MATEMATİK Sınıf-11

OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

SAYI DOĞRUSU

Her noktası bir reel sayıya karşılık gelen doğruya **koordinat (sayı) doğrusu** denir. Herhangi iki reel sayı arasında sonsuz tane reel sayı vardır.

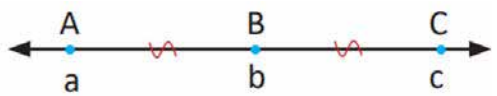
Bir A noktası x reel sayısı ile eşleştirildiğinde A noktasının koordinatı x olur ve koordinatı x olan A noktası A(x) şeklinde yazılır.

Koordinat doğrusunda iki nokta arasındaki uzaklık bu iki noktanın koordinatları farkının mutlak değerine eşittir.

A(x) ve E(y) noktaları arasındaki uzaklık |AE| = |y - x| = |x - y| olur.

Örneğin koordinat doğrusunda A(-2) ve E(3) noktaları arasındaki uzaklık |AE| = |3 - (-2)| = 5 birimdir.

Koordinat doğrusunda A ile C noktalarının ortasındaki nokta B olsun.



B noktasının koordinatı ; $b=\frac{a+c}{2}$ dir.

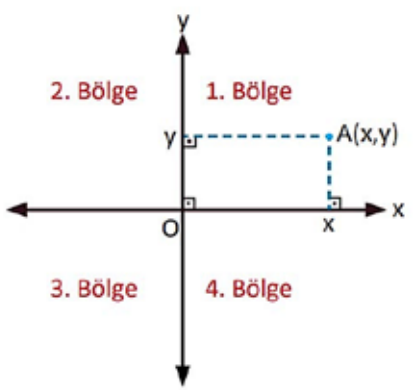
ANALİTİK DÜZLEM

Bir düzlemde başlangıç noktaları aynı olan ve dik kesişen iki koordinat doğrusunun oluşturduğu sisteme **koordinat sistemi** denir.

❸ **Yatay eksen** x ile,

❸ **Düşey eksen** y ile gösterilir.

❸ O noktası koordinat eksenlerinin kesim noktasıdır ve bu noktaya **başlangıç noktası veya orijin** denir.



Koordinat sistemi analitik düzlemi **4 bölgeye** ayırır. Şekilde koordinatları (x, y) olan A noktası gösterilmiştir.

A(x, y) ifadesindeki
x, A noktasının apsisi;
y, A noktasının ordinatıdır.

SORULAR

SORU 1:

Koordinat doğrusunda A(-1), B(x) ve C(15) noktaları veriliyor.

|AB|= 3|BC| ve $-1 < x < 15$ ve olduğuna göre x reel sayısının değeri kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

CEVAP: D

SORU 2:

Reel sayı doğrusu üzerinde A(-4), B(20) noktaları ve [AB] nı $\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{1}{2}$ oranında bölen bir C(c) noktası veriliyor.

A ve C noktalarının orta noktası D(d), C ve B noktalarının orta noktası E (e) olduğuna göre değeri kaçtır?

A) 7 B) 9 C) 12 D) 13 E) 14

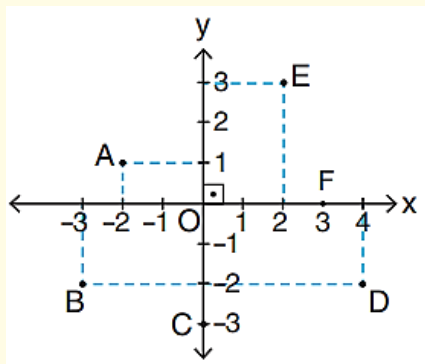
CEVAP: C

SORU 3:

Yandaki analitik düzlemde verilen A, B, C, D, E ve F noktalarının apsisleri toplamı, ordinatları toplamından kaç fazladır?

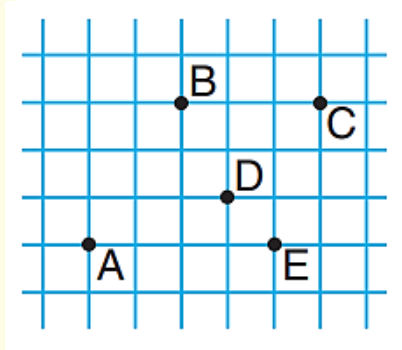
A) -2 B) -1
C) 0 D) 1
E) 2

CEVAP: D



SORU 4:

Şekilde birim karelere bölünmüş zemin üzerine noktalar yerleştirilmiştir.



Yukarıda seçilmiş bir orijin noktasına göre E noktasının koordinatları $(2,-3)$ ise A, B, C ve D noktalarının koordinatlarının apsisleri toplamı kaç olur?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

CEVAP: D

SORU 5:

$P(8-a, 2a+4)$ noktası analitik düzlemin I. bölgesinde ise a nın alabileceği tamsayı değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

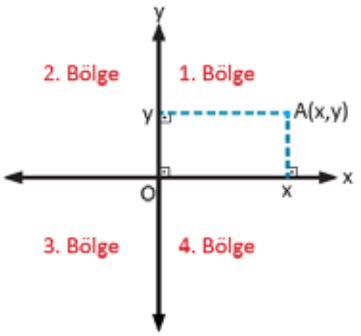
CEVAP: B

KONU DOĞRUNUN ANALİTİK İNCELENMESİ

ANALİTİK DÜZLEM

Bir düzlemde başlangıç noktaları aynı olan ve dik kesişen iki koordinat doğrusunun oluşturduğu sisteme **koordinat sistemi** denir. Koordinat sisteminde yatay eksen x ile, düşey eksen y ile gösterilir.

A(x, y) ifadesindeki x, A noktasının **apsisi**; y, A noktasının **ordinatıdır**.

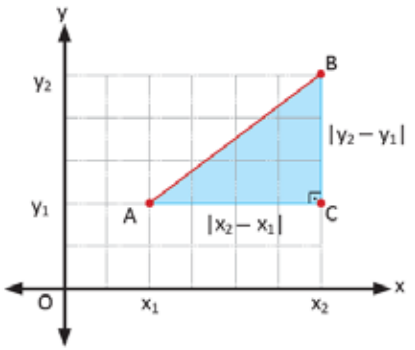


A(x, y) noktası

1. bölgede ise x > 0, y > 0 (+, +) olur.
2. bölgede ise x < 0, y > 0 (-, +) olur.
3. bölgede ise x < 0, y < 0 (-, -) olur.
4. bölgede ise x > 0, y < 0 (+, -) olur.

ANALİTİK DÜZLEMDE İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK

Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları verilsin. Bu iki nokta arasındaki uzaklık ABC dik üçgeninde Pisagor Teoremi uygulanarak aşağıdaki gibi hesaplanır.



$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Bir Doğru Parçasını Belli Bir Oranda İçten veya Dıştan Bölen Noktanın Koordinatları

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ olsun. k ∈ ℝ olmak üzere [AB] nı **k** oranında **içten bölen** nokta P(x,y) ise

$P(x, y) = \left(\frac{x_1 + k.x_2}{1+k}, \frac{y_1 + k.y_2}{1+k}\right)$ olarak bulunur ve k=1 seçilirse P noktası orta nokta olur.

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ olsun. k ∈ ℝ olmak üzere [AB] nı k oranında **dıştan bölen nokta** C(x,y) ise

$C(x, y) = \left(\frac{x_1 - k.x_2}{1-k}, \frac{y_1 - k.y_2}{1-k}\right)$ olarak bulunur.

SORULAR

SORU 1:

$A(-1, m-4)$ **ve** $B(2-n, 3)$ noktaları analitik düzlemin aynı bölgesinde bulunduğuna göre m+n toplamının değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-∞,2) B) (2,4) C) (2,∞) D) (6,∞) E) (8,∞)

Cevap: D

SORU 2:

Analitik düzlemde $K(-4, 2)$, $L(x, y)$, $M(1, -3)$ noktaları veriliyor.

M noktası *[KL]*'nın orta noktası olduğuna göre L noktasının orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Cevap: E

SORU 3:

Analitik düzlemde $A(2, -3)$, $B(1, -1)$ noktaları veriliyor.

$B \in [AC]$ **ve** $3.|CA| = 4.|CB|$ **olduğuna göre C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?**

A)-3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 5

Cevap: D

SORU 4:

Analitik düzlemde köşelerinin koordinatları $A(6, -6), B(x, y), C(-1, 1)$ ve $D(3, -2)$ olan ABCD paralelkenarı veriliyor.

Buna göre x.y kaçtır?

A) -6 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

Cevap: A

SORU 5:

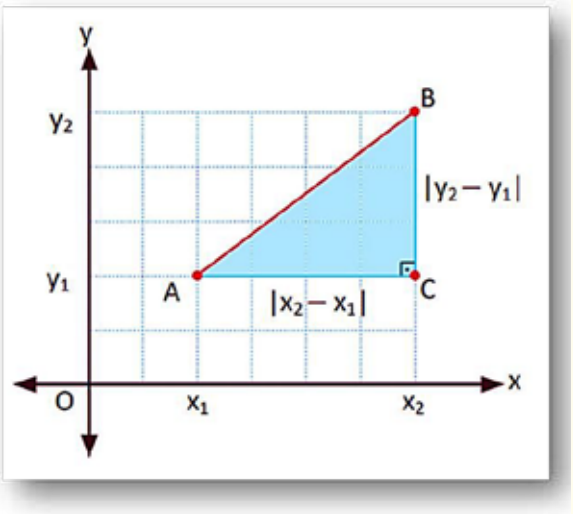
Analitik düzlemde köşe koordinatları $A(4, 3), B(7,3)$ ve $C(-3, -1)$ olan ABC üçgeninin BC kenarına ait kenarortayın uzunluğu kaç birimdir?

A) 5√2 B) 3√2 C) 2√2 D) √2 E) √3

Cevap: C

ANALİTİK DÜZLEMDE İKİ NOKTA ARASINDAKİ UZAKLIK

Analitik düzlemde $A(x_1,y_1)$ ve $B(x_2,y_2)$ noktaları verilsin.



[AB] hipotenüs ve dik kenarları x ile y eksenine paralel olacak şekilde ABC üçgeni çizildiğinde

$|BC| = |y_2 - y_1|$ ve $|AC| = |x_2 - x_1|$ olur.

ABC üçgeninde Pisagor teoremi uygulandığında A ile B noktaları arasındaki uzaklık

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

şeklinde elde edilir.

SORULAR

SORU 1:

A(3m – 2, m + 3) **noktasının apsisi ordinatının 2 katına eşit ise m kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

CEVAP: D

SORU 2:

Analitik düzlemde A(– 2, 9) ve B(3, 6) **noktaları arasındaki uzaklık kaç br'dir?**

A) $\sqrt{17}$ B) 5 C) $\sqrt{34}$
D) 6 E) $\sqrt{38}$

CEVAP: C

SORU 3:

Dik koordinat sisteminde K(–3a , b) ile M(– 2a, 1 + b) **noktaları arasındaki uzaklık √37 br ise a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

A) -3 B) -2 C) -1
D) 0 E) 2

CEVAP: D

SORU 4:

Analitik düzlemde A(1, 4) ve B(3, – 1) **noktalarına eşit uzaklıkta olup x ekseni üzerinde bulunan noktanın apsisi kaçtır?**

A) $-\frac{7}{4}$ B) $-\frac{5}{4}$ C) -1
D) $\frac{1}{4}$ E) 2

CEVAP: A

SORU 5:

Analitik düzlemde ABC üçgeninin köşe noktalarının koordinatları

A(x, x – 1), B(1, 2) ve C(2, 3) tür.

ABC üçgeni ikizkenar bir üçgen olup $|AB| = |AC|$ **ise x değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 4

CEVAP: C

MATEMATİK Sınıf-12

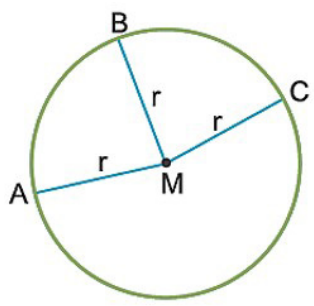
OGM MATERYAL
ORTAÖĞRETİM GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

KONU ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

ANALİTİK GEOMETRİ

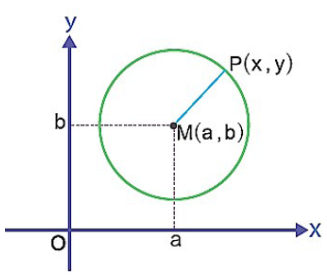
ÇEMBERİN ANALİTİK İNCELENMESİ

Çember



Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine **çember** denir. Sabit noktaya **çemberin merkezi**, çember üzerindeki herhangi bir noktanın çemberin merkezine olan uzaklığına ise **çemberin yarıçapı** denir.

Merkezi Ve Yarıçapı Verilen Çemberin Standart Denklemi

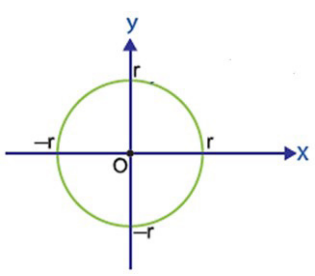


Analitik düzlemde M(a, b) merkezli ve r yarıçaplı çember üzerinde bir P(x, y) noktası alınırsa merkezi ve yarıçapı verilen çemberin standart denklemi

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ olur.

BAZI ÖZEL ÇEMBERLERİN DENKLEMLERİ

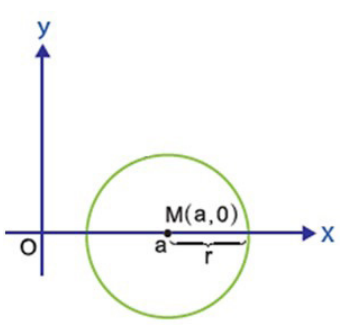
1) Merkezi Orijinde Olan Çemberin Denklemi



Merkezi orijinde ve yarıçapı r birim olan çemberin standart denklemi

$x^2+y^2=r^2$ şeklindedir.

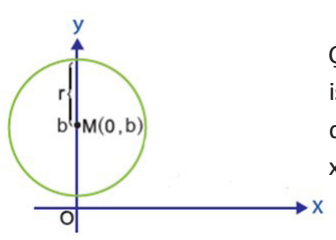
2) Merkezi X Ekseni Üzerinde Olan Çemberin Denklemi



Çemberin yarıçapı r birim ise bu çemberin standart denklemi

$(x-a)^2+y^2=r^2$ şeklindedir.

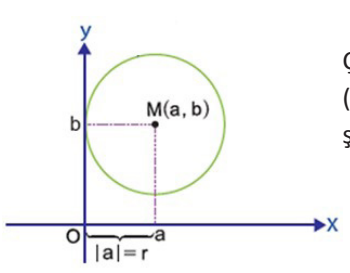
3) Merkezi Y Ekseni Üzerinde Olan Çemberin Denklemi



Çemberin yarıçapı r birim ise bu çemberin standart denklemi

$x^2+(y-b)^2=r^2$ şeklindedir.

4) y EKSENİNE TEĞET OLAN ÇEMBERİN DENKLEMİ

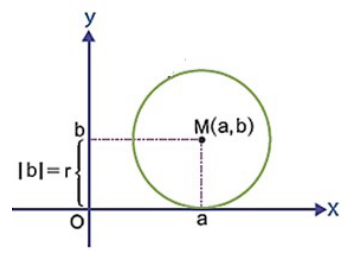


Çemberin standart denklemi

$(x-a)^2+(y-b)^2=a^2$

şeklindedir.

5) x Eksenine Teğet Olan Çemberin Denklemi



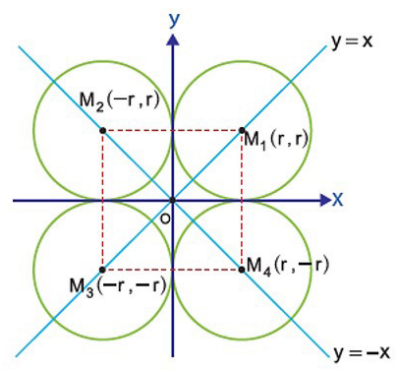
Çemberin standart denklemi

$(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$

şeklindedir.

6) Her İki Eksene De Teğet Olan Çemberin Denklemi

Çember her iki eksene de teğet ise $r=|a|=|b|$ olur. Bu durumda eksenlere teğet olan çemberlerin merkezleri $y=x$ veya $y=-x$ doğruları üzerinde olacaktır.



Eğer çemberin merkezi;

I. bölgede ise $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$

II. bölgede ise $(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$

III. bölgede ise $(x+r)^2+(y+r)^2=r^2$

IV. bölgede ise $(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$ şeklindedir.

ÇEMBERİN GENEL DENKLEMİ

M(a,b) ve yarıçapı r birim olan çemberin standart denklemi $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ şeklindedir.

Bu ifade açılıp düzenlenirse merkezi $M\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$ ve yarıçapı r birim olan çemberin genel denklemi

$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ şeklinde olur.

Burada çemberin yarıçapı $r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$ ile bulunur.

SONUÇ

D^2+E^2-4F ifadesi için aşağıdaki durumlar vardır.

- $D^2+E^2-4F>0$ ise verilen denklem bir çember belirtir.
- $D^2+E^2-4F=0$ ise verilen denklem bir nokta belirtir. Bu nokta $M\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$ noktasıdır.
- $D^2+E^2-4F<0$ ise verilen denklem gerçek sayılar kümesinde bir çember belirtmez.

NOT:

$Ax^2+By^2+Cxy+Dx+Ey+F=0$ denkleminin bir çember belirtmesi için;

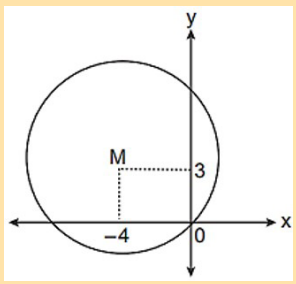
1) $C=0$ olmalıdır.

2) x^2 li ve y^2 li terimlerin katsayıları eşit $(A=B\neq 0)$ olmalıdır.

3) Verilen denklem, x^2 ve y^2 li terimlerin katsayıları 1 olacak şekilde düzenlenerek genel çember denklemi elde edilir.

ÖRNEK SORULAR

SORU 1:



Yukarıda merkezi M(–4, 3) olan ve orijinden geçen çember verilmiştir.

Buna göre çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+4)^2+(y-3)^2=9$

B) $(x-4)^2+(y+3)^2=25$

C) $(x+4)^2+(y-3)^2=25$

D) $(x-3)^2+(y+4)^2=25$

E) $(x+4)^2+(y-3)^2=16$

CEVAP: C

SORU 2:

Merkezi x ekseni üzerinde olup x = –7 ve y = –3 doğrularına teğet olan çemberlerden birinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+3)^2+y^2=9$

B) $x^2+(y+10)^2=100$

C) $(x+7)^2+y^2=9$

D) $(x+10)^2+y^2=9$

E) $(x+10)^2+y^2=100$

CEVAP: D

SORU 3:

$(2k-1)x^2+(k+2)y^2+40y+5(2k+1)=0$ denklemi bir çember belirttiğine göre bu çemberin merkezinin koordinatları toplamı kaçtır?

A) –6 B) –4 C) 0 D) 4 E) 6

CEVAP: B

SORU 4:

Merkezi y = 3x + 4 doğrusu üzerinde ve analitik düzlemin 3. bölgesinde her iki eksene teğet olan çemberin standart denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+2)^2+(y-2)^2=4$

B) $x^2+(y-4)^2=4$

C) $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

D) $(x+2)^2+(y+2)^2=4$

E) $(x-1)^2+(y-7)^2=4$

CEVAP: D

SORU 5:

$x^2+y^2+3mx-ny-n+4m=0$ denklemi, merkezi M(–3, 3) olan bir çemberin genel denklemi olduğuna göre bu çemberin yarıçapının uzunluğu kaç birimdir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

CEVAP: E

SORU 6:

Genel denklemi $x^2+y^2+4x-2y-29=0$ olan çemberin iç bölgesinde bulunan A(1,4) noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?

A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

CEVAP: D

SORU 7:

$x^2+y^2+x-2y+k=0$ denklemi bir nokta belirttiğine göre k nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{5}{4}$

CEVAP: B