

Exercice I

Algorithme de Bellman déterminant une r -arborescence de chemin de poids minimum :

Données

- 1 $S : G = (S, A, p)$ un graphe orienté sans circuit
- 2 r : racine choisie
- 3 L : un ordre topologique pour G

Résultats

- 4 Π, \mathcal{P} : table des potentiels et table des pères d'une r -arborescence de cpm

Pseudo-code

```

5  pour  $s \in S$  faire
6     $\Pi[s] \leftarrow \infty$ 
7     $\mathcal{P}[s] \leftarrow s$ 
8  fin pour
9   $\Pi[r] \leftarrow 0$ 
10  $\mathcal{P}[s] \leftarrow \emptyset$ 
11 pour  $s \in L$  faire
12   pour  $x \in V^-(s)$  faire
13     si  $\Pi[x] + p(x, s) < \Pi[s]$  alors
14        $\Pi[s] \leftarrow \Pi[x] + p(x, s)$ 
15        $\mathcal{P}[s] \leftarrow x$ 
16     fin si
17   fin pour
18 fin pour

```

Écrire les variantes suivantes de cet algorithme quand G est un graphe potentiel tâches :

- (1) Recherche d'une arborescence de chemins de poids maximum partant d'un sommet donné.
- (2) Recherche d'une anti-arborescence de chemins de poids maximum aboutissant en un sommet donné. On notera Δ la table des potentiels et \mathcal{F} la table des fils.

Exercice II

Les caractéristiques d'un projet décomposé en tâches sont les suivantes :

tâches	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
durée (en jours)	3	2	3	5	2	3	4
tâches antérieures	—	—	<i>a, b</i>	<i>a</i>	<i>d, c</i>	<i>c</i>	<i>e, c</i>

1. Déterminer, pour chaque tâche composant le projet, l'ensemble des tâches qui la suivent.
2. Dessiner le graphe potentiel tâches représentant ce projet.
3. Déterminer les dates de début au plus tôt de chaque tâche. En déduire la durée globale du projet.
4. Déterminer les dates de début au plus tard de chaque tâche.
5. Calculer la marge libre et la marge totale de chaque tâche.
6. En déduire les tâches critiques et le chemin critique.
7. Quelles seront les conséquences si :

(a) la tâche *b* accuse un retard de 1 ? de 3 ?

(b) la tâche *b* accuse un retard de 1 et la tâche *f* un retard de 5 ?

(c) la tâche *b* accuse un retard de 3 et la tâche *f* un retard de 5 ?

Exercice III

Les caractéristiques d'un projet décomposé en tâches sont les suivantes :

tâches	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>
durée (en semaines)	2	3	1	2	3	1	4	2
tâches antérieures	—	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b, c</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>d, f</i>	<i>d, f, g</i>

Reprendre les 6 premières questions de l'exercice II. Quelles seront les conséquences si la tâche *c* accuse un retard de 4 ?

Exercice IV

La société XYZ envisage la construction et l'équipement d'une nouvelle unité de production. Une étude préalable a permis d'établir un tableau des tâches à réaliser, des relations d'antériorité entre elles et des durées nécessaires pour chacune. Ces durées sont exprimées en mois.

tâches	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>L</i>
durée (en mois)	8	2	3	1	3	2	2	1	1	1	2	1
tâches antérieures	—	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B, D</i>	<i>A</i>	<i>F</i>	<i>C</i>	<i>H</i>	<i>E, G, I</i>	<i>E, G, I</i>	<i>J, K</i>

Reprendre les 6 premières questions de l'exercice II. Quelles seront les conséquences si la tâche *b* accuse un retard de 2 et la tâche *f* un retard de 3 ?

Exercice V

Une société pétrolière décide de construire un nouveau pipeline au Moyen-Orient. Afin de pouvoir respecter les délais, elle fait appel à vous pour établir l'ordonnancement des travaux. L'analyse des tâches élémentaires et de leur interdépendance permet d'établir le tableau suivant :

tâches	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>	<i>P</i>
durée (en mois)	10	20	40	28	8	30	24	12	10	20	10	6	10	4	6	4
tâches antérieures	—	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>E</i>	<i>C, F</i>	<i>G</i>	<i>C</i>	<i>C, F</i>	<i>D, I, J</i>	<i>H, K</i>	<i>H, K</i>	<i>L, M</i>	<i>H, K</i>	<i>N, O</i>

Reprendre les 6 premières questions de l'exercice II.