

## Feuille d'exercices n° 6

### Calculs dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

**Exercice 1.**

1. Construire les tables d'addition et de multiplication dans  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ .
2. Pour chaque élément de ces 2 ensembles, citer l'opposé et l'inverse s'il existe. Citer les diviseurs de zéro.

**Exercice 2.**

1. Résoudre dans  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  :  $\dot{x}^2 + \dot{x} + \dot{1} = \dot{0}$ .
2. Résoudre dans  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  :  $\dot{x}^2 + \dot{x} + \dot{1} = \dot{0}$ .
3. Résoudre dans  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  : 
$$\begin{cases} \dot{x} + \dot{y} &= \dot{3} \\ \dot{x} - \dot{y} &= \dot{5} \end{cases}$$

**Exercice 3.**

Déterminer les entiers relatifs  $n$  tels que  $n^2 - 3n + 6 \equiv 0 \pmod{5}$ . (Travailler dans  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ )

**Exercice 4.**

Résoudre dans  $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$  : 
$$\begin{cases} 3\dot{x} + 2\dot{y} &= \dot{1} \\ 5\dot{x} + 4\dot{y} &= \dot{3} \end{cases}$$

**Exercice 5.**

Résoudre dans  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  les congruences suivantes :

1.  $3x \equiv 7 \pmod{16}$
2.  $4x \equiv 9 \pmod{13}$