

Bài 1: TAM GIÁC

1. Sub 1 (30%): $m, n \leq 50$.

Với mỗi đỉnh trái trên của hình vuông (i, j) , cạnh k : tính tổng tam giác dưới của nó: sử dụng 4 vòng lặp for.

Độ phức tạp $O(mnk^2)$.

2. Sub 2 (40%): $50 < m, n \leq 500$

Dùng mảng tổng dồn hai chiều $s[i][j]$ là tổng các ô nằm trong hình chữ nhật có góc trái trên $(1,1)$ và góc phải dưới là (i, j) .

$$s[i][j] = s[i-1][j] + s[i][j-1] + a[i][j] - s[i-1][j-1]$$

Tổng các ô từ tòa nhà x đến tòa nhà y của hàng i là: $s[i][y] - s[i][x-1]$

Dùng 3 vòng lặp for:

Độ phức tạp $O(mnk)$.

3. Sub 3 (30%): $500 < m, n \leq 2000$.

Đặt $s[i][j]$ là tổng các ô nằm trong hình chữ nhật có góc trái trên $(1,1)$ và góc phải dưới là (i, j) .

$$s[i][j] = s[i-1][j] + s[i][j-1] + a[i][j] - s[i-1][j-1]$$

Đặt $t[i][j]$ là tổng các ô trên đường chéo trái trên – phải dưới đi qua ô (i, j) và kết thúc tại ô (i, j)

$$t[i][j] = t[i-1][j-1] + a[i][j]$$

Đặt $dp[i][j]$ là tổng các ô thuộc tam giác dưới có cạnh k và ô trên cùng là (i, j) , khi đó:

$$dp(i, j) = dp(i, j-1) + (t[i+k-1][j+k-1] - t[i-1][j-1]) - (s[i+k-1][j-1] - s[i+k-1][j-2] - s[i-1][j-1] + s[i-1][j-2]).$$

Độ phức tạp $O(mn)$.

Bài 2: ĐÈN LÒNG

- **Subtask 1:** $n \leq 10; h_i \leq 3$

Sử dụng duyệt chọn các giá trị độ cao từng tòa nhà. Độ phức tạp $O(3^n)$

- **Subtask 2:** $n \leq 1000; h_i \leq 100$

Gọi $F[i][x]$ là chi phí tối thiểu của i tòa nhà đầu tiên và tòa nhà i có chiều cao x .

Tính: $F[i][x] = \min F[i-1][k] + c \times |x-k| + (x-h_i)^2$ với $k \geq h_i$.

Đáp số: $\min F[n][x]$. Độ phức tạp: $O(n \times h^2)$

- **Subtask 3:** $\leq 10000; h_i \leq 1000$.

Nhận thấy $F[i][x] = (F[i-1][k] + ck) - cx + (x-h_i)^2$ với $k > x$

$$F[i][x] = (F[i-1][k] - ck) + cx + (x-h_i)^2 \text{ với } k \leq x$$

Đặt:

$$Low[i-1][x] = \min(F[i-1][k] - ck) \text{ với } k < x$$

$$High[i-1][x] = \min((F[i-1][k] + ck) \text{ với } k \geq x$$

Ta có thể tính: $Low[i][x] = \min(Low[i][x-1], F[i][x] - cx)$. Tương tự với $High[i][x]$. Việc tính toán 2 mảng $Low, High$ thực hiện trong $O(n \times hmax)$

Khi đó: $F[i][x] = \min(Low[i-1][x] + cx, High[i-1][x] - cx) + (x - h_i)^2$

Độ phức tạp: $O(n \times hmax)$

Bài 3: TRUY VẤN TRÊN ĐỒ THỊ

Sub 1 + Sub 2:

Mỗi truy vấn k v : Quy hoạch động trên cây, coi v là gốc, $DFS(v)$

Gọi $f(i)$ là độ dài cạnh ngắn nhất trên đường đi từ v đến i

Khởi tạo: $f(i) = +\infty$

Với mỗi j kề i : $f(j) = \min\{f(i), c_{ij}\}$ với c_{ij} là độ dài cạnh (i, j) .

Độ phức tạp $O(nQ)$.

Sub 3:

Xử lý các truy vấn offline

Sắp xếp các truy vấn theo thứ tự giảm dần của k .

Dùng cấu trúc dữ liệu Disjoint Set Forest: với mỗi đỉnh i , gọi $cnt(i)$ là số lượng đỉnh trong thành phần liên thông chứa i .

Đi từ đầu đến hết trong danh sách các truy vấn đã sắp xếp: với mỗi truy vấn k, v . Hợp tất cả các cạnh có trọng số $\geq k$ thành các cây. Gọi u là gốc của cây chứa v . ĐS: $cnt(u) - 1$.

Độ phức tạp: $(Q \log Q + Q \log n)$.

-----Hết -----