

Exercice I

Soit G le graphe de matrice d'adjacence : $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Dessiner le diagramme de G puis déterminer la fermeture transitive \hat{G} de G en utilisant l'algorithme de base. En déduire la matrice d'adjacence \hat{M} de \hat{G} .

Exercice II

Reprenons le graphe G de l'exercice I et sa matrice d'adjacence booléenne M .

1. Calculer M^2 , M^3 , M^4 et M^5 . Quelle est la signification de ces matrices ? Pourquoi est-il inutile de calculer M^k pour $k > 5$?
2. Calculer la matrice d'adjacence \hat{M} de \hat{G} .

Exercice III

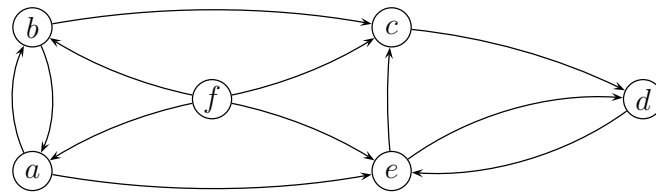
Appliquer l'algorithme de Warshall au graphe de l'exercice I pour déterminer la matrice d'adjacence de sa fermeture transitive.

Exercice IV

Appliquer l'algorithme de Warshall au graphe de matrice d'adjacence : $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Exercice V

Déterminer la fermeture transitive du graphe ci-dessous en utilisant l'algorithme de Warshall.

**Exercice VI**

$S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ désigne un ensemble d'émissions de télévisions. Le père, la mère et le fils d'une même famille ont chacun classé ces émissions par ordre de préférence :

- père : a, b, c, d, e, f, g, h
- mère : a, c, f, b, d, e, g, h
- fils : a, b, c, e, f, d, h, g

On dira que l'émission x est préférée à l'émission y si au moins une personne de la famille préfère x à y . On convient que cette relation binaire est réflexive.

1. Donner la matrice d'adjacence de cette relation binaire puis déterminer sa fermeture transitive.
2. En déduire un ordre de préférence des émissions pour l'ensemble de la famille.

Exercice VII

Soit $G = (S, A)$ le graphe représenté par la matrice d'adjacence suivante :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dessiner le graphe G . Calculer ensuite M^k pour $k = 2, 3, 4$ en considérant M comme une matrice d'entiers. Quelle est alors la signification des éléments de M^k pour $k \geq 2$?