

Devoir maison n° 1

Exercice 1 (3 points) :

1. Traduire en logique symbolique du calcul des propositions la phrase ci-dessous. Vous préciserez clairement le contenu en français de chaque lettre de proposition élémentaire.

Ce chien n'est pas rassurant et si on l'approche alors il aboie.

2. Compléter les phrases suivantes pour obtenir les lois de Morgan :

(a) $\neg(p \vee q)$ éq...

(b) $\neg(p \wedge q)$ éq...

3. Donner la réciproque et la contraposée de la formule $p \rightarrow q$.

Exercice 2 (5,5 points) : Soient p , q et r trois propositions élémentaires. On considère la formule φ suivante :

$$\varphi : \neg r \wedge (q \rightarrow p)$$

1. Donner l'arbre de décomposition de la formule φ .

2. Construire sa table de vérité. *Respecter les conventions adoptées en travaux dirigés pour écrire les interprétations des propositions élémentaires et écrire en-dessous de chaque connecteur logique la valeur de vérité. Entourer ou mettre en couleur (sauf en rouge) la colonne des valeurs de vérité de la formule complète.*

| | p | q | r | |
|-------|---|---|---|--|
| i_1 | | | | |
| i_2 | | | | |
| i_3 | | | | |
| i_4 | | | | |
| i_5 | | | | |
| i_6 | | | | |
| i_7 | | | | |
| i_8 | | | | |

3. Donner les modèles de la formule φ . Cette formule est-elle une tautologie ? une contradiction ? une formule contingente ? Justifiez votre réponse.

Exercice 3 (5 points): Soit l'ensemble $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$ et soit A et B les parties de E définies par : $A = \{a, b, d, k\}$ et $B = \{b, c, e, k\}$.

1. Ecrire en extension les ensembles : $A \cup B$ et $A \cap B$.
2. Représenter les ensembles E , A et B . Vous placerez également leurs éléments sur le schéma.

3. Ecrire en extension l'ensemble $A - B$ et la différence symétrique $A \Delta B$.

4. Même question avec $\mathbb{C}_E(A)$.

Exercice 4 (4 points) :

Une enquête effectuée auprès de 1 000 lycéens ayant passé un test révèle que

- 350 ont bien réussi l'exercice 1
- 400 ont bien réussi l'exercice 2
- 180 ont bien réussi l'exercice 1 et l'exercice 2.

Vous justifierez soigneusement vos réponses aux questions ci-dessous.

Parmi ces 1 000 lycéens :

1. Combien ont bien réussi soit l'exercice 1, soit l'exercice 2? (On pourra noter, par exemple, E_i l'ensemble des élèves qui ont bien réussi l'exercice $n^o i$.)

2. Combien n'ont réussi ni l'exercice 1, ni l'exercice 2 ?

3. Combien ont bien réussi uniquement l'exercice 1 ?

Exercice 5 (2,5 points) : On souhaite réaliser un mot de passe de 8 caractères, constitué d'un symbole parmi \$, * et #, suivi de 4 chiffres, eux-mêmes suivis de 3 lettres majuscules.

1. Combien de mots de passe distincts peut-on créer ?

Vous laisserez le résultat sous forme de puissances de nombres entiers.

On pourra noter $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $L = \{A, B, C, \dots, Y, Z\}$, et $S = \{\$, *, \#\}$.

2. Parmi ces mots de passe, combien ne contiennent pas de chiffre nul ?

Vous laisserez le résultat sous forme de puissances de nombres entiers.