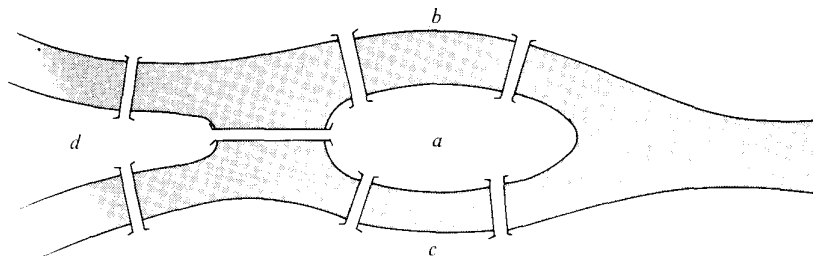


GRAPHES & FLOTS
SECTION: IF3
SERIE N° : 0

EXERCICE 1 :

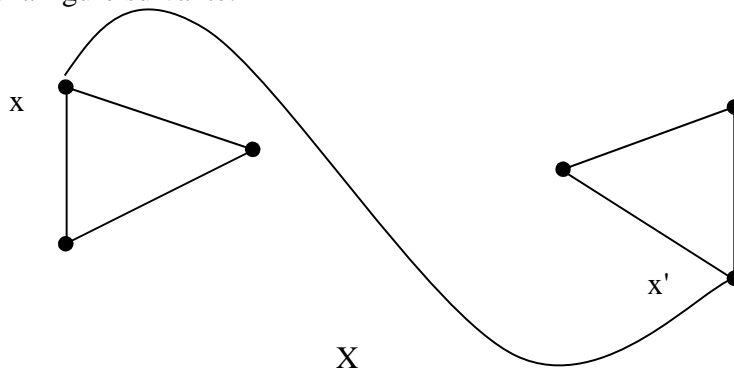
Koenigsberg, aujourd'hui Kalingrad, est un confluent de deux rivières, et comporte une île. Au XVIII^{ème} siècle, il y avait sept ponts disposés ainsi que la présente la figure ci-dessous.



Les habitants de Koenigsberg (partie « a » du graphique) cherchaient s'il était possible, au cours de leur promenade dominicale, de trouver un itinéraire circulaire (c'est-à-dire les ramenant à leur point de départ) en traversant une fois et une seule chaque pont. Qu'en pensez-vous.

EXERCICE 2:

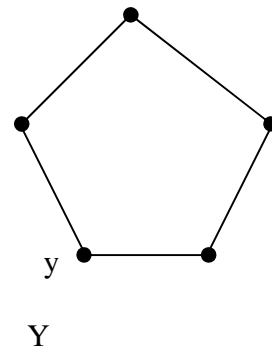
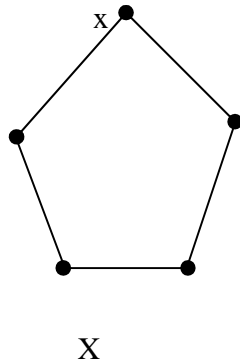
Considérons la figure suivante:



formé de 6 sommets (o) de telle sorte que, pour toute paire de sommets, il existe un trait les reliant. Montrer, que pour toute coloration bicolore des traits de cette figure, il existera forcément un triangle unicolore.

EXERCICE 3 :

Considérons le schéma ci-dessous :



où, pour tout couple (x,y) de $X * Y$
il existe un trait reliant x et y

Montrer que si on cherche à colorier les traits de ce schéma à l'aide de deux couleurs, de telle sorte que tout triangle soit bicolore, alors les polygones X et Y seront forcément unicolores et de même couleur.

EXERCICE 4 :

Montrer que le nombre de personnes ayant serré la main à un nombre impair de personnes est toujours paire.

EXERCICE 5 :

Une gardienne d'un groupe de 31 enfants, dispose d'une tablette de chocolat de forme carrée, constitué de 8×8 petits carrés. Pour ne pas faire de jaloux, elle décide de manger deux carrés diamétralement opposés, de sorte qu'elle distribuera à chacun exactement deux carrés.

Seulement, les enfants exigent recevoir deux carrés d'un seul tenant. Pensez-vous que la gardienne parviendra à les satisfaire tous?

EXERCICE 6 :

Considérons le jeu des allumettes suivant:

On dispose d'un tas de 10 allumettes. Deux joueurs A et B jouent à tour de rôle et enlèvent à leur choix, 1, 2 ou 3 allumettes. Celui qui tire la dernière allumette (qui vide le tas) a gagné.

1) Essayer de représenter ce jeu à l'aide d'un graphe: on définira clairement l'ensemble de ses sommets et de ses arcs.

2) Montrer alors qu'il existe une stratégie gagnante pour le premier qui joue, quoi que fasse son adversaire.

3) Même question qu'au 2) mais en traitant le cas où celui qui tire la dernière allumette perd.