

|                          |                                       |
|--------------------------|---------------------------------------|
| <b>Thời gian làm bài</b> | 150 phút (không kể thời gian phát đề) |
| <b>Ngày thi</b>          | 15/02/2024 – Ngày thi thử thứ tư      |
| <b>Đề thi gồm</b>        | 04 câu, 04 trang                      |

**Tổng quan đề thi**

|              | <b>Tiêu đề</b> | <b>Mã nguồn</b> | <b>Dữ liệu vào</b> | <b>Dữ liệu ra</b> |
|--------------|----------------|-----------------|--------------------|-------------------|
| <b>Câu 1</b> | Biến đổi       | TRANSFORM.*     | TRANSFORM.INP      | TRANSFORM.OUT     |
| <b>Câu 2</b> | Tập hợp điểm   | PTSET.*         | PTSET.INP          | PTSET.OUT         |
| <b>Câu 3</b> | Công sai       | CMDIF.*         | CMDIF.INP          | CMDIF.OUT         |
| <b>Câu 4</b> | Bộ bốn Min Max | MMB.*           | MMB.INP            | MMB.OUT           |

**Dấu \*** được thay thế bởi PAS, CPP hoặc PY tương ứng với ngôn ngữ lập trình Pascal, C++ hoặc Python.

Lập trình giải các bài toán sau.

**Câu 1. Biến đổi (6 điểm)**

| <b>Mã nguồn</b> | <b>Dữ liệu vào</b> | <b>Dữ liệu ra</b> | <b>Thời gian</b> | <b>Bộ nhớ</b> |
|-----------------|--------------------|-------------------|------------------|---------------|
| TRANSFORM.*     | TRANSFORM.INP      | TRANSFORM.OUT     | 1 giây           | 1024 MB       |

Vũ có 2 số nguyên dương  $a, b$  và cậu ấy có thể thực hiện 2 thao tác sau trên chúng.

- Nhân  $a$  với  $n$ , tức là  $a = a \times n$ .

- Cộng  $a$  với  $n$ , tức là  $a = a + n$ .

Vũ muốn biến đổi sao cho  $a = b$ . Bạn hãy kiểm tra có cách biến đổi nào không nhé.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file TRANSFORM.INP:

- Số nguyên dương  $t$  ( $1 \leq t \leq 5$ ).

-  $t$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm ba số nguyên dương  $a, b, n$  ( $1 \leq a, b, n \leq 10^{18}$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file TRANSFORM.OUT:

- Với mỗi dòng, in ra *Yes* nếu có và *No* nếu không.

**Ví dụ:**

| TRANSFORM.INP | TRANSFORM.OUT | Giải thích   |
|---------------|---------------|--|
| 3             | Yes           | - Ở test 1, ta có thể nhân $a$ cho 2 và cộng $a$ cho 2.<br>- Ở test 3, dễ dàng thấy không có cách biến đổi thỏa mãn. |
| 3 8 2         | Yes           |  |
| 3 4 1         | No            |  |
| 2 9 4         |               |  |

**Câu 2. Tập hợp điểm (5 điểm)**

| Mã nguồn | Dữ liệu vào | Dữ liệu ra | Thời gian | Bộ nhớ  |
|----------|-------------|------------|-----------|---------|
| PTSET.*  | PTSET.INP   | PTSET.OUT  | 1 giây    | 1024 MB |

Cho  $n$  điểm phân biệt trên mặt phẳng tọa độ Descartes, điểm thứ  $i$  có tọa độ là  $(x_i, y_i)$ . Hãy tìm một tập hợp các điểm  $P$  thỏa mãn:

- Số lượng điểm của  $P$  là nhiều nhất.
- Các điểm của  $P$  nằm trên một đường thẳng.

Đề bài chỉ ngắn gọn và đơn giản thế thôi. Chúc bạn may mắn nhé.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file PTSET.INP:

- Số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^3$ ).
- $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa tọa độ điểm thứ  $i$  có tọa độ là  $(x_i, y_i)$  ( $|x_i|, |y_i| \leq 10^9$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file PTSET.OUT:

- In ra số lượng điểm và các điểm của  $P$  theo thứ tự tăng dần.
- Nếu có nhiều tập hợp  $P$  có cùng số lượng điểm nhiều nhất, hãy in ra 1 cái bất kỳ.

**Ràng buộc bổ sung:**

- 30% số điểm có  $1 \leq n \leq 20$ .
- 30% số điểm có  $\min(|x_i|, |y_i|) = 0$  ( $1 \leq i \leq n$ ).
- 20% số điểm có  $1 \leq n \leq 10^2$ .
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| PTSET.INP  | PTSET.OUT                      | Giải thích  |
|--|--------------------------------|---|
| 7<br>3 5<br>1 1<br>2 0<br>0 -1<br>4 1<br>-1 3<br>2 3 | 4<br>0 -1<br>1 1<br>2 3<br>3 5 | - 4 điểm của tập hợp $P$ trên đều nằm trên đường thẳng $y = 2x - 1$ . |

**Câu 3. Công sai (5 điểm)**

| Mã nguồn | Dữ liệu vào | Dữ liệu ra | Thời gian | Bộ nhớ  |
|----------|-------------|------------|-----------|---------|
| CMDIF.*  | CMDIF.INP   | CMDIF.OUT  | 1 giây    | 1024 MB |

Trong lúc đọc sách, Vũ vô tình đọc được 1 kiến thức khá thú vị là cấp số cộng. Như cậu được biết, một dãy số được gọi là cấp số cộng khi và chỉ khi  $a_n = a_1 + (n - 1) \times k$  với  $k$  là một hằng số cố định gọi là công sai. Bỗng Vũ nghĩ ra được một bài toán khá hay như sau.

Vũ cho bạn dãy  $a$  gồm  $n$  phần tử, cậu định nghĩa 1 bộ  $m$  chỉ số  $i_1, i_2, \dots, i_m$  có công sai là  $k$  khi:

$$- 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq n.$$

$$- a_{i_2} - a_{i_1} = a_{i_3} - a_{i_2} = \dots = a_{i_m} - a_{i_{m-1}} = k.$$

Với dãy  $a$  trên, Vũ muốn biết số lượng bộ  $m$  chỉ số có công sai là  $k$ . Tuy suy nghĩ rất nhiều nhưng dường như Vũ vẫn không thể giải được bài toán. Là một ngài cực kì orz, bạn hãy giúp Vũ giải bài toán trên nhé.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file CMDIF.INP:

- Ba số nguyên dương  $n, m, k$  ( $1 \leq m \leq 10^2$ ;  $m \leq n \leq 10^5$ ;  $1 \leq k \leq 10^{18}$ ).
- Dãy  $a$  gồm  $n$  phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^{18}$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file CMDIF.OUT:

- In ra kết quả sau khi chia lấy dư cho 1234567891.

**Ràng buộc bổ sung:**

- 20% số điểm có  $1 \leq n \leq 10^3$ ;  $m = 2$ .
- 20% số điểm có  $m = 2$ .
- 20% số điểm khác có  $1 \leq n \leq 20$ .
- 20% số điểm khác có  $1 \leq a_i, k \leq 10^5$ .
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| CMDIF.INP          | CMDIF.OUT | Giải thích  |
|--------------------|-----------|---|
| 5 3 2<br>2 4 2 4 6 | 3         | - Có tất cả là 3 bộ 3 chỉ số có công sai 2 gồm (1, 2, 5), (1, 4, 5) và (3, 4, 5). |

**Câu 4. Bộ bốn Min Max (4 điểm)**

| Mã nguồn | Dữ liệu vào | Dữ liệu ra | Thời gian | Bộ nhớ  |
|----------|-------------|------------|-----------|---------|
| MMB.*    | MMB.INP     | MMB.OUT    | 2.5 giây  | 1024 MB |

Cho dãy  $a$  và  $b$  gồm  $n$  phần tử, 1 bộ bốn  $(l_1, r_1, l_2, r_2)$  được gọi là bộ bốn Min Max nếu nó thỏa mãn:

- $1 \leq l_1 \leq r_1 \leq n$  và  $1 \leq l_2 \leq r_2 \leq n$ .
- $\max(a_{l_1}, a_{l_1+1}, \dots, a_{r_1}) = \min(b_{l_2}, b_{l_2+1}, \dots, b_{r_2})$ .

Với dãy  $a$  và  $b$  trên, nhiệm vụ của bạn là đếm số lượng bộ bốn Min Max.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file MMB.INP:

- Số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^6$ ).
- Dãy  $a$  gồm  $n$  phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^{18}$ ).
- Dãy  $b$  gồm  $n$  phần tử  $b_1, b_2, \dots, b_n$  ( $1 \leq b_i \leq 10^{18}$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file MMB.OUT:

- In ra kết quả sau khi chia lấy dư cho 1234567891.

**Ràng buộc bổ sung:**

- 20% số điểm có  $1 \leq n \leq 20$ .
- 20% số điểm khác có  $1 \leq n \leq 10^3$ .
- 30% số điểm khác có  $1 \leq n \leq 10^5$ .
- 30% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

**Ví dụ:**

| MMB.INP             | MMB.OUT | Giải thích   |
|---------------------|---------|--|
| 3<br>3 1 2<br>2 3 1 | 10      | Có tất cả 10 bộ bốn Min Max là (1, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2), (1, 3, 2, 2), (2, 2, 1, 3), (2, 2, 2, 3), (2, 2, 3, 3), (2, 3, 1, 1), (2, 3, 1, 2), (3, 3, 1, 1) và (3, 3, 1, 2). |