Chapitre 4 : Les relations

1.Approche intuitive

Soit A et B deux ensembles.

1.Approche intuitive

Soit A et B deux ensembles. On définit une relation binaire de A vers B en associant certains éléments de A à certains éléments de B.

1.Approche intuitive

Soit A et B deux ensembles. On définit une relation binaire de A vers B en associant certains éléments de A à certains éléments de B.

Exemple : A est l'ensemble des employés d'une entreprise

1.Approche intuitive

Soit A et B deux ensembles. On définit une relation binaire de A vers B en associant certains éléments de A à certains éléments de B.

Exemple : A est l'ensemble des employés d'une entreprise

B est l'ensemble des véhicules de service de cette entreprise

1.Approche intuitive

Soit A et B deux ensembles. On définit une relation binaire de A vers B en associant certains éléments de A à certains éléments de B.

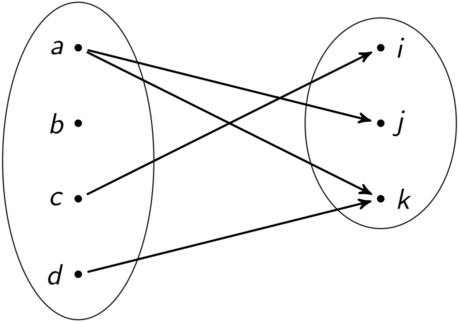
Exemple : A est l'ensemble des employés d'une entreprise

B est l'ensemble des véhicules de service de cette entreprise

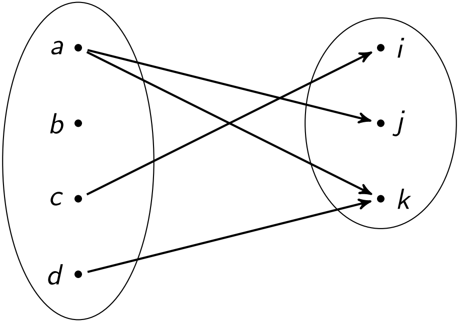
On définit une relation $\mathcal{R}$ grâce au lien verbal

"$\cdots$ est autorisé à conduire le véhicule $\cdots$".

Représentation sagittale

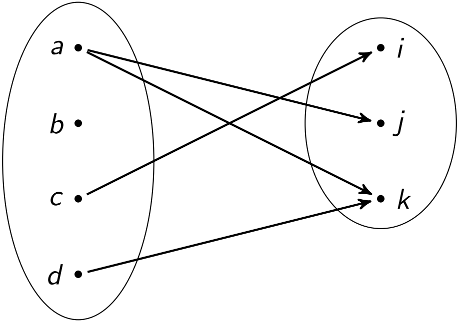


Représentation sagittale



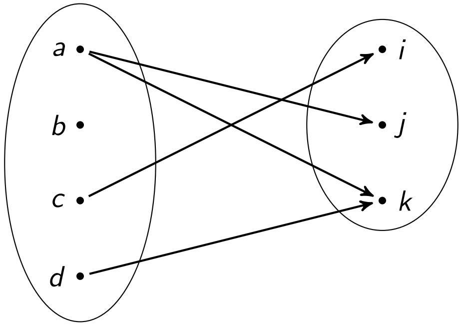
La personne a est autorisée à conduire les véhicules j et k.

Représentation sagittale



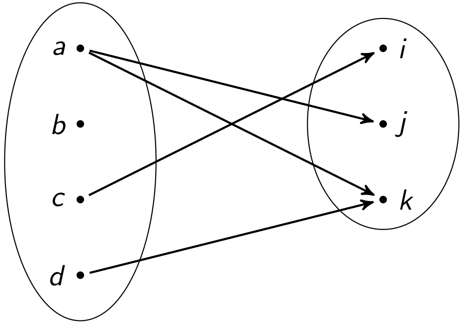
La personne a est autorisée à conduire les véhicules j et k. On dit que les couples (a, j) et (a, k) vérifient la relation $\mathcal{R}$ et on note, par exemple :

Représentation sagittale



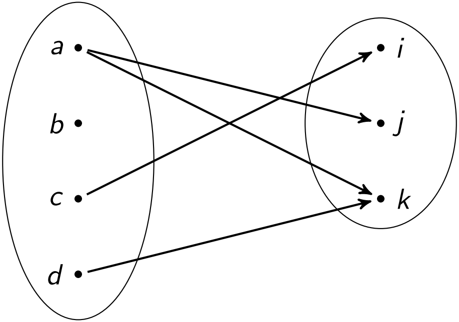
La personne a est autorisée à conduire les véhicules j et k. On dit que les couples (a, j) et (a, k) vérifient la relation $\mathcal{R}$ et on note, par exemple : $(a, j) \in \mathcal{R}$

Représentation sagittale



La personne a est autorisée à conduire les véhicules j et k. On dit que les couples (a, j) et (a, k) vérifient la relation $\mathcal{R}$ et on note, par exemple :
$(a, j) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(a, j)$

Représentation sagittale



La personne a est autorisée à conduire les véhicules j et k. On dit que les couples (a, j) et (a, k) vérifient la relation $\mathcal{R}$ et on note, par exemple : $(a, j) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(a, j)$ ou encore $a\mathcal{R}j$.

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.On dit que le couple (c, k) ne vérifie pas la relation $\mathcal{R}$ et on note:
$(c, k) \notin \mathcal{R}$

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.On dit que le couple (c, k) ne vérifie pas la relation $\mathcal{R}$ et on note:
$(c, k) \notin \mathcal{R}$ ou $\not{\mathcal{R}}(c, k)$

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.On dit que le couple (c, k) ne vérifie pas la relation $\mathcal{R}$ et on note:
$(c, k) \notin \mathcal{R}$ ou $\not{\mathcal{R}}(c, k)$ ou encore $c \not{\mathcal{R}} k$.

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.On dit que le couple (c, k) ne vérifie pas la relation $\mathcal{R}$ et on note:
$(c, k) \notin \mathcal{R}$ ou $\not\mathcal{R}(c, k)$ ou encore $c \not\mathcal{R} k$.

Représentation cartésienne de $\mathcal{R}$

$A \backslash B$	i	j	k
a		$\times$	$\times$
b			
c	$\times$		
d			$\times$

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.On dit que le couple (c, k) ne vérifie pas la relation $\mathcal{R}$ et on note:
$(c, k) \notin \mathcal{R}$ ou $\not{\mathcal{R}}(c, k)$ ou encore $c \not{\mathcal{R}} k$.

Représentation cartésienne de $\mathcal{R}$

$A \backslash B$	i	j	k
a		$\times$	$\times$
b			
c	$\times$		
d			$\times$

On place une croix dans les cases correspondant aux couples qui vérifient la relation $\mathcal{R}$.

Représentation cartésienne

La personne c n'est pas autorisée à conduire le véhicule k.On dit que le couple (c, k) ne vérifie pas la relation $\mathcal{R}$ et on note:
$(c, k) \notin \mathcal{R}$ ou $\not{\mathcal{R}}(c, k)$ ou encore $c \not{\mathcal{R}} k$.

Représentation cartésienne de $\mathcal{R}$

$A \backslash B$	i	j	k
a		$\times$	$\times$
b			
c	$\times$		
d			$\times$

On place une croix dans les cases correspondant aux couples qui vérifient la relation $\mathcal{R}$.
Cette relation est donc une partie du produit cartésien $A \times B$:

$$\mathcal{R} = \{(a, j), (a, k), (c, i), (d, k)\}$$

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.
C'est donc un élément de $\mathcal{P}(A \times B)$.

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.
C'est donc un élément de $\mathcal{P}(A \times B)$.

Notations : $\mathcal{R} \subset A \times B$ ou $\mathcal{R} \in \mathcal{P}(A \times B)$.

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.
C'est donc un élément de $\mathcal{P}(A \times B)$.

Notations : $\mathcal{R} \subset A \times B$ ou $\mathcal{R} \in \mathcal{P}(A \times B)$.

Lorsqu'un couple (x, y) vérifie la relation $\mathcal{R}$ on note $(x, y) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(x, y)$ ou $x\mathcal{R}y$.

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.
C'est donc un élément de $\mathcal{P}(A \times B)$.

Notations : $\mathcal{R} \subset A \times B$ ou $\mathcal{R} \in \mathcal{P}(A \times B)$.

Lorsqu'un couple (x, y) vérifie la relation $\mathcal{R}$ on note $(x, y) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(x, y)$ ou $x\mathcal{R}y$. $\mathcal{R}$ est une relation **d'arité 2**.

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.
C'est donc un élément de $\mathcal{P}(A \times B)$.

Notations : $\mathcal{R} \subset A \times B$ ou $\mathcal{R} \in \mathcal{P}(A \times B)$.

Lorsqu'un couple (x, y) vérifie la relation $\mathcal{R}$ on note $(x, y) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(x, y)$ ou $x\mathcal{R}y$. $\mathcal{R}$ est une relation **d'arité 2**.

Sinon on écrit $(x, y) \notin \mathcal{R}$ ou $\not{\mathcal{R}}(x, y)$ ou $x\not{\mathcal{R}}y$.

2.Définition mathématique

Définition 1 : Soit A et B deux ensembles. Une relation binaire de A vers B est une partie du produit cartésien $A \times B$.
C'est donc un élément de $\mathcal{P}(A \times B)$.

Notations : $\mathcal{R} \subset A \times B$ ou $\mathcal{R} \in \mathcal{P}(A \times B)$.

Lorsqu'un couple (x, y) vérifie la relation $\mathcal{R}$ on note $(x, y) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(x, y)$ ou $x\mathcal{R}y$. $\mathcal{R}$ est une relation **d'arité 2**.

Sinon on écrit $(x, y) \notin \mathcal{R}$ ou $\not{\mathcal{R}}(x, y)$ ou $x\not{\mathcal{R}}y$.

Définition 2 : Si $A = B$ on dit que $\mathcal{R}$ est une relation binaire **dans** A.

3.Généralisation

Exemple 1 : A est l'ensemble des habitants de la ville de Metz

3.Généralisation

Exemple 1 : A est l'ensemble des habitants de la ville de Metz

B est l'ensemble des livres d'une médiathèque

3.Généralisation

Exemple 1 : A est l'ensemble des habitants de la ville de Metz

B est l'ensemble des livres d'une médiathèque

C est l'ensemble des dates comprises entre le 01/01/2014 et le 31/12/2014

3.Généralisation

Exemple 1 : A est l'ensemble des habitants de la ville de Metz

B est l'ensemble des livres d'une médiathèque

C est l'ensemble des dates comprises entre le 01/01/2014 et le 31/12/2014

On définit une relation de la façon suivante : (a, b, c) vérifie la relation $\mathcal{R}$ si la personne a a emprunté le livre b à la date c.

3.Généralisation

Exemple 1 : A est l'ensemble des habitants de la ville de Metz

B est l'ensemble des livres d'une médiathèque

C est l'ensemble des dates comprises entre le 01/01/2014 et le 31/12/2014

On définit une relation de la façon suivante : (a, b, c) vérifie la relation $\mathcal{R}$ si la personne a a emprunté le livre b à la date c.

On note alors $(a, b, c) \in \mathcal{R}$ ou $\mathcal{R}(a, b, c)$. $\mathcal{R}$ est une relation d'arité 3.

3.Généralisation

Définition 3 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$, et $A_1, A_2, \cdots, A_n$, n ensembles appelés domaines.

3.Généralisation

Définition 3 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$, et A_1, A_2, $\cdots$, A_n, n ensembles appelés domaines.

On appelle relation n-aire définie sur les domaines A_1, A_2, $\cdots$, A_n, toute partie du produit cartésien $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$.

3.Généralisation

Définition 3 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$, et A_1, A_2, $\cdots$, A_n, n ensembles appelés domaines.

On appelle relation n-aire définie sur les domaines A_1, A_2, $\cdots$, A_n, toute partie du produit cartésien $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$.

Si $(x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathcal{R}$ on note $\mathcal{R}(x_1, x_2, \cdots, x_n)$.

3.Généralisation

Définition 3 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$, et A_1, A_2, $\cdots$, A_n, n ensembles appelés domaines.

On appelle relation n-aire définie sur les domaines A_1, A_2, $\cdots$, A_n, toute partie du produit cartésien $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$.

Si $(x_1, x_2, \cdots, x_n) \in \mathcal{R}$ on note $\mathcal{R}(x_1, x_2, \cdots, x_n)$.

$\mathcal{R}$ est une relation d'arité n.

3.Généralisation

Remarques :

3.Généralisation

Remarques :

1. Le mot "arité" représente le nombre de places de variables dans le lien verbal.

3.Généralisation

Remarques :

1. Le mot "arité" représente le nombre de places de variables dans le lien verbal.

2. Dans le cas particulier $n = 2$ on retrouve la notion de relation binaire.

3.Généralisation

Remarques :

1. Le mot "arité" représente le nombre de places de variables dans le lien verbal.

2. Dans le cas particulier $n = 2$ on retrouve la notion de relation binaire.

3. Cas particulier $n = 1$: on parle de relation unaire ou d'arité 1.

3.Généralisation

Remarques :

1. Le mot "arité" représente le nombre de places de variables dans le lien verbal.
2. Dans le cas particulier $n = 2$ on retrouve la notion de relation binaire.
3. Cas particulier $n = 1$: on parle de relation unaire ou d'arité 1.

   Exemple : "être pair" dans $\mathbb{N}$.

3.Généralisation

Remarques :

1. Le mot "arité" représente le nombre de places de variables dans le lien verbal.
2. Dans le cas particulier $n = 2$ on retrouve la notion de relation binaire.
3. Cas particulier $n = 1$: on parle de relation unaire ou d'arité 1.

   Exemple : "être pair" dans $\mathbb{N}$. On a $\mathcal{R}(8)$ mais $\not\mathcal{R}(11)$.

Exemple 2 : On considère la table ADHERENT(<u>nom-adh, prenom-adh, tel-adh</u>, ad-adh, iban-adh, date-adh, date-fin, cereale) dont un extrait est donné ci-après.

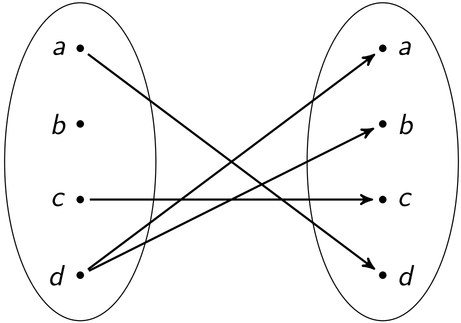
3.Généralisation

no	nom_adh	prenom_adh	tel_adh	ad_adh	iban	date_adh	date_fin	cereale
1	ANDRE	Marc	0301090807	Grand Pre 57222 Saint-Pierre	FR1010000000106729450762	01/02/2022	01/02/2023	mais
2	BARNABE	Hippolyte	0301020304	Grand Champ 57111 Saint-Jean	FR1010000000108138423562	05/01/2022	05/01/2023	ble
3	BARNABE	Lucien	0301020304	Grand Champ 57111 Saint-Jean	FR1010000000108639178074	07/01/2022	07/01/2023	orge
4	CHRISTIAN	Andre	0301181917	Rue de la Fontaine 57333 Saint-Michel	FR1020000000292348721501	03/01/2022	03/01/2023	ble
5	DUMONT	Jacques	0301171819	Grand Fosse 57111 Saint-Jean	FR1020000000465198627014	05/01/2022	05/01/2023	ble
6	EUDES	Pascal	0301102030	Grand Pre 57222 Saint-Pierre	FR1020000000479284361820	03/02/2022	03/02/2023	orge
7	EUDES	Pascal	0301112131	Les Etangs 57444 Saint-Germain	FR1020000000412816348279	03/03/2022	03/03/2023	orge
8	FAYARD	Jules	0301203040	Grand Rue 57111 Saint-Jean	FR1020000000893762459241	04/01/2022	04/01/2023	mais
9	GEORGES	Aime	0301191817	Place du Marche 57444 Saint-Germain	FR1020000000281627496821	15/02/2022	15/02/2023	epeautre
10	GRAND	Laurent	0301304050	Rue Longue 57333 Saint-Michel	FR1010000000107652497831	02/01/2022	02/01/2023	mais
11	HUGUES	Michel	0301405060	Grand Pre 57222 Saint-Pierre	FR1010000000105289673109	01/03/2022	01/03/2023	epeautre
12	IVAN	Sophie	0301181917	Rue de la Fontaine 57333 Saint-Michel	FR1020000000274592830182	03/01/2022	03/01/2023	ble
13	JACQUES	Jean	0301403020	Rue Haute 57444 Saint-Germain	FR1010000000105267831042	08/04/2022	08/04/2023	orge
14	LUCIEN	Vincent	0301718191	La Chaume 57111 Saint-Jean	FR1010000000104286913572	10/01/2022	10/01/2023	epeautre
15	PIERRE	Andre	0301202122	Grand Fosse 57111 Saint-Jean	FR1020000000192837465823	08/03/2022	08/03/2023	ble

Cette table ADHERENT est une relation 8-aire définie sur les domaines : A_1 l'ensemble des noms des adhérents, A_2 l'ensemble de leurs prénoms, $\cdots$ A_8 l'ensemble des noms de céréales qu'ils commercialisent.
C'est une partie du produit cartésien $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_8$.

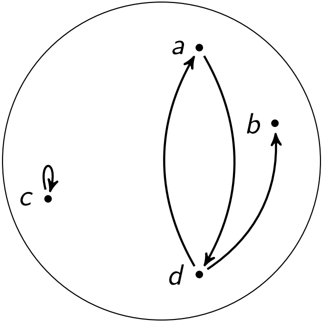
4.Relations binaires dans un ensemble

Soit $\mathcal{R}$ une relation binaire dans un ensemble E, donnée par sa représentation sagittale :



4.Relations binaires dans un ensemble

On préférera la représentation suivante :



4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.

4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$.

4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$.
3. La relation $<$ dans $\mathbb{R}$.

4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$.
3. La relation $<$ dans $\mathbb{R}$.
4. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$, notée $|$.

4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$.
3. La relation $<$ dans $\mathbb{R}$.
4. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$, notée $|$. "a divise b" se note $a|b$.

4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$.
3. La relation $<$ dans $\mathbb{R}$.
4. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$, notée $|$. "a divise b" se note $a|b$.
5. Soit X un ensemble.

4.Relations binaires dans un ensemble

Exemples mathématiques :

1. L'égalité dans un ensemble E : $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x = y$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$.
3. La relation $<$ dans $\mathbb{R}$.
4. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$, notée $|$. "a divise b" se note $a|b$.
5. Soit X un ensemble.L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$ est une relation binaire.

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not\mathcal{R}y$
égalité		

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not\mathcal{R}y$
égalité	2=2	

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not{\mathcal{R}}y$
égalité	2=2	$2 \neq 3$
$\leqslant$		

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not{\mathcal{R}}y$
égalité	2=2	$2 \neq 3$
$\leqslant$	$3 \leqslant 10$	

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not\mathcal{R}y$
égalité	2=2	$2 \neq 3$
$\leqslant$	$3 \leqslant 10$	$5 \nleqslant 3$
$\mid$		

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not\mathcal{R}y$
égalité	2=2	$2 \neq 3$
$\leqslant$	$3 \leqslant 10$	$5 \nleqslant 3$
$\mid$	$4 \mid 12$	

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not\mathcal{R}y$
égalité	$2=2$	$2 \neq 3$
$\leqslant$	$3 \leqslant 10$	$5 \not\leqslant 3$
$\mid$	$4 \mid 12$	$3 \nmid 10$
$\subset$		

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not\mathcal{R}y$
égalité	2=2	$2 \neq 3$
$\leqslant$	$3 \leqslant 10$	$5 \not\leqslant 3$
$\vert$	$4\vert 12$	$3\not\vert 10$
$\subset$	$\{a\} \subset \{a, b\}$	

4.Relations binaires dans un ensemble

Illustration par des exemples :

$\mathcal{R}$	$x\mathcal{R}y$	$x\not{\mathcal{R}}y$
égalité	2=2	$2 \neq 3$
$\leqslant$	$3 \leqslant 10$	$5 \not\leqslant 3$
$\mid$	$4 \mid 12$	$3 \nmid 10$
$\subset$	$\{a\} \subset \{a, b\}$	$\{b, c\} \not\subset \{a, b\}$

5.Propriétés éventuelles d'une relation dans E

Définition 4 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **réflexive** si

$$\forall x \in E,\ x\mathcal{R}x.$$

5.Propriétés éventuelles d'une relation dans E

Définition 4 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **réflexive** si

$$\forall x \in E, \ x\mathcal{R}x.$$

Exemples :

5.Propriétés éventuelles d'une relation dans E

Définition 4 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **réflexive** si

$$\forall x \in E,\ x\mathcal{R}x.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E : $\forall x \in E,\ x = x$.

5.Propriétés éventuelles d'une relation dans E

Définition 4 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **réflexive** si

$$\forall x \in E,\ x\mathcal{R}x.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E : $\forall x \in E,\ x = x$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$: $\forall x \in \mathbb{R},\ x \leqslant x$.

5.Propriétés éventuelles d'une relation dans E

Définition 4 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **réflexive** si

$$\forall x \in E,\ x\mathcal{R}x.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E : $\forall x \in E,\ x = x$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$: $\forall x \in \mathbb{R},\ x \leqslant x$.
3. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$: $\forall a \in \mathbb{Z}, a|a$.

5.Propriétés éventuelles d'une relation dans E

Définition 4 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **réflexive** si

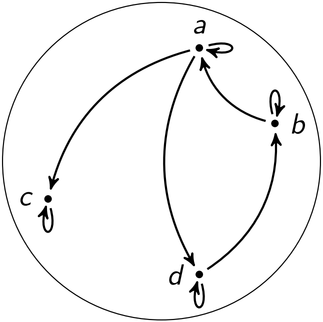
$$\forall x \in E,\ x\mathcal{R}x.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E : $\forall x \in E,\ x = x$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$: $\forall x \in \mathbb{R},\ x \leqslant x$.
3. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$: $\forall a \in \mathbb{Z}, a|a$.
4. L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$: $\forall A \in \mathcal{P}(X), A \subset A$.

Illustration

La réflexivité se traduit par une flèche qui boucle sur chaque élément de E.



La symétrie

Définition 5 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite **symétrique** si

$$\forall (x, y) \in E^2,\ x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x.$$

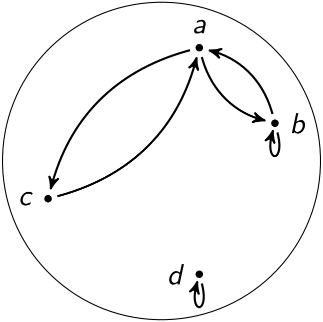
Exemple : l'égalité dans un ensemble E :

$$\forall (x, y) \in E^2,\ \text{si } x = y \text{ alors } y = x$$

.

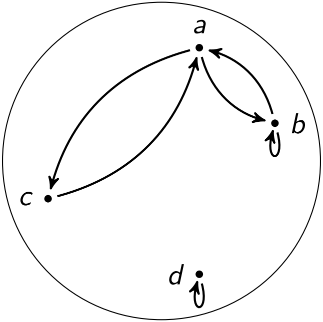
La symétrie

Illustration : la symétrie se traduit par le fait que s'il y a une flèche de x vers y alors il y a une flèche "retour" de y vers x.



La symétrie

Illustration : la symétrie se traduit par le fait que s'il y a une flèche de x vers y alors il y a une flèche "retour" de y vers x.



Remarque : les relations $\subset$, $|$, et $\leqslant$ ne sont pas symétriques.
En effet, $\{1,2\} \subset \{1,2,3\}$ mais $\{1,2,3\} \not\subset \{1,2\}$, $3|6$ mais $6 \not| 3$, $2 \leqslant 5$ mais $5 \nleqslant 2$.

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x \mathcal{R} y \text{ et } y \mathcal{R} z) \Rightarrow x \mathcal{R} z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y, z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x \mathcal{R} y \text{ et } y \mathcal{R} z) \Rightarrow x \mathcal{R} z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y, z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.

2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y, z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant z$, alors $x \leqslant z$.

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y, z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.

2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant z$, alors $x \leqslant z$.

3. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$:

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x,y,z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x,y,z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:$\forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant z$, alors $x \leqslant z$.
3. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$: $\forall (x,y,z) \in \mathbb{Z}^3$, si $x|y$ et $y|z$ alors $x|z$.

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

$$\forall (x, y, z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y, z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant z$, alors $x \leqslant z$.
3. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$: $\forall (x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$, si $x|y$ et $y|z$ alors $x|z$.
4. L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$:

La transitivité

Définition 6 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite transitive si

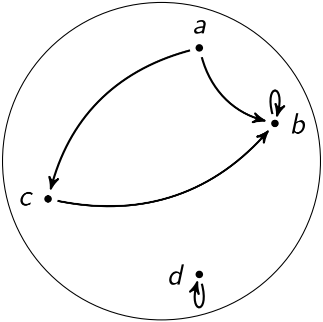
$$\forall (x,y,z) \in E^3,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x,y,z) \in E^3$, si $x = y$ et $y = z$, alors $x = z$.
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:$\forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant z$, alors $x \leqslant z$.
3. La divisibilité dans $\mathbb{Z}$: $\forall (x,y,z) \in \mathbb{Z}^3$, si $x|y$ et $y|z$ alors $x|z$.
4. L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$:
   $\forall (A,B,C) \in \mathcal{P}(X)^3$, si $A \subset B$ et $B \subset C$ alors $A \subset C$.

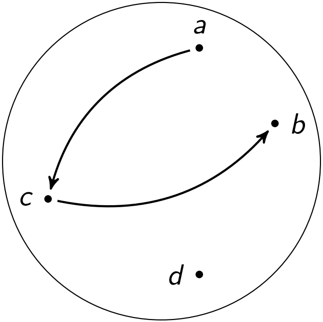
La transitivité

Illustration :
S'il y a une flèche de x vers y et une flèche de y vers z alors il y a une flèche de x vers z.



La transitivité

Si $\mathcal{R}$ est transitive alors la configuration ci-dessous n'est pas possible :



L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x,y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x, y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x,y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x,y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x,y) \in E^2$, si $x = y$ et $y = x$, alors $x = y$.

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x,y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x,y) \in E^2$, si $x = y$ et $y = x$, alors $x = y$.

2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x, y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y) \in E^2$, si $x = y$ et $y = x$, alors $x = y$.

2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:
   $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant x$, alors $x = y$.

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x,y) \in E^2,\ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
$\forall (x,y) \in E^2$, si $x = y$ et $y = x$, alors $x = y$.

2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:
$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant x$, alors $x = y$.

3. L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$:

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x,y) \in E^2, \ (x\mathcal{R}y \text{ et } y\mathcal{R}x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x,y) \in E^2$, si $x = y$ et $y = x$, alors $x = y$.

2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:
   $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant x$, alors $x = y$.

3. L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$:
   $\forall (A,B) \in \mathcal{P}(X)^2$, si $A \subset B$ et $B \subset A$ alors $A = B$

L'antisymétrie

Définition 7 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est dite antisymétrique si

$$\forall (x, y) \in E^2,\ (x \mathcal{R} y \text{ et } y \mathcal{R} x) \Rightarrow x = y.$$

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E :
   $\forall (x, y) \in E^2$, si $x = y$ et $y = x$, alors $x = y$.

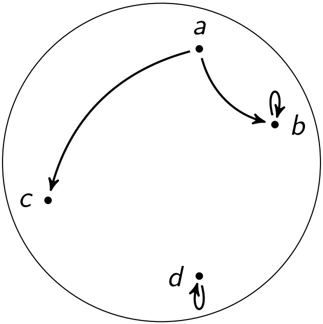
2. La relation $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$:
   $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, si $x \leqslant y$ et $y \leqslant x$, alors $x = y$.

3. L'inclusion $\subset$ dans $\mathcal{P}(X)$:
   $\forall (A, B) \in \mathcal{P}(X)^2$, si $A \subset B$ et $B \subset A$ alors $A = B$
   (c'est le théorème de la double inclusion).

L'antisymétrie

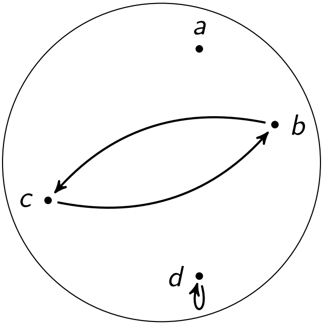
Illustration : Le seul cas où il y a une flèche de x vers y et une flèche de y vers x est celui où $x = y$. Il y a alors une boucle sur x.

Exemple



L'antisymétrie

Si $\mathcal{R}$ est antisymétrique alors la configuration ci-dessous n'est pas possible :



6.Relations d'équivalence

Définition 8 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'équivalenc
si elle est à la fois
- réflexive
- symétrique
- transitive.

6.Relations d'équivalence

Définition 8 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'équivalenc
si elle est à la fois

- réflexive
- symétrique
- transitive.

Exemples :

6.Relations d'équivalence

Définition 8 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'équivalenc
si elle est à la fois
- réflexive
- symétrique
- transitive.

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E

6.Relations d'équivalence

Définition 8 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'équivalenc
si elle est à la fois
- réflexive
- symétrique
- transitive.

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E
2. La relation "avoir même parité que" dans $\mathbb{N}$

6.Relations d'équivalence

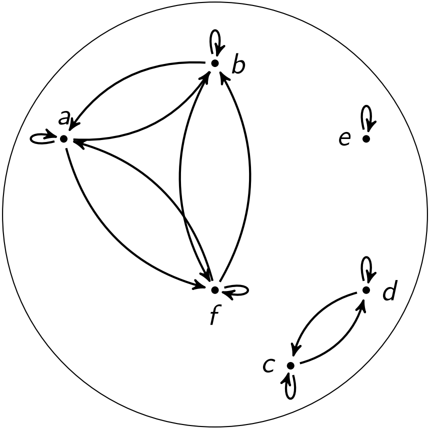
Définition 8 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'équivalenc
si elle est à la fois
- réflexive
- symétrique
- transitive.

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E
2. La relation "avoir même parité que" dans $\mathbb{N}$
3. Plus généralement, une relation définie par un lien verbal de la forme "avoir même $\cdots$ que"

6.Relations d'équivalence

Illustration :



On distingue clairement 3 parties de E disjointes 2 à 2.

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$.

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$.

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$. Ainsi $\mathcal{C}\ell(x) = \{y \in E / x\mathcal{R}y\}$.

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$. Ainsi $\mathcal{C}\ell(x) = \{y \in E / x\mathcal{R}y\}$.

Exemple:

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$. Ainsi $\mathcal{C}\ell(x) = \{y \in E / x\mathcal{R}y\}$.

Exemple: dans l'exemple illustré ci-dessus la relation $\mathcal{R}$ possède trois classes d'équivalence :

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$. Ainsi $\mathcal{C}\ell(x) = \{y \in E / x\mathcal{R}y\}$.

Exemple: dans l'exemple illustré ci-dessus la relation $\mathcal{R}$ possède trois classes d'équivalence :

$\mathcal{C}\ell(a) = \{a, b, f\} = \mathcal{C}\ell(b) = \mathcal{C}\ell(f)$

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$. Ainsi $\mathcal{C}\ell(x) = \{y \in E / x\mathcal{R}y\}$.

Exemple: dans l'exemple illustré ci-dessus la relation $\mathcal{R}$ possède trois classes d'équivalence :

$\mathcal{C}\ell(a) = \{a, b, f\} = \mathcal{C}\ell(b) = \mathcal{C}\ell(f)$

$\mathcal{C}\ell(c) = \{c, d\} = \mathcal{C}\ell(d)$

Classes d'équivalence

Définition 9 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E, et $x \in E$. On appelle classe d'équivalence de x l'ensemble des éléments y de E tels que $x\mathcal{R}y$.

On la note $\mathcal{C}\ell(x)$. Ainsi $\mathcal{C}\ell(x) = \{y \in E / x\mathcal{R}y\}$.

Exemple: dans l'exemple illustré ci-dessus la relation $\mathcal{R}$ possède trois classes d'équivalence :

$\mathcal{C}\ell(a) = \{a, b, f\} = \mathcal{C}\ell(b) = \mathcal{C}\ell(f)$

$\mathcal{C}\ell(c) = \{c, d\} = \mathcal{C}\ell(d)$

$\mathcal{C}\ell(e) = \{e\}$

Classes d'équivalence

Théorème 6.1 : Les classes d'équivalence d'une relation d'équivalence $\mathcal{R}$ dans un ensemble E forment une partition de E :

1. $\forall x \in E,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \emptyset$ (une classe d'équivalence est toujours non vide)

Classes d'équivalence

Théorème 6.1 : Les classes d'équivalence d'une relation d'équivalence $\mathcal{R}$ dans un ensemble E forment une partition de E :

1. $\forall x \in E,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \emptyset$ (une classe d'équivalence est toujours non vide)
2. $\forall (x, x') \in E^2,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \mathcal{C}\ell(x') \Leftrightarrow \mathcal{C}\ell(x) \cap \mathcal{C}\ell(x') = \emptyset$

Classes d'équivalence

Théorème 6.1 : Les classes d'équivalence d'une relation d'équivalence $\mathcal{R}$ dans un ensemble E forment une partition de E :

1. $\forall x \in E,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \emptyset$ (une classe d'équivalence est toujours non vide)
2. $\forall (x, x') \in E^2,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \mathcal{C}\ell(x') \Leftrightarrow \mathcal{C}\ell(x) \cap \mathcal{C}\ell(x') = \emptyset$

   (2 classes d'équivalence distinctes sont disjointes et réciproquement)

Classes d'équivalence

Théorème 6.1 : Les classes d'équivalence d'une relation d'équivalence $\mathcal{R}$ dans un ensemble E forment une partition de E :

1. $\forall x \in E,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \emptyset$ (une classe d'équivalence est toujours non vide)
2. $\forall (x, x') \in E^2,\ \mathcal{C}\ell(x) \neq \mathcal{C}\ell(x') \Leftrightarrow \mathcal{C}\ell(x) \cap \mathcal{C}\ell(x') = \emptyset$

   (2 classes d'équivalence distinctes sont disjointes et réciproquement)
3. $\bigcup_{x \in E} \mathcal{C}\ell(x) = E$

Classes d'équivalence

Définition 10 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E.

Classes d'équivalence

Définition 10 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E.L'ensem
des classes d'équivalence de $\mathcal{R}$ s'appelle ensemble quotient de E par $\mathcal{R}$.

Classes d'équivalence

Définition 10 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E.L'ensem
des classes d'équivalence de $\mathcal{R}$ s'appelle ensemble quotient de E par $\mathcal{R}$.

On le note ${}^{E}/_{\mathcal{R}}$.

Classes d'équivalence

Définition 10 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'équivalence dans un ensemble E.L'ensem
des classes d'équivalence de $\mathcal{R}$ s'appelle ensemble quotient de E par $\mathcal{R}$.

On le note ${}^{E}/_{\mathcal{R}}$.

Dans l'exemple précédent, ${}^{E}/_{\mathcal{R}} = \{\mathcal{C}\ell(a),\ \mathcal{C}\ell(c),\ \mathcal{C}\ell(e)\}$.

7.Relations d'ordre

Définition 11 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'ordre si elle est à la fois
- réflexive
- antisymétrique
- transitive.

7.Relations d'ordre

Définition 11 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'ordre si elle est à la fois
- réflexive
- antisymétrique
- transitive.

Exemples :

7.Relations d'ordre

Définition 11 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'ordre si elle est à la fois

- réflexive
- antisymétrique
- transitive.

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E

7.Relations d'ordre

Définition 11 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'ordre si elle est à la fois
- réflexive
- antisymétrique
- transitive.

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E
2. La relation " $\leqslant$ " dans $\mathbb{R}$

7.Relations d'ordre

Définition 11 : Une relation $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est une relation d'ordre si elle est à la fois
- réflexive
- antisymétrique
- transitive.

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E
2. La relation " $\leqslant$ " dans $\mathbb{R}$
3. L'inclusion dans $\mathcal{P}(X)$

7.Relations d'ordre

Définition 12 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'ordre dans un ensemble E, et $(x, y) \in E^2$.

7.Relations d'ordre

Définition 12 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'ordre dans un ensemble E, et $(x, y) \in E^2$.
On dit que x est comparable à y pour $\mathcal{R}$ si $x\mathcal{R}y$ ou $y\mathcal{R}x$.

7.Relations d'ordre

Définition 12 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'ordre dans un ensemble E, et $(x, y) \in E^2$.
On dit que x est comparable à y pour $\mathcal{R}$ si $x\mathcal{R}y$ ou $y\mathcal{R}x$.

Définition 13 : On dit qu'une relation d'ordre $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est totale si

$$\forall (x, y) \in E^2, \ x \text{ est comparable à } y$$

7.Relations d'ordre

Définition 12 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'ordre dans un ensemble E, et $(x, y) \in E^2$.
On dit que x est comparable à y pour $\mathcal{R}$ si $x\mathcal{R}y$ ou $y\mathcal{R}x$.

Définition 13 : On dit qu'une relation d'ordre $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est totale si

$$\forall (x, y) \in E^2, \ x \text{ est comparable à } y$$

Sinon on dit que la relation d'ordre est partielle.

7.Relations d'ordre

Définition 12 : Soit $\mathcal{R}$ une relation d'ordre dans un ensemble E, et $(x, y) \in E^2$.
On dit que x est comparable à y pour $\mathcal{R}$ si $x\mathcal{R}y$ ou $y\mathcal{R}x$.

Définition 13 : On dit qu'une relation d'ordre $\mathcal{R}$ dans un ensemble E est totale si

$$\forall (x, y) \in E^2, \; x \text{ est comparable à } y$$

Sinon on dit que la relation d'ordre est partielle.(On dit aussi relation d'ordre total (resp. partiel))

7.Relations d'ordre

Exemples :

7.Relations d'ordre

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E est une relation d'ordre partiel. (Par exemple 2 et 6 ne sont pas comparables)

7.Relations d'ordre

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E est une relation d'ordre partiel. (Par exemple 2 et 6 ne sont pas comparables)
2. La relation " $\leqslant$ " dans $\mathbb{R}$ est une relation d'ordre total.

7.Relations d'ordre

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E est une relation d'ordre partiel. (Par exemple 2 et 6 ne sont pas comparables)
2. La relation " $\leqslant$ " dans $\mathbb{R}$ est une relation d'ordre total.
3. L'inclusion dans $\mathcal{P}(X)$ est une relation d'ordre partiel.

7.Relations d'ordre

Exemples :

1. L'égalité dans un ensemble E est une relation d'ordre partiel. (Par exemple 2 et 6 ne sont pas comparables)

2. La relation " $\leqslant$ " dans $\mathbb{R}$ est une relation d'ordre total.

3. L'inclusion dans $\mathcal{P}(X)$ est une relation d'ordre partiel.

   (Par exemple $[0,2] \not\subset [1,3]$ et $[1,3] \not\subset [0,2]$)