{DC} \cos \alpha + F_{DE} + F_{CG} \cos \alpha = 0$$

$$-F_{DB} + F_{CG} = F_{DC} \cos \alpha - F_{DC} \cos \alpha$$

$$F_{DE} = F_{DB} = 313,7 \text{ N } [C]$$

Re joint E :

$$F_{DE} = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$-F_{CE}, F_{EG} = 0$$

$$F_{CG} = F_{CE} = 687,39 \text{ N } [T]$$

Re joint F :

$$\sum F_x = 0$$

$$-F_D, F_{EH} = 0$$

$$F_{EH} - F_{ED} = 313,7 \text{ N } [C]$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-P + F_{CG} = 0$$

$$+F_{CG} = +P = 1374,5 \text{ N}$$

$$F_{CG} = 1374,5 \text{ N } [C]$$

Re joint G :

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{GE} + F_{GI} - F_{PG} \cos \alpha + F_{GH} \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{PG} + F_{GI} \sin \alpha + F_{GH} \sin \alpha = 0$$

$$F_{GH} = \frac{F_{EG} - F_{PG} \sin \alpha}{\sin \alpha}$$

$$F_{GH} = 768,4 \text{ N } [T]$$

$$F_{GI} = F_{GE} + F_{DC} \cos \alpha - F_{GH} \cos \alpha \\ = 684,39 + (-468,4) \cdot \cos(63,43) - (2305,2 \cos(63,43)) \\ F_{GI} = -684,3 \text{ N}$$

$$F_{GI} = 687,3 \text{ N [T]}$$

Par symétrie on peut trouver toutes les autres forces de la deuxième moitié.

$$\text{donc } F_{AB} = F_{LJ} = 468,4 \text{ N [C]}$$

$$F_{AC} = F_{LK} = 343,7 \text{ N [T]}$$

$$F_{CB} = F_{KJ} = 684,3 \text{ N [T]}$$

$$F_{CD} = F_{KH} = 468,4 \text{ N [C]}$$

$$F_{CE} = F_{KI} = 687,3 \text{ N [T]}$$

$$F_{ED} = F_{IH} = 0 \text{ N}$$

$$F_{EG} = F_{IG} = 687,3 \text{ N [T]}$$

$$F_{FO} = F_{GH} = 468,4 \text{ N [T]}$$

$$F_{FG} = 1374,5 \text{ N [C]}$$

$$F_{BD} = F_{JK} = 343,7 \text{ N [C]}$$

$$F_{DF} = F_{HF} = 687,3 \text{ N [C]}$$

Analyse SAP2000

Dans cette section, nous réalisons une analyse approfondie du treillis n°3 ainsi que du treillis sélectionné pour notre projet, à l'aide du logiciel SAP2000. L'objectif est de mieux comprendre le comportement mécanique de ces structures en identifiant les efforts internes, les réactions d'appui et les déformations sous l'effet des charges appliquées. Cette modélisation numérique permet également de valider la conception structurelle et de confirmer la stabilité des treillis analysés, en complément de l'étude manuelle précédemment effectuée.

Analyse du treillis 3

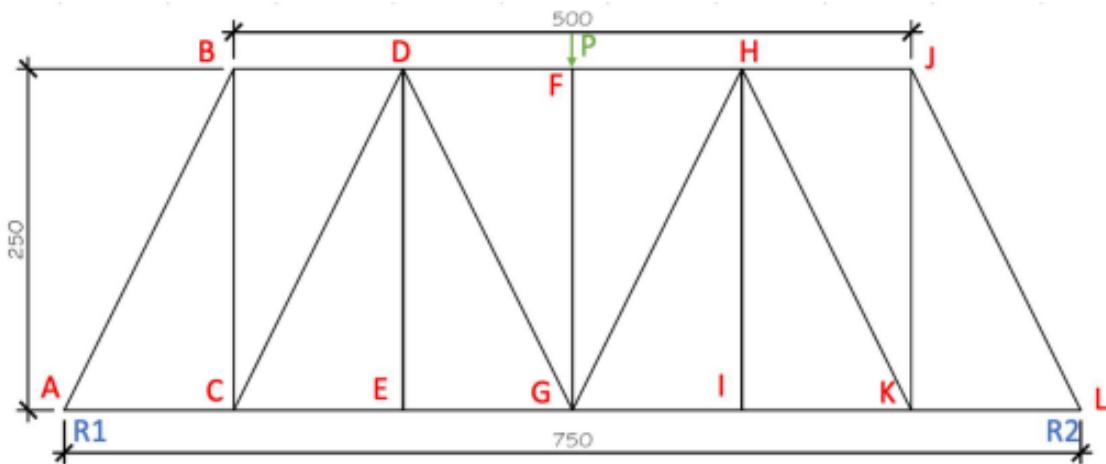


Figure 5:Dessin du treillis 3

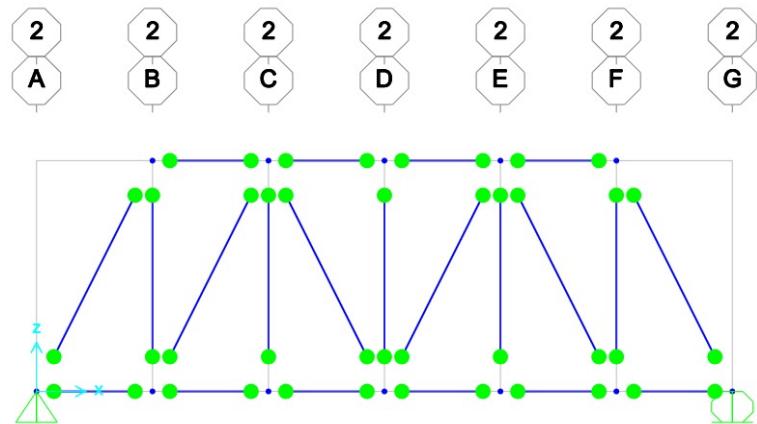


Figure 6:Dessin du treillis 3 avec les forces dans chaque membrure

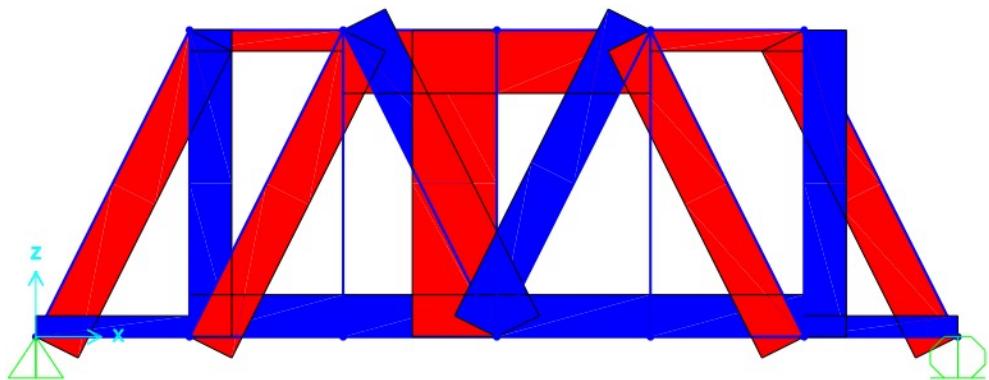


Figure 7:Dessin du treillis 3 avec les membrures en compression et détente

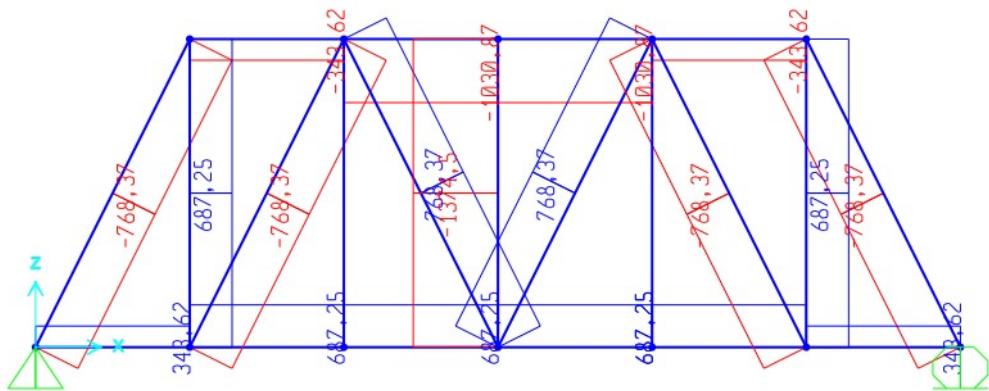


Figure 8:Dessin du treillis 3 avec les forces dans chaque membrure

La charge appliquée est: $P = 1374,5 \text{ N}$

Table 3:Tableau récapitulatif des forces dans toutes les membrures du treillis 3

| Membrures | Force interne (N) | Tension ou Compression (T ou C) |
|-----------|-------------------|---------------------------------|
| AB / JL | 768.37 | C |
| AC / KL | 343.62 | T |
| BC / JK | 687.25 | T |
| BD / HJ | 343.62 | C |
| CE / KI | 687.25 | C |
| CD / HK | 768.37 | C |
| ED / HI | 0 | N/A |
| DF / HF | 1030,87 | C |
| DG / HG | 768.37 | T |
| EG / IG | 687.25 | T |

Analyse du pont Pennsylvanie

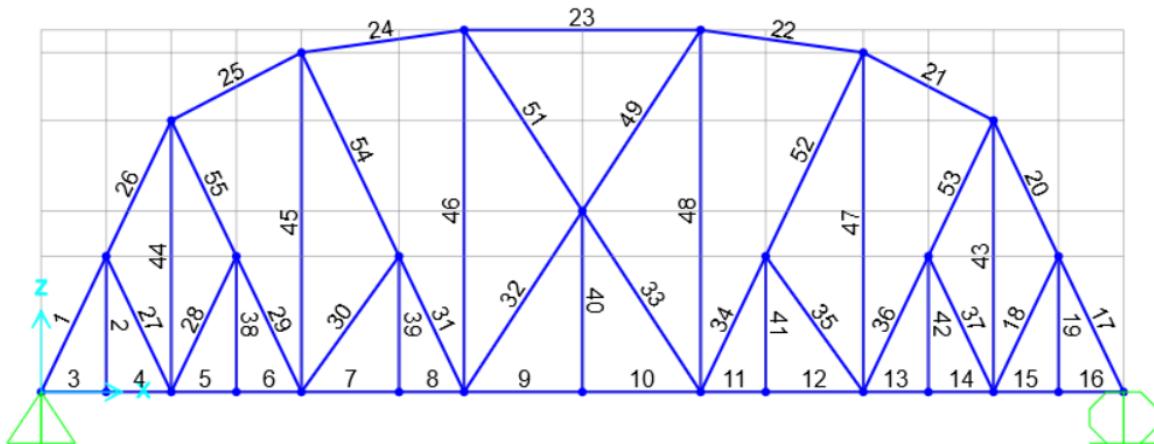


Figure 9:Dessin du Pont de Pennsylvanie montrant la numérotation des membrures

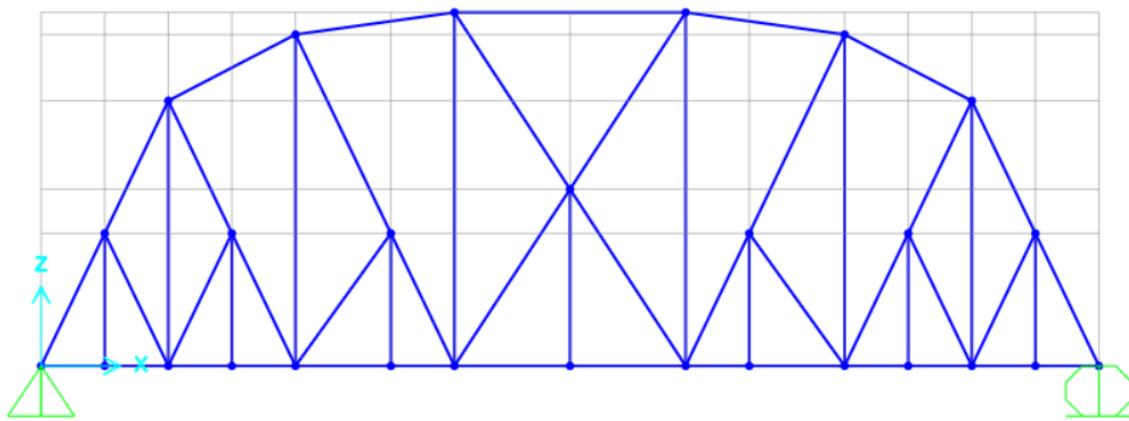
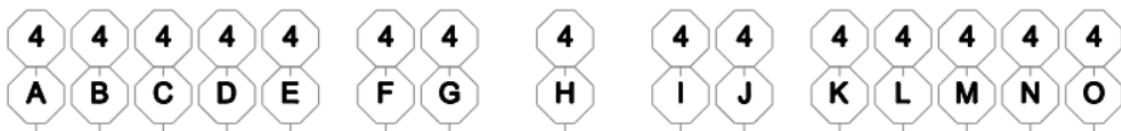


Figure 10:Dessin du Pont de Pennsylvanie sur SAP2000

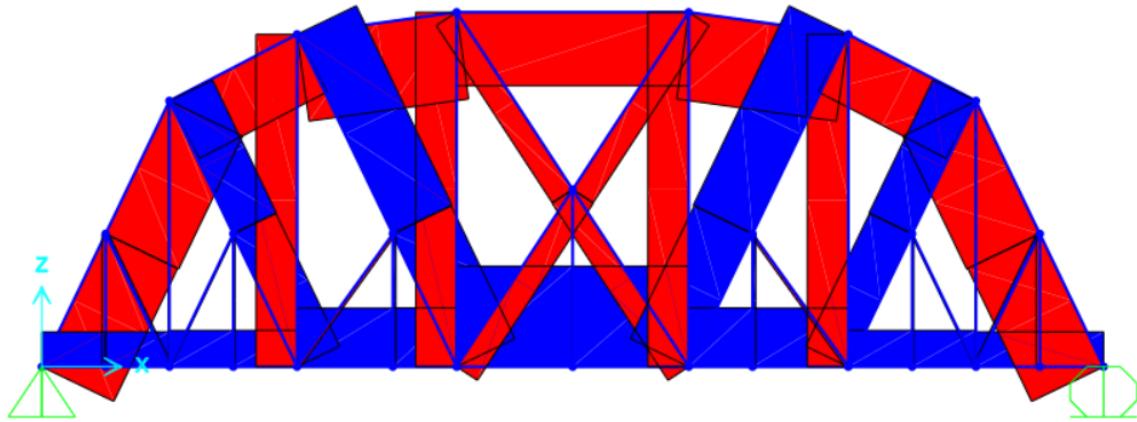


Figure 11:Dessin du Pont de Pennsylvanie avec les membrures en compression et détente

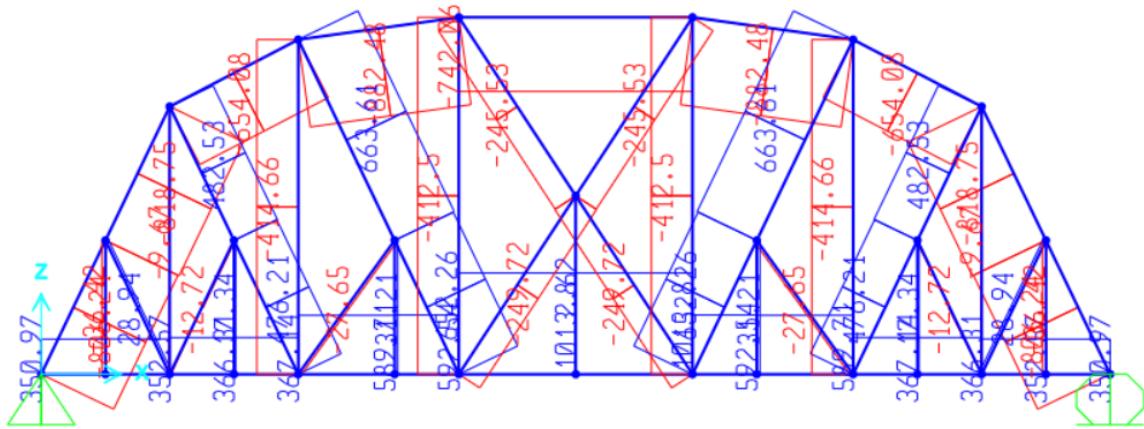


Figure 12:Dessin du Pont de Pennsylvanie avec les forces dans chaque membrure

CVG2540 – MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX – HIVER 2025

La charge appliquée est : $P = 1500 \text{ N}$ (Capacité 3000 N)

Table 4: Tableau récapitulatif des forces dans toutes les membrures du Pont de Pennsylvanie

| Membrures | Force interne (N) | Tension ou Compression (T ou C) |
|-----------|-------------------|---------------------------------|
| 1/17 | 806.24 | C |
| 2/19 | 36.42 | C |
| 27/18 | 28.94 | T |
| 28/37 | 12.72 | C |
| 38/42 | 17.34 | T |
| 29/36 | 476.21 | T |
| 30/35 | 27.65 | C |
| 41/39 | 31.21 | T |
| 34/31 | 652.26 | T |
| 33/32 | 249.72 | C |
| 40 | 2.62 | T |
| 26/20 | 818.75 | C |
| 25/21 | 654.08 | C |
| 24/22 | 882.48 | C |
| 23 | 742.06 | C |
| 44/43 | 9.67 | C |
| 55/53 | 482.53 | T |
| 45/47 | 414.66 | C |
| 54/52 | 663.61 | T |
| 46/48 | 412.5 | C |
| 51/49 | 245.53 | C |

L'analyse du **treillis 3** avec SAP2000 a permis de visualiser en détail la répartition des forces internes dans chaque membrure sous l'effet d'une charge appliquée de 1374,5 N. Les résultats indiquent une alternance de membrures en tension et en compression, avec certaines qui ne sont soumises à aucun effort (force nulle). Cela met en évidence le rôle spécifique de chaque élément dans la stabilité globale du treillis. Cette modélisation renforce la compréhension des principes étudiés en classe, notamment la méthode des joints et le comportement isostatique d'un treillis simple.

Pour le **pont de Pennsylvanie**, les résultats de SAP2000 montrent des valeurs de forces internes plus variées, certaines atteignant des niveaux significatifs, en accord avec la charge appliquée de 1500 N. Les membrures supérieures et les diagonales présentent des efforts marqués, majoritairement en compression dans les arcs supérieurs, ce qui reflète l'efficacité de la géométrie renforcée de cette structure. Les résultats restent bien en deçà de la capacité maximale (3000 N), ce qui confirme la fiabilité du modèle. La répartition des efforts met en lumière la complexité structurelle du pont et l'importance de sa conception pour assurer une bonne répartition des charges.

Cette analyse numérique complète utilement les démarches théoriques et permet d'appuyer la validation structurelle des deux treillis étudiés.

Vérification et Conception

Pour mener à bien l'analyse de la stabilité des structures sous charge axiale, nous avons dû utiliser certains concepts théoriques.

Tout d'abord, nous avons considéré pour nos calculs, les propriétés mécaniques du matériau ci-dessous pour déterminer les valeurs P_{cr} et N_{max} .

| Propriété mécanique | Valeur moyenne |
|----------------------------------|----------------|
| Module d'élasticité, E | 3 500 MPa |
| Contrainte de traction ultime | 23,5 MPa |
| Contrainte de compression ultime | 14,7 MPa |

Figure 13:Image des propriétés mécaniques du bois Balsa

Ensuite, la formule d'Euler ci-dessous nous permet de déterminer la charge critique au-delà de laquelle un flambement survient. Cette charge critique dépend du module d'élasticité E , du moment d'inertie / de la section transversale, et de la longueur effective L_e de la colonne. Cette charge critique va être une première donnée pour confirmer la résistance d'une membrure des treillis.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$$

Figure 14:Équation de charge critique avant flambement

Enfin, la formule de la contrainte normale ci-dessous permet de vérifier si la structure reste dans les limites admissibles du matériau. On en déduit N_{max} , la force axiale maximale, qui va être une seconde donnée pour confirmer la résistance d'une membrure des treillis. Si la membrure est en tension ou en compression, on utilise les contraintes ultimes correspondantes aux sollicitations présentées auparavant, pour le calcul de N_{max} .

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Figure 15: Équation des contraintes en fonction de la force axiale (N) et l'aire de la section (A)

Ces formules nous permettent donc d'évaluer la stabilité et la résistance des membrures, assurant que la structure reste sécuritaire sous les charges prévues, à travers un système PASS/FAIL tel que si la force axiale appliquée est inférieure à P_{cr} et N_{max} (en même temps) alors la membrure est résistante et passe le test (PASS) tandis que dans le cas contraire elle échoue le test et elle n'est pas résistante (FAIL).

Vérification du treillis 3

Table 5: Tableau de vérification pour treillis 3

| Segment | Force [N] | C ou T | Dimensions de la membrures | N_{max} [N] | Longueur [mm] | I_{min} (mm ⁴) | P_{cr} [N] | Pass/Fail |
|---------|-----------|--------|----------------------------|---------------|---------------|------------------------------|--------------|-----------------|
| AB | 768.37 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 279.5 | 678.7552083 | 300.117779 Pass |
| JL | 768.37 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 279.5 | 678.7552083 | 300.117779 Pass |
| AC | 343.62 | T | 3.2 | 25.4 | 1905.28 | 125 | 69.35893333 | - Pass |
| KL | 343.62 | T | 3.2 | 25.4 | 1905.28 | 125 | 69.35893333 | - Pass |
| BC | 687.25 | T | 4.7 | 4.7 | 517.8 | 250 | 40.66400833 | - Fail |
| JK | 687.25 | T | 4.7 | 4.7 | 517.8 | 250 | 40.66400833 | - Fail |
| BD | 343.62 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 125 | 678.7552083 | 1500.49766 Pass |
| HJ | 343.62 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 125 | 678.7552083 | 1500.49766 Pass |
| CE | 687.25 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 125 | 678.7552083 | 1500.49766 Pass |
| KI | 687.25 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 125 | 678.7552083 | 1500.49766 Pass |
| CD | 768.37 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 279.5 | 678.7552083 | 300.117779 Fail |
| HK | 768.37 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 279.5 | 678.7552083 | 300.117779 Fail |
| ED | 0 N/A | | 4.7 | 4.7 | 517.8 | 250 | 40.66400833 | 22.4735842 Pass |
| HI | 0 N/A | | 4.7 | 4.7 | 517.8 | 250 | 40.66400833 | 22.4735842 Pass |
| DF | 1030.87 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 125 | 678.7552083 | 1500.49766 Pass |
| HF | 1030.87 | C | 9.5 | 9.5 | 1322.22 | 125 | 678.7552083 | 1500.49766 Pass |
| DG | 768.37 | T | 4.7 | 4.7 | 517.8 | 279.5 | 40.66400833 | - Fail |
| HG | 768.37 | T | 4.7 | 4.7 | 517.8 | 279.5 | 40.66400833 | - Fail |
| EG | 687.25 | T | 3.2 | 25.4 | 1905.28 | 125 | 69.35893333 | - Pass |
| IG | 687.25 | T | 3.2 | 25.4 | 1905.28 | 125 | 69.35893333 | - Pass |

Discussion des valeurs du treillis 3

L'analyse des résultats du treillis 3 montre que certains segments réussissent, tandis que d'autres échouent en raison des forces de compression et du flambement. Les calculs ont été effectués en utilisant les formules :

- **Contrainte normale ($\sigma=N/A$)**

Avec :

N: la force appliquée

A: la section transversale

- **Charge critique de flambement ($P_{cr}=\pi^2 E I / L_e^2$)**

Avec :

E : le module d'élasticité,

I : le moment d'inertie,

L_e : la longueur effective.

Les segments AB, JL, BD, HJ, CE, KI, DF, HF et EG ont passé le test grâce à des valeurs de P_{cr} suffisantes. En revanche, les segments BC, JK, DG, HG, CD, HK et ED ont échoué, principalement en raison de faibles valeurs d'inertie (I_{min}) ou d'une charge critique insuffisante. Pour améliorer la stabilité, il serait pertinent d'optimiser la section transversale des segments ou de réduire leur longueur libre.

Conception du treillis Pennsylvanie

Conception avec sections 9.5 x 9.5 mm

Table 6: Tableau de vérification pour treillis Pennsylvanie (9.5 x 9.5 mm)

| Segment | Force [N] | Cou T | Dimensions de la membrure | N_max (N) | Longueur (mm) | I_min(mm^4) | P_cr(N) | Pass/Fail |
|-------------------------------|-----------|-------|---------------------------|-----------|---------------|-------------|------------|-----------|
| 1/17 | 806.24 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 104.03 | 678.7552083 | 2166.39752 | Pass |
| 2/19 | 36.42 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 93.75 | 678.7552083 | 2667.55139 | Pass |
| 28/37 | 12.72 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 104.03 | 678.7552083 | 2166.39752 | Pass |
| 30/35 | 27.65 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 115.6 | 678.7552083 | 1754.44468 | Pass |
| 33/32 | 249.72 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 149.47 | 678.7552083 | 1049.41503 | Pass |
| 26/20 | 818.75 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 104.03 | 678.7552083 | 2166.39752 | Pass |
| 25/21 | 654.08 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 101.62 | 678.7552083 | 2270.37171 | Pass |
| 24/22 | 882.48 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 113.79 | 678.7552083 | 1810.70271 | Pass |
| 23 | 742.06 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 163.92 | 678.7552083 | 872.552278 | Pass |
| 44/43 | 9.67 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 187.5 | 678.7552083 | 666.887847 | Pass |
| 45/47 | 414.66 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 234.38 | 678.7552083 | 426.790012 | Pass |
| 46/48 | 412.5 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 250 | 678.7552083 | 375.124414 | Fail |
| 51/49 | 245.53 | C | 9.5 9.5 | 1326.675 | 149.47 | 678.7552083 | 1049.41503 | Pass |
| 3/16 | 350.97 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 45.08 | 678.7552083 | - | Pass |
| 4/15 | 352.57 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 45.08 | 678.7552083 | - | Pass |
| 5/14 | 366.33 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 45.08 | 678.7552083 | - | Pass |
| 6/13 | 367.14 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 45.08 | 678.7552083 | - | Pass |
| 7/12 | 589.71 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 67.62 | 678.7552083 | - | Pass |
| 8/11 | 592.54 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 45.08 | 678.7552083 | - | Pass |
| 9/10 | 1013.8 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 81.965 | 678.7552083 | - | Pass |
| 27/18 | 28.94 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 104.03 | 678.7552083 | - | Pass |
| 38/42 | 17.34 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 93.75 | 678.7552083 | - | Pass |
| 29/36 | 476.21 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 104.03 | 678.7552083 | - | Pass |
| 41/39 | 31.21 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 93.75 | 678.7552083 | - | Pass |
| 34/31 | 652.26 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 104.03 | 678.7552083 | - | Pass |
| 40 | 2.62 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 125 | 678.7552083 | - | Pass |
| 55/53 | 482.53 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 104.03 | 678.7552083 | - | Pass |
| 54/52 | 663.61 | T | 9.5 9.5 | 2120.875 | 156.04 | 678.7552083 | - | Pass |
| Longueur totale des membrures | | | | | | | | |
| | | | | | | 3743.18 | | |

Conception avec sections 4.7 x 4.7 mm

Table 7: Tableau de vérification pour treillis Pennsylvania (4.7 x 4.7 mm)

| Segment | Force [N] | CouT | Dimensions de la membrur | | N_max (N) | Longueur (mm) | I_min(mm^4) | P_cr(N) | Pass/Fail |
|---------|-----------|------|--------------------------|-----|-----------|---------------|-------------|------------|-----------|
| 1/17 | 806.24 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 104.03 | 40.6640083 | 129.788186 | Fail |
| 2/19 | 36.42 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 93.75 | 40.6640083 | 159.812154 | Pass |
| 28/37 | 12.72 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 104.03 | 40.6640083 | 129.788186 | Pass |
| 30/35 | 27.65 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 115.6 | 40.6640083 | 105.108222 | Pass |
| 33/32 | 249.72 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 149.47 | 40.6640083 | 62.87012 | Fail |
| 26/20 | 818.75 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 104.03 | 40.6640083 | 129.788186 | Fail |
| 25/21 | 654.08 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 101.62 | 40.6640083 | 136.017246 | Fail |
| 24/22 | 882.48 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 113.79 | 40.6640083 | 108.478623 | Fail |
| 23 | 742.06 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 163.92 | 40.6640083 | 52.2743291 | Fail |
| 44/43 | 9.67 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 187.5 | 40.6640083 | 39.9530385 | Pass |
| 45/47 | 414.66 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 234.38 | 40.6640083 | 25.5688537 | Fail |
| 46/48 | 412.5 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 250 | 40.6640083 | 22.4735842 | Fail |
| 51/49 | 245.53 | C | 4.7 | 4.7 | 324.723 | 149.47 | 40.6640083 | 62.87012 | Fail |
| 3/16 | 350.97 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 45.08 | 40.6640083 | - | Pass |
| 4/15 | 352.57 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 45.08 | 40.6640083 | - | Pass |
| 5/14 | 366.33 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 45.08 | 40.6640083 | - | Pass |
| 6/13 | 367.14 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 45.08 | 40.6640083 | - | Pass |
| 7/12 | 589.71 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 67.62 | 40.6640083 | - | Fail |
| 8/11 | 592.54 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 45.08 | 40.6640083 | - | Fail |
| 9/10 | 1013.8 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 81.965 | 40.6640083 | - | Fail |
| 27/18 | 28.94 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 104.03 | 40.6640083 | - | Pass |
| 38/42 | 17.34 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 93.75 | 40.6640083 | - | Pass |
| 29/36 | 476.21 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 104.03 | 40.6640083 | - | Pass |
| 41/39 | 31.21 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 93.75 | 40.6640083 | - | Pass |
| 34/31 | 652.26 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 104.03 | 40.6640083 | - | Fail |
| 40 | 2.62 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 125 | 40.6640083 | - | Pass |
| 55/53 | 482.53 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 104.03 | 40.6640083 | - | Pass |
| 54/52 | 663.61 | T | 4.7 | 4.7 | 519.115 | 156.04 | 40.6640083 | - | Fail |

Conception avec sections 3.2 x 3.2 mm

Table 8: Tableau de vérification pour treillis Pennsylvania (3.2 x 3.2 mm)

| Segment | Force [N] | C ou T | Dimensions de la membrure | | N_max (N) | Longueur (mm) | I_min(mm^4) | P_cr(N) | Pass/Fail |
|---------|-----------|--------|---------------------------|-----|-----------|---------------|-------------|------------|-----------|
| 1/17 | 806.24 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 104.03 | 8.73813333 | 27.8896872 | Fail |
| 2/19 | 36.42 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 93.75 | 8.73813333 | 34.341423 | Fail |
| 28/37 | 12.72 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 104.03 | 8.73813333 | 27.8896872 | Pass |
| 30/35 | 27.65 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 115.6 | 8.73813333 | 22.5863041 | Fail |
| 33/32 | 249.72 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 149.47 | 8.73813333 | 13.5099198 | Fail |
| 26/20 | 818.75 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 104.03 | 8.73813333 | 27.8896872 | Fail |
| 25/21 | 654.08 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 101.62 | 8.73813333 | 29.2282261 | Fail |
| 24/22 | 882.48 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 113.79 | 8.73813333 | 23.3105567 | Fail |
| 23 | 742.06 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 163.92 | 8.73813333 | 11.2330308 | Fail |
| 44/43 | 9.67 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 187.5 | 8.73813333 | 8.58535575 | Fail |
| 45/47 | 414.66 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 234.38 | 8.73813333 | 5.49439325 | Fail |
| 46/48 | 412.5 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 250 | 8.73813333 | 4.82926261 | Fail |
| 51/49 | 245.53 | C | 3.2 | 3.2 | 150.528 | 149.47 | 8.73813333 | 13.5099198 | Fail |
| 3/16 | 350.97 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 45.08 | 8.73813333 | - | Fail |
| 4/15 | 352.57 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 45.08 | 8.73813333 | - | Fail |
| 5/14 | 366.33 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 45.08 | 8.73813333 | - | Fail |
| 6/13 | 367.14 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 45.08 | 8.73813333 | - | Fail |
| 7/12 | 589.71 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 67.62 | 8.73813333 | - | Fail |
| 8/11 | 592.54 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 45.08 | 8.73813333 | - | Fail |
| 9/10 | 1013.8 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 81.965 | 8.73813333 | - | Fail |
| 27/18 | 28.94 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 104.03 | 8.73813333 | - | Pass |
| 38/42 | 17.34 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 93.75 | 8.73813333 | - | Pass |
| 29/36 | 476.21 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 104.03 | 8.73813333 | - | Fail |
| 41/39 | 31.21 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 93.75 | 8.73813333 | - | Pass |
| 34/31 | 652.26 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 104.03 | 8.73813333 | - | Fail |
| 40 | 2.62 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 125 | 8.73813333 | - | Pass |
| 55/53 | 482.53 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 104.03 | 8.73813333 | - | Fail |
| 54/52 | 663.61 | T | 3.2 | 3.2 | 240.64 | 156.04 | 8.73813333 | - | Fail |

Conception avec sections 3.2 x 25.4 mm

Table 9: Tableau de vérification pour treillis Pennsylvania (3.2 x 25.4 mm)

| Segment | Force [N] | C ou T | Dimensions de la membrure | N_max (N) | Longueur (mr) | I_min(mm^4) | P_cr(N) | Pass/Fail |
|------------------------|-----------|--------|---------------------------|-----------|---------------|-------------|---------|-----------|
| 1/17 | 806.24 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 104.03 | 69.36 | 221.37 | Fail |
| 2/19 | 36.42 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 93.75 | 69.36 | 272.59 | Pass |
| 28/37 | 12.72 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 104.03 | 69.36 | 221.37 | Pass |
| 30/35 | 27.65 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 115.60 | 69.36 | 179.28 | Pass |
| 33/32 | 249.72 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 149.47 | 69.36 | 107.23 | Fail |
| 26/20 | 818.75 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 104.03 | 69.36 | 221.37 | Fail |
| 25/21 | 654.08 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 101.62 | 69.36 | 232.00 | Fail |
| 24/22 | 882.48 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 113.79 | 69.36 | 185.03 | Fail |
| 23 | 742.06 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 163.92 | 69.36 | 89.16 | Fail |
| 44/43 | 9.67 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 187.50 | 69.36 | 68.15 | Pass |
| 45/47 | 414.66 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 234.38 | 69.36 | 43.61 | Fail |
| 46/48 | 412.5 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 250.00 | 69.36 | 38.33 | Fail |
| 51/49 | 245.53 | C | 3.2 25.4 | 1194.82 | 149.47 | 69.36 | 107.23 | Fail |
| 3/16 | 350.97 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 45.08 | 69.36 | - | Pass |
| 4/15 | 352.57 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 45.08 | 69.36 | - | Pass |
| 5/14 | 366.33 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 45.08 | 69.36 | - | Pass |
| 6/13 | 367.14 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 45.08 | 69.36 | - | Pass |
| 7/12 | 589.71 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 67.62 | 69.36 | - | Pass |
| 8/11 | 592.54 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 45.08 | 69.36 | - | Pass |
| 9/10 | 1013.8 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 81.97 | 69.36 | - | Pass |
| 27/18 | 28.94 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 104.03 | 69.36 | - | Pass |
| 38/42 | 17.34 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 93.75 | 69.36 | - | Pass |
| 29/36 | 476.21 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 104.03 | 69.36 | - | Pass |
| 41/39 | 31.21 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 93.75 | 69.36 | - | Pass |
| 34/31 | 652.26 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 104.03 | 69.36 | - | Pass |
| 40 | 2.62 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 125.00 | 69.36 | - | Pass |
| 55/53 | 482.53 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 104.03 | 69.36 | - | Pass |
| 54/52 | 663.61 | T | 3.2 25.4 | 1910.08 | 156.04 | 69.36 | - | Pass |
| Total de membrure en T | | | | | 2519.29 | | | |

Solution pour les membrures 46/48

Table 10: Tableau de vérification pour les membrures précédemment défaillantes (25.4 x 3.2 mm)

| Segment | Force [N] | C ou T | Dimensions de la membrure | N_max (N) | Longueur (mr) | I_min(mm^4) | P_cr(N) | Pass/Fail |
|---------|-----------|--------|---------------------------|-----------|---------------|-------------|------------|-----------|
| 46/48 | 412.5 | C | 25.4 3.2 | 1194.816 | 250 | 4369.88373 | 2415.08287 | Pass |

Discussion du treillis Pennsylvanie

L'analyse des résultats montre des différences marquées entre les performances des différentes sections :

- Pour la section $3.2 \times 3.2 mm : Cette section est la plus légère, mais elle présente de nombreuses défaillances sous compression en raison d'un moment d'inertie (I_{min}) trop faible, entraînant un flambement prématué. Plusieurs membrures échouent le test ($P_{cr} < N$), ce qui la rend insuffisante pour garantir la stabilité du pont.$
- Pour la section 4.7×4.7 mm : Une amélioration est constatée avec cette section, mais plusieurs membrures restent en échec. Bien qu'elle offre une meilleure résistance que la section précédente, les valeurs de P_{cr} restent insuffisantes pour certaines membrures critiques en compression, notamment celles soumises à des forces élevées.
- Pour la section 9.5×9.5 mm : Cette section présente les meilleures performances globales. Avec un moment d'inertie plus important, elle réduit considérablement le risque de flambement, et la grande majorité des membrures réussissent les tests de validation ($P_{cr} > N$). Elle assure ainsi la robustesse de la structure et minimise les risques d'instabilité.

Bien que la section 9.5×9.5 mm soit efficace pour la plupart des membrures, une exception a été identifiée : la membrure 46/48, qui a échoué le test malgré cette section. Cette membrure est soumise à une force importante et nécessitait une optimisation pour éviter le flambement.

Afin de garantir la stabilité de la membrure 46/48, une section plus grande a été choisie (une section 3.2×25.4 mm, orientée différemment), permettant d'augmenter la charge critique de flambement P_{cr} . Grâce à cette modification, cette membrure passe désormais la vérification, assurant ainsi l'intégrité structurelle du pont.

Ainsi, une analyse quantitative du bois nous montre que c'est impossible d'utiliser la section 9.5 x 9.5 mm pour toutes les membrures où elle passerait. On a donc choisi à optimiser notre utilisation du bois en variant les sections utilisées pour différents segments en considérant le test passe/échec. On trouvera dans le tableau suivant les sections et la longueur de chaque section :

Table 11 Tableau de section et longueur de chaque segment du treillis Pennsylvanie

| Segment | C ou T | Dimensions de la membrure | | Longueur (mm) |
|---------|--------|---------------------------|------|---------------|
| 1/17 | C | 9.5 | 9.5 | 104.03 |
| 2/19 | C | 4.7 | 4.7 | 93.75 |
| 28/37 | C | 4.7 | 4.7 | 104.03 |
| 30/35 | C | 4.7 | 4.7 | 115.6 |
| 33/32 | C | 9.5 | 9.5 | 149.47 |
| 26/20 | C | 9.5 | 9.5 | 104.03 |
| 25/21 | C | 9.5 | 9.5 | 101.62 |
| 24/22 | C | 9.5 | 9.5 | 113.79 |
| 23 | C | 9.5 | 9.5 | 163.92 |
| 44/43 | C | 4.7 | 4.7 | 187.5 |
| 45/47 | C | 9.5 | 9.5 | 234.38 |
| 46/48 | C | 25.4 | 3.2 | 250 |
| 51/49 | C | 4.7 | 18.8 | 149.47 |
| 3/16 | T | 3.2 | 25.4 | 45.08 |
| 4/15 | T | 3.2 | 25.4 | 45.08 |
| 5/14 | T | 3.2 | 25.4 | 45.08 |
| 6/13 | T | 3.2 | 25.4 | 45.08 |
| 7/12 | T | 3.2 | 25.4 | 67.62 |
| 8/11 | T | 3.2 | 25.4 | 45.08 |
| 9/10 | T | 3.2 | 25.4 | 81.965 |
| 27/18 | T | 3.2 | 3.2 | 104.03 |
| 38/42 | T | 3.2 | 3.2 | 93.75 |
| 29/36 | T | 3.2 | 25.4 | 104.03 |
| 41/39 | T | 3.2 | 3.2 | 93.75 |
| 34/31 | T | 3.2 | 25.4 | 104.03 |
| 40 | T | 3.2 | 3.2 | 125 |
| 55/53 | T | 3.2 | 25.4 | 104.03 |
| 54/52 | T | 9.5 | 9.5 | 156.04 |

En conclusion, l'utilisation généralisée de la section 9.5 × 9.5 mm associée à une optimisation ciblée pour la membrure 46/48 constitue la meilleure solution pour garantir la résistance et la stabilité du pont de Pennsylvanie, aussi que l'utilisation de différentes sections pour assurer la suffisance du bois.

Résultat du treillis Pennsylvanie

Le modèle final du pont de Pennsylvanie présente une structure stable et conforme aux exigences de sécurité. Grâce à l'optimisation des sections et à l'ajustement de certaines membrures critiques, toutes les composantes résistent efficacement aux efforts appliqués. La modélisation confirme ainsi la solidité et la fiabilité de la conception retenue.

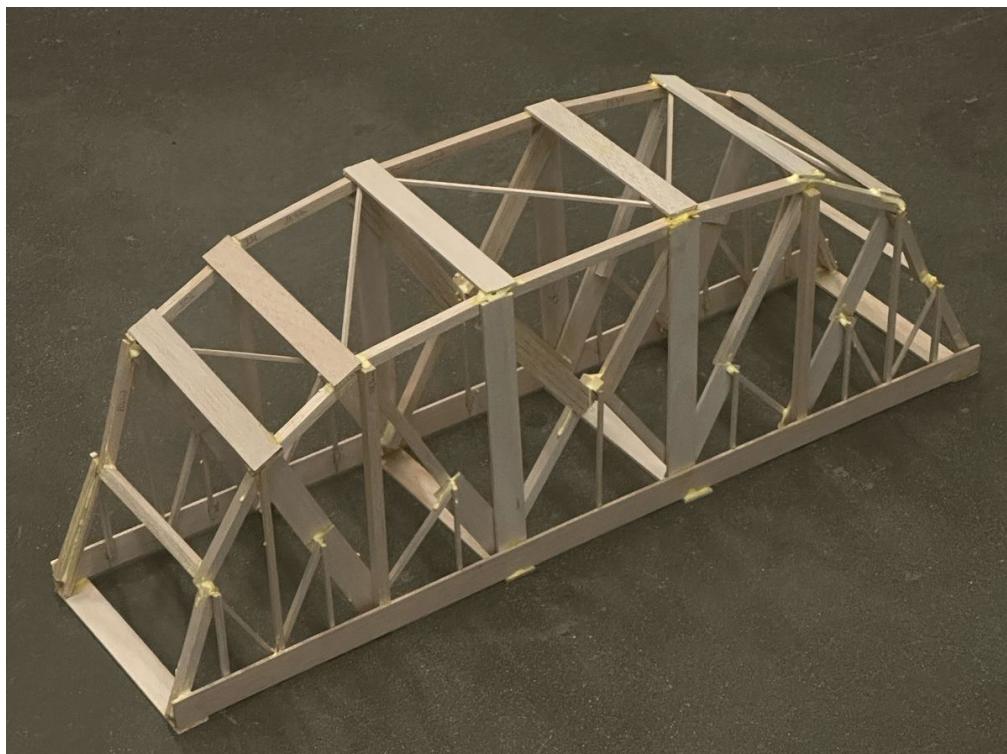


Figure 16: Image finale de notre pont

Lors du test final, notre pont a réussi à supporter une charge d'environ **460 N** avant de céder. Étant donné que le poids du pont était de 200 g, soit 0,2 kg, cela correspond à un poids propre de 1,962 N (en utilisant $g = 9,81 \text{ m/s}^2$). Le rapport **charge supportée / poids propre** est donc de $460 / 1,962 \approx 234,46$, ce qui signifie que la structure a pu porter environ 234 fois (un résultat dont on est fiers) son propre poids. Les membrures ont été assemblées à l'aide de joints collés, une méthode simple mais dont la résistance reste limitée, en particulier au niveau de certaines liaisons. De plus, le soutien à la base du pont était insuffisant, ce qui a affecté sa stabilité lors de l'application de la charge.

Conclusions

Ce projet a constitué une occasion enrichissante d'appliquer concrètement les notions abordées dans le cadre du cours CVC2540, notamment l'analyse statique des treillis, la méthode des joints, le calcul du flambement, ainsi que l'optimisation structurelle à l'aide d'un logiciel de modélisation. À travers une démarche rigoureuse, nous avons conçu, analysé et validé un pont en treillis répondant aux critères de stabilité, de résistance mécanique et d'efficacité matérielle.

Le pont de type Pennsylvanie a été retenu à la suite d'une comparaison conceptuelle avec le treillis de type Pratt. Les analyses manuelles ont permis de déterminer la stabilité de la structure, tandis que la modélisation numérique sur SAP2000 a confirmé la répartition des efforts internes. Enfin, l'évaluation des contraintes admissibles et du risque de flambement a guidé le choix des sections, menant à une solution fiable et performante.

Nous tenons à exprimer notre sincère reconnaissance à Monsieur Hassan Aoude pour son enseignement rigoureux, ses conseils pertinents et son soutien tout au long de la session. Son accompagnement nous a permis de mieux comprendre les concepts théoriques et de les mettre en œuvre de manière concrète dans ce projet.

Références

-Présentations et guides des tâches du projet (Tâches 1-5), Dr. Hassan Aoude, CVG2540, Mécaniques des matériaux.

Annexe

Dans cette section, vous trouverez nos comptes rendus des différentes rencontres tenues tout au long du projet, retracant l'évolution de notre travail, les décisions prises ainsi que les ajustements apportés à chaque étape.

Compte rendu des rencontres :

| | |
|--|---|
| Membres de l'équipe: Belmkaddem Ziyad Ben Ayed Ahmed Yassine Boulayad Zakariae Bustamante Ignacio Massaoudi Wadii Zerouaoui Jihane | Date : 05 février Format (MS Teams,en personne etc...): En personne Assiduité : Tous le monde été présent |
| Leader : Ahmed Yassine Ben Ayed | |
| Discussions (ce qui a été abordé lors de la réunion) : Nous avons analysé les exigences du devoir afin de bien cerner les contraintes et les objectifs. Nous avons ensuite étudié différents types de ponts et de treillis, dont les modèles Pratt, Howe, Warren, K et Pennsylvanie. Après comparaison et discussion, notre choix s'est porté sur le treillis de type Pennsylvanie. Ce modèle, dérivé du treillis Pratt, est reconnu pour sa solidité et sa capacité à supporter de longues portées grâce à ses renforts supplémentaires. Ce choix a été appuyé par des recherches théoriques qui ont mis en valeur ses performances structurelles | Distribution des tâches : Ignacio et Yassine : Recherche et analyse des ponts existants Wadii et Ziyad : Avantage et désavantages des ponts choisis Zakariae : Conception sur Solidworks Jihane : Dessin et mise en page |
| À faire : Finalisation du devoir 1 | Prochaine réunion : 23 février |

Compte rendu des rencontres :

| | |
|--|--|
| Membres de l'équipe: Belmkaddem Ziyad Ben Ayed Ahmed Yassine Boulayad Zakariae Bustamante Ignacio Massaoudi Wadii Zerouaoui Jihane | Date : 23 février Format (MS Teams,en personne etc...): En personne Assiduité : Tous le monde été présent |
| Leader : Ahmed Yassine Ben Ayed | |
| Discussions (ce qui a été abordé lors de la réunion) : Nous avons analysé la stabilité et l'isostaticité du treillis 3 fourni par le professeur ainsi que celle de notre propre treillis de type Pennsylvanie. Ces vérifications nous ont permis de confirmer que les deux structures étaient stables et adaptées à une analyse statique. Nous avons également effectué à la main les calculs des forces internes dans les barres du treillis 3, en appliquant une méthode rigoureuse pour identifier les efforts de traction et de compression. | Distribution des tâches : Ignacio et Yassine et Ziyad : Analyse de la stabilité et l'isostaticité Wadii et Zakariae et Jihane : Calcul des forces à la main et vérification |
| À faire : Revue des calculs et finalisation du devoir 2 | Prochaine réunion : 3 mars |

Compte rendu des rencontres :

| | |
|---|---|
| Membres de l'équipe: Belmkaddem Ziyad Ben Ayed Ahmed Yassine Boulayad Zakariae Bustamante Ignacio Massaoudi Wadii Zerouaoui Jihane | Date : 4 mars Format (MS Teams,en personne etc...): En personne Assiduité : Tous le monde été présent |
| Leader : Ahmed Yassine Ben Ayed | |
| Discussions (ce qui a été abordé lors de la réunion) : Conception et analyse sur le logiciel SAP2000 | Distribution des tâches : Wadii et Zakariae : Conception sur SAP 2000 Ignacio, Yassine, Ziyad et Jihane : Vérification, confirmation et mise en page |
| À faire : Revue des modélés et finalisation du devoir 3 | Prochaine réunion : 14 mars |

Compte rendu des rencontres :

| | |
|--|--|
| Membres de l'équipe: Belmkaddem Ziyad Ben Ayed Ahmed Yassine Boulayad Zakariae Bustamante Ignacio Massaoudi Wadii Zerouaoui Jihane | Date : 14 mars Format (MS Teams,en personne etc...): En personne Assiduité : Tous le monde été présent |
| Leader : Ahmed Yassine Ben Ayed | |
| Discussions (ce qui a été abordé lors de la réunion) : Vérification de la conception du treillis 3 et choix des mesures pour la conception de notre pont | Distribution des tâches : Wadii et Jihane : Verification de la conception du treillis 3 Ignacio et Ziyad: Verification den la conception de notre treillis avec les mesures 9.5 x 9.5 (mm) et 4.7 x 4.7 (mm) Zakariae et Yassine : Verification den la conception de notre treillis avec les mesures 3.2 x 3.2 (mm) et 3.2 x 25.4 (mm) |
| À faire : Revue des calculs et finalisation du devoir 4 | Prochaine réunion : 22 mars |

Compte rendu des rencontres :

| | |
|---|---|
| Membres de l'équipe: Belmkaddem Ziyad Ben Ayed Ahmed Yassine Boulayad Zakariae Bustamante Ignacio Massaoudi Wadii Zerouaoui Jihane | Date : 26 mars Format (MS Teams,en personne etc...): En personne Assiduité : Tous le monde été présent |
| Leader : Ahmed Yassine Ben Ayed | |
| Discussions (ce qui a été abordé lors de la réunion) : Construction de notre treillis | Distribution des tâches : Tous les membres ont à la fois mesurer découper et coller les bâtons pour la conception |
| À faire : Tests du treillis | Prochaine réunion : - |