

# ALGORITMO GULOSO

Greedy algorithm

# Algoritmo guloso

- Algoritmo guloso;
- Problema do troco;
- Problema do empacotamento;
- Vantagens e desvantagens;
- Árvores de peso mínimo;
- Algoritmo de Prim;
- Algoritmo de Kruskal.

# Características básicas

- É um paradigma de programação;
- Aplicado a problemas de otimização, em que se quer encontrar a melhor solução;
- Para cada fase, é visado escolher a melhor opção, sem verificar as consequências;
- Nunca volta atrás após de uma escolha (sem backtracking);
- Nem sempre produz uma solução ótima!

# Problema do troco

- O problema do troco é um exemplo fundamental para introdução do algoritmo guloso:
- Se deseja devolver um troco de R\$7,88;
- Possuindo apenas moedas de R\$1 R\$0,50 R\$0,25 R\$0,10 R\$0,05 R\$0,01
- Como seria possível entregar o troco utilizando o mínimo de moedas possíveis?

# Problema do troco

- R\$7,88:
- $R\$7,88 - 7 * R\$1,00 = R\$0,88$
- $R\$0,88 - 1 * R\$0,50 = R\$0,38$
- $R\$0,38 - 1 * R\$0,25 = R\$0,13$
- $R\$0,13 - 1 * R\$0,10 = R\$0,03$
- $R\$0,03 - 0 * R\$0,05 = R\$0,03$
- $R\$0,03 - 3 * R\$0,01 = R\$0,00$
- Troco devolvido seguindo algoritmo guloso.

# Problema do empacotamento

- O problema do empacotamento também é um exemplo fundamental para introdução do algoritmo guloso:
- Durante uma escavação em uma mina, foram encontrados diversos tipos de metais valiosos, cada um com sua quantidade disponível e valor por quilo.

Metal	Ouro	Prata	Bronze
Quantidade	2Kg	4Kg	10Kg
Valor	\$210,00	\$100,00	\$75,00

- O minerador poderia levar para si somente um carrinho (que pode carregar apenas 8Kg) com metais da mina, como ele poderia arranjar os metais de forma com que conseguisse carregar o maior valor possível?

# Problema do empacotamento

- Sempre escolhendo o que tem o melhor benefício por quilo:

Metal	Ouro	Prata	Bronze
Quantidade	2Kg	4Kg	10Kg
Valor	\$210,00	\$100,00	\$75,00

Benefício por quilo	\$105,00	\$25,00	\$7,50
---------------------	----------	---------	--------

Carrinho: 8Kg	2	\$105,00	4	\$25,00	2	\$7,50
	\$210,00		\$100,00		\$15,00	

Lucro final:	\$325,00
--------------	----------

# Problema do empacotamento binário

- Um programa de TV sugeriu que o participante de uma prova pudesse levar para casa tudo o que ele conseguisse colocar em um carrinho;
- Foram disponibilizados alguns tipos de eletrodomésticos, cada um deles possuem um valor e ocupam uma quantidade de espaços;

Eletrodoméstico	TV 4k	Walkman	Máquina de lavar
Espaço ocupado	6	2	10
Valor	\$1000,00	\$100,00	\$2000,00

- Como seria possível colocar aproveitar ao máximo o espaçamento do carrinho, sabendo que ele só possui 12 espaços?
- Obs: Binário pois não se tem valor um produto cortado ao meio, logo ou se pega ele todo ou não.



# Problema do empacotamento binário

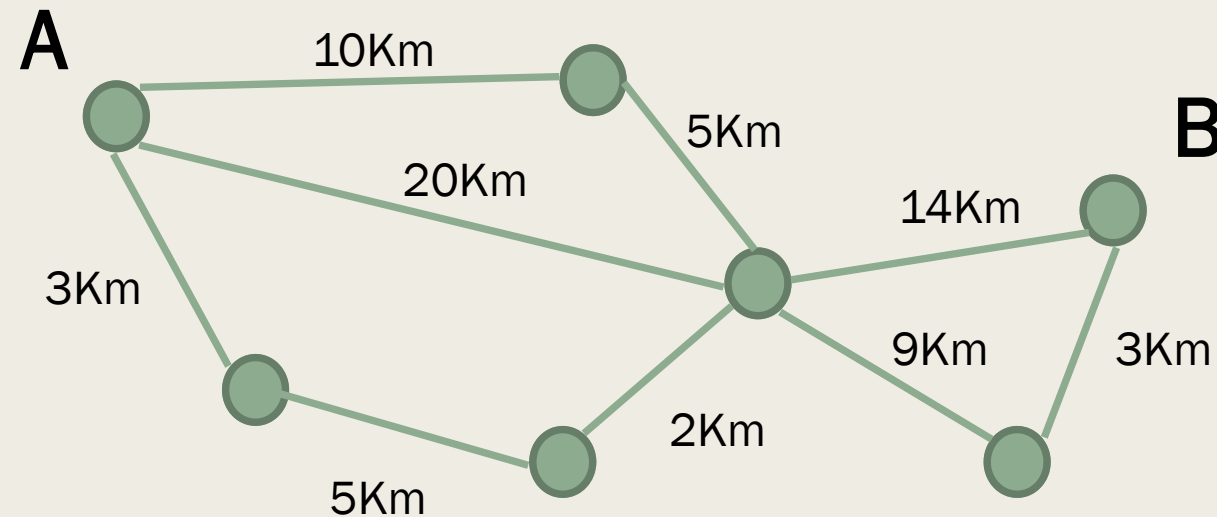
Eletrodoméstico	TV 4k	Walkman	Máquina de lavar
Espaço ocupado	6	2	10
Valor	\$1000,00	\$100,00	\$2000,00

Carrinho:	0	\$0,00	1	\$100,00	1	\$2000,00
12 espaços						

Lucro final:	\$2100,00
--------------	-----------

# Problema da viagem

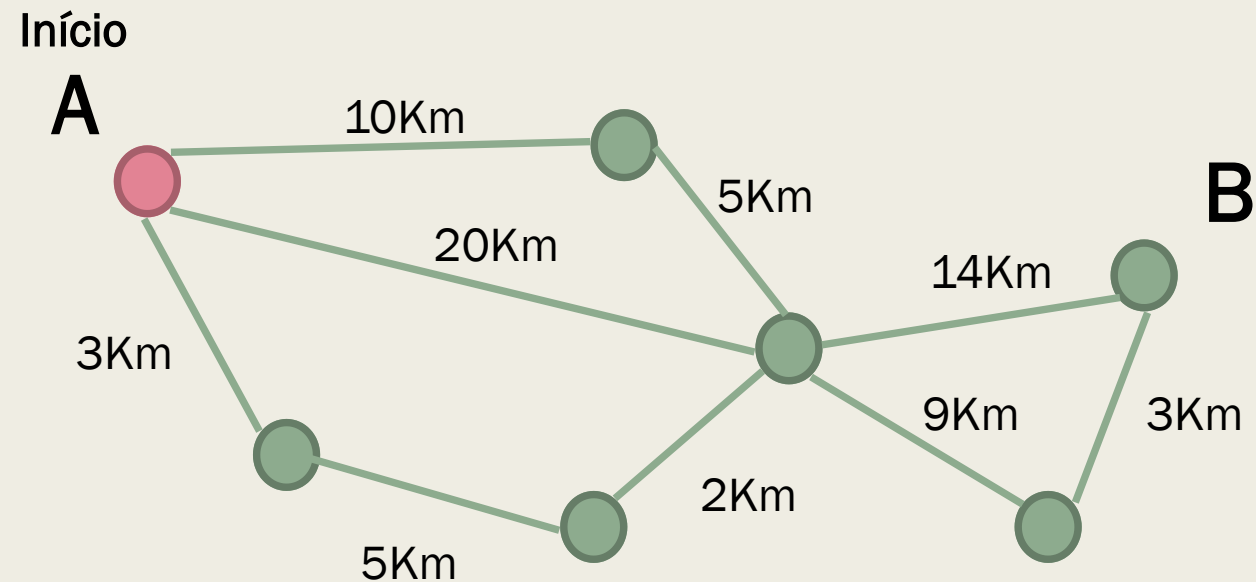
- Como percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Segundo o algoritmo guloso, seria escolhido o menor caminho localmente.

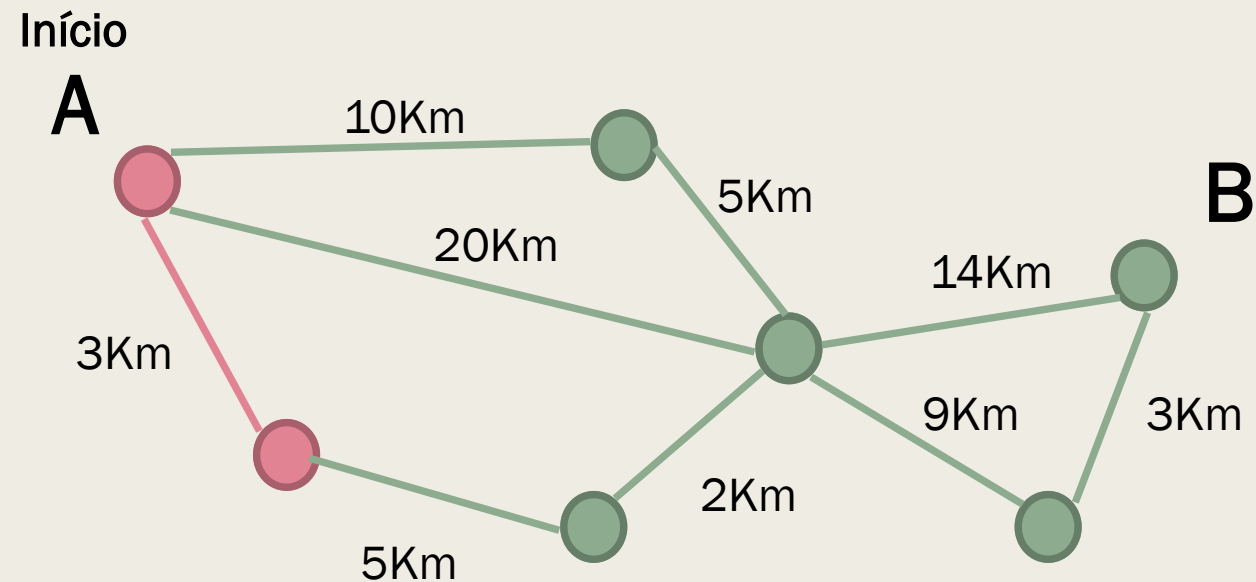
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



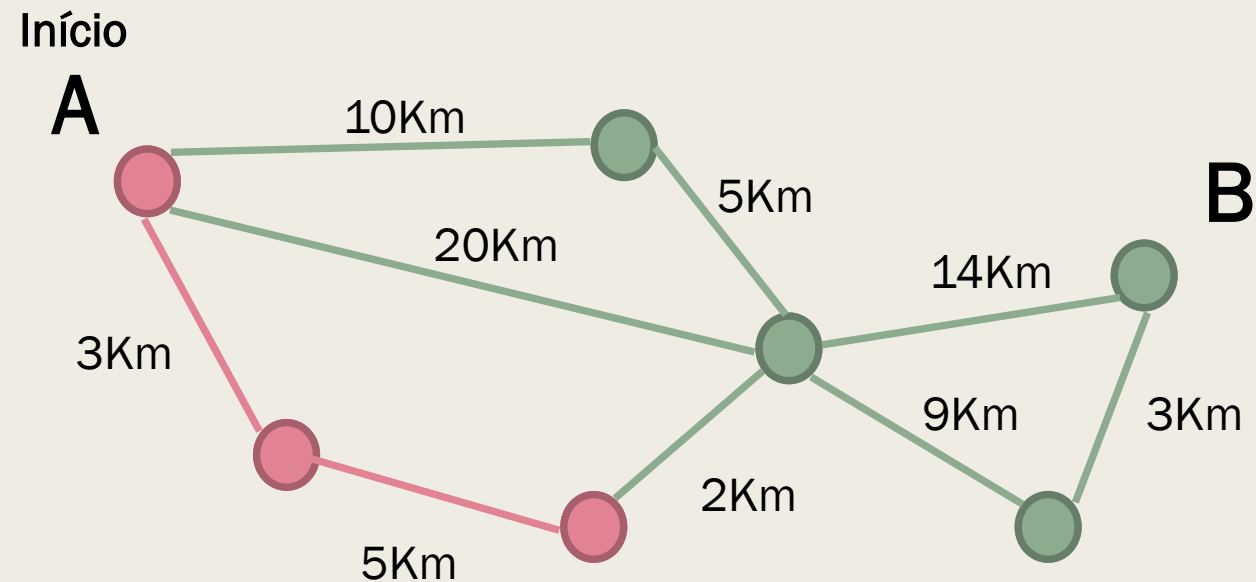
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



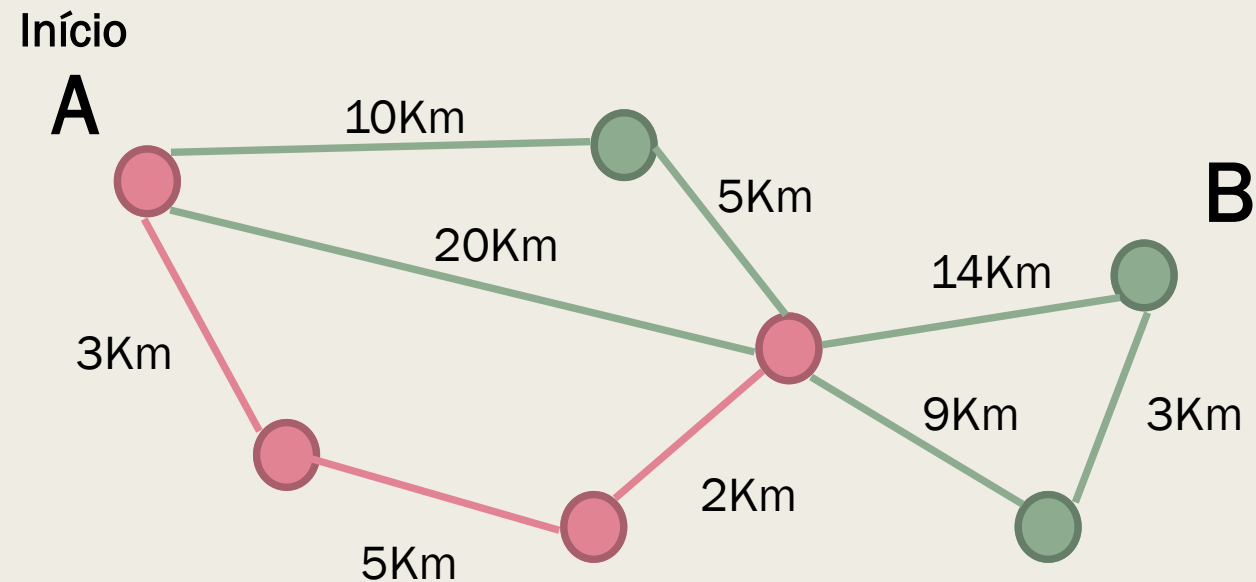
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



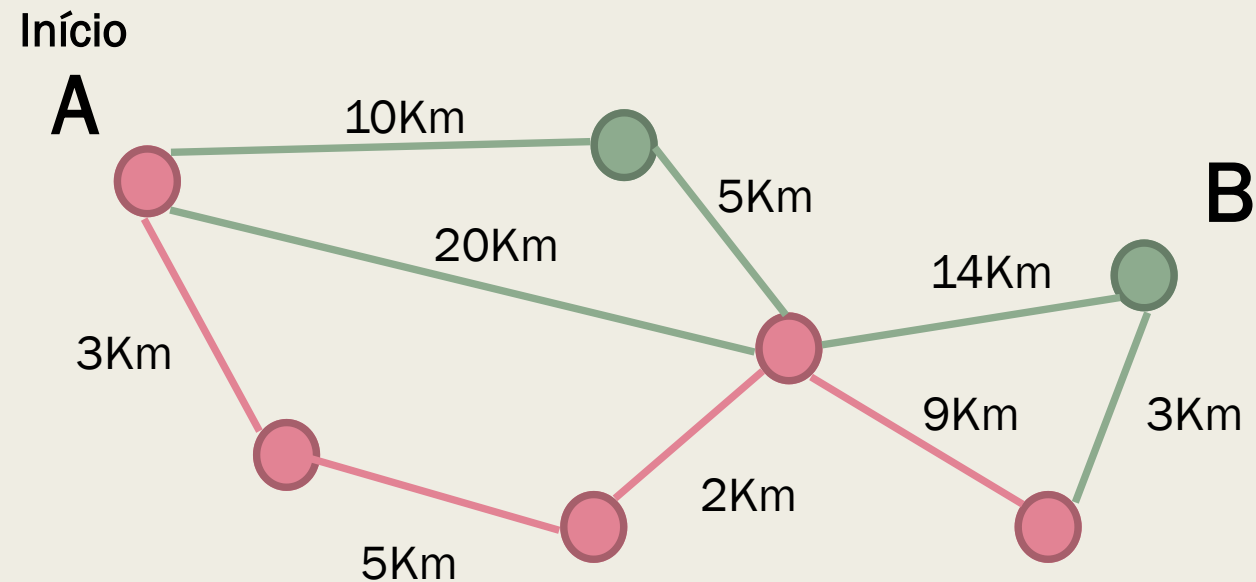
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



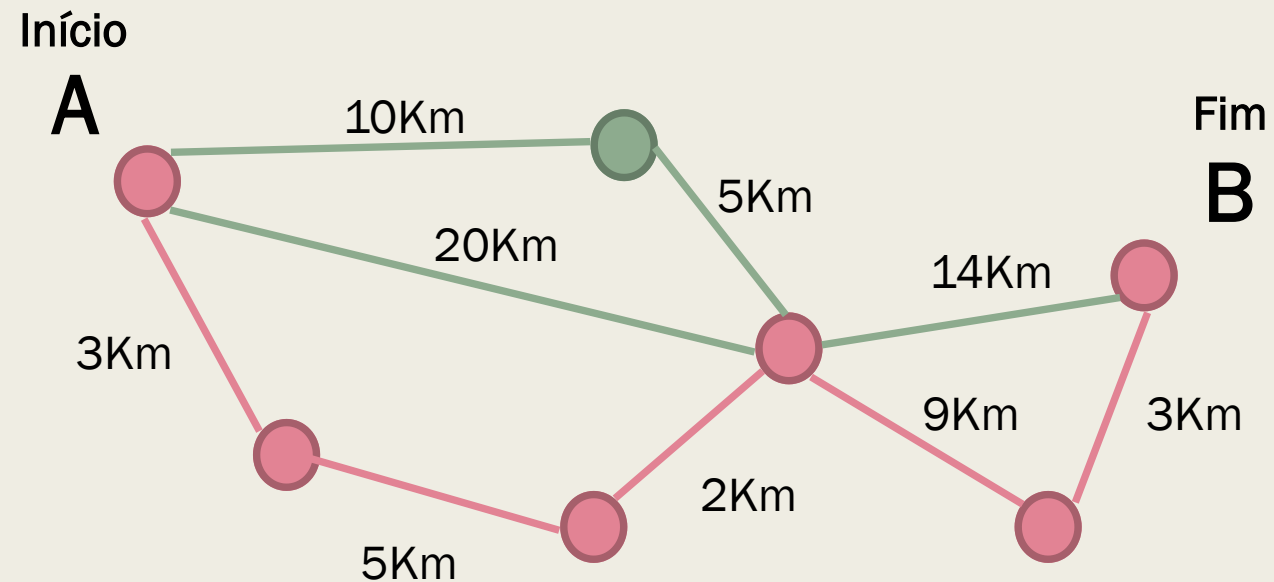
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Custo total e melhor caminho:  $3 + 5 + 2 + 9 + 3 = 22\text{Km}$ .



# Algoritmo guloso

## Vantagens

- Implementação simples;
- Algoritmos de rápida execução;
- Há chance de obter a melhor solução.

## Desvantagens

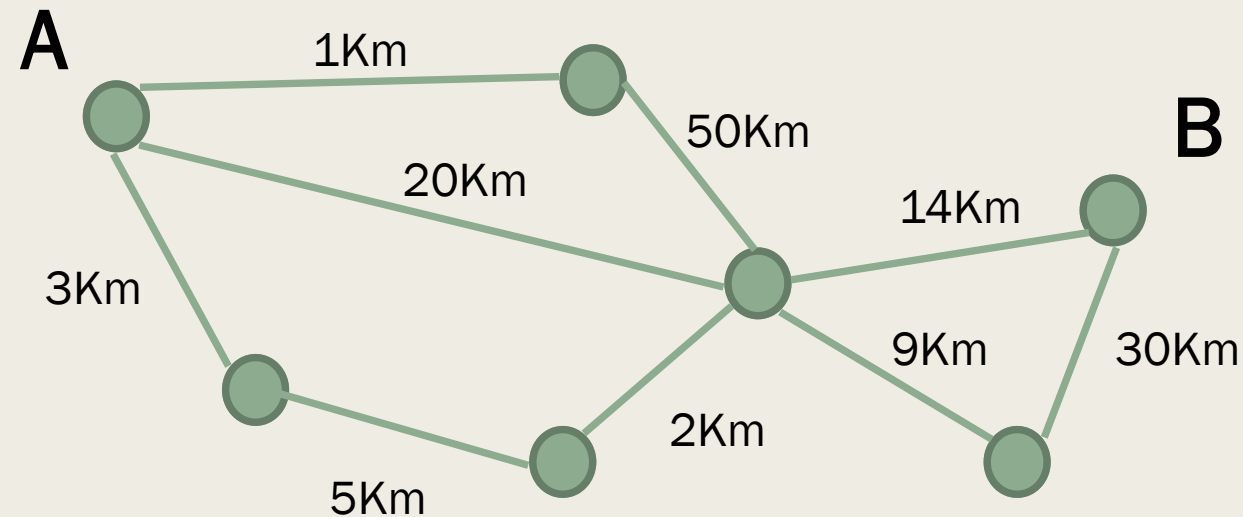
- Por vezes não obtém a melhor solução global;
- Escolhe o melhor caminho localmente;
- Há chance de entrar em loop;
- Pode desenvolver um caminho infinito.

# Problema da viagem

- Foi possível conseguir o melhor caminho na situação em que se encontrava o mapa (grafo);
- Porém, como se comportaria o algoritmo caso os caminhos internos fossem maiores, uma vez que ele não prevê esses casos? E se fosse seguido caminho que são inalcançáveis?

# Problema da viagem: Desvantagem 1

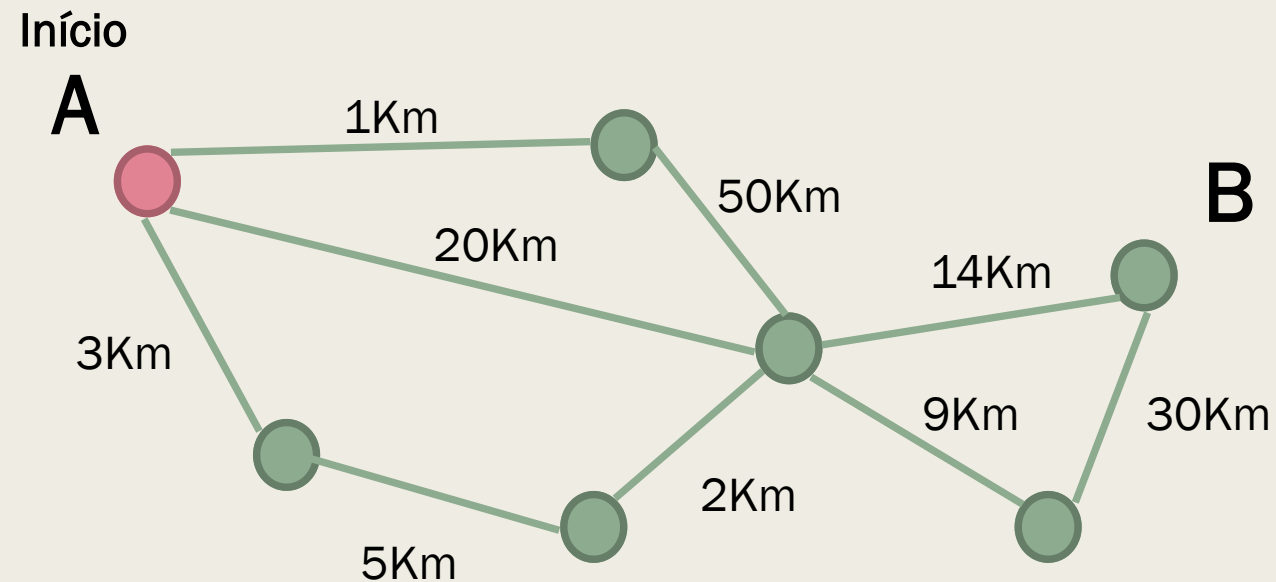
- Como percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Segundo o algoritmo guloso, seria escolhido o menor caminho localmente.

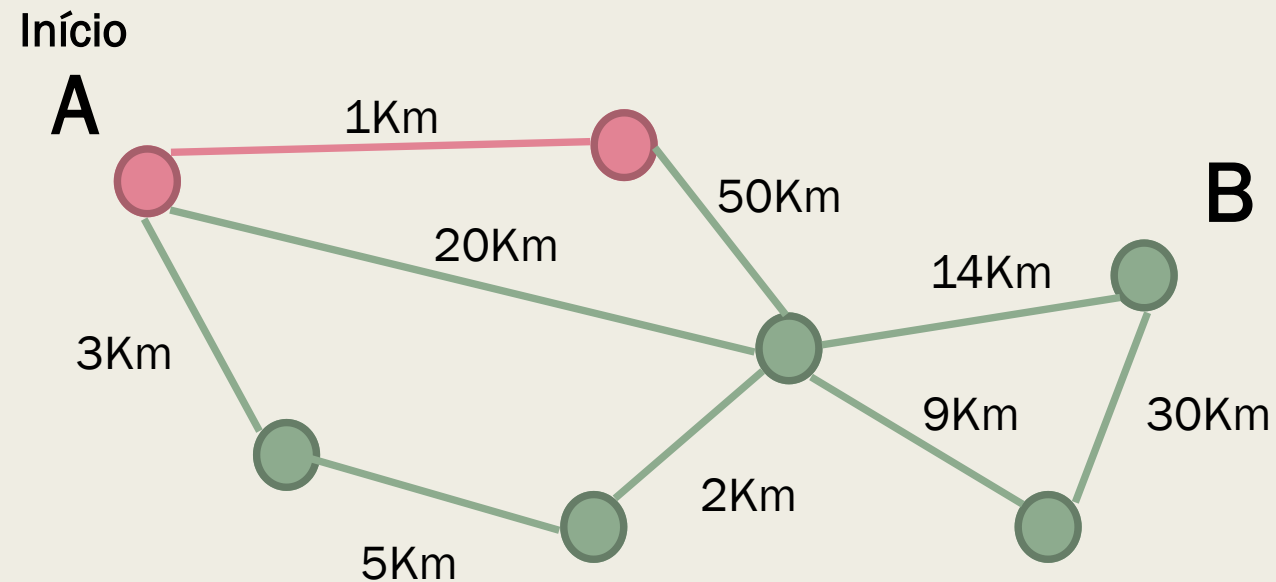
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



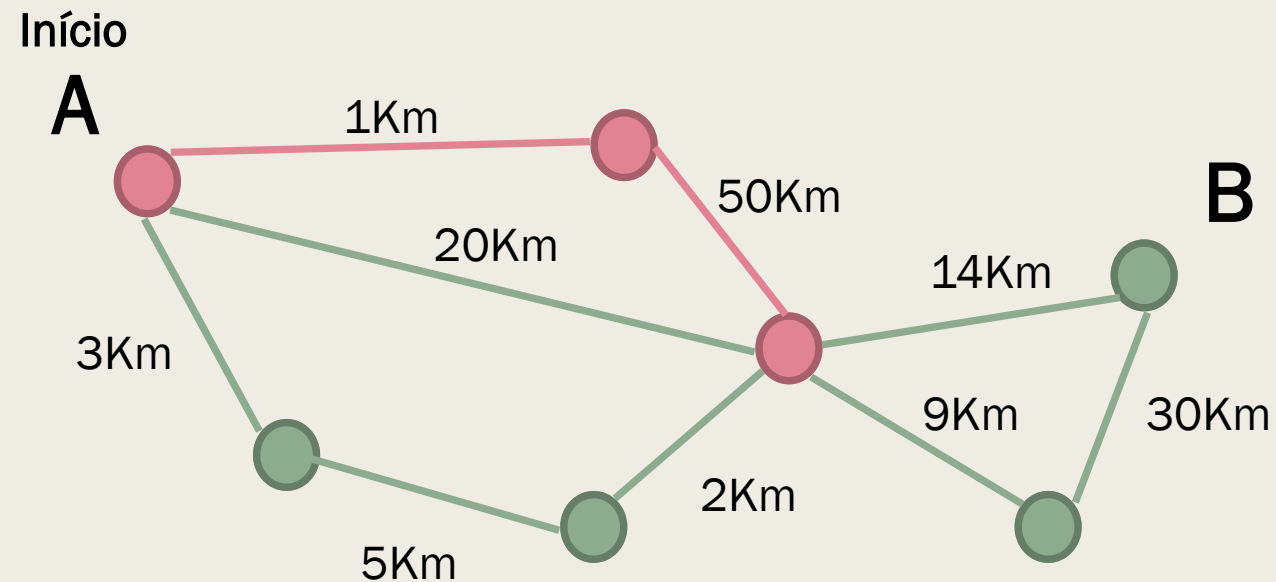
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



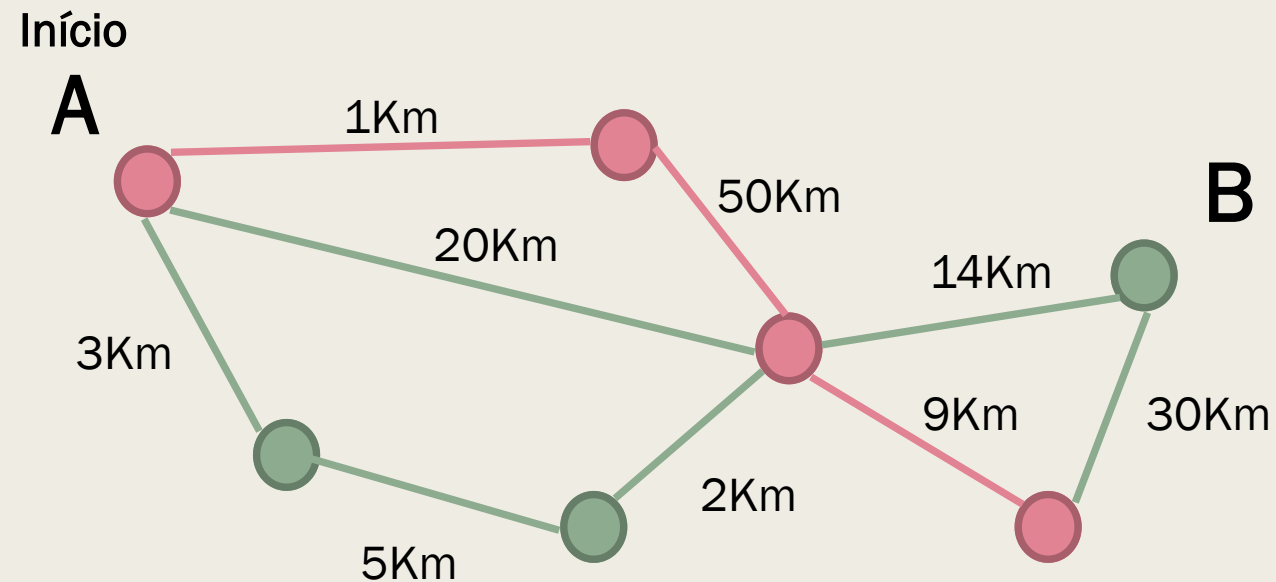
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



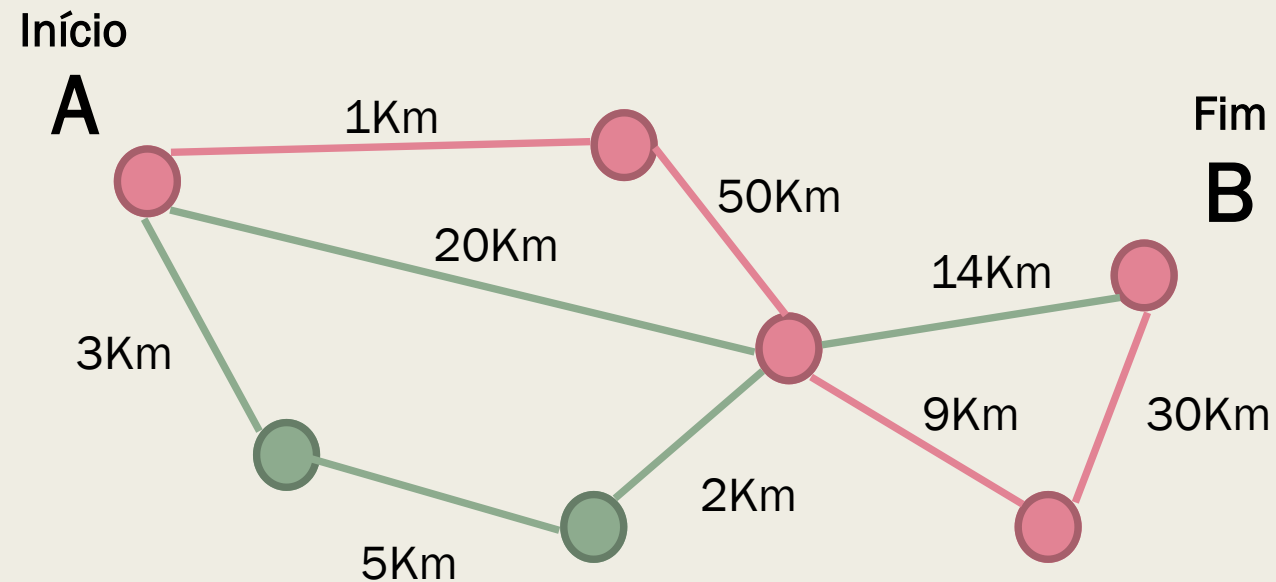
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?

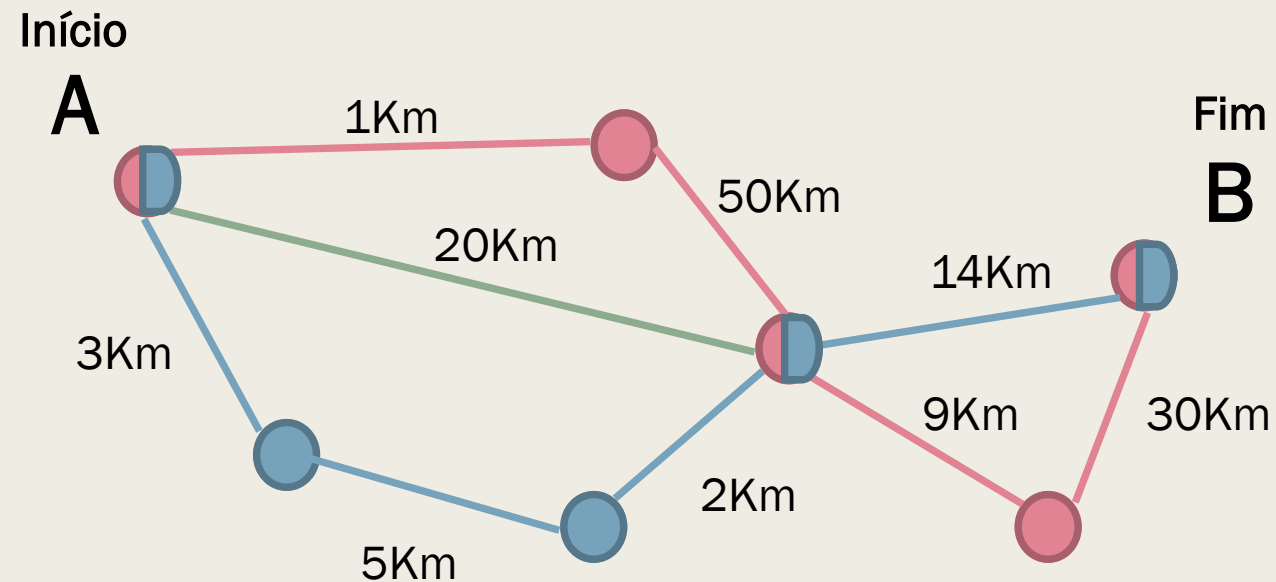


- Custo total:  $1 + 50 + 9 + 30 = 80\text{Km}$ .



# Problema da viagem

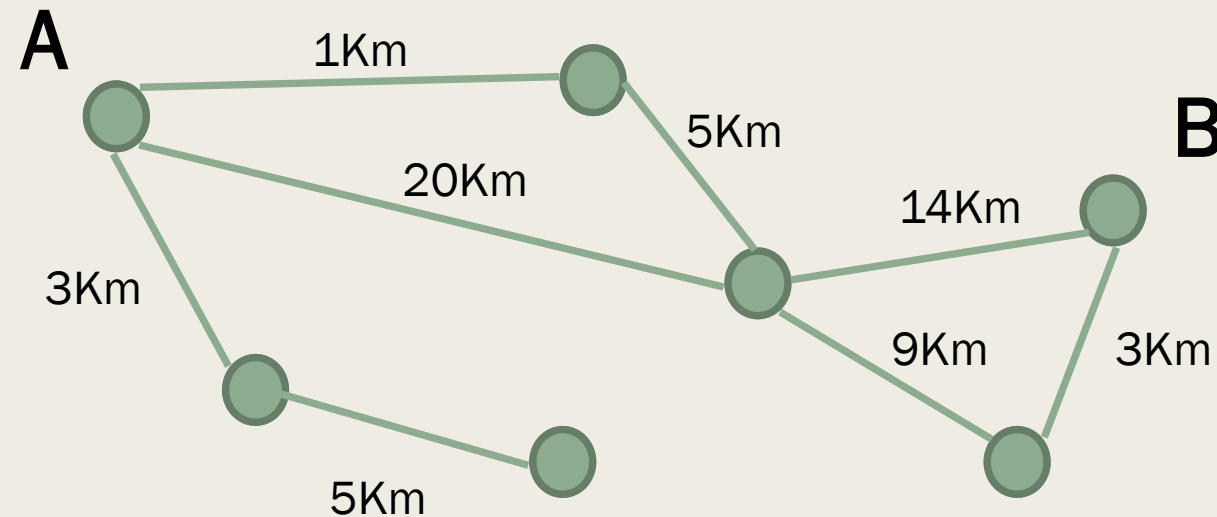
- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Melhor caminho:  $3 + 5 + 2 + 14 = 24\text{Km}$ .

# Problema da viagem: Desvantagem 2

- Como percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Segundo o algoritmo guloso, seria escolhido o menor caminho localmente.

# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



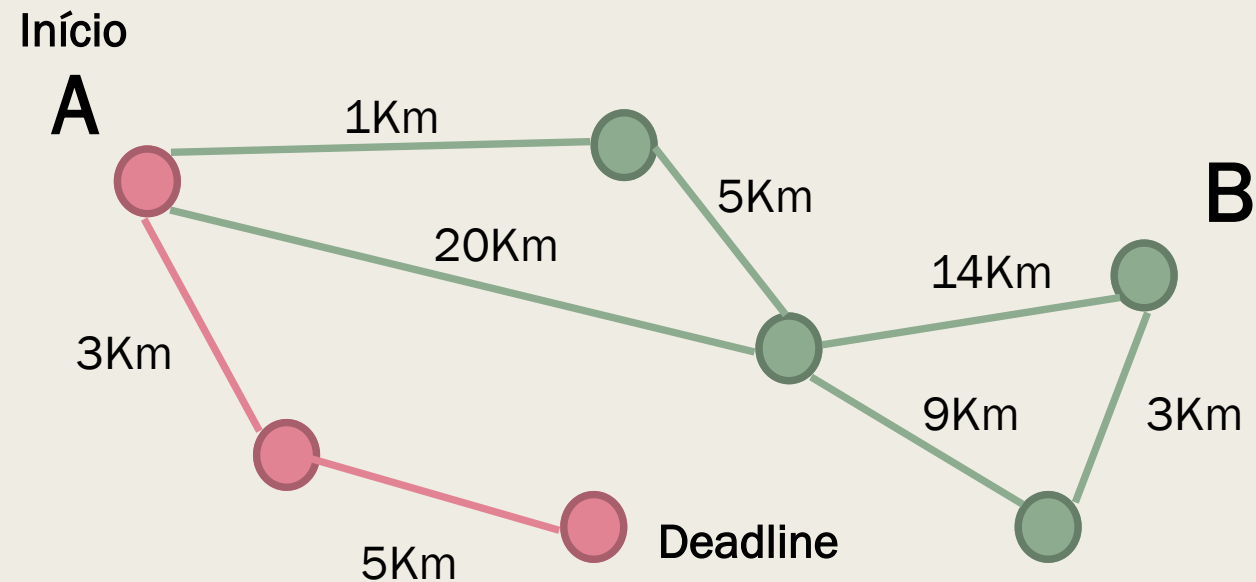
# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



# Problema da viagem

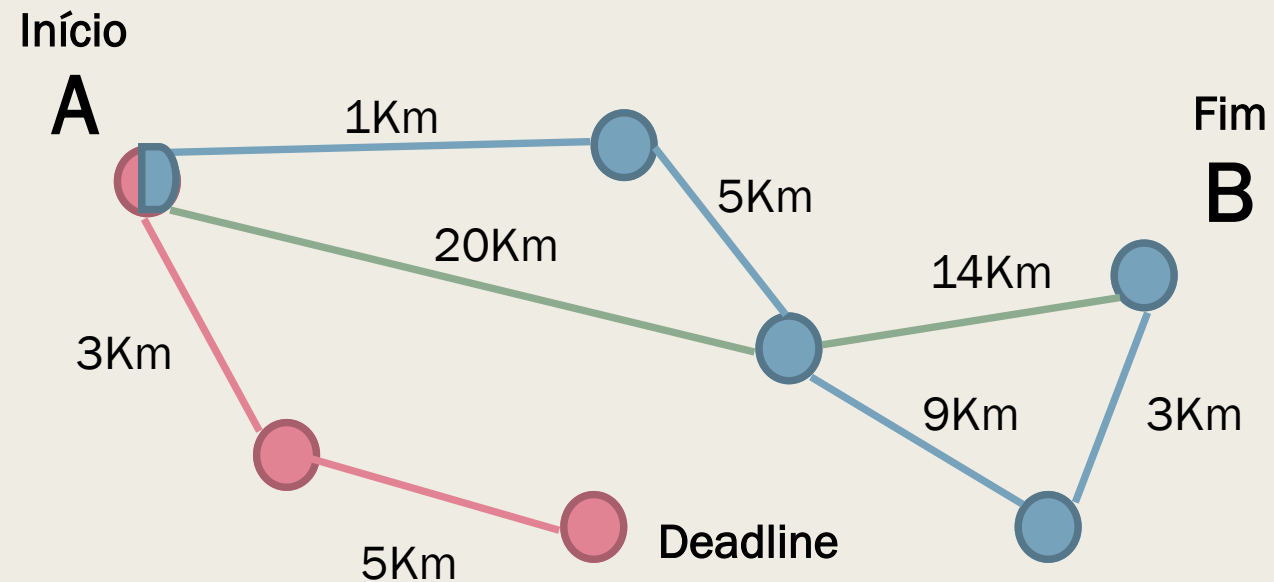
- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Melhor caminho: Objetivo não alcançado!

# Problema da viagem

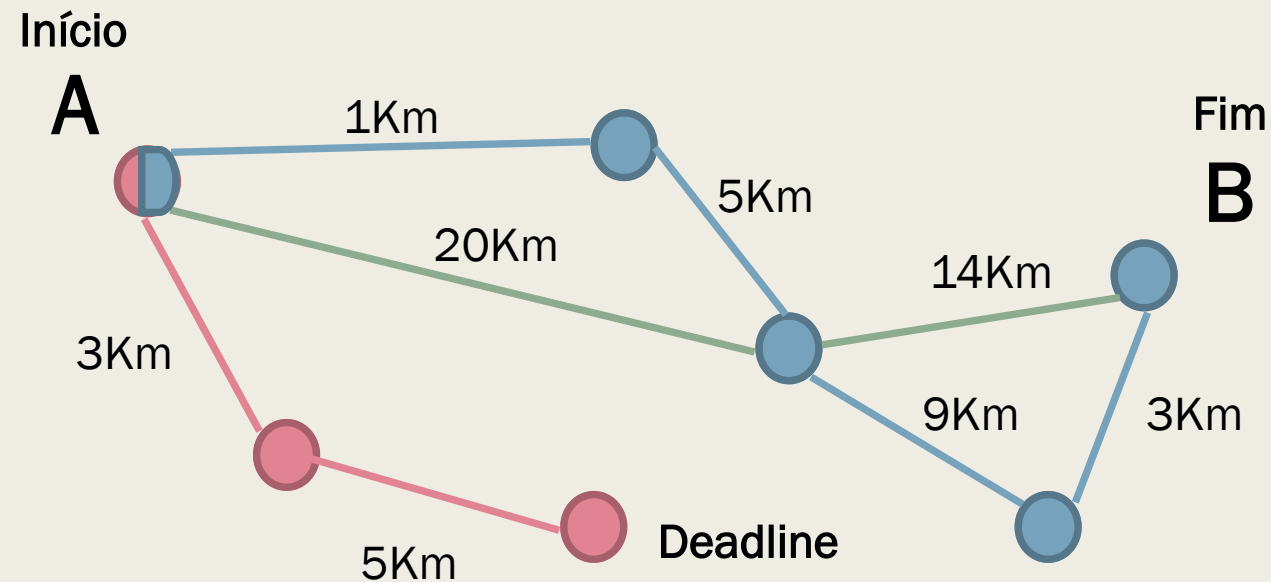
- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Melhor caminho:  $1 + 5 + 9 + 3 = 18\text{Km}$ .

# Problema da viagem

- Percorrer de uma cidade A até uma cidade B com o menor custo possível?



- Melhor caminho:  $1 + 5 + 9 + 3 = 18\text{Km}$ .

# Guloso vs Programação dinâmica

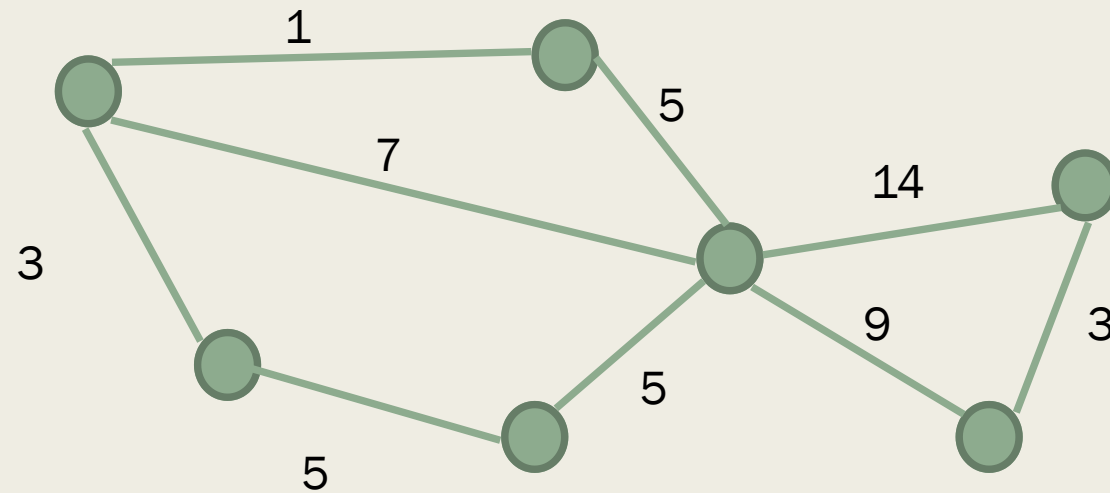
- Quando aplicar um algoritmo guloso?
  - **Propriedade de escolha gulosa:** uma solução ótima global pode ser obtida a partir de uma escolha ótima (gulosa) local;
  - A programação dinâmica necessita verificar as soluções dos subproblemas.
  - **Subestrutura ótima:** uma solução ótima do problema contém uma solução ótima para os subproblemas.
- Algoritmos gulosos nem sempre produzem uma solução ótima.
- Algoritmos gulosos x programação dinâmica
  - Em comum: subestrutura ótima
  - Diferença: propriedade da escolha gulosa
  - Programação dinâmica pode ser utilizada se o algoritmo guloso não der a solução ótima.



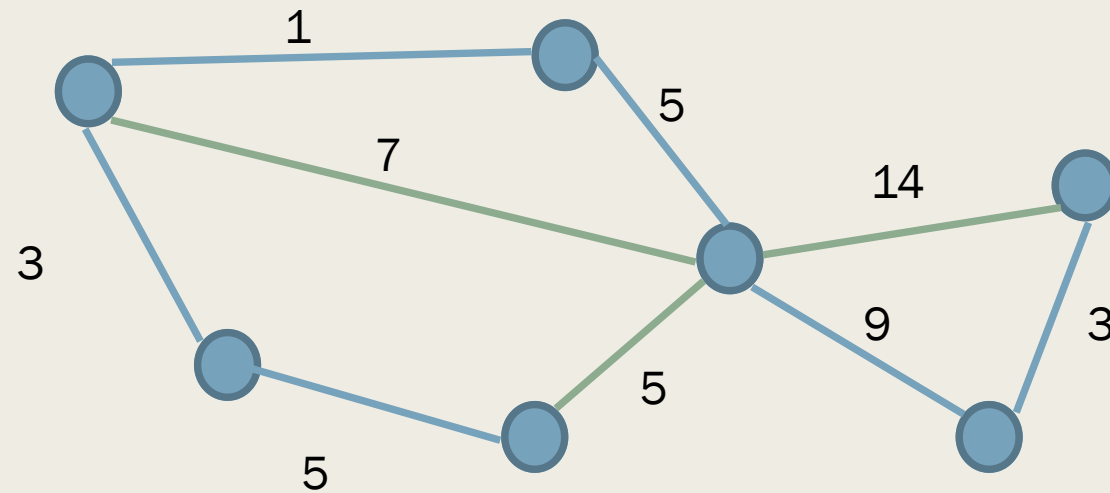
# Árvore de peso mínimo

- Seja o grafo  $G$ : Uma árvore de peso mínimo desse grafo é um subgrafo sem ciclos que conecta todos os vértices.
- Um grafo pode ter diversas árvores de peso, porém a árvore de peso mínimo escolhe as arestas de menor peso;

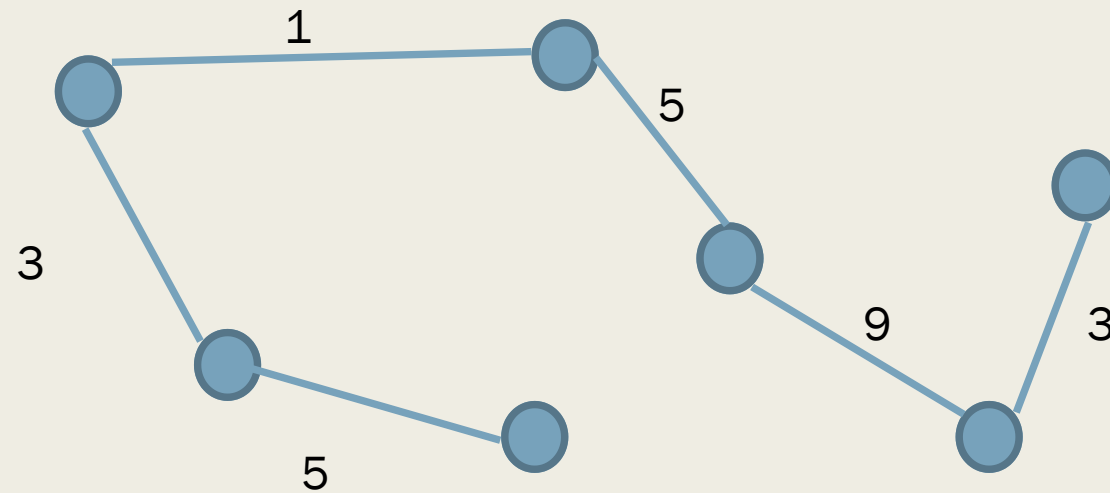
# Árvore de peso mínimo: Exemplo



# Árvore de peso mínimo: Exemplo



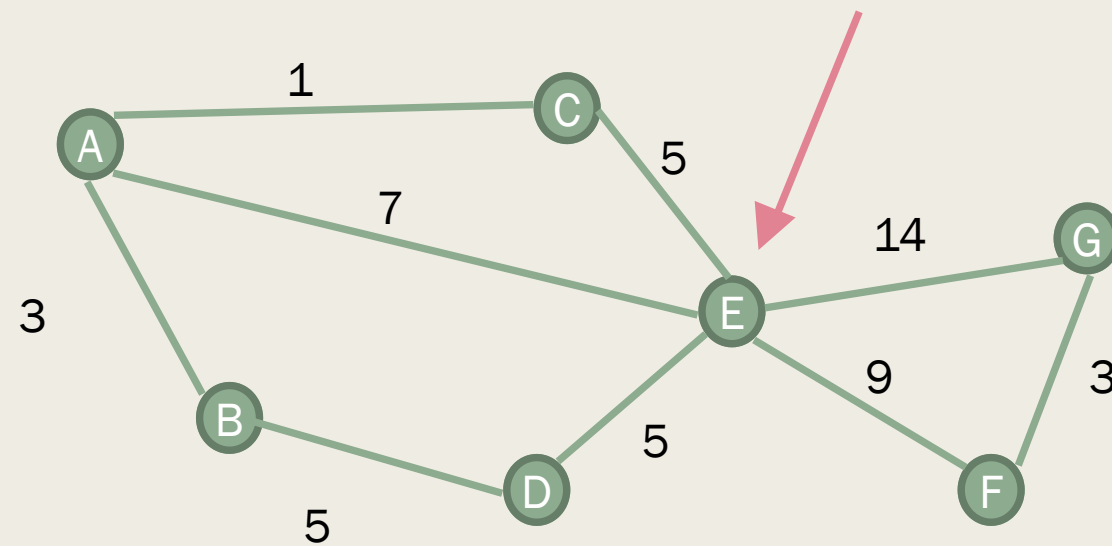
# Árvore de peso mínimo: Exemplo



# Algoritmo de Prim

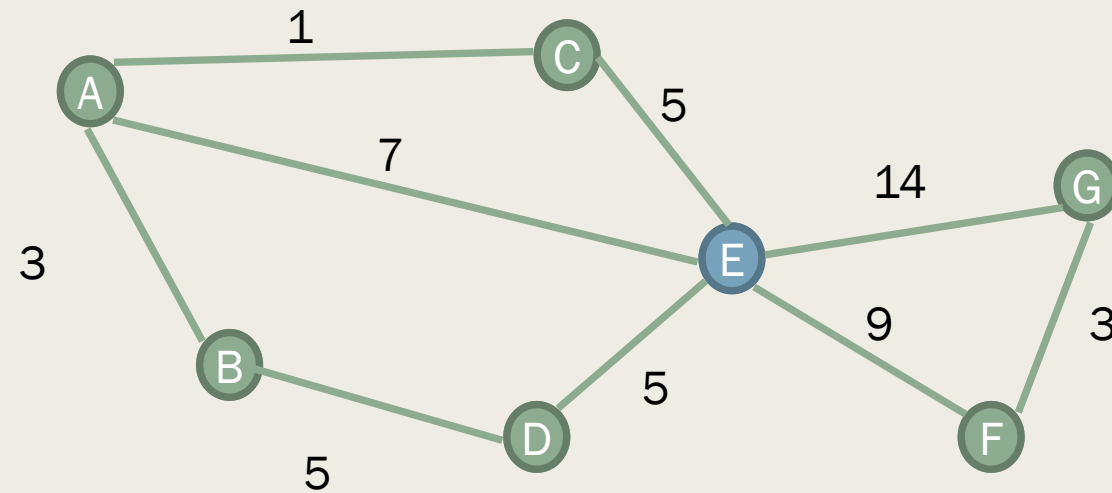
- Seja o grafo conectado  $G$ : O algoritmo de Prim visa buscar uma árvore de peso mínimo.
- É escolhido um vértice pertencente a  $G$ , e colocado em uma fila todos os outros vértices que fazem ligação com ele em uma fila;
- Escolhe-se o vértice de menor peso dentre os vizinhos da fila;
- Ao escolher o menor, repete o primeiro passo para ele, e assim segue recursivamente.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



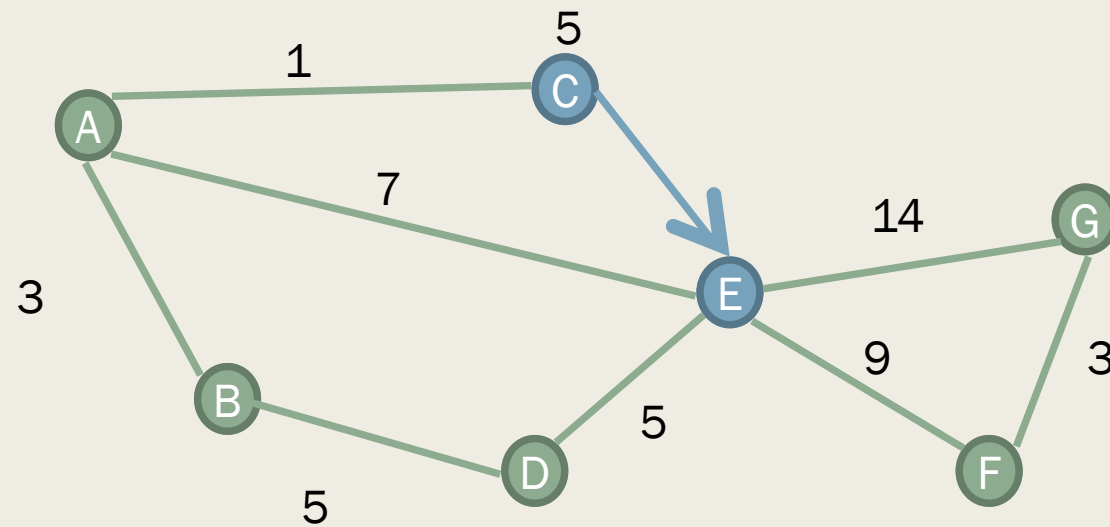
■ Fila = {}.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



- Fila = {C, D, F, G}.

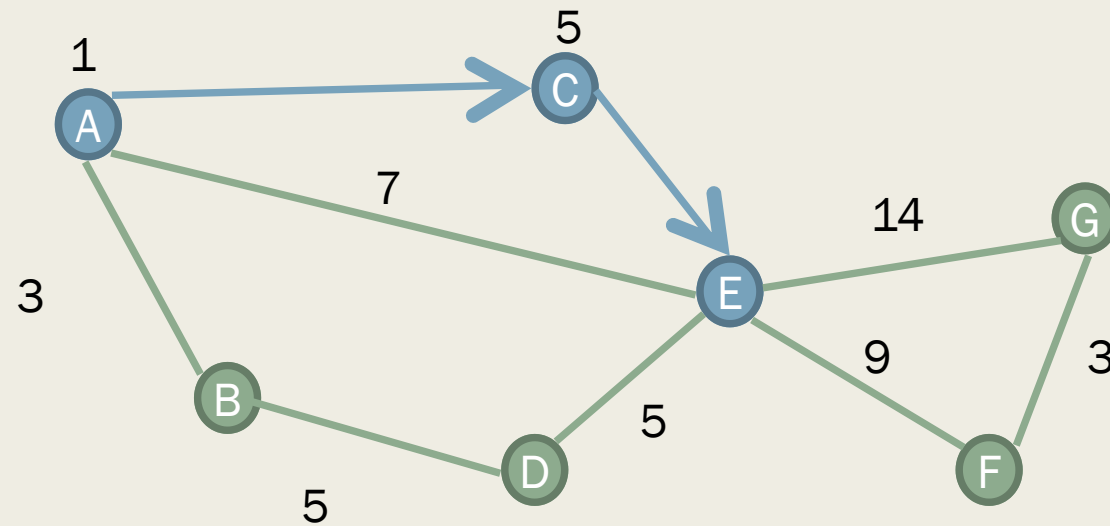
# Algoritmo de Prim: Exemplo



- Fila = {A, D, F, G}.

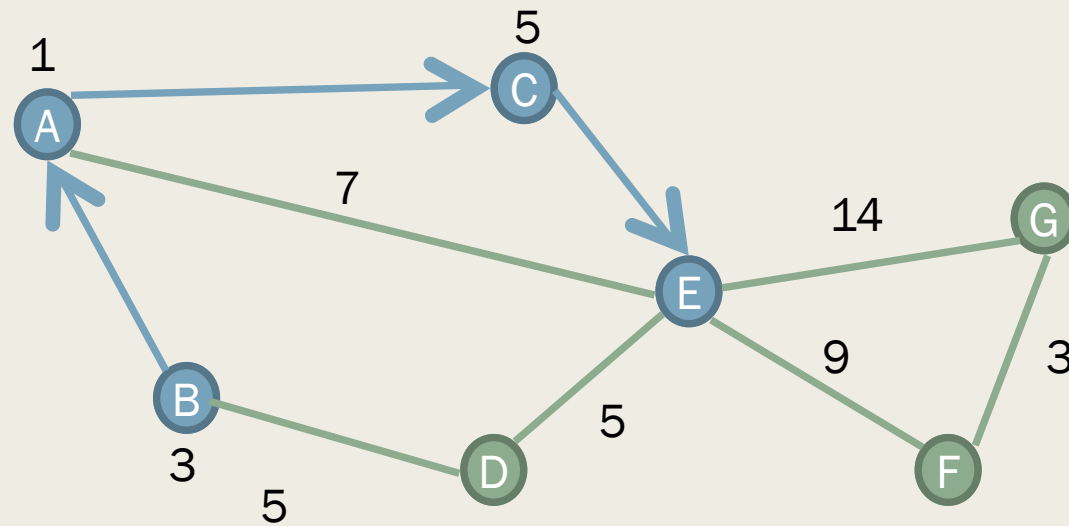


# Algoritmo de Prim: Exemplo



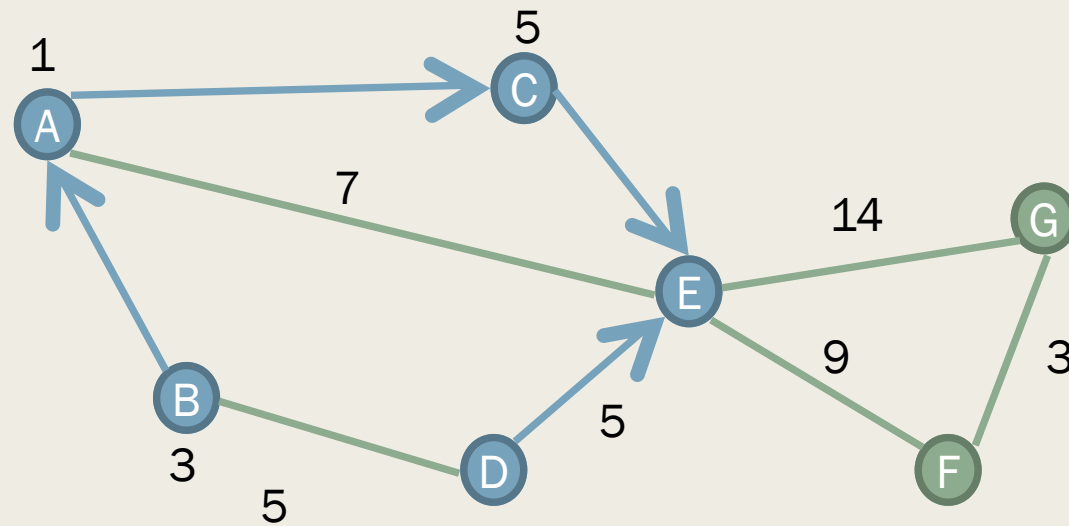
- Fila = {B, D, F, G}.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



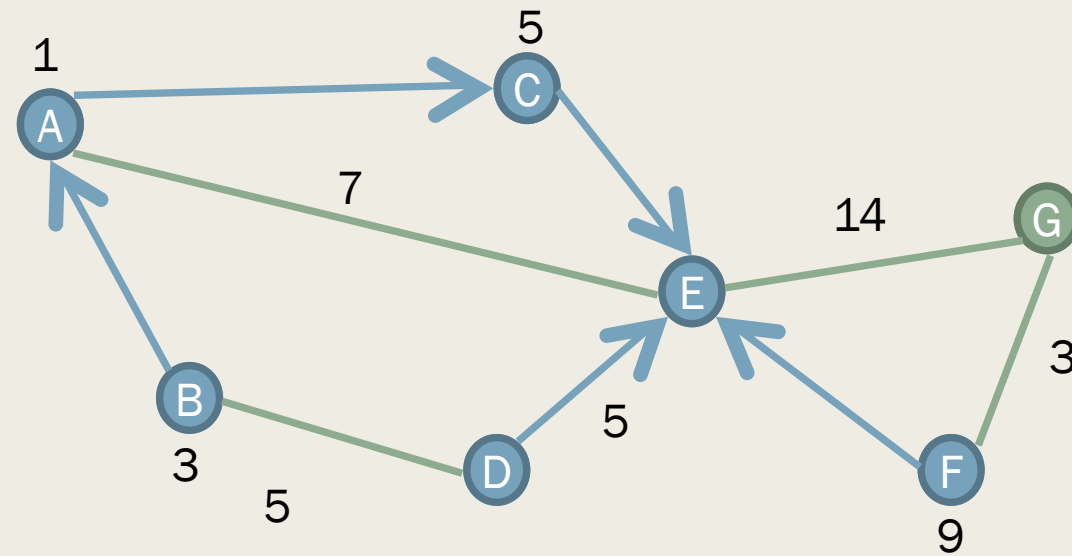
■ Fila = {D, F, G}.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



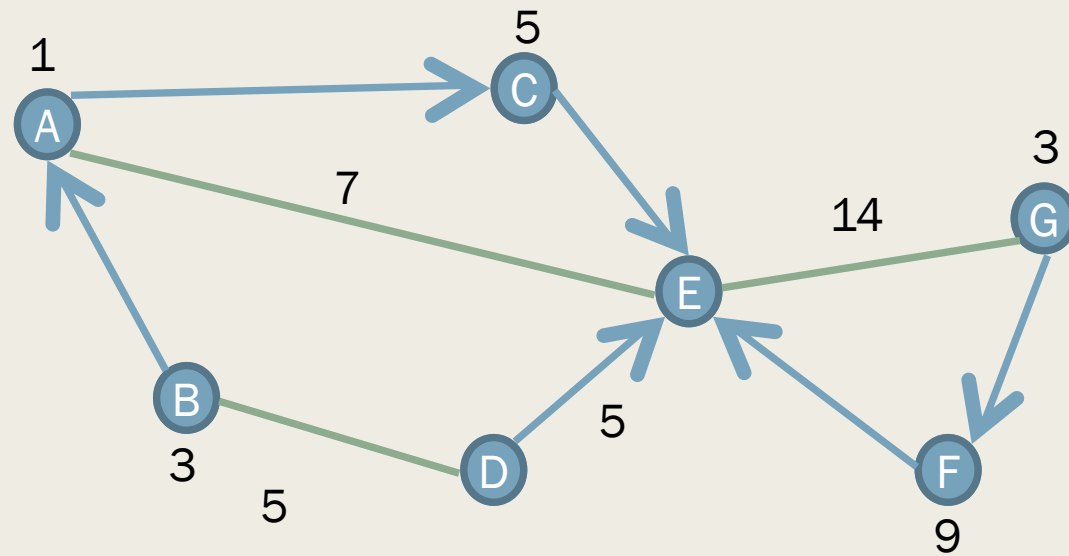
- Fila = {F, G}.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



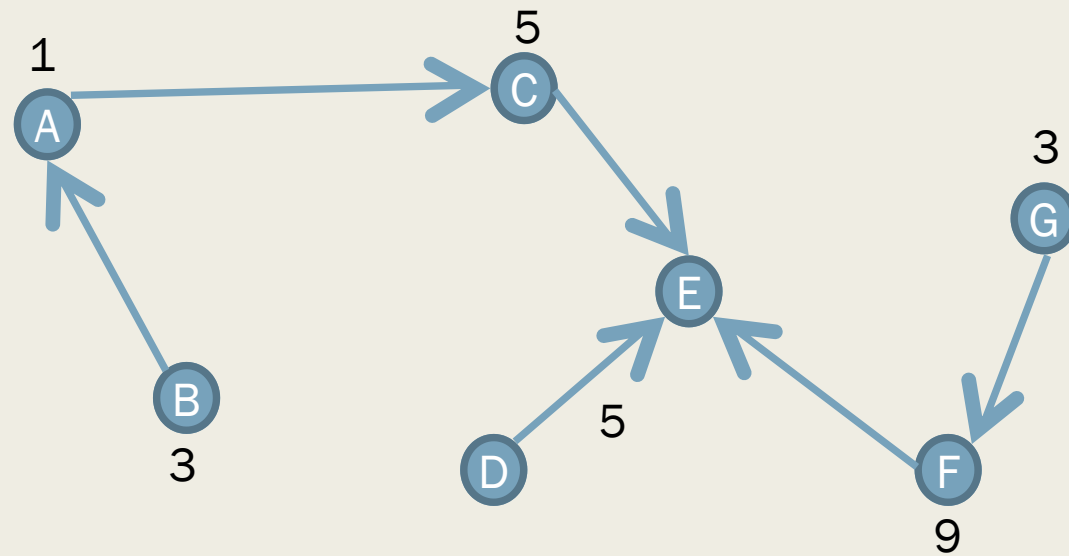
■ Fila = {G}.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



■ Fila = {}.

# Algoritmo de Prim: Exemplo



# Algoritmo de Prim: Análise

■ Tempo:  $\Theta(\text{Vértices}) * T_{\text{extração mínimo}} + \Theta(\text{Arestas}) * T_{\text{chave decremental}}$

■ Utilizando um array como entrada:

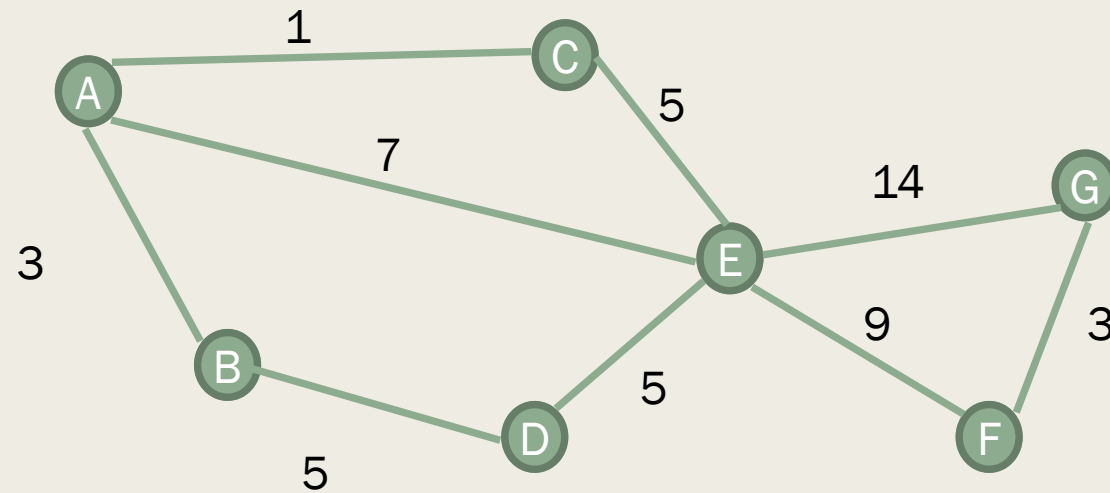
- $T_{\text{extração mínimo}} = O(V)$
- $T_{\text{chave decremental}} = O(1)$
- $\text{Tempo} = \Theta(V) * O(V) + \Theta(E) * O(1) = O(V^2)$

# Algoritmo de Kruskal

- Seja o grafo conectado  $G$ : O algoritmo de Kruskal visa buscar uma árvore de peso mínimo.
- Todas as arestas pertencentes a  $G$  entram em uma lista;
- Essa lista é ordenada em ordem decrescente;
- Pega a menor aresta disponível:
  - *Se formar ciclo, descarta;*
  - *Caso contrário, inclui.*
- Repete o passo anterior até que a lista esteja vazia.

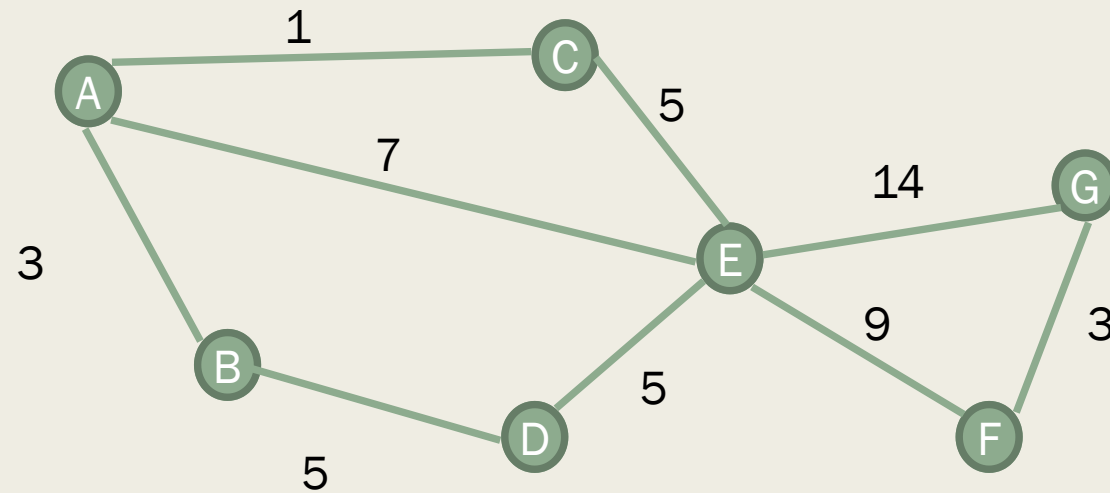


# Algoritmo de Kruskal



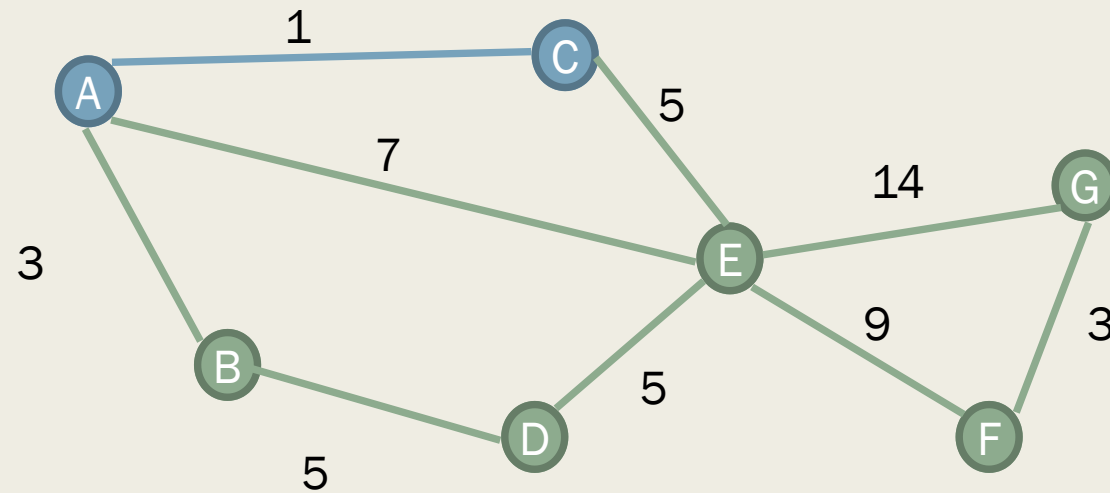
- Fila = { (A,B) , (A,C) , (A,E) , (B,D) , (C,E) , (D,E) , (E,F) , (E,G) , (F,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



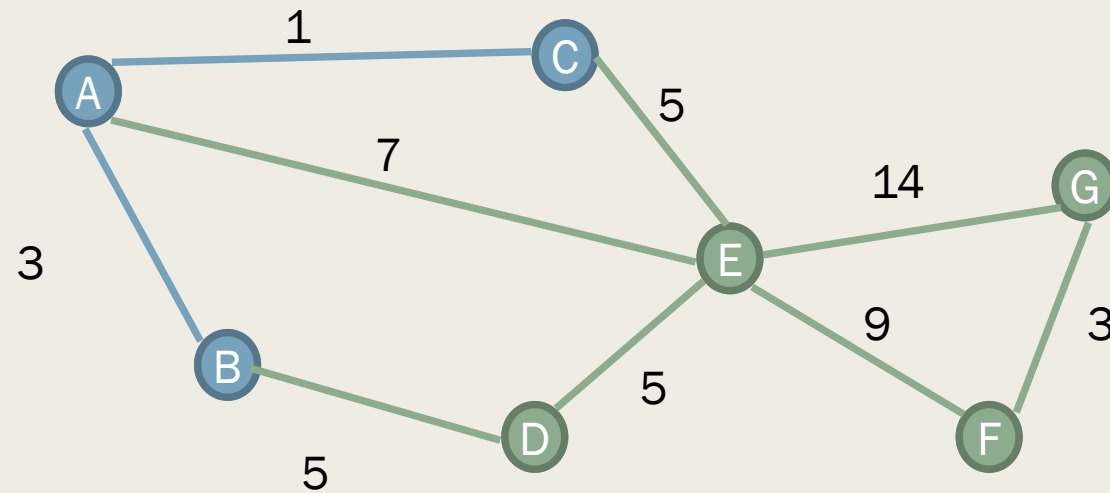
- Fila = { (A,C) , (A,B) , (F,G) , (B,D) , (C,E) , (D,E) , (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



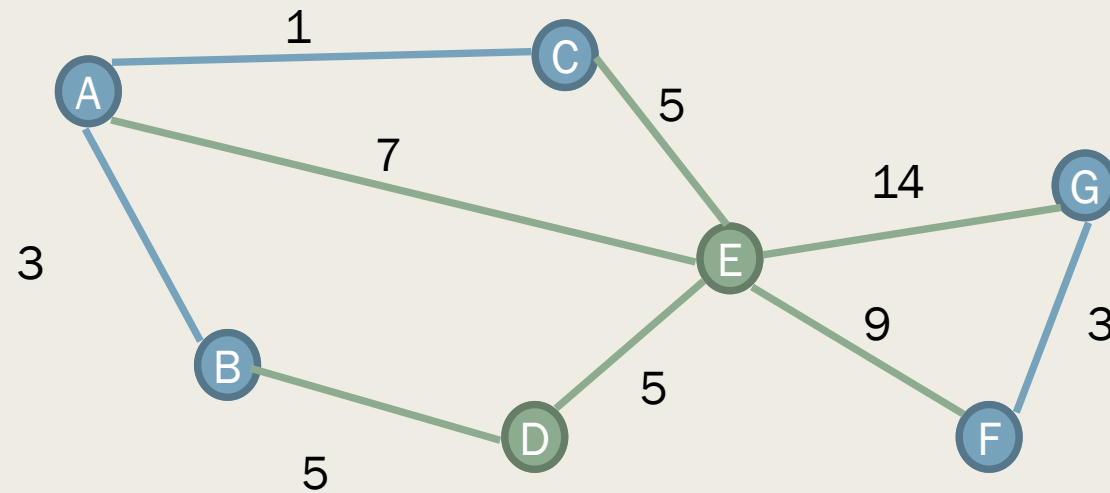
- Fila = { (A,B) , (F,G) , (B,D) , (C,E) , (D,E) , (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



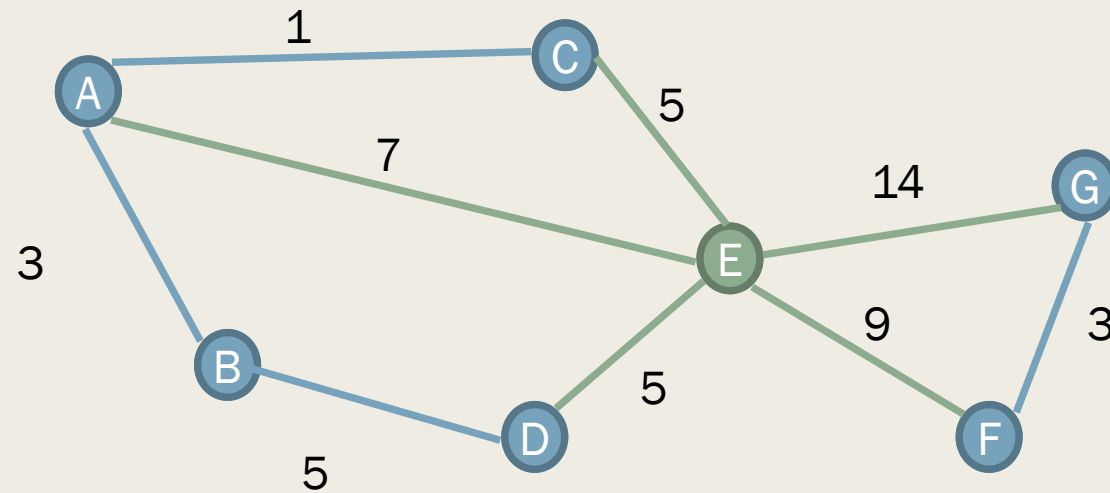
- Fila = { (F,G) , (B,D) , (C,E) , (D,E) , (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



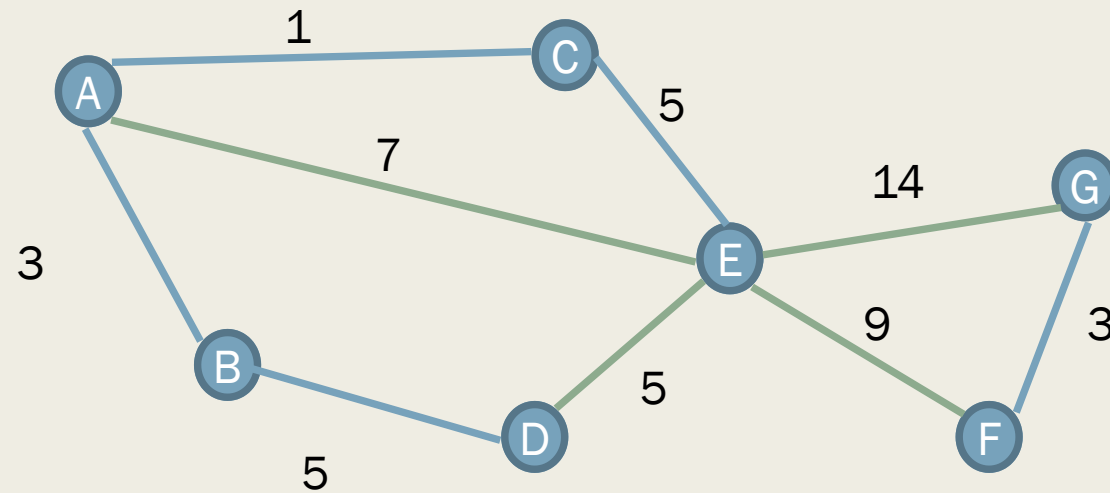
■ Fila = { (B,D) , (C,E) , (D,E) , (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



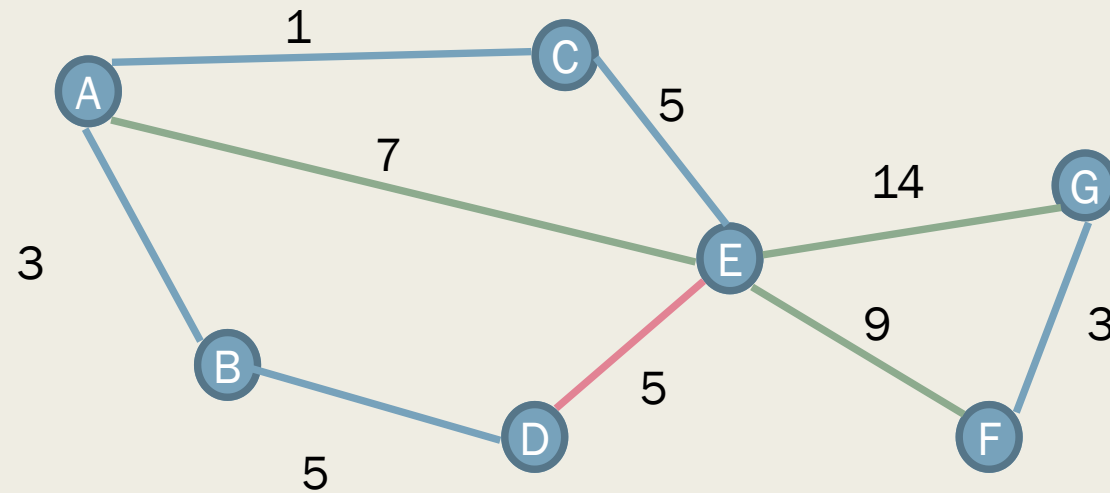
- Fila = { (C,E) , (D,E) , (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



- Fila = { (D,E) , (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

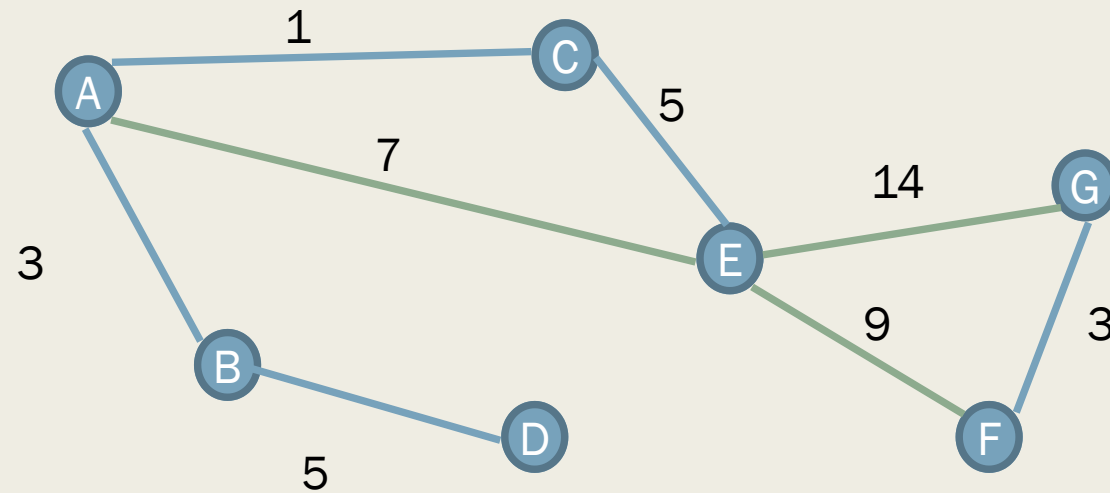
# Algoritmo de Kruskal



- Fila = { (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

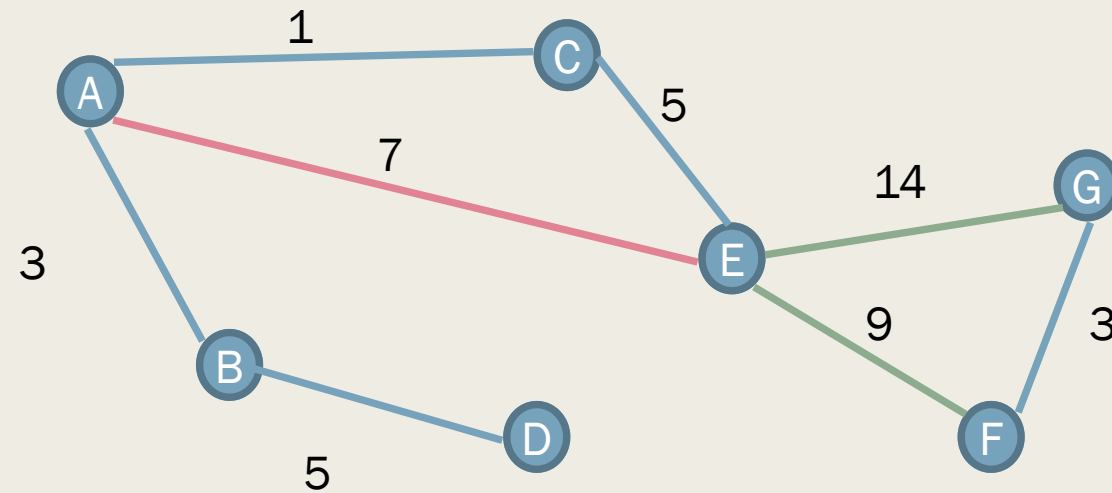


# Algoritmo de Kruskal



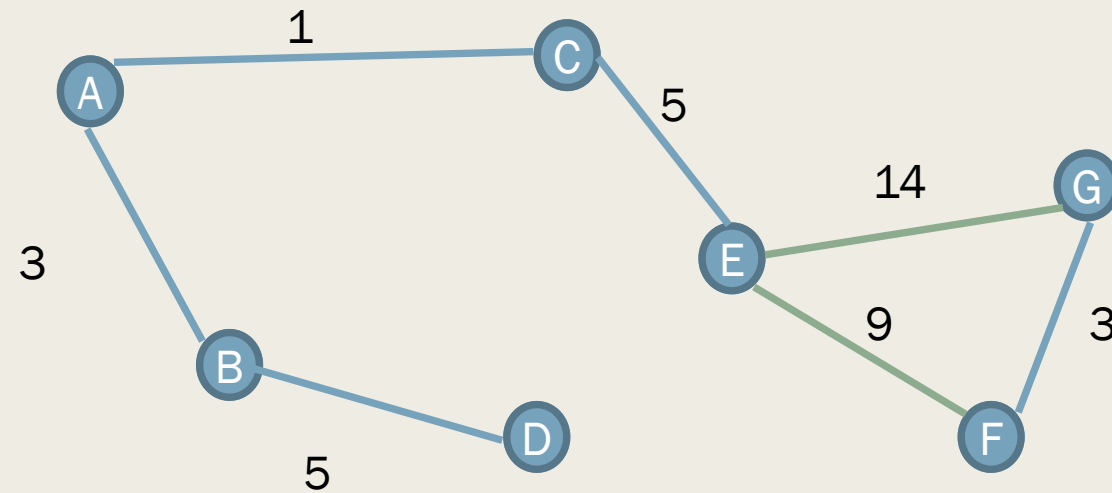
■ Fila = { (A,E) , (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



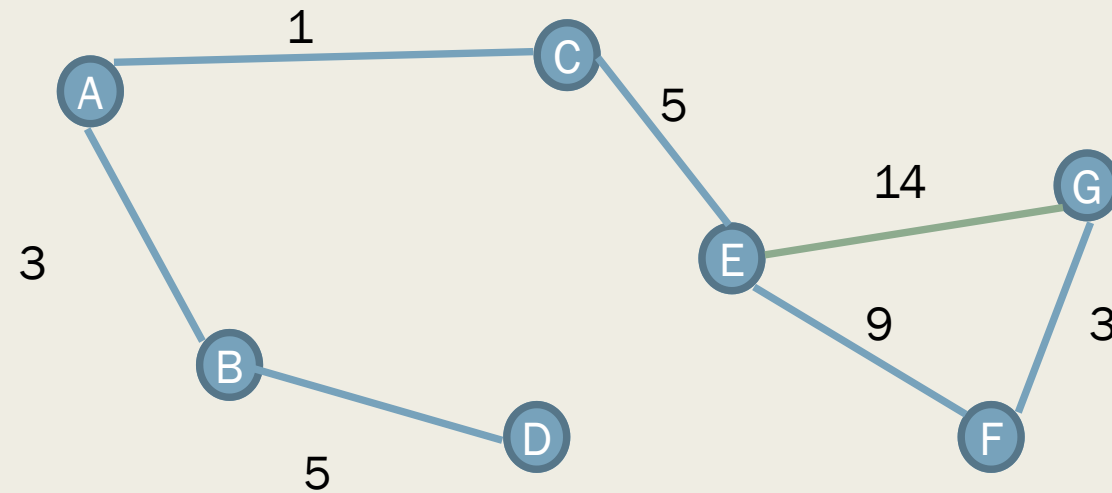
- Fila = { (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



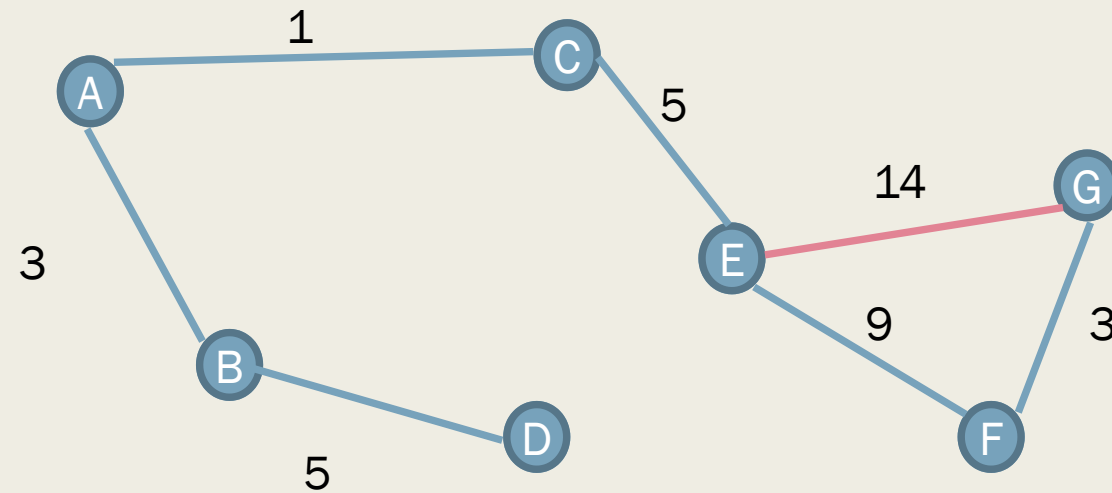
- Fila = { (E,F) , (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



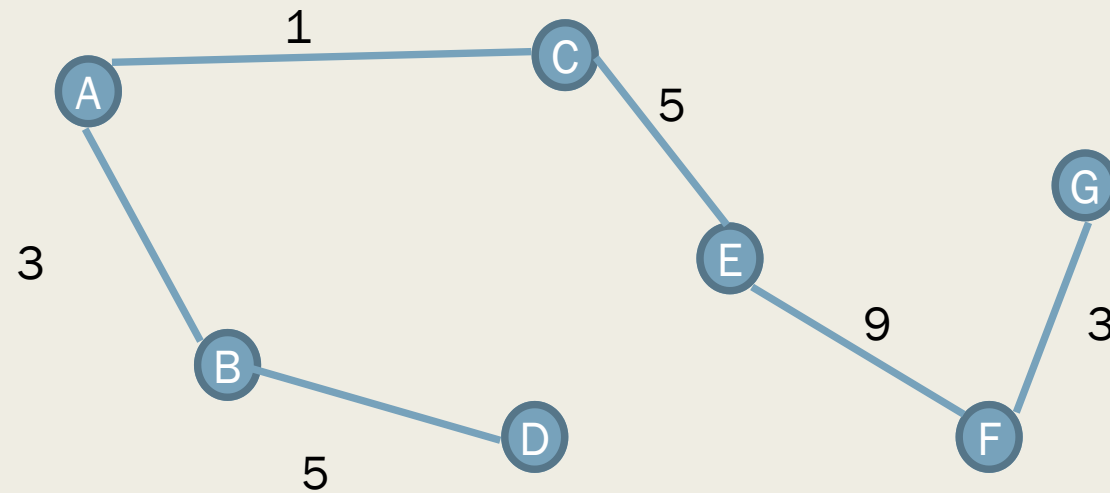
■ Fila = { (E,G) }.

# Algoritmo de Kruskal



■ Fila = {}.

# Algoritmo de Kruskal



■ Fila = {}.

# Algoritmo de Kruskal: Análise

- Tempo:  $O(\text{Arestas} \lg \text{Vértices})$  ou  $O(\text{Arestas} \log \text{Arestas})$ , pois  $\leq |\text{Vértices}^2|$