

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP CUỐI HỌC KÌ I**Môn: Toán 9****I.KIẾN THỨC TRỌNG TÂM:****- Đại số:**

- + Kiến thức chương I :Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn
- + Kiến thức chương II: Phương trình và bất phương trình bậc nhất 1 ẩn
- + Kiến thức chương III: Căn bậc hai và căn bậc ba

- Hình học:

- + Kiến thức chương IV : Hệ thức lượng trong tam giác vuông
- + Kiến thức chương V : Đường tròn

II.CÁC DẠNG BÀI TẬP**A.Đại số****Dạng 1: Rút gọn biểu thức số.****Bài 1. Tính:**

a. $(\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + \sqrt{40})\sqrt{2}$

b. $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} + \sqrt{196} : \sqrt{25}$

c. $(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$

d. $\sqrt{\frac{49}{25}} - \frac{3}{10}\sqrt{16} + \frac{9}{\sqrt{225}}$

e. $3\sqrt{5} - \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$;

f. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2 \cdot (1+\sqrt{5})^2}$

g. $\frac{2}{\sqrt{3}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}+3}$;

h. $(2+\sqrt{3})\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Bài 2: Thực hiện phép tính

a) $A = \sqrt{32} - 3\sqrt{98} - 0,1\sqrt{200}$

c) $C = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{27}$

e) $E = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5}$

b) $B = \frac{6}{2-\sqrt{7}} + \sqrt{28} - \frac{14}{\sqrt{7}}$

d) $D = 4\sqrt{20} - 3\sqrt{125} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$

f) $F = \frac{7}{\sqrt{2}-3} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{8}}{\sqrt{3}+2} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

Dạng 2: Giải các phương trình, bất phương trình, hệ phương trình**Bài 3. Giải các phương trình sau:**

a. $x^2 + 7x = 0$

b. $(3x+2)^2 - 4x^2 = 0$

c. $2x(x+6) + 5(x+6) = 0$

d. $x(3x+5) - 6x - 10 = 0$

e. $(2x-3)^2 = (x+7)^2$

f. $x^2 - 9 = 3(x+3)$

g. $x^2 - x = -2x + 2$

h. $x^2 - 3x = 2x - 6$

k. $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

m. $x^3 + 8 = x^2 - 4$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a. $\frac{x+6}{x+5} = 2$

b. $\frac{x^2}{2-x} + \frac{3x-1}{3} = \frac{5}{3}$

c. $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-2}{x} = 2$

d. $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$

e. $\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x-3} = \frac{3x-20}{(x-3)(x-2)}$

f.

$$\frac{1}{x-1} - \frac{4x}{x^3-1} = \frac{x}{x^2+x+1}$$

Bài 5. Giải các hệ phương trình sau:

a. $\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ 3x+2y=-5 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x-y=11 \\ -0,8x+1,2y=1 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = -\frac{1}{3} \\ 4x-5y-10=0 \end{cases}$

d)
$$\begin{cases} 3x+2y=9 \\ x-4y=-11 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 2(x+y)+3(x-y)=7 \\ 3x-y=5 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2y+1}{3} = 2 \\ x-3y=-1 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x-2y=\frac{15}{2} \\ x+3y=-6 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} x-\frac{y}{2}=\frac{1}{2} \\ \frac{x}{3}-2y=-\frac{5}{3} \end{cases}$$
 k)

l)
$$\begin{cases} \frac{1}{7}x-\frac{1}{5}y=\frac{1}{3} \\ x-1,4y=1,2 \end{cases}$$
 m)
$$\begin{cases} 5(x+2y)=3x-8 \\ 2x+4=3x-15y-12 \end{cases}$$

Bài 6: Giải các bất phương trình sau

a) $7x+20 \geq 0$ b) $3x-(6+2x) \leq 3.(x+4)$ c) $3-2x-\frac{6+4x}{3} > 0$

d) $2(x-2)-3 \geq 4(x-1)$ e) $2(x-2)-3(x+1) > 2x-1$

f) $\frac{x-2}{3}-x-1 < \frac{x}{2}$ g) $\frac{x-1}{2}-x-1 \leq \frac{x}{3}$ h) $\frac{x+1}{2}-\frac{x+2}{3} \geq -3\frac{1}{2}-x$

Bài 7: Giải phương trình

a) $4\sqrt{x-3}-1=19$ c) $\sqrt{x^2+10x+25}=4x-9$ e) $\sqrt{4x+20}+\sqrt{16x+80}=21+3\sqrt{x+5}$

b) $\sqrt{x^2-12x+36}=5$ d) $\sqrt{4x^2-9}=5\sqrt{2x-3}$ f) $\frac{2}{3}\sqrt{9x-27}+5\sqrt{x-3}=18-\sqrt{4x-12}$

Bài 8: Giải phương trình

a) $\sqrt{16x+16}-\sqrt{9x+9}=7$ c) $\sqrt{25x-125}-3\sqrt{\frac{x-5}{9}}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=6$

e) $\sqrt{x^2-x-12}=\sqrt{x-4}$ b) $\sqrt{4x^2}=5x-8$

d) $\sqrt{x^2-12x+36}=7-4x$ f) $x^2-6x+\sqrt{x^2-6x+7}=5$

Dạng 3. Bài tập vận dụng giải hệ phương trình**Bài 9:** Xác định a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm

a) $A(2; -2)$ và $B(-1; 3)$ b) $A(2; 1)$ và $B(1; 2)$ c) $A(3; -6)$ và $B(-2; 4)$

Bài 10: Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng

a) $(d): 2x-y=3$ và $(d'): x+2y=4$ b) $(d): 2x+y=2$ và $(d'): x+\frac{1}{2}y=1$

Bài 11: Tìm m để ba đường thẳng sau đồng quy:

$d_1: x-2y=-1; \quad d_2: -2x+y=-4; \quad d_3: 2mx-3y=5$

Bài 12: Cho đường thẳng $y = ax + b$ (d_1)

a) Xác định a, b để đường thẳng (d_1) đi qua hai điểm $A(4; 5)$ và $B(3; 2)$

b) Cho đường thẳng (d_2): $x-y=3$ và đường thẳng (d_3): $3mx-y=5$. Tìm m để 3 đường thẳng (d_1) tìm được ở câu a và hai đường thẳng (d_2), (d_3) đồng quy tại một điểm.

Dạng 4. Bài toán rút gọn

Bài 13 : Cho hai biểu thức: $P = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của P khi $x=9$

2) Rút gọn Q . 3) Tìm x để $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 14: Cho biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$ 2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 15: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$

Bài 16: Cho 2 biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với

$x \geq 0; x \neq 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Bài 17: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

2) Chứng minh: $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $P = 2A \cdot B + \sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 18: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$

2) Rút gọn biểu thức $P = A+B$

3) Tìm x để P đạt giá trị lớn nhất.

Bài 19: Cho biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

2) Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B < \frac{3}{2} \quad x + -\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3$

Bài 20 : Cho biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$

2) Chứng minh: $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$

Bài 21: Cho hai biểu thức $A = 5 - 5\sqrt{x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{5}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}-6}{x-1}$

với $x^3 \geq 0; x^1 \geq 1$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm các giá trị của x để $\frac{A}{B} > \sqrt{x} - 12$

Bài 22: Với $x \geq 0; x \neq 4$. Cho 2 biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} \quad \text{và} \quad B = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+4\sqrt{x}}{4-x}$$

a) Tính A khi $x=49$

b) Rút gọn B và $M = \frac{B}{A}$

c) Tìm x nguyên để M nguyên

Bài 23: Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$, cho 2 biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \quad \text{và} \quad B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$$

a) Tính A khi $x = 64$

b) Rút gọn B

c) Với $M = \frac{B}{A}$. Tìm x để M nhận giá trị nguyên

Bài 24: Cho biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+3}{4-x}$ với $x > 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4}$.

3) Xét biểu thức $P = A.B$. Chứng minh $P < P^2$

Dạng 5. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài 25. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 350 dụng cụ. Nhờ sắp xếp hợp lý dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I đã vượt mức 20% kế hoạch, xí nghiệp II đã vượt mức 10% kế hoạch, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 400 dụng cụ. Tìm số dụng cụ mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch.

Bài 26. Hai đội cùng sửa một đoạn đường thì sau 18 ngày thì làm xong. Nếu lúc đầu, đội I làm trong 6 ngày rồi nghỉ, đội II làm trong 8 ngày thì cả hai đội làm được 40% đoạn đường. Tính thời gian mỗi đội làm một mình sửa xong đoạn đường đó.

Bài 27. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 82 m. Chiều dài hơn chiều rộng 11 m. Tính diện tích khu vườn đó.

Bài 28. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 34 m. Nếu tăng chiều dài thêm 3 m và tăng chiều rộng thêm 2 m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm 45 m². Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn?

Bài 29. Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng mỗi chiều của hình chữ nhật lên thêm 4 m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 80 m². Nếu giảm chiều rộng đi 2 m và tăng chiều dài 5 m thì diện tích hình chữ nhật bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Bài 30. Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc sau 12 ngày thì hoàn thành. Nếu hai đội làm chung 3 ngày, sau đó đội II đi làm việc khác và đội I làm thêm 7 ngày thì được 7/12 công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu hoàn thành công việc.

Bài 31: Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất được 900 sản phẩm trong một thời gian quy định. Thực tế, do tổ một làm vượt mức 20% nhưng tổ hai bị giảm 30% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được ít hơn 70 sản phẩm so với dự kiến. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Bài 32: Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài 33: Hai người làm chung một công việc thì sau 7 giờ 12 phút sẽ xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 5 giờ và một mình người thứ hai làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong toàn

bộ công việc?

Bài 34: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể chứa không có nước thì sau 16 giờ bể đầy. Sau khi cho vòi 1 chảy 3 giờ rồi khóa lại, cho vòi 2 chảy tiếp trong 6 giờ thì được 25% bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 35. Một thửa ruộng hình tam giác vuông có trung bình cộng số đo hai cạnh góc vuông là 24 m. Tính diện tích thửa ruộng đó biết hiệu số đo hai cạnh góc vuông là 12 m.

Bài 36: Cho một tam giác vuông. Nếu tăng các cạnh góc vuông lên 2 cm và 3 cm thì

diện tích sẽ tăng lên thêm 50 cm^2 . Nếu giảm cả hai cạnh góc vuông đi 2 cm thì diện tích sẽ giảm đi 32 cm^2 . Tính hai cạnh góc vuông của tam giác ban đầu.

Bài 37. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 66 m , chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tính diện tích khu vườn đó.

Bài 38. Một ô tô đi từ A đến B với một vận tốc xác định và trong một thời gian đã định. Nếu vận tốc của ô tô giảm 10 km/h thì thời gian tăng 45 phút. Nếu vận tốc của ô tô tăng 10 km/h thì thời gian giảm 30 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định đi của ô tô?

Dạng 6: Toán thực tế (vận dụng kiến thức bất phương trình bậc nhất 1 ẩn)

Bài 39: Một doanh nghiệp sản xuất quần jean có tổng chi phí là 650 triệu đồng /tháng. Giá bán của mỗi chiếc quần là 400 nghìn đồng. Mục tiêu của doanh nghiệp này là thi được lợi nhuận ít nhất là 3 tỉ đồng sau 2 năm. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc quần jean?

Bài 40: Một nhà máy sản xuất cà phê mỗi ngày được 60 tạ cà phê. Lượng cà phê tồn kho trước đó là 160 tạ. Sắp tới một doanh nghiệp đối tác đặt hàng cho xuất khẩu 8,5 tấn cà phê. Hỏi nhà máy cần ít nhất bao nhiêu ngày để sản xuất được lượng cà phê cần thiết để giao cho doanh nghiệp đối tác? (tính cả lượng cà phê tồn kho).

Bài 41. Một chiếc cầu có tải trọng 30 tấn. Một xe tải nặng 5,5 tấn. Hỏi nếu xe tải đi qua chiếc cầu đó thì chở được tối đa bao nhiêu tấn hàng?

Bài 42. Một ngân hàng đang thực hiện tỉ lệ lãi gửi tiết kiệm (lãi suất tiết kiệm) hàng tháng là $0,7\%$. Hỏi muốn có số tiền lãi hàng tháng ít nhất là 2 triệu đồng thì số tiền phải gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu?

Bài 43. Bạn Ngân mang 80000 đồng đến nhà sách. Ngân mua một cuốn sách tham khảo hết 45000 đồng. Với số tiền còn lại, Ngân dự định mua bút. Mỗi chiếc bút có giá 6500 đồng. Hỏi Ngân có thể mua tối đa bao nhiêu chiếc bút?

B. Hình học

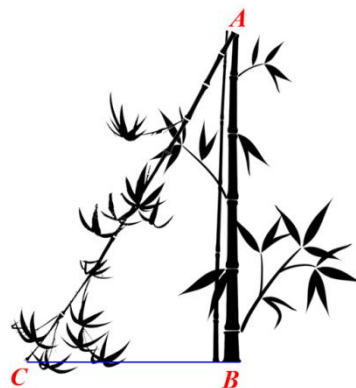
Dạng 1: Toán thực tế

Ứng dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong các bài toán thực tế

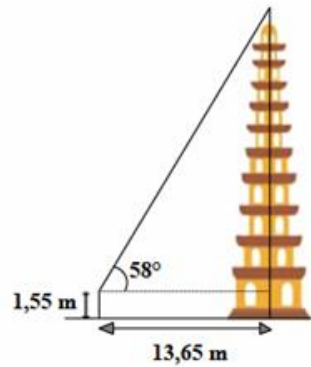
Bài 1. Tính chiều cao của một cột tháp, biết rằng lúc tia sáng của mặt trời tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc 50° thì bóng của nó trên mặt đất dài 96m.

Bài 2. Nhà bạn Minh có một chiếc thang dài 4 m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu mét để nó tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài 3: Một người đứng cách chân tháp 13,65 m nhìn lên đỉnh tháp với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng 58° . Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng 1,55 m, hỏi tháp cao bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

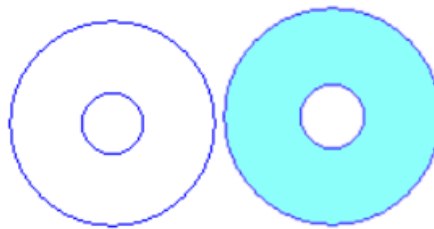


Bài 4. Một cây tre cao $9m$ bị gió bão làm gãy ngang thân, ngọn cây chạm đất cách gốc $3m$. Hỏi điểm gãy cách gốc bao nhiêu mét?

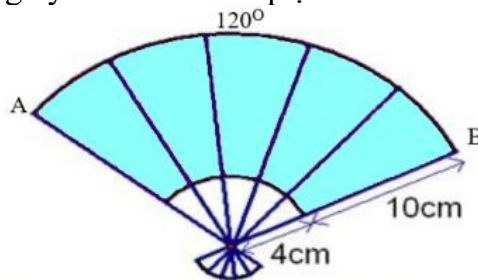


Ứng dụng công thức tính độ dài đường tròn, cung tròn, diện tích hình quạt tròn, hình vành khuyên trong các bài toán thực tế

Bài 5: Một khu vườn hình tròn có bán kính $R = 8(m)$. Người ta đào một cái giếng, miệng giếng là 1 hình tròn (giếng thuộc đất khu vườn), khi đó diện tích còn lại để trồng trọt là $63\pi (m^2)$. Tính bán kính của miệng giếng.



Bài 6. Diện tích của phần giấy để làm chiếc quạt như hình vẽ sau bằng



Bài 7. Chân một đồng cát đổ trên một phẳng nằm ngang là một hình tròn có chu vi $10m$. Hỏi chân đồng cát đó chiếm một diện tích là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?



Dạng 2. Bài tập tổng hợp

Bài 8. Cho đường tròn tâm $(O; R)$. Lấy điểm A nằm ngoài đường tròn (O) sao cho $OA = 2R$. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OA cắt (O) tại I . Đường thẳng qua O và vuông góc với OB cắt AC tại K .

- Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn.
- Chứng minh $OK \parallel AB$ và $\square OAK$ cân tại K
- Đường thẳng KI là tiếp tuyến của (O) .
- Chứng minh 2. IH. $AB = IA \cdot BC$

Bài 9. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(O; R)$ (A, B là tiếp điểm).

- Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn.

2. Kẻ đường kính AD của đường tròn $(O; R)$. Đoạn thẳng OM cắt đoạn thẳng AB tại điểm H

a) Chứng minh $BD \parallel OM$.

b) Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO$

3. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm C khác D . Chứng minh

$$MA^2 = MC \cdot MD \text{ và } MHC = MDO.$$

4. Đoạn thẳng OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I . Chứng minh AI là phân giác của

$$\angle MAH \text{ và } IH \cdot IO = IM \cdot OH$$

Bài 10. Cho hình vuông $ABCD$. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AD . Kẻ tiếp tuyến BM của (O) với M là tiếp điểm (M khác A). Đoạn BM cắt CD tại K .

a) Chứng minh bốn điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh OB vuông góc với OK và tích $BM \cdot MK$ không đổi.

c) Chứng minh $OD \cdot OK = OB \cdot MK$

Bài 11. Cho đường tròn (O, R) đường kính AB . Vẽ điểm I cố định nằm giữa A và O . Dây CD vuông góc với AB tại I . Gọi M là điểm tùy ý thuộc cung lớn CD (M không trùng với C, D). Dây AM cắt CD tại K .

a) Chứng minh $\square ABC$ vuông tại C và AM là tiếp tuyến của đường tròn $(B; BM)$

b) Gọi Q là trung điểm của KB . Chứng minh I, K, B, M cùng thuộc đường tròn đường kính KB .

c) Chứng minh $AK \cdot AM = AI \cdot AB$ và $AC^2 = AK \cdot AM$

Bài 12. Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB không đi qua tâm O . Gọi H là trung điểm của AB .

a) Chứng minh rằng: $OH \perp AB$.

b) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia OH tại điểm K . Vẽ đường kính AC ; CK cắt đường tròn (O) tại D . Chứng minh rằng: $CD \cdot CK = 4R^2$.

c) Chứng minh rằng: $AK = \frac{AD^2}{2R \sin C \cdot \cos C}$.

Bài 13. Cho đường tròn $(O; R)$, vẽ dây CD ($R < CD < 2R$). Gọi H là trung điểm của dây CD , lấy S là điểm bất kì thuộc tia đối của tia DC . Kẻ các tiếp tuyến SA, SB của (O) (A, B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng AB cắt đoạn thẳng SO tại E , đường thẳng AB cắt đường thẳng OH tại F .

a. Chứng minh: Bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b. Chứng minh: OS vuông góc với AB và $OE \cdot OS = OH \cdot OF$.

c. Chứng minh: FC là tiếp tuyến của (O) .

Bài 14. Cho $\square ABC$ có ba góc nhọn, $AB > AC$, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H .

1. Chứng minh rằng bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn. Hãy chỉ rõ tâm O của đường tròn này.

2. Chứng minh: $AB \cdot AE = AC \cdot AD$

3. Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O . Giả sử $\angle DBC = 30^\circ$, trên tia đối của tia CB , lấy điểm M sao cho $CM = R$

Chứng minh DM là tiếp tuyến của (O) và $DM^2 = 3R^2$.

Bài 15. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và một điểm M tùy ý trên đường tròn (M khác A, B). Các tiếp tuyến tại A và M cắt nhau tại C .

a. Chứng minh rằng bốn điểm: C, M, O, A cùng thuộc một đường tròn và

$$\angle AOC = \angle MOC.$$

- b. Đường thẳng vuông góc với AB tại B cắt CM tại D. Chứng minh rằng $\angle AOC = 90^\circ$ và $CA \cdot BD = R^2$.
- c. Gọi I là trung điểm MD. Đường tròn đường kính MD cắt (O) tại N. Chứng minh rằng $OI \parallel DN$.

Bài 16. Cho $\triangle ABC$, hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H . Biết $\frac{HD}{HA} = \frac{1}{2}$.

- a) Chứng minh 4 điểm D, E, A, B thuộc một đường tròn,
 b) Chứng minh $\triangle BDH \sim \triangle ADC$ và $BD \cdot DC = DH \cdot AD$ và $S_{EDC} = S_{ABC} \cdot \cos^2 C$
 c) Chứng minh $\frac{AD}{DH} = \tan B \cdot \tan C = 3$

Bài 17: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 9\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$.

Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó.

Bài 18: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC. Gọi D, E theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC; I là điểm đối xứng với B qua D, K là điểm đối xứng với C qua E, H là trung điểm của IK. Chứng minh rằng:

- a) Bốn điểm B, I, K, C cùng nằm trên một đường tròn.
 b) MH vuông góc với IK.

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Biết $AB = 6\text{ cm}$; $AC = 8\text{ cm}$. Vẽ đường tròn (O) đường kính AB cắt BC tại H.

- a) Chứng minh $AH \perp BC$. b) Tính BC, AH, CH.
 b) Kẻ $OK \perp AH$ tại K và tia OK cắt AC tại D. Chứng minh: $DH \perp OH$.

Bài 20. Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ đường thẳng (d) \perp OA. Lấy điểm M bất kì trên (d). Kẻ tiếp tuyến MB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm).

- a) Chứng minh bốn điểm A, M, O, B cùng thuộc một đường tròn.
 b) Trên đường tròn (O) lấy điểm C sao cho OM là tia phân giác của $\angle BOC$. Dây BC cắt OA, OM lần lượt tại K, H. Chứng minh rằng MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $OK \cdot OA = OH \cdot OM = R^2$.

c) Kẻ đường kính BE của đường tròn (O). Kẻ $CG \perp BE$ tại G, ME cắt CG tại I. Chứng minh rằng I là trung điểm của CG.

Bài 21. Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Lấy C thuộc (O) (C khác A và B). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại M.

- a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông và $BC \cdot BM = 4R^2$
 b) Gọi K là trung điểm của MA. Chứng minh KC là tiếp tuyến của (O).
 c) Tia KC cắt tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) tại D. Chứng minh $MO \perp AD$.

----- Hết -----