

<b>Thời gian làm bài</b>	150 phút (không kể thời gian phát đề)
<b>Ngày thi</b>	17/02/2024 – Ngày thi thử thứ sáu
<b>Đề thi gồm</b>	05 câu, 05 trang

**Tổng quan đề thi**

	<b>Tiêu đề</b>	<b>Mã nguồn</b>	<b>Dữ liệu vào</b>	<b>Dữ liệu ra</b>
<b>Câu 1</b>	Đèn laser	LASER.*	LASER.inp	LASER.out
<b>Câu 2</b>	Dãy số	SEQD.*	SEQD.inp	SEQD.out
<b>Câu 3</b>	Xâu con đối xứng chung	LCPS.*	LCPS.inp	LCPS.out
<b>Câu 4</b>	Thao tác	TT.*	TT.inp	TT.out
<b>Câu 5</b>	Lì xì	LMONEY.*	LMONEY.inp	LMONEY.out

**Dấu \*** được thay thế bởi PAS, CPP hoặc PY tương ứng với ngôn ngữ lập trình Pascal, C++ hoặc Python

Lập trình giải quyết các bài toán sau:

**Câu 1. Đèn laser (5 điểm)**

<b>Mã nguồn</b>	<b>Dữ liệu vào</b>	<b>Dữ liệu ra</b>	<b>Thời gian</b>	<b>Bộ nhớ</b>
LASER.*	LASER.inp	LASER.out	1 giây	1024 MB

Hai gương mỏng có độ dài  $l + 0.01$  mét được đặt song song cách nhau  $w$  mét. Một đèn laser được đặt ở đầu dưới gương bên trái, sau đó chiếu một góc  $45^\circ$  lên trên và sang bên phải. Hỏi đèn cần chạm hai gương bao nhiêu lần (không kể lần chạm ở góc trái dưới) để đi hết độ dài của hai gương.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file LASER.inp:

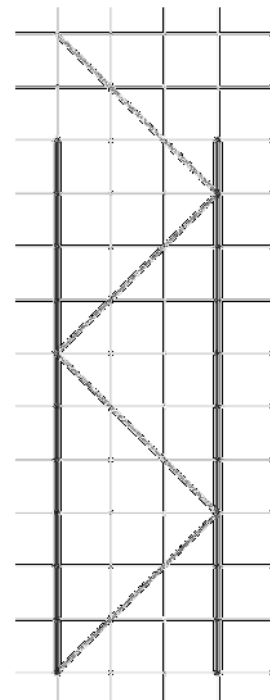
- Một dòng duy nhất gồm hai số nguyên dương  $l, w$  ( $1 \leq l, w \leq 10^{12}$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file LASER.out:

- Một dòng duy nhất gồm kết quả bài toán.

**Ví dụ:**

LASER.inp	LASER.out	Giải thích
10 3	3	Hình minh họa bên phải.
4 4	1	



**Câu 2. Dãy số (5 điểm)**

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
SEQD.*	SEQD.inp	SEQD.out	1 giây	1024 MB

Cho một dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Gọi độ xấu của một số là khoảng cách của nó đến số chính phương gần nhất. Cụ thể, độ xấu của một số  $x$  là  $\min |x - y^2|$  với mọi số nguyên  $y$ .

**Yêu cầu:** Tìm một đoạn con liên tiếp có độ dài  $k$  của dãy  $a$  mà tổng độ xấu của các số trong đoạn là ít nhất.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file SEQD.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương  $n, k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 5 \times 10^5$ ).
- Dòng thứ hai gồm  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^6$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file SEQD.out:

- In ra một số nguyên dương là tổng độ xấu ít nhất cần tìm.

**Ví dụ:**

SEQD.inp	SEQD.out	Giải thích
6 4 4 0 2 9 8 3	1	Đoạn con cần tìm là $[4, 0, 2, 9]$ , với tổng độ xấu là $0 + 0 + 1 + 0 = 1$ .

**Câu 3. Xâu con đối xứng chung (4 điểm)**

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
LCPS.*	LCPS.inp	LCPS.out	1 giây	1024 MB

Một xâu kí tự  $t$  được gọi là xâu con của xâu kí tự  $s$  nếu có thể xóa một vài kí tự của  $s$  để có xâu  $t$ . Một xâu kí tự  $s$  được gọi là xâu đối xứng nếu viết  $s$  từ trái qua phải hay từ phải qua trái đều giống nhau. Một xâu  $c$  được gọi là xâu con chung của hai xâu  $a, b$  nếu  $c$  là xâu con của cả  $a$  và  $b$ .

**Yêu cầu:** Cho hai xâu kí tự  $a, b$  gồm các kí tự latin viết thường. Hãy tìm một xâu  $c$  khác rỗng sao cho:

- $c$  là xâu đối xứng
- $c$  là xâu con chung của  $a, b$
- $c$  có độ dài lớn nhất

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file LCPS.inp:

- Dòng đầu tiên gồm xâu kí tự  $a$  không có quá 10 kí tự.

- Dòng thứ hai gồm xâu kí tự  $b$  không có quá 500 kí tự.

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file LCPS.out:

- In ra một số nguyên dương là độ dài của xâu  $c$ . Nếu không tồn tại xâu thỏa mãn, in ra số 0.

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test tương ứng với 30% số điểm có độ dài xâu  $a$  bằng 1.
- Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm có độ dài xâu  $a$  bằng 2.
- Có 50% số test tương ứng với 50% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

**Ví dụ:**

LCPS.inp	LCPS.out	Giải thích
n tleonlinejudge	1	Xâu $c$ thỏa mãn điều kiện là “n”.
qwertyuiop asdfghjkl	0	Không tồn tại xâu $c$ thỏa mãn.
fawuomtwax cowboweb	3	Xâu $c$ thỏa mãn điều kiện là “wow”.

**Câu 4. Thao tác (3 điểm)**

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
TT.*	TT.inp	TT.out	2.5 giây	1024 MB

Cho dãy số nguyên không âm  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Có  $q$  thao tác, thao tác thứ  $j$  đặt  $a_i = \left\lfloor \frac{a_i}{2} \right\rfloor$  với mọi  $l_j \leq i \leq r_j$ .

**Yêu cầu:** Sau mỗi thao tác, in ra tổng tất cả các số trong dãy  $a$ .

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file TT.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương  $n, q$  ( $1 \leq n, q \leq 10^6$ ).
- Dòng thứ hai gồm  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ ).
- $q$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  gồm hai số nguyên dương  $l_i, r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file TT.out:

- In ra  $q$  dòng, dòng thứ  $i$  in ra tổng các số trong dãy sau thao tác  $i$ .

**Ràng buộc:**

- Có 50% số test tương ứng với 50% số điểm có  $n, q \leq 5000$ .
- Có 30% số test tương ứng với 30% số điểm có  $n, q \leq 10^5$ .
- Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

TT.inp	TT.out	Giải thích
5 3	27	Sau thao tác 1, dãy $a = (3,6,3,4,11)$ .
6 12 7 9 11	17	Sau thao tác 2, dãy $a = (3,6,1,2,5)$ .
1 4	13	Sau thao tác 3, dãy $a = (3,3,0,2,5)$ .
3 5		
2 3		

**Câu 5. Lì xì (3 điểm)**

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
LMONEY.*	LMONEY.inp	LMONEY.out	3 giây	1024 MB

Tết đến rồi, và An sắp được bố lì xì! Nhưng trước khi được lì xì, bố muốn chơi với An một trò chơi nhỏ.

Bố có  $n$  bao lì xì, bao thứ  $i$  có viết một số  $s_i$  và có  $c_i$  đồng. Có  $q$  lượt chơi, lượt thứ  $i$  bố lấy ra các bao lì xì có vị trí từ  $l_i$  đến  $r_i$ . Nhiệm vụ của An là chọn ra các bao lì xì sao cho tổng các số ghi trên bao chia hết cho  $m$ . Vì An muốn được lì xì nhiều nên rõ ràng An cần chọn ra các bao sao cho tổng số tiền của các bao là cao nhất.

**Yêu cầu:** Hãy giúp An chọn sao cho có được nhiều tiền lì xì nhất nhé.

**Dữ liệu vào:** Nhập từ file LMONEY.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương  $n, m, q$  ( $1 \leq n, q \leq 10^5$ ,  $2 \leq m \leq 100$ ).
- Dòng tiếp theo gồm  $n$  số nguyên  $s_1, s_2, \dots, s_n$  ( $0 \leq s_i \leq 10^9$ ).
- Dòng tiếp theo gồm  $n$  số nguyên  $c_1, c_2, \dots, c_n$  ( $0 \leq c_i \leq 10^9$ ).
- $q$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  gồm hai số nguyên  $l_i, r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ).

**Dữ liệu ra:** Ghi ra file LMONEY.out:

- In ra  $q$  dòng, dòng thứ  $i$  in ra số tiền lì xì tối đa có thể lấy được.

**Ràng buộc:**

- Có 10% số test ứng với 10% số điểm có  $s_i = 0$ .
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm có  $n, q \leq 500$ .
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có  $l_i = 1$ .
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có  $m = 2$  và  $c_i \leq 100$ .
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

LMONEY.inp	LMONEY.out	Giải thích
------------	------------	------------

6 3 3	28	<p>Ở lượt 1, An có thể chọn các bao lì xì 1,2,3,4,5 để có 28 đồng và tổng các số trên bao là 6.</p> <p>Ở lượt 2, An có thể chọn tất cả các bao lì xì từ 3 đến 5 để có 13 đồng và tổng các số trên bao là 6.</p> <p>Ở lượt 3, An không có cách chọn ngoài việc không chọn bao lì xì nào.</p>
1 2 0 2 1 1	13	
8 7 2 3 8 5	0	
1 6		
3 5		
5 6		