Chapitre 3

Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

L.ZERTAL

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

I Itérations simples

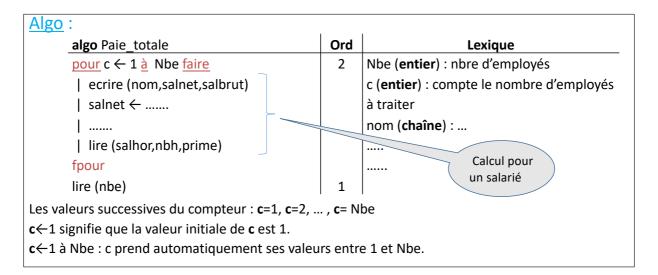
I.1)Exemple

Soit le calcul de la paie.

Lorsque l'entreprise comprend plusieurs employés, on exécute l'algorithme de calcul autant de fois que nécessaire.

<u>Hypothèse</u>: Soit Nbe ⇒ nombre d'employés dans l'entreprise. On utilise un compteur qui comptabilise le nombre de fois que le traitement associé au calcul de la paie sera effectué.

Soit c l'identifiant du compteur.



L.ZERTAL :

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

I.1)Définition

Une itération simple permet de définir une suite d'opérations qui se répète un certain nombre de fois.

Le nombre de répétitions est défini par la variation d'un **indice** (ou *compteur* ou *itérateur*), de type **scalaire** (*entier*, *caractère*, *booléen*) qui prend ses valeurs dans un intervalle **donné**.

<u>Caractéristiques d'une itération simple</u>:

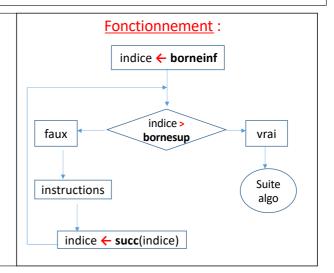
- √ un indice : variable
- ✓ un *intervalle de variation* : ensemble borné par une borne inférieure et une borne supérieure
- ✓ un pas de variation : +1 ou -1 (pas par défaut = +1)
- ✓ un ensemble d'instructions

a) Itération croissante

<u>pour</u> indice ← borneinf à bornesup <u>faire</u> | Instructions

fpour

Remarque : borneinf <= bornesup



L.ZERTAL

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

b) Itération décroissante

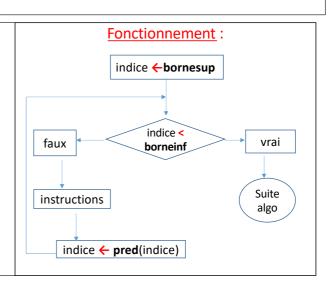
 $\underline{pour} \hspace{0.1cm} \text{indice} \leftarrow bornesup} \hspace{0.1cm} \underline{\grave{a}} \hspace{0.1cm} borneinf \hspace{0.1cm} \textbf{[pas -1]} \hspace{0.1cm} \underline{faire}$

fpour

Remarques:

Instructions

- bornesup >= borneinf
- [pas -1] : optionnel



Exemples simples Lexique pour i ← 1 à 10 faire i (entier) | ecrire (i) fpour Lexique algo ... Ord pour a ← 2 à N faire a (entier) | ecrire (3*x+1) N,x (entier) lire (N,x) Lexique algo Ord $\underline{pour} c \leftarrow 'Z' \underline{\grave{a}} 'A' \underline{faire}$ c (caractère) :compteur | ecrire(c) fpour

L.ZERTAL 7

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

II Itération Conditionnelle

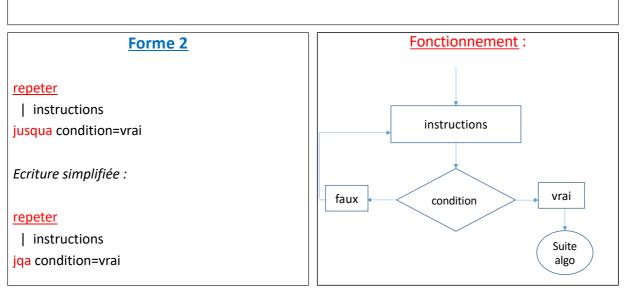
II.1) Définition

- ➤ Une itération conditionnelle permet de définir une suite d'opérations qui se répète un certain nombre de fois. L'arrêt de l'itération est déterminé par la vérification d'une certaine condition.
- >Il existe 2 formes d'itérations conditionnelles :

tantque condition=vrai faire | instructions fintantque Ecriture simplifiée : tq condition=vrai faire | instructions ftq instructions

L.ZERTAL

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes



II.2) Différence entre tantque et répéter

- Répéter : La partie instructions est exécutée au moins une fois avant de vérifier la condition d'arrêt.
- ➤ Tantque : la partie instructions n'est exécutée que si la condition pour s'arrêter n'est pas validée (= la condition d'arrêt est fausse).

Remarque: une itération simple peut être exprimée à l'aide d'une itération conditionnelle, l'inverse n'est pas toujours possible.

<u>Exemple</u> :				
algo	Ord	Lexique		
<u>pour</u> i ←1 à N <u>faire</u>	2	i (entier) : compteur		
ecrire (i) fpour lire(N)	1	N (entier) : nombre d'entiers à afficher		
algo	Ord	Lexique		
<u>tq</u> i ≤ N <u>faire</u>	3	i, N (entier)		
ecrire (i)				
i ← succ (i)				
ftq lire (N)	1			
i ←1	2			

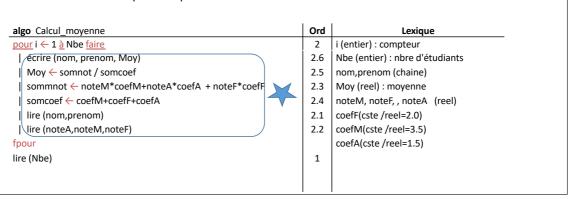
L.ZERTAL 1

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

III La notion de module

III.1) Exemple

Soit le calcul de la moyenne d'un étudiant à partir de 3 notes : maths, français, anglais. Soit Nbe le nombre d'étudiants pour lesquels ce calcul est fait.





Ensemble d'instructions (+lexique correspondant) servant à calculer la moyenne d'un étudiant.

Le même traitement est utilisé pour tous les étudiants concernés. Cet ensemble peut être écrit une et une seule fois et réutilisé à chaque fois que c'est nécessaire.

C'est la notion de sous-algorithme ou module

L.ZERTAL 13

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

III.2) Définition

➤ Un module est un ensemble de définitions formant un algorithme identifié par un *nom* et ayant la même structure que l'algorithme d'origine (ou *algorithme principal*). Il peut être utilisé dans d'autres algorithmes et ceci autant de fois que nécessaire. Il possède son propre *ordonnancement* et son propre *lexique*.

Appelons **Moyenne** le module de calcul de la moyenne d'un étudiant. Ce qui donne, dans un premier temps, pour l'exemple de la moyenne :

Un Algorithme princip	iai qui app	elle dil filodule
algo Calcul_Moyenne	Ord	Lexique
<u>pour</u> i ← 1 à Nbe <u>faire</u>	2	i (entier) : compteur
Moyenne		Nbe (entier) : nbre étudiants
fpour		Moyenne (module) : calcule une moyenne
lire (Nbe)	1	
module Moyenne ecrire (nom,prenom,moy)	Ord 6	Lexique nom, prenom (chaine)
moy ← somnot / somcoef	5	Moy (reel)
somnot ← noteM*coefM + noteA*coefA + noteF*coefF	3	noteM, noteF ,noteA (réel)
somcoef ← coefM + coefF + coefA		coefF (cste /reel = 2)
lire (nom,prenom)	4	coefM (cste/réel=3.5)
lire (noteA,noteM,noteF)	1	coefA (cste/réel =1.5)
	2	somnot, somcoefA (reel)

L.ZERTAL 15

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

III.3) Remontée des constantes

- Dans l'exemple précédent, les coefficients des matières sont identiques pour tous les étudiants.
 On peut les définir une fois pour toutes dans l'algorithme principal : on procède à la remontée des constantes dans l'algo principal.
- Les coefficients seront disponibles aussi bien pour le module Moyenne que pour tout autre sous-algo défini dans l'algo principal.

Plus généralement, tout objet défini dans l'algo principal est accessible pour tout module qui y est créé.

III.4) Utilisation des modules

Un module permet:

- ❖De décomposer le problème à résoudre en sous-problèmes et de donner un nom à chacun
- De résoudre chaque sous-problème par la réalisation d'un module (ce qui implique une résolution du problème initial à l'aide d'une analyse par le résultat)

Remarques

➤Un module peut :

- utiliser des variables et des constantes définies dans l'algo principal, sans modifier les variables
- utiliser les variables de l'algorithme principal en les modifiant
- ➤ Un algo appelle un module et un module est appelé par un algo
- ➤ Un appel de module est une instruction (au même titre qu'une affectation, une itération, ...)

L.ZERTAL 1

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

III.5) Module avec paramètres

<u>Exemple</u>: on veut calculer la moyenne de chaque étudiant d'une promo. De plus, on veut connaître la meilleure et la plus mauvaise note dans chaque matière.

Précédemment, dans le module Moyenne :

- □on saisit : nom, prénom, note
- ☐on *calcule* la moyenne
- □on *affiche* le résultat

Pour répondre à la question, il faut

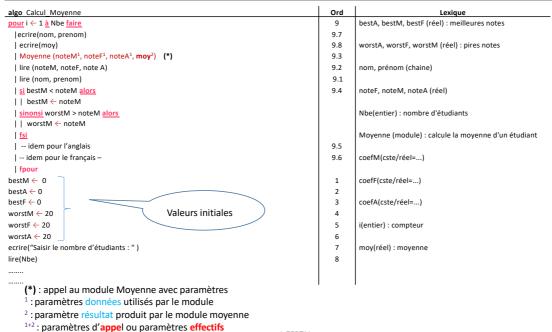
- ☐ redemander au niveau de l'algo les notes pour chaque étudiant
- □conserver à chaque étudiant traité la plus grande et la plus petite note dans une matière.

Une meilleure solution

- ▶ lire une seule fois les notes d'un étudiant dans l'algo principal (ainsi que son identité)
- appeler le module Moyenne pour le calcul de la moyenne à partir des notes
- effectuer les opérations nécessaires dans l'algo pour déterminer la meilleure et la plus mauvaise des notes dans une matière
- faire le choix d'afficher les résultats non pas dans le module Moyenne mais au niveau de l'algorithme principal avec les changements que cela implique

L.ZERTAL 19

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes



L.ZERTAL

20

<u>Dans la définition du module</u> :			
module Moyenne ($\sqrt{nM^1}$: réel ; $\sqrt{nA^1}$: réel ; $\sqrt{nF^1}$: réel ; $\uparrow m^2$: réel)	Ord	Lexique	
$m \leftarrow somnotes/somcoef$	3	somnotes (réel)	
somnotes ← nM*coefM + nA*coefA + nF*coefF	1	somcoef(réel)	
somcoef ← coefM + coefF + coefA	2		
1+2 : Paramètres formels			

L.ZERTAL 21

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

Définition:

- > Un module avec paramètres est une suite de traitements à effectuer donnant zéro ou plusieurs résultats à partir d'un ensemble d'arguments ou paramètres (qui peut être vide).
- > Un paramètre est caractérisé par

```
✓ un nom
```

✓ un $mode \Rightarrow 3$ modes possibles :

- Entrée : représenté par↓
- **Sorti**e : représenté par↑ sortie
- Entrée/sortie : représenté par ‡ ou ↓↑

✓ un *type*

<u>Le mode entrée</u> : le paramètre est **non modifiable** (seulement accès en consultation, pas d'affectation)

<u>Le mode sortie</u> : le paramètre est **modifiable** (et utilisable après une première initialisation)

<u>Le mode entrée/sortie</u> : le paramètre est **consultable** et **modifiable**

Syntaxe:

Appel de module : Nom_Module(pe_1, pe_2, ..., pe_n)

Définition du module : module Nom_Module (* pf_1: typf_1; * pf_2: typf_2;* pf_n: typf_n) Ord Lexique

Liste d'instructions

Avec: $* \Rightarrow \downarrow, \uparrow, \updownarrow (ou \downarrow \uparrow)$

 $pf_i \Rightarrow paramètre formel i; typf_i : type paramètre formel i <math>pe_i \Rightarrow paramètre effectif i; type_i : type paramètre effectif i$

Remarque : on peut regrouper ensemble, dans la définition de l'entête du module, les paramètres formels ayant même type et même mode.

Exemple: \downarrow a,b,c: entier => trois paramètres d'entrée de type entier.

L.ZERTAL 23

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

Correspondances entre paramètres :

<u>correspondant</u>	residence parametres
Formels	Effectifs
Séparés par ;	Séparés par ,
Mode précisé : \checkmark , \uparrow , \updownarrow (ou $\checkmark\uparrow$)	Mode non précisé à l'appel
Type précisé	Type non précisé à l'appel
Nombre de paramètres formels =	Nombre de paramètres effectifs
Type des paramètres formels =	Types des paramètres effectifs
L'ordre des paramètres formels =	L'ordre des paramètres effectifs Si pe est un paramètre correspondant à un
Ne figurent pas dans le lexique du	

..ZERTAL 24

Exemple:

Soit le module qui calcule la somme de 2 entiers, le résultat doit être utilisé dans l'algorithme principal.

Calculsomme (n1, n2, somme) écrire(somme) Calculsomme(10, somme, s) écrire(s) si s > somme alors	Lexique
	n1, n2 (entier) : à sommer somme, s (entier) : résultats Calculsomme (module) : somme de 2 entiers

module Calculsomme (↓a, b : entier;↑s : entier)	Ord	Lexique
s ← a + b		

L.ZERTAL

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

IV Les suites récurrentes : notion de variable récurrente

Soit l'exemple du calcul de la moyenne :

On veut calculer la moyenne générale de toute une promo et l'afficher dans l'algorithme principal.

Forme d'affichage du résultat voulue :

nom_etud1 prenom_etud1 moy_etud1 nom_etud2 prenom_etud2 moy_etud2

nom_etudNbe prenom_etudNbe moy_etudNbe

Moyenne générale : moygen

	<u>Réalisatio</u>	
algo Calcul_Moyenne	Ord	Lexique
ecrire(" Moyenne générale =", moygen)	4	nbe (entier) : nbre etudiants
<u>pour</u> i ← 1 à nbe <u>faire</u>	2	nom,prenom (chaine)
ecrire (nom,prenom,moy)	2.4	moy (reel)
Moyenne (noteM, noteF, noteA, moy)	2.3	noteM, noteF,, noteA (reel)
lire (nom,prenom)	2.1	moygen (reel) : moyenne générale
lire (noteA,noteM,noteF)	2.2	coefF (cste/reel = 2)
(*) calcul de la moyenne générale ⇒ somme des moyennes	2.5	coefM (cste/reel = 3,5)
fpour		coefA (cste/reel = 1,5)
		somcoef (cste/reel = coefA+coefM+coefF)
		(*)(sommoy (reel) : somme des moyennes)
lire (nbe)	1	Moyenne (module)
(*)moygen ← sommoy/nbe	3	
module Moyenne (↓nM, nF, nA : réel; ↑m : réel)	Ord	 Lexique
m ← somnot / somcoef	2	somnotes (reel)
sommnot← nM*coefM + nA*coefA + nF*coefF	1	

L.ZERTAL 27

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

```
En math: moygen = (somme des moyennes) / (nbre d'étudiants)
                                                                                                     En algorithmique :
                   moygen = (\sum_{i=1}^{nbe} moy_i)/nbe
                                                                                                    \mathsf{sommoy}_i \leftarrow \mathsf{sommoy}_{i\text{-}1} + \mathsf{moy}_i
Où moy_i est la moyenne de l'étudiant i.
                                                                                                    sommoy_i : somme des moyennes à l'étape i
Actuellement, on ne mémorise que la moyenne de l'étudiant courant (1 seul à la fois).
                                                                                                    sommoy_{i-1} : sommes des moyennes à l'étape précédente : <math>i-1
                                                                                                    moy<sub>i</sub>: moyenne à l'étape i (étape courante)
sommoy = (\sum_{i=1}^{nbe} \text{moy}_i) = \text{moy}_1 + \text{moy}_2 + \text{moy}_3 +...... + \text{moy}_{\text{nbe}}
                                                                                                    sommoy est une variable récurrente : sa valeur à l'étape i dépend de son calcul à l'étape précédente :
Etapes de calcul:
                                                                                                                                (*) sommoy ← sommoy + moy
i = 1 : moy_1 : sommoy = sommoy_1 = moy_1
i = 2 : moy_2 : sommoy = sommoy_2 = moy_1 + moy_2 = sommoy_1 + moy_2
                                                                                                    Ceci donnera pour la moyenne générale :
                                                                                                                                   \mathsf{moygen} \leftarrow \mathsf{sommoy} \, / \, \mathsf{nbe}
i = nbe : moy_{nbe} = sommoy = sommoy_{nbe} = moy_1 + ... + moy_{nbe}
                    = sommoy_{nbe-1} + moy_{nbe}
                                                                                                    Dans l'algorithme :
Conclusion : ce qui est calculé à l'étape i est ajouté à ce qui a été calculé à l'étape i-1 et le tout stocké dans la même variable résultat :
                                                                                                     * moygen ← sommoy / nbe
                                                                                                                                                  | | sommoy (reel)
                               sommoy<sub>i</sub>=sommoy<sub>i-1</sub> + moy<sub>i</sub>
```

algo Calcul_moyenne	Ord	Lexique
ecrire("moyenne générale = ", moygen)	6	i (entier) : compteur
moygen ← sommoy / nbe	5	
<u>pour</u> i ← 1 <u>à</u> nbe <u>faire</u>	4	
ecrire (nom,prenom,moy)	4.5	nbe (entier) : nbre étudiants
Moyenne (noteM, noteF, noteA, moy)	4.3	nom, prenom (chaine)
lire (nom,prenom)	4.1	moy (reel) : moyenne
lire (noteA,noteM,noteF)	4.2	noteM, noteF,, noteA (reel)
sommoy ← sommoy + moy	4.4	
fpour		sommoy (reel) somme des moyennes
sommoy ← 0	3	coefF (cste/reel = 2)
ecrire(" Saisir le nombre d'étudiants : ")	1	coefM (cste/reel = 3,5)
		coefA (cste/reel = 1,5)
lire (nbe)	2	moygen (reel) : moyenne générale
		Moyenne (module) : calcule une moyenne

L.ZERTAL 29

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

Définition:

Une suite récurrente est une suite définie comme suit :

> son premier terme est donné

> son terme général est défini en fonction du terme précédent

En math : $u_0=v$

 $u_n=f(u_{n-1})$: le terme de rang n est fonction du terme de rang n-1

En algorithmique, pour la réaliser on utilise :

> une variable récurrente

> une itération simple

Exemple: Calcul de la somme des n premiers entiers (n étant un nombre lu).

☐En maths:

$$S_0 = 0$$

$$S_n = S_{n-1} + n$$

Si n =4, la somme des 4 premiers entiers = somme des 3 premiers entiers + 4

□En Algo:	algo Somme_N	Ord	Lexique
0 -	ecrire(somme)	4	somme (entier) : résultat
	<u>pour</u> i ← 1 <u>à</u> n <u>faire</u>	3	i, n (entier)
	somme ← somme + i		
	fpour		
	somme ← 0	2	
	lire(n)	1	

L.ZERTAL 31

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

V Notion de fonction

V.1) Exemple

En math:

Soit les fonctions :

Carre : $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

Carre(2) = 4 Carre(8) = 64 Carre(i) = i^2

Puissance : $\mathbb{N} * \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

Puissance(2,3)=8Puissance $(i,j)=i^{j}$

Plus généralement :

Soit une fonction F définie :

F:
$$D_1*D_2*...*D_n \to D_A$$

- √ domaine de départ : produit cartésien de plusieurs domaines D_i
- ✓ domaine d'arrivée : 1 seul domaine D_A

V.2) Définition

Une fonction est une suite d'opérations donnant un résultat à partir d'un ensemble d'arguments ou paramètres.

On distingue 2 types de fonctions :

- o prédéfinies : exemple : carre, puissance, racine carrée, ...
- o écrites par nous même

La fonction calcule un et un seul résultat. Ce résultat est une donnée donc il a un type. La fonction aura un type : le type du résultat calculé.

V.3) Exemple:

Pour le calcul de la moyenne d'un étudiant nous avions :

module Moyenne(↓m, f, a : réel; ↑avg : réel)

Dans l'algo on appelle le module avec les valeurs effectives de calcul :

Moyenne(nm, nf, na, moy)

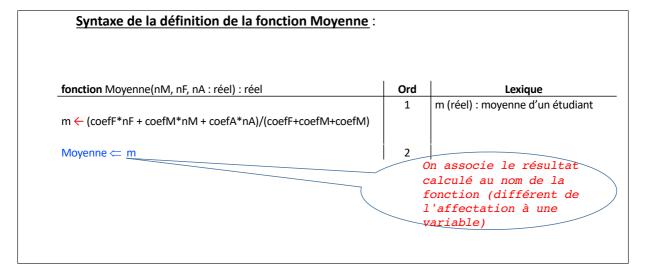
On remarque que le module calcule un seul résultat \Rightarrow On peut le définir sous forme de fonction.

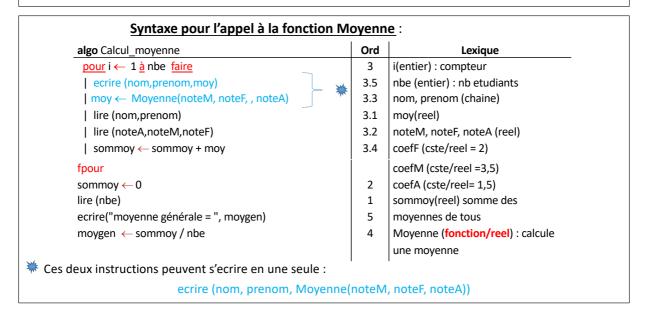
Moyenne: $\mathbb{R} * \mathbb{R} * \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

(D_notemath * D_notefr * D_noteangl → D_moyenne)

L.ZERTAL 33

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes





L.ZERTAL 35

Chapitre 3 Les Itérations, Notions de modules, Suites récurrentes

Remarques:

- ➤ un appel de fonction n'est pas une instruction (contrairement à l'appel d'un module)
- un nom de fonction n'est pas une variable. On ne peut pas l'utiliser comme variable récurrente.
- ▶ tous les paramètres d'une fonction sont des paramètres d'entrée.
- ➤un appel de fonction est remplacé par la valeur calculée :

Exemples:

- o si Moyenne (nm,nf,na) > 10 alors (utilisation dans une comparaison)
- o moygen ← moygen + Moyenne (12, 4, note) (utilisation dans une expression calculée)
- o ecrire ("Moyenne = ", Moyenne (n1, n2, n3))

V.4) Syntaxe formelle

<u>Définition</u>:

fonction Nom_Fonction(pf_1: typ_pf1; pf_2: typ_pf2;): typeresultat	Ord	Lexique
Calcul		
Nom_fonction ← résultat		
: associe 1 valeur à la fonction pour le renvoi du résultat à l'appelant		

<u>Utilisation dans l'algorithme</u>:

Nom_Algo_Principal	Ord	Lexique
[]		pe_1 (type1)
Nom_variable ← Nom_Fonction (pe_1, pe_2,)		pe_2 (type2)
OU ecrire(Nom_Fonction (pe_1, pe_2,)		
OU		Nom_fonction(fonction/type résultat) : commentaire