

## Feuille d'exercices n° 1 Calcul des propositions

**Exercice 1 :** Traduire les énoncé suivants en langage de la logique formelle (on considérera que le "ou" est inclusif) :

1. Paul est malade et va à l'école.
2. Un oiseau est soit rouge, soit bleu.
3. Si la climatisation marche alors il fait frais.
4. Jean n'est pas fier de lui.
5. Si le drapeau est rouge alors je suis raisonnable et je ne me baigne pas.
6. Je franchis le carrefour si et seulement si le feu est vert.

**Exercice 2 :** En utilisant le contenu concret donné aux propositions élémentaires  $p, q, \dots$ , traduire les formules suivantes à l'aide d'une phrase en français la plus "naturelle" possible :

1.  $p \vee q$        $p$  : Manon travaille       $q$  : Manon écoute de la musique
2.  $p \wedge \neg q$        $p$  : j'ai du mal à suivre le rythme       $q$  : je me décourage
3.  $\neg p \wedge \neg q$        $p$  : cette personne aime le sport       $q$  : cette personne aime la musique
4.  $(p \vee q) \rightarrow r$        $p$  : il neige       $q$  : il vente       $r$  : je fais mon jogging
5.  $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$       proposez un contenu concret pour les propositions élémentaires  $p, q, r, s$

**Exercice 3 :** Donner l'arbre de décomposition des formules suivantes du calcul des propositions.

1.  $\alpha$  :       $(\neg p \vee r) \rightarrow (q \wedge r)$
2.  $\beta$  :       $(r \rightarrow (q \vee p)) \wedge (\neg r \vee s)$

**Exercice 4 :** Pour chacune des formules suivantes, déterminer leur table de vérité et donner l'ensemble de leurs modèles. Préciser si la formule est une tautologie, une contradiction ou une formule contingente.

1.  $\alpha$  :       $(\neg p \vee r) \rightarrow (q \wedge r)$
2.  $\beta$  :       $(r \rightarrow (q \vee p)) \wedge (\neg r \vee s)$

**Exercice 5 :** Pour chacune des formules suivantes, déterminer leur table de vérité, et préciser si la formule est une tautologie, une contradiction ou une formule contingente.

1.  $p \vee \neg p$
2.  $p \wedge \neg p$
3.  $(p \wedge q) \rightarrow p$
4.  $p \rightarrow (p \vee q)$

**Exercice 6 :** Démontrer les équivalences suivantes en comparant les tables de vérité des formules données.

1.  $\neg \neg p$  éq  $p$
2.  $p \rightarrow q$  éq  $\neg p \vee q$
3.  $p \leftrightarrow q$  éq  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

**On retiendra les résultats de cet exercice.**

**Exercice 7 :** On considère l'implication *Si son cheval chute, Marie sera disqualifiée* .

1. Ecrire la réciproque puis la contraposée de cette implication.
2. Marie est disqualifiée. Son cheval a-t-il chuté ?
3. Même question si Marie n'est pas disqualifiée.

**Exercice 8 :** Ecrire la négation des propositions suivantes (penser à utiliser les lois de Morgan). On considérera que le "ou" est inclusif.

1. Les maisons construites par ce promoteur sont esthétiques et de construction traditionnelle.
2. Soit elle s'ennuie, soit elle embête son frère.
3. Cette région n'est pas chaude ou est humide selon les mois de l'année.

**Exercice 9 :** Traduire en logique symbolique du calcul des propositions les expressions suivantes :

1. Si 3 est supérieur à 4, alors  $1 = 0$ .
2. S'il pleut, je joue aux cartes sinon je me promène.
3. Il s'agit d'un triangle si et seulement si la somme des trois angles est égale à deux droits.
4. Je viendrai sauf s'il est là.
5. Pour que 26 soit le carré d'un nombre entier, il est nécessaire qu'il existe un nombre entier compris entre 5 et 6.
6. Il suffit que je chante pour qu'il pleuve.
7. Pour qu'il vienne, il suffit que je l'appelle.
8. Pour que 24 soit un nombre premier, il est nécessaire et suffisant qu'il soit divisible par lui-même et par 1.

**Exercice 10 :** Même exercice que ci-dessus.

1. Pour penser, il faut être.
2. Je viendrai à moins qu'il ne soit là.
3. Il suffit que Juliette soit présente pour que Roméo se rende au bal des Capulet.
4. Il ralentit s'il freine.
5. Il réussira seulement s'il travaille.