



Matematiksel Programlama ENM 514

Final Projesi

Heterojen Filolu Eş zamanlı Topla-Dağıt probleminin Araç rotalama uygulaması

Ahmet SELÇUK

23959063186

Dr. Öğr. Üyesi Nergis KASIMBEYLİ

2021, Ocak

EŞ ZAMANLI TOPLA-DAĞIT PROBLEMİNİN HETEROJEN FİLOLU VERSİYONUNU LİTERATÜR TARAMASI

Ulaştırma, dağıtım ve lojistik alanlarında operasyonel düzeyde önemli bir problem olan ARP, ilk defa 1950'li yılların sonuna doğru Dantzig ve Ramser tarafından tanımlanmış ve modellenmiştir (Dantzig & Ramser, 1959). Daha güçlü ve çok yönlü rotalama araçlarına olan endüstriyel ihtiyaçlar ve yeni bilimsel yönelimler, araştırmaların odağının daha karmaşık, genel ve büyük boyutlu ARP türleri üzerine kaymasına neden olmuştur (Hoff, Andersson, Christiansen, Hasle, & Løkketangen, 2010). Klasik ARP'de, araç filosunda bulunan araçların sabit maliyet (satın alma, kiralama, kullanım), birim değişken (ulaştırma) maliyet, araç kapasitesi vb. çeşitli özellikler açısından aynı olduğu (homojen) durumlar ele alınmıştır. Ancak gerçek hayatta lojistik alanında kullanılan araçların cinsleri ve maliyetlerinin aynı olması çok nadir karşılaşılan bir durumdur. Bununla paralel şirketin yapmakla yükümlü olduğu bazı yasal yükümlülükler, müşterinin ihtiyacını karşılaması, gibi çeşitli ölçütler mevcuttur.

Bu çalışmalar çok çeşitli dallara ayrıldığı gibi literatürde araştırdığımız alanı; hem heterojen araç filosunun (farklı araç kapasiteleri ve araç kullanım maliyetleri, her tipten belirli sayıda araç bulunan filo) hem de eş zamanlı toplama ve dağıtım faaliyetinin söz konusu olduğu Heterojen Eşzamanlı Topla-Dağıt Problemidir. (HETD-ARP) . Teknoloji ve Dünyada yaşayan insan sayısının artmasıyla beraber pazarın gerektirdiği rekabet ortamında aynı ölçüde artmaktadır. Özellikle ürünlerin müşteriye ulaşmasında ve aynı şekilde ürün müşteriye ulaştıktan sonra kullanılan aracın işletmeye dönmesi aşamasındaki süreç şirketler açısından büyük bir optimizasyon problemi olarak görülmektedir. Müşterilerin tercihleri gereği, taşınan malzemenin ebatına göre ya da ülkenin yasal kısıtlamaları gereğince taşımada kullanılan araçların cinsleri farklılık gösterebilmektedir. Buda Heterojen filo dediğimiz terimi ortaya çıkarmaktadır. Bu problemi ele alırken farklı kısıtlar değerlendirilebilmektedir. Dağıt-Toplama rotalama probleminde her müşteriye bir araç gider, her müşteri alacaklar miktar ve teslim edecekleri miktar olmak üzere 2 parametreye sahiptir. Dağıtım ve toplama işlemi aynı araçla; 3 şekilde yapılır:

- Önce dağıtım sonra topla araç rotalama problemleri,
- Karışık dağıtım toplama problemleri,
- Eş zamanlı dağıtım ve toplama problemleri

Eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri, rota boyunca müşterilerin dağıtım ve toplama taleplerinin eş zamanlı olarak gerçekleştirildiği problemlerdir Karma topla dağıtım araç rotalama problemi; müşteri önceliklerinin kaldırıldığı, araçların rota üzerindeki toplama ve dağıtım müşterilerine karışık sırada hizmet verebildiği problem türüdür (Karaoğlu, 2009). EZTDARP ilk olarak Min tarafından literatüre kazandırılmıştır. Min , gerçek bir kütüphane sistemini inceleyerek kütüphanelerdeki kitapların taşınması üzerine çalışan bir algoritma geliştirmiştir. Bu problem, bir merkez kütüphane ve yirmi iki yerel kütüphane arasındaki kitap dağıtım ve toplama operasyonlarını içermektedir. Bu problem üzerine daha sonrasında çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Literatürdeki bu çalışmalar kesin, klasik sezgisel ve metasezgisel yöntemler olarak sınıflandırılabilir (Min, 1989). Çalışmalardan biri olan; müşterilerin hem taleplerinin kendine gelmesinde, hem de müşterilerden ürün toplanan eş zamanlı yapıldığı bir döngüde, gidilen mesafeyi en küçüklemek yani toplam maliyeti en küçüklemek için araç rotalarının düzenlenmesi şeklinde kurulmuştur çalışmanın geliştirilebilirliği açısından Ayrıca, küçük ve orta boyutlu HETD-ARP için en iyi çözümleri elde edebilmek amacıyla dal-kesme ya da dal-fiyat algoritması geliştirilebileceği eklenmiştir. (Keçeci, Altıparmak, & Kara, 2015).

Başka bir alan olan tehlikeli malzeme taşınması esnasında gene ARP'nin önemli bir faktörü olan kapasite kısıtı hem hacim hem de ağırlık kısıtları değerlendirilerek matematiksel bir model kurularak malzeme sevkiyatında kullanılacak araçların tipleri, rotaları ve sayıları belirlenmiştir (Çetin, Yerlikaya, & Eren, Heterojen Eş-Zamanlı Topla-Dağıt Rotalama Problemi: Tehlikeli Malzeme Sevkiyatı, 2016). Müşterilerin dağıtım ve toplama taleplerini minimum maliyetle yapabilecek uygun araç filosu karışımını ve bu araçların hangi güzergâhları kullanacağını gösteren rotaları belirlemekte ve karar vericiye sunmak amacıyla bir Karar Destek Sisteminin kurulması amacıyla C++ programıyla bir modelleme kurulmuştur (Çetin, Özkütük, & Gencer, Heterojen araç filolu eş zamanlı Dağıtım-Toplamalı araç problemi için bir karar destek sistemi, 2011).

Nagy ve Salhi dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri için genel bir algoritma geliştirmiş ve bu algoritmayı hem karışık dağıtım-toplamalı araç rotalama problemlerinde hem de eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemlerine uygulamışlardır. Geliştirdikleri algoritmayı Min'in algoritması ile kıyaslamışlar ve daha iyi sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir (Nagy & Salhi, 2003). Eş zamanlı dağıtım toplamalı araç rotalama problemlerine olan ilginin son yıllarda arttığı gözlenmiştir. Eş zamanlı dağıtım ve toplama probleminin m adet müşteri sayısı ve n adet araç sayısı olan bir türü tabu araması ve

yerel arama türlerinin birleştirilmesiyle çözülmeye çalışılmıştır (Avci & Topaloglu, 2016). Literatürde ARP'nin çözümünde kümeleme analizi yöntemlerinin kullanıldığı çalışmalar incelendiğinde ise Nallusamy vd. çoklu gezgin satıcı problemini basit gezgin satıcı problemine dönüştürmek için kümeleme analizi yöntemlerinden K-Means algoritmasını kullandığı görülmektedir. Kümeleme işleminden sonra ise tabu arama ve benzetimli tavlama yöntemlerini kullanarak gezgin satıcı probleminin çözümünü yapmışlar ve elde edilen sonuçları karşılaştırmışlardır (Nallusamy, Duraiswamy, Dhanalaksmi, & Parthiban, 2010).

Subramanian vd. çalışmasında EZTDARP için güzergahın ortasında kapasitelerin aşılmamasını sağlayan kısıtlamanın zayıf bir şekilde uygulandığı dalkesme algoritması geliştirilmiştir (Subramanian, Uchoa, Pessoa, & Ochi). Nagy ve Salhi çalışmalarında, EZTDARP'nin çözümü için sezgisel algoritmalar önermişlerdir (Nagy & Salhi, Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries, 2005). Chen, çalışmasında EZTDARP için benzetilmiş tavlama, tabu arama ve rota iyileştirme prosedürlerine dayalı bir melez sezgisel yöntem geliştirmiştir. Önerilen yöntemin performansı literatürdeki test problemleri üzerinde değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar küçük ölçekli problemler için çok verimli bir şekilde en uygun çözümleri sağlayabildiğini ileri sürmektedir (Chen, 2006). Farklı algoritmalar denenerek optimal çözüme ulaşmak istenilen başka bir uygulamada Önerilen algoritmalar sadece tek depolu değil çok depolu eş zamanlı araç rotalama problemlerinin çözümü içinde kullanılmıştır. Kümeleme tabanlı bir optimizasyon amacı olan heterojen filoaya ait araç rotalama problemi zaman pencereli bir yaklaşım ile çözülmüştür (Dondo & Cerda, 2007). Goksal vd. EZTDARP için parçacık sürüsü optimizasyonu (PSO) ve değişken komşuluk arama algoritmasını kullanan melez bir çözüm önermişlerdir. Önerilen melez algoritmanın etkinliği literatürde mevcut olan test problemleri üzerinde yapılan bir deneyle araştırılmıştır. Deneysel sonuçlar, önerilen algoritmanın literatürdeki sezgisel yaklaşımlarla rekabet ettiğini ve en iyi bilinen birkaç çözümü geliştirdiğini anlatır (Goksal, Karaoglan, & Altınparmak, 2013). Catay, EZTDARP'nin çözümü için yeni bir tasarruf tabanlı görünürlük fonksiyonu ve feromon güncelleme prosedürü kullanan bir karınca koloni algoritması önermiştir. Literatürdeki test problemleri ile yapılan sayısal testler, önerilen yaklaşımın rekabetçi sonuçlar sağladığını ve en iyi bilinen birkaç çözümü geliştirdiğini ileri sürmektedir (Catay, 2010).

Erbao vd. çalışmalarında, EZTDARP'ye zaman penceresi kısıtını ekleyerek genetik algoritma ve diferansiyel evrim algoritmasından oluşan bir melez algoritma ile çözüm aramışlardır. Önerilen melez algoritmanın performansı test problemleri üzerinde denenmiş ve elde edilen sonuçlar genetik algoritma ve diferansiyel evrim algoritmasına göre daha iyi sonuç verdiği göstermektedir (Erbao, Mingyong, & Kai, 6-11 June). Araç rotalama işleminin tersine düşünülüp sondan başa yeşil araç denilen kısıtları yerine getirerek çizelgelemesi yapılması karma tam sayılı bir model önerilerek (MILP) çeşitli hipotezlerin değerlendirilmesi yapılmıştır (Foroutan, Rezaeian, & Mahdavi, 2020). Çok depolu EZTDARP'nin gerçek hayatta sıklıkla karşılaşılan bir problem olmasına rağmen akademik olarak çalışılmadığını düşünen Li vd 2015 yılında yaptıkları çalışmada bu problemi ele alarak metasezgisel yaklaşım önermişlerdir. Ayrıca önerdikleri sezgiselin karınca kolonisi, komşu arama, PSO'dan daha iyi sonuçlar verdiğini vurgulamıştır (J, Pardalos , Sun , Zhang , & Pei, 2015) , Başka bir örnek çalışma olan iki aşamalı çözüm önerisi yöntemi üretilmiştir; İlk aşamada, kümeleme analizi yöntemleri (K-Means ve K-Medoids algoritmaları) kullanılarak müşteriler kümelenip, ikinci aşamada ise aynı küme içinde olan müşterilere yapılacak toplama ve dağıtma işlemi için takip edilecek rota tam sayılı doğrusal programlama yardımıyla belirlenmiştir (CÖMERT, Yazgan, & Görgülü, 2019).

Topla-Dağıt problemlerinin bir türü olan önce –dağıt sonra toplam problem tipi yani, müşteriye gönderilecek olan ürünlerin önce gönderilip, daha sonrasında müşterilerden toplanılacak ürünlere gidilmesine ait bir çalışma tam sayılı bir karar modeli oluşturularak yapılmıştır. (Keçeci, Önce dağıt sonra topla araç rotalam problemi için tam sayılı karar modeli, 2008). Rios-Mercado şişelenmiş içecek ürünleri üreten ve Meksikada faaliyet gösteren bir firmadaki gerçek yaşam dağıtım problemini ele almışlardır. Problem sabit maliyetleri ve tur maliyetlerini en küçükleyecek şekilde römorkların nasıl yükleneceği, nakliye araçlarının hangi römorkları çekeceği ve araç turlarının nasıl belirleneceği gibi karmaşık birçok alt problemi birden içermektedir. İlgilenilen problem çok depolu, çok ürünlü, zaman pencereli, heterojen filolu ETDARP'dir (Mercado, 2013). Önce dağıt sonra toplamına örnek olarak yakıt israfını azaltmak maksadıyla Karma tam sayılı bir model oluşturularak GAMS yazılımı CPLEX çözücüsü tarafından çözdürülmüştür, Lakin problem orta seviyeden üst bir zorlukta olduğu için kısa vadede yeterli sonuca ulaşamamıştır. Daha sonra Algoritmanın etkinliği literatürde yer alan test problemleri üzerinde test edilmiş, bazı test problemleri için bilinen en iyi değerlere ulaşılabildiği görülmüştür (Kasimbeyli, 2016).

Eş zamanlı ARP başka bir örnek olarak, Tasan ve Gen çalışmalarında EZTDARP için genetik algoritma tabanlı yaklaşım önermiş ve önerilen yaklaşımın performansını literatürdeki test problemlerini çözerek değerlendirmiştir (Tasan & Gen, 2012). Fan çalışmasında müşteri memnuniyetinin önemini vurgulanarak EZTDARP için müşteri memnuniyetinin servisin istenilen zaman aralığında yapılması ile sağlanacağını belirtmiştir. Çalışmada amaç seyahat mesafesinin en küçüklenmesi ve müşteri memnuniyeti toplamını en büyüklenmesi olarak belirlenmiştir (Fan, 2011). Li vd., EZT-DARP'ye birden çok depo kısıtını ekleyerek çok depolu eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemini ele almışlardır. Ele aldıkları problemin çözümü için yerel arama yöntemine dayalı uyarlanabilir komşuluk arama algoritmasını geliştirmişlerdir. Deneysel sonuçlar, önerilen yaklaşımın geniş komşuluk arama, parçacık sürüsü optimizasyonu ve karınca kolonisi optimizasyonu yaklaşımı ile elde edilen sonuçlardan daha iyi performansa sahip olduğunu ileri sürmektedir (Li, Pardalos, Sun, Pei, & Zhang, 2015) .

Eş zamanlı Araç rotalama probleminin genel matematiksel olarak literatürdeki tanımı şu şekildedir; $G(N, A)$ yönlü bir serim olsun. Burada N düğüm kümesi ($N=\{0, n\}$) ve A ayrıt kümesidir. ($A= \{(i, j): i, j \in N, i \neq j\}$). N düğüm kümesinde 0 ile gösterilen düğüm, her biri Q kapasiteye sahip ve aynı özellikteki araçların bulunduğu merkezi bir depoyu temsil etmektedir. N düğüm kümesinde tanımlı, kalan düğümler ise müşterileri temsil etmektedir. Her i müşterisinin d_i kadar dağıtım talebi ve p_i kadar ise toplama talebi vardır. c_{ij} , $(i, j) \in A$ ayrıtının serim üzerindeki ağırlığını temsil etmektedir ve i düğümünden j düğümüne geçiş olması halinde i ile j düğümleri arasındaki mesafe, zaman, maliyet anlamında da kullanılmaktadır (Zachariadis, Tarantilis, & Kiranoudis, 2009).

UYGULAMA

Araç rotalama probleminin bir çeşidi olan heterojen filolu eş zamanlı topla-dağıt problemi ülkemizde son yıllarda geliştirilmesi için firmalar ve akademik camia tarafından rağbet gören bir konudur. Uygulamamızda ana depodan çıkıp firmanın farklı depolarına giden araçların gittikleri yere götürdüğü mamul ve geleceği yerden getireceği mamuller, araç kısıtı ve maliyet kısıtının minimizasyonu ile sağlanmıştır.

Parametreler

N İllere ait oluşacak düğümler kümesi ($i, j \in N$)

B Farklı tipteki araçlar kümesi ($k \in B$)

c_{ij} : i ve j depoları arasındaki mesafe ($i, j \in N$)

d_i : i deposunun dağıtım talebi ($i \in N$)

E_k : k tipi aracın birim kilometrede yakıt maliyeti ($k \in B$)

p_i : i deposunun toplama talebi ($i \in N$)

f_k : K tipi aracın sabit maliyeti ($k \in B$)

t_k : Kullanılabilir k tipi araç sayısı ($k \in B$)

Q_k : K tipi aracın kapasitesi ($k \in B$)

Karar Değişkenleri

y_k : Filoda k tipi araçtan seçilecek araç sayısı ($k \in B$)

M : Tur sayısı

z_{ij} : (i, j) ayrıtı bir aracın turu üzerinde ise, bu araç j 'inci düğüme gelene kadar araçta kalan dağıtılacak yük miktarını gösterir. (i, j) ayrıtı herhangi bir aracın turu üzerinde değil ise 0 değerini alır ($i, j \in N$)

t_{ij} : (i, j) ayrıtı bir aracın turu üzerinde ise, bu araç j 'inci düğüme gelene kadar toplanan yük miktarını gösterir. (i, j) ayrıtı herhangi bir aracın turu üzerinde değil ise 0 değerini alır. ($i, j \in N$)

$$x_{ijk} \begin{cases} 1 & (i, j) \text{ Ayrıtı k tiptiracın güzergahında ise} \\ 0 & \text{Değilse} \end{cases} \quad (i, j, k \in N)$$

Uygulamaya ilişkin matematiksel model

Amaç fonksiyonu

$$(1) \quad \text{Min} \quad \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in B} C_{ij} * X_{ijk} * E_k + \sum_{k \in B} F_k * Y_k$$

Kısıtları altında

$$(2) \quad \sum_{j \in N} \sum_{k \in B} x_{0jk} \leq m \quad j \in N \setminus 0$$

$$(3) \quad \sum_{i \in N} \sum_{k \in B} x_{i0k} \leq m \quad i \in N \setminus 0$$

$$(4) \quad \sum_{i \in N} \sum_{k \in B} x_{ijk} = 1 \quad j \in N \setminus 0 \quad i \neq j$$

$$(5) \quad \sum_{j \in N} x_{ijk} = \sum_{j \in N} x_{jik} \quad i \in N \setminus 0 \quad i \neq j$$

$$(6) \quad a_{ij} + t_{ij} \leq \sum_{k \in B} x_{ijk} * Q_k \quad i, j \in N \quad i \neq j$$

$$(7) \quad \sum_{j \in N} a_{ji} - \sum_{j \in N} a_{ij} = d_i \quad i \in N \setminus 0$$

$$(8) \quad \sum_{k \in B} d_j * x_{ijk} \leq a_{ij} \leq \sum_{k \in B} (Q_k - d_i) * x_{ijk} \quad i, j \in N \quad i \neq j$$

$$(9) \quad \sum_{j \in N} t_{ij} - \sum_{j \in N} t_{ji} = p_i \quad i \in N \setminus 0$$

$$(10) \quad \sum_{k \in B} x_{ijk} * p_i \leq t_{ij} \quad i, j \in N \quad i \neq j$$

$$(11) \quad t_{ij} \leq \sum_{k \in B} (Q_k - p_j) * x_{ijk} \quad i, j \in N \quad i \neq j$$

$$(12) \quad a_{i0} = 0 \quad i \in N \setminus 0$$

$$(13) \quad t_{0j} = 0 \quad j \in N \setminus 0$$

$$(14) \quad \sum_{k \in B} y_k \leq m \quad k \in B$$

$$(15) \quad y_k \leq t_k \quad k \in B$$

$$(16) \quad \sum_{j \in N} x_{0jk} = y_k \quad k \in B$$

$$(17) \quad y_k, m, a_{ij}, t_{ij} \geq 0 \quad i, j \in N$$

$$(18) \quad x_{ijk} \in \{0,1\}$$

Uygulamaya ilişkin matematiksel model yukarıdaki gibidir, kısıtları açıklayacak olursak; Amaç fonksiyonunda (1) toplam alınan birim yola bağlı maliyet ile araçların kendi sabit maliyetlerinin toplamı minimize etmeyi amaçlar. (2) ve (3) numaralı kısıtlar ana depodan m tane aracın çıkışını ve ana depoya tekrardan m tane aracın geri dönmesini sağlayan kısıtlardır. (4) numaralı kısıt bir düğüme sadece bir düğümden ulaşılmasını sağlar. (5) numaralı kısıt bir düğüme uğrayan ve tekrardan o düğümden ayrılan araç tipinin aynı olmasını garanti eder. (6) numaralı kısıt herhangi iki düğüm arasındaki yol üzerinde araç kapasitesinin fazlasının aşılmasını sağlamaktadır. (7) numaralı kısıt aracın gittiği yol boyunca dağıtacağı yükünün azalan şekilde olmasını sağlar. (8) numaralı kısıt dağıtılacak yük miktarının alt ve üst limitlerini belirler. (9) numaralı kısıt aracın yol boyunca toplanacak yükünün artan şekilde olmasını sağlar (10) ve (11) numaralı kısıt toplanacak yük miktarının alt ve üst limitlerini belirler. (12) numaralı kısıt dağıtılacak yükü tur sonunda sıfıra eşitler. (13) numaralı kısıt toplanacak yükü tur başında sıfır olarak tanımlar. (14) numaralı kısıt en fazla m tane aracın seçilmesini sağlar. (15) numaralı kısıt her araç tipinden en fazla elde bulunan kadar seçilmesini sağlar. (16) numaralı kısıt depodan ayrılan k tipi araç sayısının filodan seçilecek k tipi araç sayısına eşit olmasını sağlar. (17)-(18) karar değişkenlerinin tipini belirtmektedir.

Karşılanacak kısıtlar

- Her deponun dağıtım ve toplama talepleri tek bir araç ile karşılanacaktır.
- Araçların kapasite kısıtları aşılmayacaktır.
- Yakıt masrafı ve araçların sabit maliyeti minimize edilecektir.

- Dağıtım ve toplama işlemi tek bir depo üzerinden yapılacaktır.
- Depoların birbirleri arasında taşıma yapılmamaktadır.

Heterojen filoya sahip olan işletmenin sahip olduğu üç farklı araç tipi vardır. Bu araçların özellikleri aşağıda verilmiştir.

ARAÇLAR

<i>Araçlar</i>	<i>Sabit Maliyet (TL)</i>	<i>Yakıt maliyeti (km başına TL)</i>	<i>Kapasite (kg)</i>
<i>Araç 1</i>	500	0,8	3800
<i>Araç 2</i>	1500	0,8	4500
<i>Araç 3</i>	2000	1,1	5000

Tablo 1:Araç Özellikleri

Toplamda 4 adet depo bulunmaktadır, ancak sıfırncı depom dağıtım ve toplama yapılacak depo olduğu için burasının toplama ve dağıtım talepleri sıfırdır. Kısaca sıfırncı depo ana merkez olarak alınmıştır.

DEPOLARIN DAĞITIM VE TOPLAMA TALEPLERİ

<i>Depolar</i>	<i>Dağıtım talepleri(kg)</i>	<i>Toplama Talepleri(kg)</i>
<i>0</i>	0	0
<i>1</i>	1250	350
<i>2</i>	920	800
<i>3</i>	850	1650

Tablo 2:Depoların dağıtım ve toplama talepleri

DEPOLARIN BİRBİRLERİNE OLAN UZAKLIKLARI

<i>Depolar</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>0</i>	0	458	400	621
<i>1</i>	458	0	658	854
<i>2</i>	400	658	0	336
<i>3</i>	621	854	336	0

Tablo 3: Depo Uzaklıkları

OLUŞTURULAN GAMS MODELİ

```
sets
i/0*3/
k/1*3/
alias(i,j);
parameters
d(i)/
0 0
1 1250
2 920
3 850/
p(i)/
0 0
1 350
2 800
3 1650/
f(k)/
1 500
2 1500
3 2000
/
Q(k)/
1 3800
2 4500
3 5000
/
E(k)/
1 0.8
2 0.8
3 1.1/;
```

```

Table c(i,j)
    0      1      2      3
0  0      458    400    621
1  458     0     658    854
2  400     658     0    336
3  621     854    336     0
Variable t(i,j),a(i,j),m, y(k),x(i,j,k),z;
Binary variables
x(i,j,k)
positive variables t(i,j), a(i,j), m ,y(k);
equations
c1,c2,c3,c4,c5,c6,c7,c8,c9,c10,c11,c12,c13,c14,c15,c16,amac;
amac.. z=e=sum((i,j,k)$ (ord(i) ne ord(j)),x(i,j,k)*c(i,j)*E(k))+sum((k),Q(k)*y(k));
c1..sum((j,k)$ (ord(j) ge 1),x('1',j,k))=l=m;
c2..sum((i,k)$ (ord(i) ge 1),x(i,'1',k))=l=m;
c3(j)$ (ord(j) ge 2)..sum((i,k)$ (ord(j) ne ord(i)),x(i,j,k))=e=l;
c4(i,k)$ (ord(i) ne card(j))..sum((j),x(j,i,k))=e=sum((j),x(i,j,k));
c5(i,j)$ (ord(i) ne ord(j))..a(i,j)+t(i,j)=l=sum((k),x(i,j,k)*Q(k));
c6(i)$ (ord(i) ne card(j))..sum((j),a(j,i)-a(i,j))=e=d(i);
c7(i,j)$ (ord(j) ne ord(i))..sum((k),d(j)*x(i,j,k))=l=a(i,j);
c8(i,j)..a(i,j)=l=sum((k)$ (ord(j) ne ord(i)), (Q(k)-d(i))*x(i,j,k));
c9(i)$ (ord(i) ne card(j))..sum((j),t(i,j))-sum((j),t(j,i))=e=p(i);
c10(i,j)$ (ord(j) ne ord(i))..sum((k),p(i)*x(i,j,k))=l=t(i,j);
c11(i,j)$ (ord(j) ne ord(i))..t(i,j)=l=sum((k), (Q(k)-p(j))*x(i,j,k));
c12(i)$ (ord(i) ge 2)..a(i,'1')=e=0;
c13(j)$ (ord(j) ge 2)..t('1',j)=e=0;
c14..sum((k),y(k))=l=m;
c15(k)..sum((j)$ (ord(j) ne 2),x('1',j,k))=e=y(k);
c16(k)..y(k)=l=m;
Model proje /all/
Solve proje using MIP minimizing z;
display z.l,x.l;

```

PROBLEMİN MODELLENMESİ SONUCU GAMS ÇIKTISI

```
----      61 VARIABLE z.L                      =      6025.500
```

```
----      61 VARIABLE x.L
```

	1	3
0.1	1.000	
0.2		1.000
1.0	1.000	
2.3		1.000
3.0		1.000

```
--- Fixed MIP status (1): optimal.
```

```
--- Cplex Time: 0.00sec (det. 0.09 ticks)
```

Proven optimal solution

MIP Solution: 6025.500000 (18 iterations)

Final Solve: 6025.500000 (0 iterations)

Best possible: 6025.500000

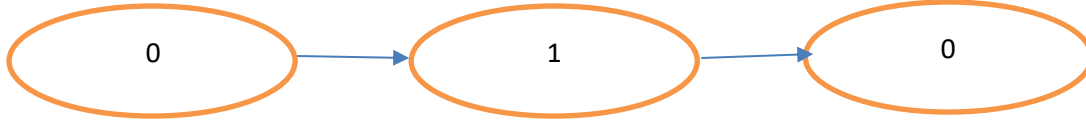
Absolute gap: 0.000000

Relative gap: 0.000000

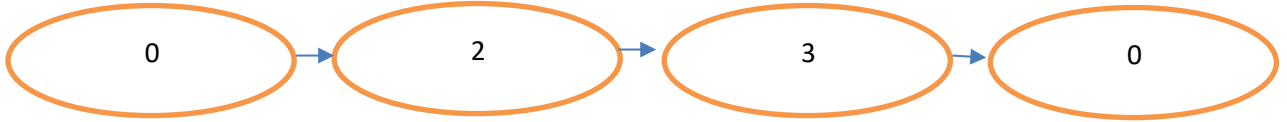
```
--- Reading solution for model proje
```

```
--- Executing after solve: elapsed 0:00:00.189
```

Gams çıktısına göre elde edilen optimal sonucun 2 farklı rotası vardır bunlardan ilki **1. Araçla** yapılacak olan 0-1-0 rotasıdır.;



İkincisi ise **3. Araçla** yapılacak olan 0-2-3-0 rotasıdır.;



Şeklindedir. Buna göre elde edilen Z değeri minimize edilmiş olup en az maliyetle **6025 TL** olarak bulunmuştur. Ayrıca her bir deponun dağıtım ve toplama ihtiyaçları karşılanıp, araç kapasiteleri aşılmamıştır. Farklı araç tiplerinden heterojen bir filoya sahip firmanın araç seçimi de gereken talep ve maliyet kısıtlarıyla rotalarına atanmıştır.

Kaynakça

- Avci, M., & Topaloglu, S. (2016). A particle swarm method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup–delivery and time windows. *Expert Systems With Applications*, 160-171.
- Catay, B. (2010). A new saving-based ant algorithm for the vehicle routing problem. *Expert Systems with Applications* (s. 6809-6817). içinde
- Chen, J. (2006). Approaches for the vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pick-ups. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 141-150.
- CÖMERT, S., Yazgan, H., & Görgülü, N. (2019). Eş Zamanlı Topla Dağıt Araç Rotalama Problemi için İki Aşamalı Bir Çözüm Yöntemi Önerisi. *International Journal of Advances in Engineering and Pure Sciences*, 107-125.
- Çetin, S., Özkütük, E., & Gencer, C. (2011). Heterojen araç filolu eş zamanlı Dağıtım-Toplamalı araç problemi için bir karar destek sistemi. *International Journal of Research and Development*, 11-18.
- Çetin, S., Özkütük, E., & Gencer, C. (2011). Heterojen Araç Filolu Eş Zamanlı Dağıtım-Toplamalı Araç Rotalama Problemi İçin Bir Karar Destek Sistemi. *International Journal of Research and Development*, 11-18.
- Çetin, S., Yerlikaya, A., & Eren, T. (2016). Heterojen Eş-Zamanlı Topla-Dağıt Rotalama Problemi: Tehlikeli Malzeme Sevkiyatı. *n 4th International Symposium on Innovative Technologies in Engineering and Science*, 472-480.
- Dantzig, G., & Ramser, J. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science Cilt 6*, 80-91.
- Dondo, R., & Cerda, J. (2007). A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 1478-1507.
- Erbao, C., Mingyong, L., & Kai, N. (6-11 June). A differential evolution and genetic algorithm for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery and time Windows. *Proceedings of the 17th World Congress the International Fe-deration of Automatic Control*. Seoul, Korea.
- Fan, J. (2011). The vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery based on customer satisfaction. *Procedia Engineering*.
- Foroutan, R. A., Rezaeian, J., & Mahdavi, I. (2020). Green vehicle routing and scheduling problem with heterogeneous fleet including reverse logistics in the form of collecting returned goods. *Applied Soft Computing*.
- Goksal, F., Karaoglan, İ., & Altınparmak, F. (2013). A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pick up and delivery. *Computer Industrial Engineering*, 39-53.

- Hoff, A., Andersson, H., Christiansen, M., Hasle, G., & Løkketangen, A. (2010). Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing. *Computers and Operations Research*, 2041-2061.
- J, L., Pardalos, P., Sun, H., Zhang, Y., & Pei, J. (2015). Iterated local search embedded adaptive neighbourhood selection approach for the multi-depot vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups. *Expert Systems with Applications*, 7-42.
- Karaoğlu, İ. (2009). Dağıtım ağları tasarımı ve yer seçimleri ve eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemleri. Gazi Üniversitesi, ANKARA: Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kasimbeyli, B. (2016). *Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi için çevreci rotalama*. A.B.D.: Endüstri Mühendisliği ABD koleksiyonu.
- Keçeci, B. (2008). Önce dağıt sonra topla araç rotalama problemi için tam sayılı karar modeli. Ankara: Başkent Üniversitesi.
- Keçeci, B. (2008). *ÖNCE DAĞIT SONRA TOPLA ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ İÇİN TAM SAYILI KARAR MODELİ*. Ankara: Başkent Üniversitesi.
- Keçeci, B., Altıparmak, F., & Kara, İ. (2015). HETEROJEN EŞ-ZAMANLI TOPLA-DAĞIT ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİ: MATEMATİKSEL MODELLER VE SEZGİSEL BİR ALGORİTMA. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 185-195.
- Li, J., Pardalos, M., Sun, H., Pei, J., & Zhang, Y. (2015). It-e-rated local search embedded adaptive neighborhood selection approach for the multidepot vehicle routing problem with simultaneous deliveries and pickups.
- Mercado, R. (2013). A GRASP for a multi-depot multicommodity pickup and delivery problem with time windows and heterogeneous fleet in the bottled beverage industry. *L. n. science içinde, Cilt 8197* (s. 143-157).
- Min, H. (1989). he Multiple vehicle routing problem with si-multaneous delivery and pick up points. *Transportation Rese-arch Part A: General*.
- Nagy, G., & Salhi, S. (2003). Heuristic Algorithms for Single and Multiple Depot Vehicle Routing Problems with Pickups and Deliveries. *European Journal of Operational Research*, 126-141.
- Nagy, G., & Salhi, S. (2005). Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research*, 126-141.
- Nallusamy, R., Duraiswamy, K., Dhanalaksmi, R., & Parthiban, P. (2010). Optimization of non-linear multiple traveling salesman problem using k-means clustering, shrink wrap algorithm and meta-heuristics. *International Journal of Nonlinear Science*, 171-177.
- Subramanian, A., Uchoa, E., Pessoa, A., & Ochi, L. S. (tarih yok). Branch-and-cut with lazy separation for the vehicle routing roblem with simultaneous pickup and delivery. *Operations Research Letters*, 338-341.

Tasan, A., & Gen, M. (2012). A genetic algorithm based approach to vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveries. *Computers & Industrial Engineering* , 3-63.

Zachariadis, E., Tarantilis , C. D., & Kiranoudis, C. T. (2009). A Hybrid Metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service. *Expert System With Applications*, 1070-1081.