

به نام خدا

مختصری درباره کد گری
و ساخت یک مبدل کد گری به باینری

گرد آوری : محمد کریمی

فهرست

۱. مختصری درباره کد گری

۲. جدول درستی برای کد گری ۴ بیتی و معادل کد باینری ۴ بیتی

۳. ساخت جداول کارنو و عبارات بولی و مدار منطقی معادل

۴. مدار کامل شده با اتصال مدارهای ناقص برای هر بیت به هم

۵. الگوریتم تبدیل کد گری n بیتی به کد باینری n بیتی

کد گری چیست؟

کد گری در واقع نوعی نمایش کد های دودویی است ، به گونه ای که دو عدد متوالی وقتی به صورت کد گری نمایش داده شوند فقط در یک بیت با هم اختلاف دارند.

تاریخچه :

کد گری به نام فرانک گری یکی از محققین و فیزیکدانان آزمایشگاه های بل که طور رسمی کد گری را مورد استفاده قرار داد و این کد بعد از گری توسط افرادی که از آن استفاده می کردند کد گری نامگذاری شد .
با این حال قبل از فرانک گری از این کد استفاده می شد.

به عنوان مثال ، ریاضیدان فرانسوی Emile Boudat از کد گری. در سال ۱۸۷۸ در تلگراف استفاده کرد و برای این کارش مدال دریافت کرد.

- کد گری قبل از آن که در مهندسی به کار رود در پازل های ریاضی به کار برده می شد.

جدول درستی کد گری و باینری و نیز معادل دهدهی این کدها (۴ بیتی):

کد باینری					کد گری				
دهدهی	B3	B2	B1	B0	G3	G2	G1	G0	دهدهی
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱
۲	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۳
۳	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۲
۴	۰	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۶
۵	۰	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۷
۶	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۵
۷	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۴
۸	۱	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱۲
۹	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱۳
۱۰	۱	۰	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱۵
۱۱	۱	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۱۴
۱۲	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۱۰
۱۳	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۱۱
۱۴	۱	۱	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۹
۱۵	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۸

اختلاف بیت‌ها با کد عدد قبلی در کد گری با قرمز و در کد باینری با سبز مشخص شده است.

جدول کارنو: برای راحت تر به دست آوردن عبارات بولی و مدار منطقی معادل از جدول کارنو استفاده می کنیم.

با استفاده از جدول درستی ، برای هر بیت باینری یک جدول کارنو رسم می کنیم.

در ادامه

برای هر بیت باینری

یک جدول کارنو ، عبارت بولی و مدار منطقی معادل آن را می بینید:

بیت B0:

با توجه به جدول درستی همه حالت‌هایی که بیت باینری مورد نظر یک هست را مشخص می‌کنیم،
برای بیت B زمانی که کد گری در مجموعه زیر باشد برابر با یک خواهد بود:

$$\{0001, 0010, 0100, 0111, 1000, 1011, 1101, 1110\}$$

که نمایش دهنده آن سری زیر خواهد بود:

$$B0 = \sum m(1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14)$$

و جدول کارنو حاصل برای B0 :

B0	G1,G0	G1,G0	G1,G0	G1,G0
	00	01	11	10
G3,G2	00	0	1	0
G3,G2	01	1	0	1
G3,G2	11	0	1	0
G3,G2	10	1	0	1

با توجه به جدول کارنو ،

اگر G2 و G3 هر دو صفر یا هر دو یک باشند و

G1=0 و G0=1 یا G1=1 و G0=0 باشند ، B0 برابر با یک خواهد بود؛

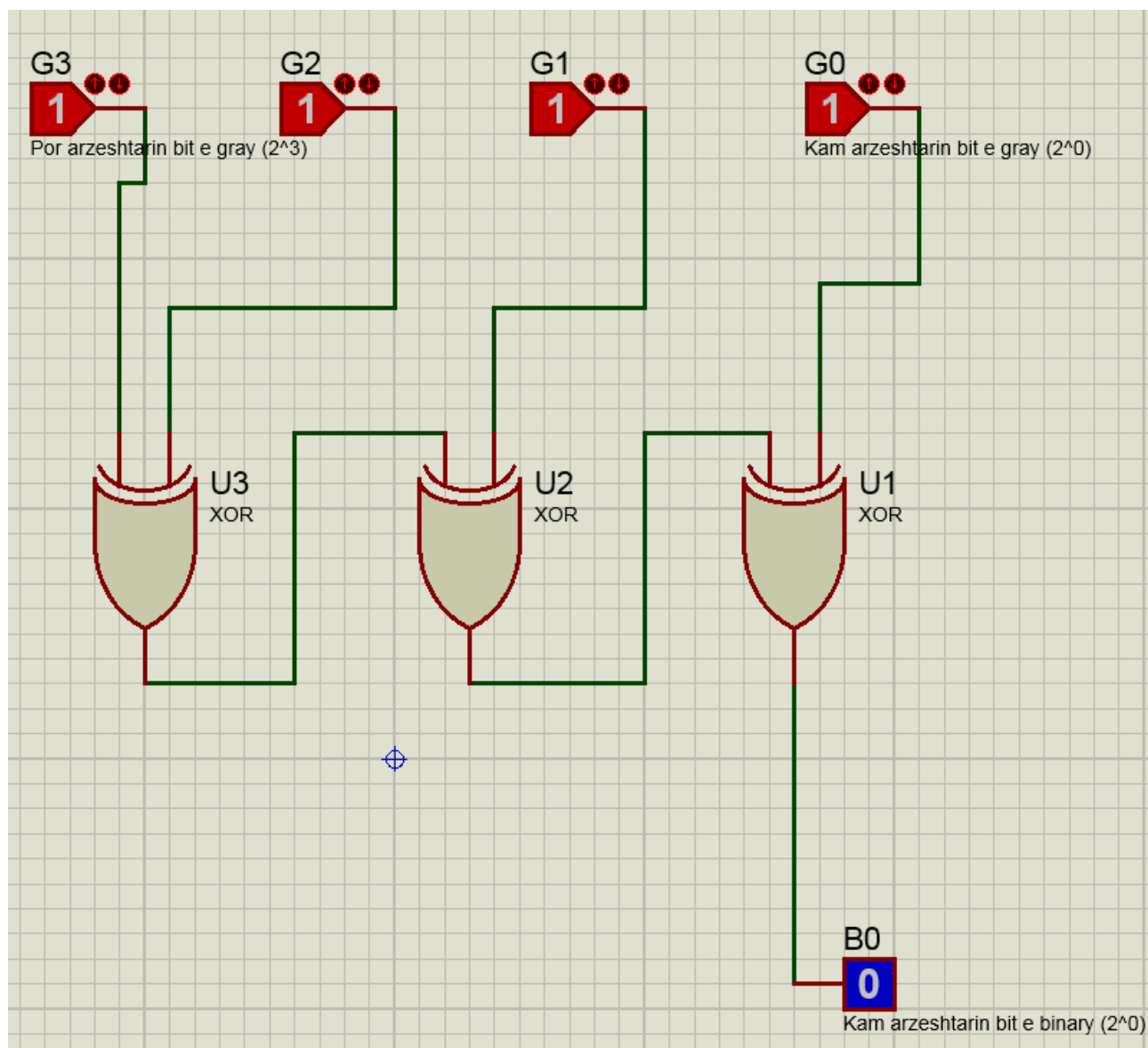
و اگر G1 و G0 هر دو صفر یا هر دو یک باشند و

G3=0 و G1=1 یا G3=1 و G2=0 باشند ، B0 برابر با یک خواهد بود؛

یعنی:

$$B0 = (G3 \text{ XOR } G2) \text{ XOR } (G1 \text{ XOR } G0)$$

مدار منطقی معادل عبارت بولی بالا برای **B0**:



بیت B1:

با توجه به جدول درستی همه حالت‌هایی که بیت باینری مورد نظر یک هست را مشخص می‌کنیم،

برای بیت B زمانی که کد گری در مجموعه زیر باشد برابر با یک خواهد بود:

$$\{0010, 0011, 0100, 0101, 1000, 1001, 1110, 1111\}$$

که نمایش دهنده آن سری زیر خواهد بود:

$$B1 = \sum m(2, 3, 4, 5, 8, 9, 14, 15)$$

و جدول کارنو حاصل برای B1:

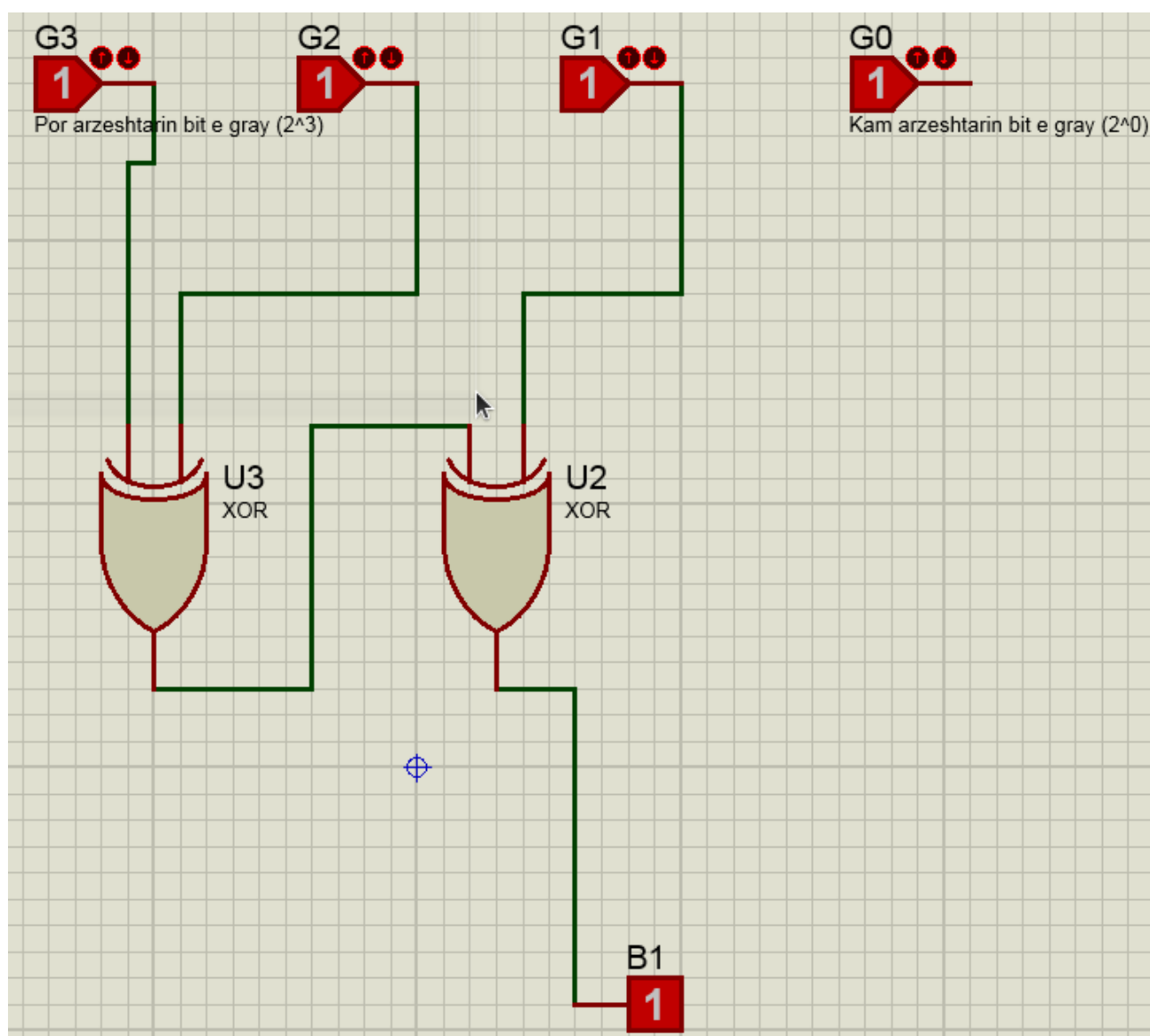
B1	G1,G0	G1,G0	G1,G0	G1,G0
	00	01	11	10
G3,G2	0	0	1	1
G3,G2	1	1	0	0
G3,G2	0	0	1	1
G3,G2	1	1	0	0

با توجه به جدول کارنو، اگر G2 و G3 هر دو یک یا هر دو صفر باشند و G1=1 باشد، B2 برابر با یک خواهد بود؛

و اگر G2=1 و G3=0 و یا G2=0 و G3=1 باشند و G1=0 باشد، B2 برابر با یک خواهد بود؛
یعنی:

$$B1 = (G3 \text{ XOR } G2) \text{ XOR } G1$$

مدار منطقی معادل عبارت بولی بالا برای **B1**:



بیت B2:

با توجه به جدول درستی همه حالت‌هایی که بیت باینری مورد نظر یک هست را مشخص می‌کنیم،
برای بیت B زمانی که کد گری در مجموعه زیر باشد برابر با یک خواهد بود:

$$\{0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011\}$$

که نمایش دهنده آن سری زیر خواهد بود:

$$B2 = \sum m(4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)$$

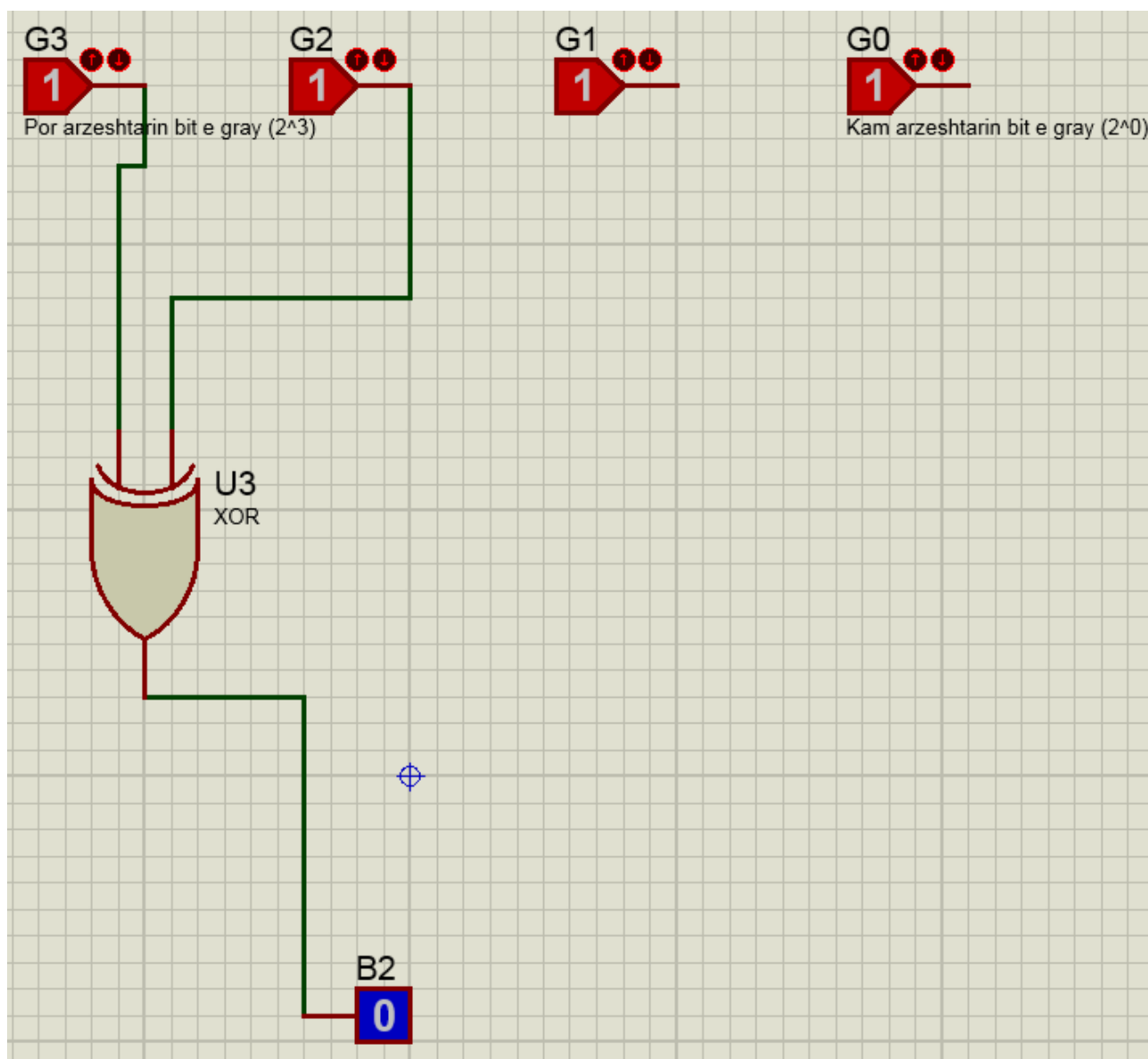
و جدول کارنو حاصل برای B2:

B2	G1,G0 00	G1,G0 01	G1,G0 11	G1,G0 10
G3,G2 00	0	0	0	0
G3,G2 01	1	1	1	1
G3,G2 11	0	0	0	0
G3,G2 10	1	1	1	1

با توجه به جدول کارنو، زمانی که G2 و G3 هر دو صفر یا هر دو هر دو یک باشند، B2 برابر با صفر و در غیر این صورت برابر با یک خواهد بود، که نتیجه می‌گیریم:

$$B2 = G2 \text{ XOR } G3$$

مدار منطقی معادل عبارت بولی بالا برای **B2**:



بیت B3:

با توجه به جدول درستی همه حالت‌هایی که بیت باینری مورد نظر یک هست را مشخص می‌کنیم،

برای بیت B زمانی که کد گری در مجموعه زیر باشد برابر با یک خواهد بود:

$$\{1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111\}$$

که نمایش دهنده آن سری زیر خواهد بود:

$$B3 = \sum m(8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

و جدول کارنو حاصل برای B3:

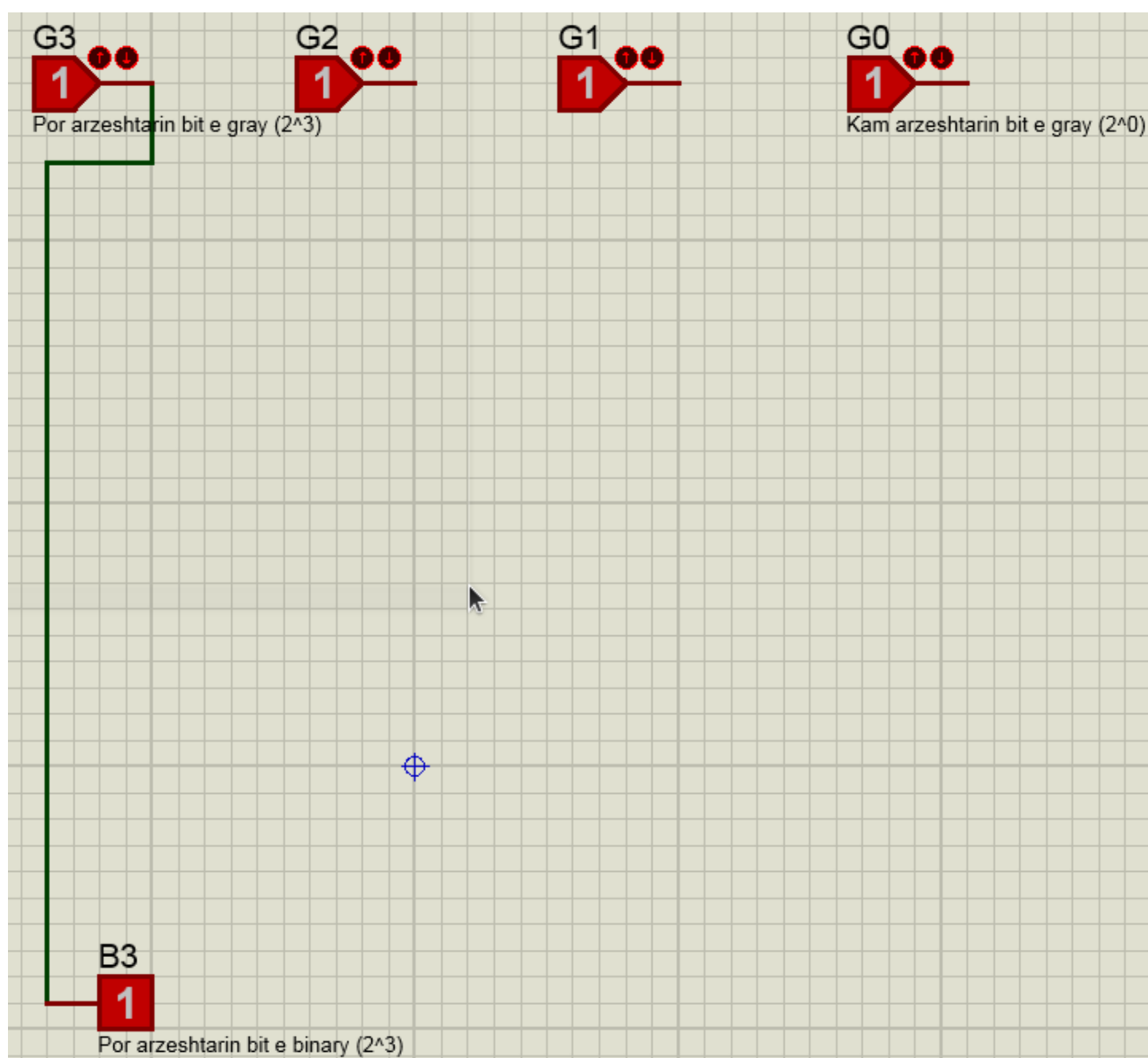
B3	G1,G0	G1,G0	G1,G0	G1,G0
	00	01	11	10
G3,G2	00	0	0	0
G3,G2	01	0	0	0
G3,G2	11	1	1	1
G3,G2	10	1	1	1

با توجه به جدول کارنو فوق B3 فقط به G3 بستگی دارد، یعنی:

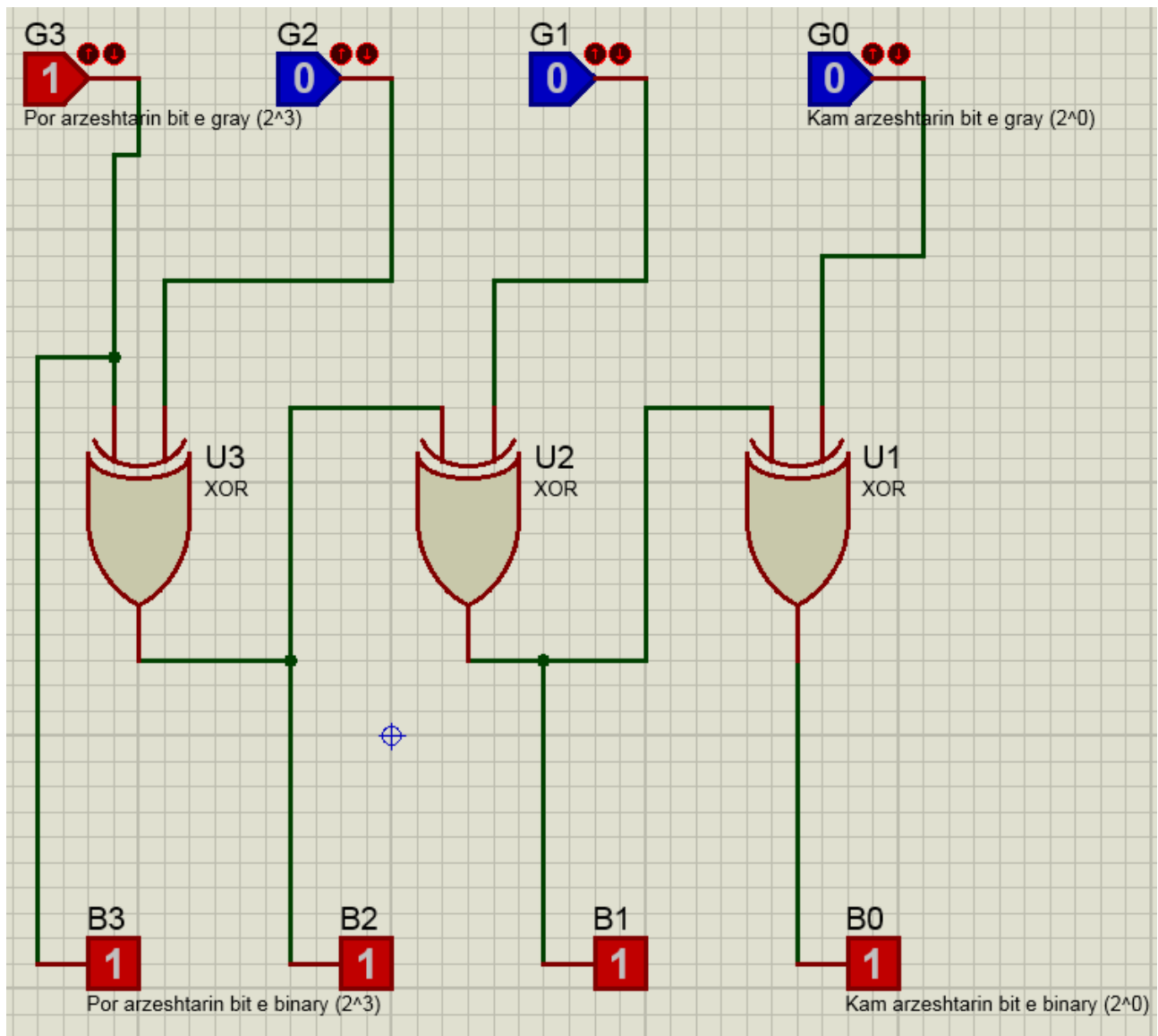
$$B3 = G3$$

که در مدار منطقی معادل یک سیم است، یعنی بیت گری با یک سیم مستقیماً به بیت باینری متصل می‌شود.

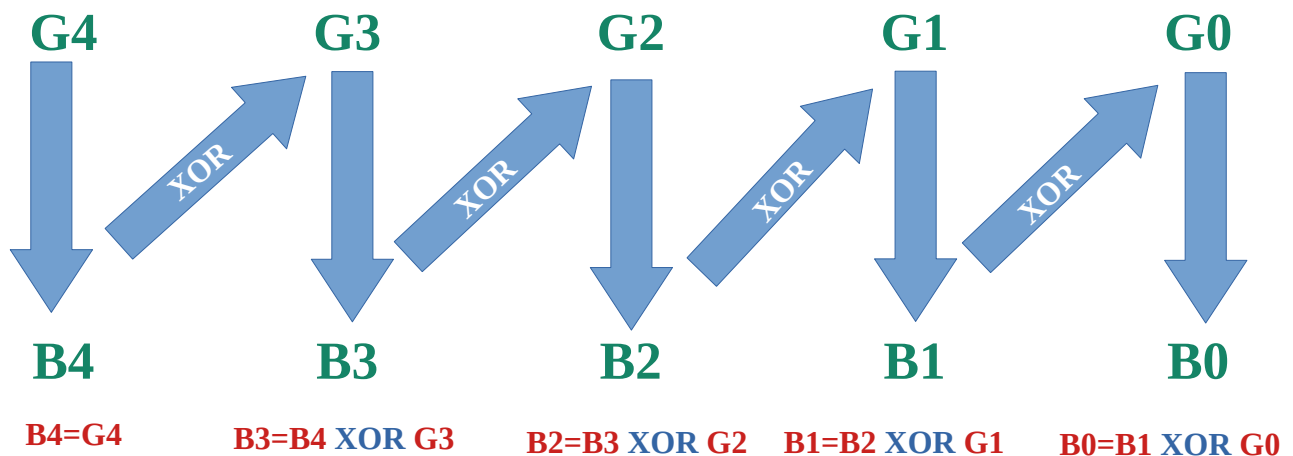
مدار منطقی معادل عبارت بولی بالا برای **B3**:



مدار کامل شده مبدل ۴ بیتی:



الگوریتم تبدیل کد گری بیتی به کد باینری بیتی



که از این الگوریتم می‌توان از یک بیت تا n بیت استفاده کرد،
به این صورت که بیت n ام جایگزین بیت پنجم شده
و به همین ترتیب تا بیت صفرم ادامه می‌دهیم.

بیت n ام پر ارزش ترین بیت و بیت صفرم کم ارزش ترین بیت است

ahooyee@gmail.com

منابع:

<https://www.geeksforgeeks.org/code-converters-binary-to-from-gray-code>

https://fa.wikipedia.org/wiki/%DA%A9%D8%AF_%DA%AF%D8%B1%DB%8C

<http://www.matrixlab-examples.com/gray-code.html>

<https://www.zzoomit.com/code-conversion-binary-to-gray-code-converter>

-
-
-