

BLG202F - Midterm

Ahmet Furkan Kevraz 1501900024 ~~411~~

Q-1)

My ID: 17009094640

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

LU Decomposition:

$$\begin{array}{ll} -63+4 & -81+6 \\ -28+9 & -8 \\ -36+9 & \end{array}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{-9R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -4R_1 + R_3 \rightarrow R_3}} \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 0 & -59 & -75 \\ 0 & -19 & -27 \end{bmatrix} \xrightarrow{-R_2 \cdot \frac{19}{59} + R_3 \rightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 0 & -59 & -75 \\ 0 & 0 & -2.84 \end{bmatrix}$$

$$\frac{19}{59} \approx 0.32$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 9 & 1 & 0 \\ 4 & 0.32 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 9 & 1 & 0 \\ 4 & 0.32 & 1 \end{bmatrix}}_L \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 0 & -59 & -75 \\ 0 & 0 & -2.84 \end{bmatrix}}_U \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 0 & -59 & -75 \\ 0 & 0 & -2.84 \end{bmatrix}$$

$$\det(L) = 1 \neq 0$$

$$\det(U) = 1 \cdot -59 \cdot -2.84 \neq 0$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

System has only trivial solution because the determinants are different from 0,

BLG 202E - Midterm

Ahmet Furkan Kovro2 150190024

~~gfl~~

Q-2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix}$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Iterations :

$$1/ \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$2/ \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 63 + 36 \\ 9 + 36 + 24 \\ 4 + 81 + 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix}$$

$$3/ \begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 + 483 + 1089 \\ 900 + 276 + 726 \\ 400 + 621 + 1089 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix}$$

Rayleigh Quotient :

For Step 3 :

$$\lambda = \frac{Ax \cdot x}{x \cdot x} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix}} =$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 33976 \\ 35316 \\ 42796 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix}} = \frac{214278564}{10865288} \approx 19.721$$

BLG202F - Midterm

Ahmet Furkan Kuruç 150190024 ~~11~~

Q-2

For Step-2

$$\lambda = \frac{A_{x,x}}{x \cdot x} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix}} =$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1672 \\ 1902 \\ 2110 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix}} = \frac{553748}{29402} = 18.833$$

For Step-1 :

$$\lambda = \frac{A_{x,x}}{x \cdot x} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 7 & 9 \\ 9 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} 100 \\ 69 \\ 121 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{1205}{98} = 12.295$$

Eigenvalues for iteration:

1 : 12.295

2 : 18.833

3 : 19.721