多个体系统一致性的最新进展简述

Jiahu Qin*, Member, IEEE*, Qichao Ma*, Student Member, IEEE*, Yang Shi*, Fellow, IEEE*,  
and Long Wang*, Member, IEEE*

摘要:本文主要回顾了多个体系统的协商一致和协调问题，该问题在过去的几年中得到了极大的关注和发展。针对不同类型的控制器的约束和独立个体的自动力学以及协调方案，我们将最近的结果分为以下几个方向:基于约束的协商一致，基于事件的协商一致，对符号网络的一致意见，以及异构个体的一致意见。我们还回顾了一些非常完善的一致性算法在智能电网中的经济调度问题和k-means聚类算法中的应用。

关键词：执行器饱和/故障，多个体系统（MASs），基于事件的控制，异构系统，符号网络一致性。

Ⅰ.介绍

在多个体系统（MASs）中的分配协调已经得到多学科研究人员的广泛关注，包括生物学，物理学和工程学[4]，[51]。 部分原因在于其在卫星姿态调整，无人机协作控制，动物聚集行为分析等方面的广泛应用[51,52]。分布式协调中的一个重要问题是开发信息流算法或协议，这些算法或协议指定了个体与其邻居之间的信息交换，从而整个组可以就某个特定数量的利益达成一致。这个问题通常被称为一致性或同步问题[16]，[52]。

近十年来，从多个角度对多个体系统一致性进行了深入研究，如对切换网络拓扑的一致性[23],[52],[59],[60],[84]延迟一致性[10],[59] [61],[78],[91],[100],[104]最佳一致性[32],[50],[79]，采样数据一致性[61]，适应性一致性[17],[119]，量化一致性[28]，二级一致性[62], [63],[118]。一般的线性个体[65], [90],[114]以及与多位领导者[25], [57],[64]的一致性。

有兴趣的读者可以参考调查报告[4],[51]对2013年之前在多个体协调问题上所取得的进展进行优秀的回顾。然而，这些调查报告并没有详尽的回顾文献，特别是最近关于MASs的一致性的文献。据观察，在MASs上有大量关于实际问题的着作，特别是MASs一致性的工业应用引起的问题。这些工作涉及控制器设计的实际约束，旨在满足工业或其他领域对个体动力学，通信等的要求。个体约束的例子包括执行器饱和[86]，各种故障的存在[14]，[27]以及系统动力学的差异[99];因为互动通信/互动的约束包括由于缺乏能源[15]以及个体人之间的合作和竞争关系并存而造成的有限通信能力[1]，[80]。为了解决这些限制，采用针对单个系统开发的各种控制方案来设计控制器以实现MASs的一致性。基于事件的控制方案，可以节省通信成本，就是一个典型的例子[15]。虽然MASs的一致性结果是在系统和控制领域发展起来的，但其他一些领域也在寻求一致性算法。在一致性算法的应用方面有一些有趣的结果，例如，在电力系统中的经济调度问题（EDP）[116]和数据挖掘中的聚类问题[20]中的应用。

  上述观察激发了我们对MASs达成一致性的最新进展的概述。这项调查主要是从控制角度撰写的，目的是为感兴趣的研究人员提供一份关于MASs一致意见最近取得的进展的综合概述，这些进展在以前的评论文件中没有涉及或详细阐述，但在调查中受到了巨大的兴趣注意过去几年。更具体地说，这次审查主要包括以下主题：

1)对于可能发生在交互拓扑或单个个体中的致动器饱和和故障等各种限制因素的协商一致;

2)基于事件的一致性，控制器的更新是事件触发而不是时间调度;

3)在符号网络上达成一致性，个体之间可以是合作的，也可以是竞争的。审查了两方协商一致意见和小组/集群一致性问题;

4)非均质个体的一致性，在此基础上，个体可能会采取不同的系统动态，通常需要输出一致性而不是状态一致性。

5)在电力系统中的EDP和数据挖掘中k-means聚类算法的应用。

虽然前面提到的主题将会被独立地审查，但它们实际上在一定程度上有重叠。例如，当一个人查看控制器设计时，该考虑到每个个体中的执行器饱和和数字微处理器的资源有限。因此，对基于事件的质量服从于输入饱和度的一致性问题的研究应该具有实际意义。然而，由于空间的限制，本文并没有详细阐述一些实际利益的重叠部分。

Ⅱ带约束的一致性

1. 执行器饱和下的多个体一致性

在实际控制系统中，所有的控制驱动装置都受振幅的影响。力、电压、流量和每一个可想到的控制技术应用的物理输入最终都是有限的[85]。近年来，饱和约束也在多个体系统的一致性中被考虑。

在这里，我们考虑在Rn中包含N个个体的多个体系统，每个个体都有以下系统动态:

其中是作用在个体i上的控制输入，一个正的标量是一个定义为的标量值饱和函数，我们还滥用符号通过使用表示向量的饱和度，其中

矩阵对(A, B)被假定为具有有界控制的渐近零控制(ANCBC)，即:在一般的线性系统理论中，系统是稳定的，其所有开环极点都位于闭左半平面上。注意单积分器、双积分器和中性稳定的线性个体都是ANCBC线性个体的特殊情况。

1. 半全局一致性控制问题：对于多个体系统(1)来说，半全局一致控制问题意味着对于给定的有界集合的任何一个先验来执行对每个个体i的控制率，例如对任意只要。

低增益反馈技术在单个线性系统的控制问题中广泛应用于执行器饱和[30],

|  |
| --- |
| **算法1**：低增益反馈控制器设计 |
| **步骤1**：求解下面的参数代数方程。 或带参数的李雅普诺夫方程 其中γ是一个正的常数,这可能影响多个体系统的收敛速度，ε是一个正的常数且取决于给定的有界集。 **步骤2**： 设计个体i的控制律为： ，其中 |

[124]，是实现用ANCBC线性系统表示的个体的半全局一致的有效方法[86]。利用低增益反馈技术，在包括固定[66], [92]和切换通信拓扑[86], [87]在内的不同框架下，考虑了具有饱和约束的ANCBC线性多个体系统的半全局一致性问题。通过低增益反馈来实现半全局稳定的主要思想是根据给定的有界集来调整反馈增益的程度，这样，系统在输入的线性区域中运行，只要初始状态都在给定的集合内。低增益反馈设计通常在如算法1所示的步骤下执行。

1. 全局一致性问题：对于多个体系统(1)，全局一致控制问题意味着对于任何初始状态，对每个个体i执行控制律ui(t)使对任意。

在无执行器饱和的多个体系统中所使用的完善的控制律被广泛应用于处理全局一致控制问题[31], [45], [115]，其中[31]是第一个工作，表明在单积分器多个体系统中，由于忽略饱和约束而设计的一致定律仍然能很好地工作，在单积分多个体系统中，针对定向通信拓扑结构的问题。此外，在不考虑致动器饱和度的情况下，通过建立控制律[45]，对双积分多智能体系统和中立稳定的线性多智能体系统进行了研究，研究了双积分多智能体系统和中立型稳定的线性多智能体系统。

所有上述工作都设计了线性反馈控制器来处理全局一致控制问题。事实上，一些非线性算法也可以应用于一些饱和函数。在[73]中，利用饱和函数，提出了一种无向交互图下的双积分动力学的一致性算法。在[33]中提出了两种一致的算法，用一个严格递增的连续可微函数来处理全局一致问题。摘要采用多跳继电器协议，利用饱和函数在[125]中，对具有强连通和详细平衡的通信拓扑结构的ANCBC线性多个体系统进行了研究。

1. 带故障的多个体系统一致性

在执行器，传感器或其他系统组件中由磨损或损坏引起的系统故障不可避免地会出现在单个系统中[126]。对于多个体系统，由于系统的规模和复杂性越来越大，个体面临故障的概率越来越大[14]。而且，多个体系统也可能产生拓扑错误[27]。由于多个体系统的通信拓扑在一致性问题中起着重要作用，拓扑错误可能会影响多个体系统的整体性能甚至稳定性。同样，单个个体中发生的故障也会影响整个系统的性能。因此，当多个体系统发生故障时，有必要找出故障并采取措施保证系统性能，这些故障分别对应于故障检测和隔离（FDI）问题和容错控制（ FTC）问题。在过去的几十年中，已经实现了许多关于故障检测和隔离以及容错控制的结果[58]，[126]。然而，文献中的大部分结果都是针对单一个体系统的，不能直接用于多个体系统。近年来，多个体系统的故障检测和隔离以及容错控制已引起人们的关注。

基于该体系结构，多个体系统中的故障检测和隔离可分为集中式故障检测和隔离以及分布式故障检测和隔离。在集中式架构中，有一个中央个体建立故障诊断算法并收集所有必要的系统信息以执行故障诊断。与集中式情况不同，在分布式体系结构中，所有个体都配备了故障诊断算法，只需要本地信息并接收来自其邻近个体的消息。通常，分布式故障检测和隔离比集中式故障检测和隔离具有更多的优势，因为分布式故障检测和隔离所需的计算量和通信带宽要小得多[48]。由于分布式故障检测和隔离方法的优点，文献中提出的多个体故障检测和隔离算法大都是分布式故障检测和隔离，以处理不同类型的故障，如执行器故障[48] ，[49]，传感器故障[14]，[127]，设备故障[2]和拓扑故障[89]。这些工作中常用的方法是使用残差信号来检测和隔离故障个体或故障边界。例如，在[89]中，个体i检测个体j的残留信号被定义为，其中表示从故障个体j解耦并由个体i计算的状态估计。然后，通过为设计阈值，可以确定个体j是否有故障。类似于故障检测和隔离，更具挑战性的工作是故障估计（也称为文献中的故障检测和诊断），其不仅检测和隔离故障，而且还估计故障的大小和模型[47] 。

容错控制的目标是设计能够容忍潜在故障的控制系统，从而提高系统的可靠性和可用性，同时保持理想的性能。 与故障检测和隔离的情况类似，由于通信节省，鲁棒性，可扩展性等优点，多个体系统的分布式容错控制方法比集中式方法更有前途。到目前为止，在多个体体系统的文献中考虑最多的故障是执行器故障[9]，[81]，[82]，[93]，[94]，[121]它们的模型一般为：

代表了第i个个体健康控制的努力,是执行机构的实际输出，是“健康的指标”，这意味着第i个个体的执行机构面临部分损失的有效性(也称为乘性故障),是偏差故障(也称为加性故障),代表故障发生的时间。

根据设计方法，多个体系统的容错控制大致可以分为被动容错控制（PFTC）和主动容错控制（AFTC）两大类。在被动容错控制中，控制器的参数是固定的，并且控制器被设计为对一类假定的故障具有鲁棒性[93]，[94]。在被动容错控制中，同时对在线故障信息没有要求。与被动容错控制方法不同，主动容错控制涉及自动检测和识别故障组件，然后通过重新配置控制动作主动响应故障。在[9]和[121]中研究了通过估计执行器故障值，从而在线更新控制器反馈增益的自适应控制器的主动容错控制方法。在[82]中，通过调整通信拓扑的权重，提出了执行器故障适应策略。值得注意的是，文献中也研究了具有其他类型故障的多智能体系统的容错控制，如传感器故障，设备故障和拓扑故障，可以参考[13]，[26] ，[56]以及其中的参考文献。

III. 基于事件的一致性控制

在时间调度控制中，数据传输和控制器更新是周期性地实现的，独立于系统状态。考虑到不断的采样和传输周期必须保证最坏情况下的稳定性，在控制更新的数量上，时间调度控制策略是保守的，这限制了它在更广泛的有实际利益应用程序中的适用性。例如，自主个体通常配备资源有限的数字微处理器，通过网络与有限带宽的其他个体进行通信。可能会出现一段时间，微处理器和网络能够承受可能无法保证稳定性。而且，即使这段时间是可以接受的，这显然是对网络和计算资源的浪费，特别是当两个连续的采样数据之间的波动很小的时候。为了克服时间调度控制的保守性，提出了基于事件控制的数字平台控制方法[88]。在基于事件的控制中，数据传输和控制更新的时间是由特定事件决定的，这些事件根据预定义的规则触发。例如，当某个测量误差的大小达到规定的阈值时，就可以触发一个事件。

从[15]的开创性工作开始，它引入了一个事件触发的控制机制[88]到多个体系统，从不同的角度取得了很大的进展，例如单积分一致性[18]，[83] ，[120]，双重积分一致性[6]，[40]，[83]，一般线性多个体系统[46]，[105]，[122]一致性，非线性多个体系统一致性[36]， H∞一致性[41]，以及带通信延迟[46]，[83]，[103]，[122]的一致性，仅举几例。

A一般事件触发控制问题

考虑一组中的N个个体，其中每个个体都由以下通用非线性自主系统建模:

其中是个体i的状态，而是个体i的控制输入。

在这种设置下，事件触发的控制问题可以表述如下：为每个个体i设计一个控制律，只使用它自己及其邻居的状态，其中状态根据一定的触发条件进行传输，在当前测量上，使得对于任何初始值，个体的状态都满足



在的同时，没有Zeno行为，即在事件发生时间的最小值上存在下限，这是正值。 请注意，的情况称为有界一致性或实际一致性，而对应于一致性。

虽然提出了不同类型的事件触发控制算法，但从事件检测的角度来看，目前的工作主要考虑以下三种框架。

1）通过持续监视自身及其邻居的状态来检测事件[21]，[36]，[40]。

2）通过持续监视自己的状态并不连续地监视其邻居的状态来检测事件[46]，[83]，[120]。

3）通过不连续地监视自身及其邻居的状态来检测事件[36]。

框架3）中设计的事件触发控制也被称为自触发控制。下面，我们首先总结1）和2）框架中的一些事件触发控制机制，然后简要介绍自触发控制机制3）。最后，介绍了一种特殊的基于事件的控制方案，称为边缘事件驱动控制，它不同于上述三种控制方案，因为它基于边界而不是个体。

B.事件触发的控制机制

在事件触发的控制机制中，当测量误差的大小达到规定的阈值时触发事件。这样的事件会导致数据的传输和控制器的更新。此外，控制器的类型和传输当前数据的时间通常与测量误差的类型有关。一般而言，所考虑的测量误差主要有三种不同的形式，分别是平凡形式[15], [46], [83], [120]、组合形式[18], [36], [122]和基于模型的形式[21];同时阈值可以简单地分为状态独立[83], [120], [122]、状态依赖[15], [18], [21], [36], [46], [120]和混合[46], [122]类。

1. 测量误差:假设个体i的触发时间序列为，微小的测量误差[15], [46], [83], [120]可以被描述为：



相应的控制器为：

表示个体j的最新采样时间。当利用上述测量误差(4)和控制器(5),正在触发的事件通常导致个体传送其状态给邻居，而且控制器会在它自己或在其邻居的触发时间上被更新。因此，控制器的更新频率通常很高。为了降低控制器的更新频率，Fan等[18]提出了以下组合测量误差及其相应控制器。

通过组合测量[18]，[36]，[122] 表示一个组合测量误差

和控制器



在该事件触发控制方案中，一旦个体事件被触发，个体需要获得其邻居的所有状态，并且控制器（7）根据获得的状态进行更新。 因此，可以大大减少控制器的更新频率。 然而，这样的控制方案具有其可能不适用于定向通信拓扑的缺点。 这是因为数据的传输在有向图中是单向的，使得个体的邻居不知道何时传输他们的状态[46]，或者当一个个体触发事件时，它必须请求其邻居获得更多信息，从而增加了通信成本[8]。

上述两种测量误差和相应的控制器主要用于单积分器多个体系统[15], [18], [83], [120]，其中主要是决定群体行为的个体之间的通信。然而，对于一般的线性多个体系统，考虑到每个个体的自动力学影响，提出了一种基于模型的测量误差[21]。基于模型的测量误差可以建模如下:

由于对于通用线性多个体系统，微小的测量和组合测量误差可能会非常快地增长[21]，因此间隔时间非常短。 （8）中的矩阵指数函数用于估计个体的当前状态，因此基于模型的测量误差通常增长较慢。 因此，间隔时间可以增加并且控制器更新频率也可以降低。

1. 阈值：状态无关阈值[83]，[120]，[122]是具有非负下限的一些递减函数，通常采用的形式，其中且。独立于状态的阈值的优点是双重的。一种是通过使用状态无关阈值，很容易得出结论：Zeno行为可以被排除，即间隔时间大于正数，因为测量误差的演化速率是有限的，独立阈值在任何时间间隔内都低于正数。另一个是没有邻居状态参与确定每个个体的阈值，因此可以避免与邻居的通信。但是，这也意味着阈值没有关于系统的信息，这会使系统性能发生变化，例如收敛速度可能受到与状态无关的阈值[18]的控制。此外，当时，有界收敛而不是渐近收敛。当时，事件的触发对外部干扰非常敏感。特别是当时间接近无穷大时，阈值接近零，即使非常小的干扰也会导致事件的触发。

到目前为止，状态相关的阈值没有统一的形式。然而，现有的工作主要考虑两种状态依赖性阈值，即连续阈值和分段常数阈值。对于连续的阈值,[15],[18]和[36],[120]被选择,是一个正数,这涉及到信息系统的动力学以及网络拓扑。显然，对邻居的持续监测是必须的。分段常数阈值可以用来避免连续监测，因为连续状态被最新的采样状态所取代。使用简单的测量和基于模型的测量误差,因为每一个个体在它的触发时间里对它的状态采样,个体可以选择[46]或者[120]作为阈值。而对于组合测量误差,阈值可以选择和。

依赖于状态的阈值至少有两个值得注意的缺点。 首先，它对外部干扰敏感，其次，依赖于状态的阈值，通常很难排除Zeno行为。 为了解决Zeno行为的问题，已经提出了一些技术。 例如，可以选择作为下一个触发时间，其中是由上述方法确定的时间间隔，并且是与系统动力学和网络拓扑[19]，[105]有关的常数。

注1:在提出事件触发控制算法时，对Zeno行为的排除是非常重要的，但是在现有的一些工作中，特别是使用状态相关的阈值时，并没有严格的处理。对于连续阈值，只有一个个体的Zeno行为被排除在[15]中。对于分段常数阈值[18], [40]，用于排除Zeno行为的技术类似于状态独立阈值。然而,正如在[46]也观察到有这一事实不能保证排除Zeno行为。例如,考虑特殊情况,,人们很容易获得间隔时间趋于0当k趋于无穷时。

混合阈值[46],[122]是依赖于状态和状态独立阈值的总和。这种阈值可以结合状态依赖的优点和状态独立的阈值，例如系统信息的利用和Zeno行为的排除，虽然参数设计和收敛分析在技术上更具挑战性。注意，上述事件触发的控制机制是在持续时间框架下提出的，在此框架中可以检测到状态，并且只有在没有Zeno行为的情况下，控制器才能在任何时候更新。还有一些在离散时间框架下提出的算法，例如，周期性触发的算法[42]。在周期性触发的算法中，操作包括数据传输、事件检测和控制器更新之间的时间间隔必须是一个正数的整数倍。在这里，我们以[42]中的工作为例来说明这一点。

periodic-triggered算法。触发时间[42]可以制定为其中。虽然在开始时提出了周期性触发算法，避免了连续的监测和检测问题，但也可以自然地避免Zeno行为。当然，在应用周期性触发算法时也存在一些问题。一个是如何以同步的方式采样和传输个体的状态。另一种是参数h的设计，如果h设计的是确保收敛小于时间触发方案的周期，那么数据传输的频率甚至比时间触发的方案要高。

C.一种自发性的控制机制

在自触发机制中，下一个事件时间通常是在一个控制更新时间预先计算的，它基于对先前接收到的数据和关于植物动力学的知识的预测。由于预计算操作是在离散时间内实现的，因此可以避免连续检测。自触发控制机制[18], [19], [36]通常是基于上述章节中所述事件触发的控制机制设计的。在事件驱动的控制机制,即时,说t0,测量误差达到阈值,未说,选为触发时间。合理的是，在时间瞬时t0之前的任何时间都可以被选择为触发时间。有鉴于此,如果存在一个触发函数以简单的形式但不小于测量误差的大小,和一个变量是分段常数,不超过上述阈值,然后可以选择这个触发函数的时间瞬间穿过分段常数变量触发时间。注意，由于触发函数是一个简单的形式，相对容易操作，因此计算触发时间是很容易的。这是大多数现有的自触发控制机制所采用的主要思想。当然，时间的守恒会导致数据传输和控制器更新的频率更高，尽管自触发的控制机制可以避免持续的监控和检测。

D.边缘事件驱动的控制机制

在前面部分介绍的事件触发机制中，事件的触发使一个个体根据个体及其邻居的状态信息来传输其状态或更新控制器。最近，一种不同的基于事件的控制方案被称为边缘事件驱动控制[83]，事件的触发使两个个体通过无定向的边缘连接起来，只基于它们自己的状态更新控制器[102]。假设有两个个体i和j通过无向边(i,j)连接。给定一个时间序列与这两个因子满足在这些时间内，如果它们的状态符合规定的规则，那么个体i和j会同时采样相关状态信息并更新控制器。这种只与边缘(i,j)相关的事件称为边缘事件[102]。控制器在[102]采用以下形式:其中。测量误差和阈值以个体i和j[102]的状态给出。当使用上述边缘事件驱动控制方案时，可能需要持续的监测和检测，因此边缘事件驱动控制方案通常与定期控制方案相结合，这样监测和检测就会定期进行。

在[102]所建立的框架下，对非定向集成的网络进行了进一步的研究[5],[7],[102]。注意，在边缘事件期间，只需要在预定义的时间内与边缘相关联的两个个体的信息。这可以降低通信成本。此外，可以从边缘事件驱动的控制机制中推导出Zeno行为可以通过选择合适的时间序列来排除，例如，将事件检测的初始值限制为且h>0[7]。值得一提的是，目前有关边缘事件驱动控制机制的工作都是在无定向网络拓扑结构框架内构建的，从而限制了它们在实际应用中处理定向网络拓扑的能力。

IV. 符号网络下的一致性

在本节中，我们将回顾在已签名的网络上进行通信的个体的结果，其中个体可能是合作的，也可能是竞争的。

1. 双向一致性

在社交网络中，两个个体之间的相互关系可能是友好的，也可能是敌对的[77]，通常这种关系会导致两个对立的群体。这就提出了两方协商一致的概念，即将个体分为两组，这样所有的个体都汇聚到每个组中的一个共同决策，而两个组的决策则相反。它在[3]中显式地显示了一个符号的网络是如何根据相似的/合作的，在社交网络中不喜欢/竞争的关系，以及在符号的网络上的意见如何演化而建立的。在这方面的研究中，最近有许多关于双向一致性的研究，从[1]的第一个工作开始。为了实现两部分的一致性，从拉普拉斯势梯度系统中给出了一种控制算法[1]:



文献[1]表明，双向一致性的必要条件是符号网络结构平衡，这意味着节点集合V可以划分为两个子集合V1和V2，使得V1∪V2 = V，V1∩V2 =∅，且，i，j∈Vp，p = 1,2;否则。请注意，与权重相关的符号表示关系，在两个代个体i和j之间，即“+”意味着友谊，而“-”意味着敌意。在这种结构平衡的条件下，存在一个规范变换[1]，它可以将双方一致性问题等价地转化为适用于合作网络的成熟技术/方法的标准一致性问题。然后，对于固定网络拓扑[43]，[66]，[123]和时变网络拓扑结构[44]，[54]，双方一致的结果已经很好地建立。最近Qin等人[66]通过提出一种新颖的低增益反馈设计方法，将双向一致性扩展到具有执行器饱和度的线性系统网络。在具有合作性和竞争性交互作用的网络中，存在另外两个相互作用的个体群集的框架，其中相同群集内的个体是合作的，而如果它们属于不同的群集，则它们可以是合作的或竞争的。这将成为集团/集群一致性的话题，如以下部分所示。

1. 组群一致性

一般来说，群体一致性指的是将个体网络划分为子群的场景，即同一子群中的个体达成一致[107], [108]。如果对个体的任何初始状态进行进一步的处理，则在任何两个不同的集群之间没有一致性，这样的场景称为集群一致[70],[95]。

假设,不失一般性,有集群个体,为{ V1。，Vq}，在一个包含N个个体的多个体系统中。让表示集群节点我所属的下标。现在，考虑一下个体受以下系统动力学控制的情况:



其中耦合函数是连续的。调查群体一致性问题的前提条件是，相应的群体一致性方面通过(10)应该是不变的。为此，对网络拓扑结构[22],[35]施加了常见的互聚条件[0]，保证了S (n)的不变性，可以描述如下。

假设1：(共同集群条件):其中是一个常数，只与簇Vk和Ve的指标有关。简化而有趣的假设称为程度均衡条件,这要求sk≡0,也广泛应用于现有文献[95],[106],[108]。

1. 积分器个体案件：实现和维护集团/集群一致性,广泛使用的一致性协议可以应用[107]。受此启发，在[106]-[108]中广泛研究了单集成器多智能体系统具有时滞或无时滞、通信噪声和开关网络拓扑等问题。作者在此基础上建立了网络行为与拉普拉斯算子的光谱特性之间的深度关系。记住同一集群内的个体合作,尽管他们可能合作或竞争如果他们属于不同的集群,人们可能会认为提高联轴器在每个集群,积极加权,主导竞争集群耦合引起的,可负加权,这样集团能取得一致性。在这种观察的驱动下，[107]中的模型在[67]和[68]中通过新的Lyapunov方法的分析，在[1]和[2]下重新访问[2]，从而产生了直观的结构条件，包括耦合拓扑和耦合强度，从而保证了群体的一致性。最近，这个框架被扩展到两个不同框架下的双积分案例，即所有个体共享相同位置和速度交互拓扑的框架，以及位置和速度拓扑由完全独立的图建模的框架。这两种情况都有系统地调查，没有领导，也没有领导者。不同的系统模型采用不同的技术进行分析[69]。为了最终保持聚类一致性，Han等[22]在单积分多个体系统的不同簇中引入了非相同的输入。
2. 一般线性个体案件：相同的一般线性系统的网络可以描述为其中（A，B）是可稳定的。 Qin和Yu [70]在假设网络拓扑是非循环的情况下利用钉扎控制技术来实现集群一致性。然后将这个结果扩展到一般的网络拓扑[109]。在[110]中，作者提出了一个统一的Lyapunov方法来分析关于无领导者案例的网络拓扑和耦合配置的集体行为，其中包括领导 - 追随者在[70]和[109]中研究了一个特例。文献[72]报道了更一般的结果，该结果涉及异构情况，其中不同集群的个体不相同但维度相同。上述工作遵循[67] - [69]的研究路线。一般直线系统[70]，[109]和[110]以及集成个体[67] - [69]中获得的一致且直观的结果表明，只要每个集群的基础图包含有向生成树，各簇内个体之间的耦合足够强大，可以保证群体一致性。

注2：进行收敛分析时，负向加权的自我动态和竞争环节的影响使非线性矩阵理论被广泛应用于处理合作个体特别是具有积分动态特征的合作个体，不适用。在大多数作品中，基于Lyapunov方法的分析是一种偏好[65]，[70]，[95]，[111]，[119]。特别是Qin等人[65]提供统一的分析来处理线性和非线性个体的共识，尽管描述单个个体进化的非线性函数f应满足全局Lipschitz条件。此外，一旦明确拉普拉斯矩阵的特征值的位置与耦合拓扑的强度和结构之间的关系，所提出的技术适用于群/群共识。这是[68]，[70]，[109]和[110]系统研究的内容，其中所考虑的个体采用各种不同的系统动力学，包括通用线性系统动力学和非线性系统动力学[34] [ 95。然而，对于更一般的情况，这些基于Lyapunov的方法是无效的，例如，f只是局部Lipschitz的情况，可以考虑使用非线性收缩理论[37]。

直观地说，如果初始条件以某种方式被“遗忘”，即系统的最终行为与初始条件无关，系统就会收缩[37]。 这个概念后来扩展到部分收缩，这样收缩理论可以应用到更一般的非线性系统。 收缩分析的关键是要证明的一致负定性，其中选择使得是一致正定的。

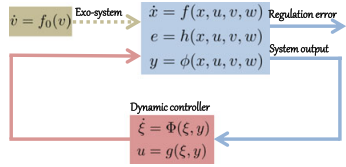


Fig.1.一般输出规则框架。exosystem的虚线表示exosystem可能是由动态控制器产生的虚拟系统。

近年来，在[55],[74]和[96]中讨论了收缩理论对非线性系统网络同步的研究。一般来说，如果证明同步流形在一般的非线性系统网络中保持不变，而且非线性系统网络的系统动力学是全局/局部收缩的，那么同步可以在全局/局部上得到保证。遵循这一原则，进一步讨论了并发同步和组合作[55], [96]。值得指出的是，广义非线性系统的收缩理论为我们提供了一种与李亚普诺夫稳定性理论不同的新的分析工具。然而,在收缩理论的应用程序,这通常是一个相当具有挑战性的任务找到度量矩阵Θ(x,t)和证明F是不利了。

V.异构个体一致性

不同于前面提到的同质个体的工作[72], [97]，在这里，个体的状态具有完全相同的维度，在本节中，我们将回顾更一般的框架，其中个体的状态可能有不同的维度。在这样的框架中，状态一致通常是不可能的，输出同步是重点。在异构线性多个体系统中，第一个处理一致的工作是[98]。由于在动力系统中可能存在摩擦或阻尼系数，或改变质量[98]，因此考虑到网络中个体的演化可能被不同的系统动力学描述，从而推动了这项工作。为了使协商一致问题可行，从内部模型原理的角度出发，给出了一个必要条件[98]，证明了这是一个充分条件[99]，并与一个动态控制器相结合。

单个个体的输出调节总体框架如图1所示。正如第一段中指出的那样，这个框架被重新访问[98]，然后扩展到多个体系统[24],[75], [99], [112]。考虑一个N个异构线性系统的网络，采用以下形式:

而N个异构非线性系统的网络可以被描述。

其表示异构系统的状态，输入和输出。

为了同步异构系统的输出，首选动态控制器而不是静态控制器。异构线性系统的一般局部动态控制器采用以下形式[12] [99]：其中表示控制器状态，表示控制器输出，表示动态控制器的输入，代表不同个体之间的信息交换。相应地，用于非线性非均匀系统（13）的局部输出反馈控制器是[24]：其中也是动态控制器的输入，代表不同个体之间的信息交换，是个体i的测量值。直观地说，在领导者追随者框架中，动态控制器将追随者系统的输出调节为外系统的输出[12]，[75]。在无领导者框架中，动态控制器为每个系统产生参考轨迹（作为虚拟外系统）系统来跟踪[24]，[29]，[38]，[99]。所有上述工作都是基于使用动态控制器将内部模型嵌入到每个系统中，然后将每个系统调节到（虚拟）外部系统，同时还需要调节方程式成立。上面介绍的动态控制器的一个优点是输出同步问题一般可以在两个步骤内解决。首先，产生参考轨迹的耦合的局部参考发生器彼此同步。其次，每个个体的输出跟踪本地参考发生器。即使在个体之间的信息流被引导时，这个优点也简化了分析。

请注意，动态控制器可能需要每个个体及其邻居的控制器状态信息。例如,包含线性系统的术语[75]和[99]且包含非线性系统[24]术语。然而，由于通信约束，控制器状态的传输可能是不切实际的。因此，一个人可能对设计依赖于输出或状态信息的静态控制器感兴趣[76], [117]，可以通过特定的传感器直接获得。另一种从被动性角度出发的有效方法是[11]，通过仅通过相对信息来同步非线性系统的输出。在[39]中，建立了线性系统的被动性与线性系统的内部模型原理之间的关系。由此可见，当且仅当一个内部模型存在时，被动线性系统的非平凡同步才得以实现。

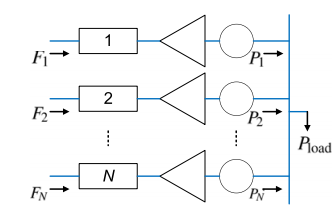


Fig.2.网络的发电机。Pi是发电机i的功率，Fi表示每个发电机的成本，它涉及到Pi, i =1，…,N。

尽管静态控制器仅使用输出信息[11]，[39]，[117]比动态控制器[24]，[99]更简单，但静态控制器适用于网络拓扑受限的异构多个体系统。

VI. 一致性算法的应用

在本节中，我们将简要讨论一致性算法的一些应用，这些应用已经受到研究其他主题（如智能电网中的EDP和数据挖掘中的k-means聚类算法）的研究人员越来越多的兴趣。

1. 经济调度中的增量成本一致性

电力系统中常见的情况是，一组发电机将电力供应给普通负载或总线（参见图2）。由于发电机通常具有不同的成本函数，其中每一个都表征了每个发电机的输入成本和输出功率之间的关系，所以自然而然地要求每个发电机应该产生多少功率以最小化总成本同时满足功率平衡并且安全限制。这个问题通常被称为经济调度问题（简称EDP），并被定义为凸或非凸优化问题[101]。凸EDP的简化形式是（能量平衡约束）其中PD，Pi和Fi（Pi）分别是预测的功率需求，发电机i的功率输出和成本函数。优化理论给出最优解必须满足，即等增量成本条件和功率平衡约束。值得注意的是，处于强连通和平衡通信拓扑下的多个体系统具有两个有用的属性：一个是状态变量的一致性，另一个是状态变量的不变总和。利用第一和第二性质分别满足等增量成本条件和功率约束条件，可以设计出基于分布式一致性的算法来解决EDP问题。

许多论文已经提出了不同的算法以利用上述特性来解决EDP。 该论文[128]是第一个利用这些特性的论文。 Zhang和Chow [128]提出了一个连通无向图下的基于共识的离散时间算法，存在一个领导节点。 在这个算法中，只有第一个属性被使用。 然后在[116]中，这两个属性都被用在一个无领导的范式下，在一个强连通和平衡的图中。 更多分布式算法可以在[113]和[129]中找到，所有这些都表明利用多个体系统的上述特性是以分布式方式解决EDP的吸引人的方法。

1. 聚类算法

聚类是将数据划分为具有高集群内和低集群间相似性的集群的任务，这在包括机器学习，模式识别和数据挖掘在内的许多应用领域中使用。已经提出了许多算法来处理聚类问题，其中k-means算法是最流行的算法[53]。一般而言，k-means算法通过在分配步骤之间交替进行以分配每个数据以最接近质心为特征的聚类和更新步骤，以在初始化设置之后计算新聚类作为新聚类中数据的质心。在大规模分布式系统中，例如由数千个小型传感器节点组成的传感器网络，提出分布式k-means算法是很重要的，因为将整个分布式数据集中到一个融合节点以执行kmeans算法是不切实际的。为了设计分布式k均值算法，主要步骤是以分布方式选择数据群集的平均值作为群集的质心。由于多个体系统中的一致性算法在分布式计算平均值方面是有效的，所以它们被用来帮助设计分布式k均值算法[20]，[53]，[71]。在[20]，[53]和[71]中，分别使用基于八卦的一致性算法和有限时间平均一致性算法来提出分布式k均值算法。

VII.结论

我们主要从控制角度对多个体系统的一致性结果进行了简要的调查，旨在为有兴趣的读者提供一些有趣的话题的概述，这些话题在过去几年得到了很多关注。 然而，值得指出的是，这次调查并非详尽的文献综述，由于篇幅所限，评论中可能还有一些重要的结果。

参考文献

[1] C. Altafini, “Consensus problems on networks with antagonistic interactions,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 58, no. 4, pp. 935–946,  
Apr. 2013.  
[2] F. Arrichiello , A. Marino , and F. Pierri, “Observer-based decentral  
ized fault detection and isolation strategy for networked multirobot sys  
tems,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 23, no. 4, pp. 1465–1476,  
Jul. 2015.  
[3] D. Cartwright and F. Harary, “Structural balance: A generalization of  
Heider’s theory,” *Psychol. Rev.*, vol. 63, no. 5, pp. 277–293, Sep. 1956.  
[4] Y. Cao , W. Yu , W. Ren, and G. Chen, “An overview of recent progress  
in the study of distributed multi-agent coordination,” *IEEE Trans. Ind.*  
*Informat.*, vol. 9, no. 1, pp. 427–438, Feb. 2013.  
[5] M. Cao, F. Xiao, and L. Wang, “Second-order leader-following consen  
sus based on time and event hybrid-driven control,” *Syst. Control Lett.*,  
vol. 74, pp. 90–97, Dec. 2014.  
[6] M. Cao, F. Xiao, and L. Wang, “Event-based second-order consensus  
control for multi-agent systems via synchronous periodic event de  
tection,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60, no. 9, pp. 2452–2457,  
Sep. 2015.

1. M. Cao, F. Xiao, and L. Wang, “Second-order consensus in time-delayed networks based on periodic edge-event driven control,” *Syst. Control Lett.*, vol. 96, pp. 37–44, Oct. 2016.  
   [8] Y. Cheng and V. Ugrinovskii, “Event-triggered leader-following track  
   ing control for multivariable multi-agent systems,” *Automatica*, vol. 70,  
   pp. 204–210, Aug. 2016.  
   [9] S. Chen, D. W. C. Ho, L. Li, and M. Liu, “Fault-tolerant consensus  
   of multi-agent system with distributed adaptive protocol,” *IEEE Trans.*  
   *Cybern.*, vol. 45, no. 10, pp. 2142–2155, Oct. 2015.  
   [10] Y. Chen and Y. Shi, “Consensus for linear multi-agent systems with time varying delays: A frequency domain perspective,” *IEEE Trans. Cybern.*,2016, to be published, doi: 10.1109/TCYB.2016.2590480.  
   [11] N. Chopra, “Output synchronization on strongly connected graphs,”  
   *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 57, no. 11, pp. 2896–2901,Nov. 2012.  
   [12] Z. Ding, “Consensus output regulation of a class of heterogeneous  
   nonlinear systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 58, no. 10,  
   pp. 2648–2653, Oct. 2013.  
   [13] M. Davoodi, N. Meskin, and K. Khorasani, “Simultaneous fault detection and consensus control design for a network of multi-agent systems,*Automatica*, vol. 66, pp. 185–194, Apr. 2016.  
   [14] M. Davoodi, K. Khorasani, H. A. Talebi, and H. R. Momeni, “Distributed fault detection and isolation filter design for a network of heterogeneous multi-agent systems,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 22, no. 3,pp. 1061–1069, May 2014.  
   [15] D.V.Dimarogonas,E.Frazzoli,andK.H.Johansson,“Distributedevent  
   triggered control for multi-agent systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*,  
   vol. 57, no. 5, pp. 1291–1297, May 2012.  
   [16] M. H. DeGroot, “Reaching a consensus,” *J. Amer. Statist. Assoc.*, vol. 69,no. 345, pp. 118–121, Apr. 1974.  
   [17] P. Delellis, M. di Bernardo, and F. Garofalo, “Novel decentralized adaptivestrategiesfor thesynchronization of complex networks,”*Automatica*,  
   vol. 45, no. 5, pp. 1312–1318, May 2009.  
   [18] Y. Fan, G. Feng, Y. Wang, and C. Song, “Distributed event-triggered  
   control of multi-agent systems with combinational measurements,” *Automatica*, vol. 49, no. 2, pp. 671–675, Feb. 2013.  
   [19] Y.Fan,L.Liu,G.Feng,andY.Wang,“Self-triggeredconsensusformulti  
   agent systems with zeno-free triggers,” *IEEE Trans. Autom. Control*,  
   vol. 60, no. 10, pp. 2779–2784, Oct. 2015.  
   [20] G. Di Fatta, F. Blasa, S. Cafiero, and G. Fortino, “Fault tolerant decen  
   tralised *k*-means clustering for asynchronous large-scale networks,” *J.Parallel Distrib. Comput.*, vol. 73, no. 3, pp. 317–329, Mar. 2013.  
   [21] E. Garcia, Y. Cao, and D. W. Casbeer, “Decentralized event-triggered  
   consensus with general linear dynamics,” *Automatica*, vol. 50, no. 10,  
   pp. 2633–2640, Oct. 2014.  
   [22] Y. Han, W. Lu, and T. Chen, “Achieving cluster consensus in  
   continuous-time networks of multi-agents with inter-cluster nonidentical inputs,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60, no. 3,pp. 793–798, Mar. 2015.  
   [23] Y. Hong, J. Hu, and L. Gao, “Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology,” *Automatica*, vol. 42, no. 7,pp. 1177–1182, Jul. 2006.  
   [24] A. Isidori, L. Marconi, and G. Casadei, “Robust output synchronization of a network of heterogeneous nonlinear agents via nonlinear regulation theory,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 59, no. 10, pp. 2680–2691,Oct. 2014.  
   [25] M. Ji, G. Ferrari-Trecate, M. Egerstedt, and A. Buffa, “Containment  
   control in mobile networks,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 53, no. 8,  
   pp. 1972–1975, Sep. 2008.  
   [26] X. Jin and J. H. Park, “Adaptive synchronization for a class of faulty and sampling coupled networks with its circuit implement,” *J. Franklin Inst.*, vol. 351, no. 8, pp. 4317–4333, Aug. 2014.  
   [27] N. Kashyap, C. W. Yang, S. Sierla, and P. G. Flikkema, “Automated fault location and isolation in distribution grids with distributed control and  
   unreliable communication,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 4,pp. 2612–2619, Apr. 2015.  
   [28] A. Kashyap, T. Basar, and R. Srikant, “Quantized consensus,” *Automat*  
   *ica*, vol. 43, no. 7, pp. 1192–1203, Jul. 2007.  
   [29] H. Kim, H. Shim, and J. H. Seo, “Output consensus of heterogeneous uncertain linear multi-agent systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 56,  
   no. 1, pp. 200–206, Jan. 2011.  
   [30] Z. Lin, *Low Gain Feedback*. London, U.K.: Springer-Verlag, 1998.  
   [31] Y. Li, J. Xiang, and W. Wei, “Consensus problems for linear time  
   invariant multi-agent systems with saturation constraints,” *IET Control*  
   *Theory Appl.*, vol. 5, no. 6, pp. 823–829, Apr. 2011.
2. H. Li and Y. Shi, *Robust Receding Horizon Control for Networked*  
   *and Distributed Nonlinear Systems*. New York, NY, USA: Springer,2017.  
   [33] J. Lyu, J. Qin, D. Gao, and Q. Liu, “Consensus for constrained multi  
   agent systems with input saturation,” *Int. J. Robust Nonlinear Control*,vol. 26, no. 14, pp. 1099–1239, Dec. 2016.  
   [34] X. Liu and T. Chen, “Cluster synchronization in directed networks via  
   intermittent pinning control,” *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.*,vol. 22, no. 7, pp. 1009–1020, May 2011.  
   [35] W. Lu, B. Liu, and T. Chen, “Cluster synchronization in networks of coupled nonidentical dynamical systems,” *Chaos*, vol. 20, no. 1, Mar. 2010,  
   Art. no. 013120.  
   [36] W. Lu, Y. Han, and T. Chen, “Synchronization in networks of linearly  
   coupled dynamical systems via event-triggered diffusions,” *IEEE Trans.*  
   *Neural Netw. Learn. Syst.*, vol. 26, no. 12, pp. 3060–3069, Dec. 2015.  
   [37] W. Lohmiller and J .-J. E. Slotine, “On contraction analysis for non-linear systems,” *Automatica*, vol. 34, no. 6, pp. 683–696, Jun. 1998.  
   [38] Z.LiuandW.S.Wong,“Outputclustersynchronizationofheterogeneous  
   linear multi-agent systems,” in *Proc. 54th Annu. IEEE Conf. Decis. Con*  
   *trol*, Osaka, Japan, Dec. 2015, pp. 2853–2858.  
   [39] S.-J. Lee, K .-K. Oh, and H.-S. Ahn, “Non-trivial output synchronization of heterogeneous passive systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60,no. 12, pp. 3322–3327, Dec. 2015.  
   [40] H. Li, X. Liao, T. Huang, and W. Zhu, “Event-triggering sampling  
   based leader-following consensus in second-order multi-agent systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 60, no. 7, pp. 1998–2003,Jul. 2015.  
   [41] Q. Liu, Z. Wang, X. He, and D. H. Zhou, “Event-based *H∞* consensus  
   control of multi-agent systems with relative output feedback: The finite horizoncase,” *IEEE Trans. Autom. Control*,vol.60,no.9,pp.2553–2558,Sep. 2015.  
   [42] X. Meng and T. Chen, “Event based agreement protocols for multi-agent networks,” *Automatica*, vol. 49, no. 7, pp. 2125–2132, Jul. 2013.  
   [43] D. Meng, Y. Jia, and J. Du, “Nonlinear finite-time bipartite consensus  
   protocol for multi-agent systems associated with signed graphs,” *Int. J. Control*, vol. 88, no. 10, pp. 2074–2085, Jun. 2015.  
   [44] Z. Meng, G. Shi, K. H. Johansson, M. Cao, and Y. Hong, “Behaviors  
   of networks with antagonistic interactions and switching topologies,”  
   *Automatica*, vol. 73, pp. 110–116, 2016.  
   [45] Z. Meng, Z. Zhao, and Z. Lin, “On global leader-following consensus  
   of identical linear dynamic systems subject to actuator saturation,” *Syst.*  
   *Control Lett.*, vol. 62, no. 2, pp. 132–142, Feb. 2013.  
   [46] N. Mu, X. Liao, and T. Huang, “Event-based consensus control for a  
   linear directed multi-agent system with time delay,” *IEEE Trans. Circuits*  
   *Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 62, no. 3, pp. 281–285, Mar. 2015.  
   [47] P. P. Menon and C. Edwards, “Robust fault estimation using relative  
   informationinlinearmulti-agentnetworks,” *IEEE Trans. Autom. Control*,  
   vol. 59, no. 2, pp. 477–482, Feb. 2014.  
   [48] N. Meskin and K. Khorasani, “Actuator fault detection and isolation for a network of unmanned vehicles,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 54,  
   no. 4, pp. 835–840, Apr. 2009.  
   [49] N. Meskin, K. Khorasani, and C. A. Rabbath, “A hybrid fault detection  
   and isolation strategy for a network of unmanned vehicles in presence of  
   large environmental disturbances,” *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*,  
   vol. 18, no. 6, pp. 1422–1429, Nov. 2010.  
   [50] A. Nedic, A. Ozdaglar, and P. A. Parrilo, “Constrained consensus and  
   optimization in multi-agent networks,” *IEEE Trans. Autom. Control*,  
   vol. 55, no. 4, pp. 922–938, Apr. 2010.  
   [51] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, “Consensus and coop  
   eration in networked multi-agent systems,” *Proc. IEEE*, vol. 95, no. 1,  
   pp. 215–233, Jan. 2007.  
   [52] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, “Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays,” *IEEE Trans. Autom.*  
   *Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520–1533, Sep. 2004.  
   [53] G. Oliva, R. Setola, and C. N. Hadjicostis, “Distributed k-means algo  
   rithm,” arXiv:abs/1312.4176.  
   [54] A. Proskurnikov and M. Cao, “Opinion dynamics using Altafini’s model with a time-varying directed graph,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Intell.*  
   *Control*, Antibes, France, Oct. 2014, pp. 849–854.  
   [55] Q.-C. Pham and J .-J. Slotine, “Stable concurrent synchronization in  
   dynamic system networks,” *Neural Netw.*, vol. 20, no. 1, pp. 62–77,Jan. 2007.  
   [56] S. Patterson, B. Bamieh, and A. E. Abbadi, “Convergence rates of dis  
   tributed average consensus with stochastic link failures,” *IEEE Trans.*  
   *Autom. Control*, vol. 55, no. 4, pp. 880–892, Apr. 2010.

[57] Z. Peng, D. Wang, Y. Shi, H. Wang, and W. Wang, “Containment control of networked autonomous underwater vehicles with model uncertainty and ocean disturbance guided by multiple leaders,” Inf. Sci., vol. 316,pp. 163–179, Sep. 2015.

[58] F. Pasqualetti, A. Bicchi, and F. Bullo, “Consensus computation in un

reliable networks: A system theoretic approach,” IEEE Trans. Autom.

Control, vol. 57, no. 1, pp. 90–104, Jan. 2012.

[59] J. Qin, H. Gao, and W. X. Zheng, “Second-order consensus for multi

agent systems with switching topology and communication delay,” Syst.

Control Lett., vol. 60, no. 6, pp. 390–397, Jun. 2011.

[60] J. Qin, C. Yu, and H. Gao, “Coordination for linear multi-agent sys

tems with dynamic interaction topology in the leader-following framework,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 61, no. 5, pp. 2412–2422,May 2014.

[61] J. Qin and H. Gao, “A sufficient condition for convergence of sampled

data consensus for double-integrator dynamics with nonuniform and

time-varying communication delays,” IEEE Trans. Autom. Control,

vol. 57, no. 9, pp. 2417–2422, Sep. 2012.

[62] J. Qin, W. X. Zheng, and H. Gao, “Consensus of multiple second-order vehicles with a time-varying reference signal under directed topology,”Automatica, vol. 47, no. 9, pp. 1983–1991, Sep. 2011.

[63] J. Qin, W. X. Zheng, and H. Gao, “Coordination of multiple agents with double-integrator dynamics under generalized interaction topologies,”

IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. B, Cybern., vol. 42, no. 1, pp. 44–57,

Feb. 2012.

[64] J. Qin, W. X. Zheng, H. Gao, Q. Ma, and W. Fu, “Containment control for second-order multi-agent systems communicating over heterogeneous

networks,” IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst., to be published, doi:

10.1109/TNNLS.2016.2574830.

[65] J. Qin, H. Gao, and W. X. Zheng, “Exponentially synchronization of

complex networks of linear systems and nonlinear oscillators: A unified analysis,” IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst., vol. 26, no. 3,pp. 510–521, Mar. 2015.

[66] J. Qin, W. Fu, W. X. Zheng, and H. Gao, “On the bipartite consensus for generic linear multi-agent systems with input saturation,” IEEE Trans.

Cybern., to be published, doi: 10.1109/TCYB.2016.2612482.

[67] J. Qin, Q. Ma, W. X. Zheng, and H. Gao, “H∞ group consensus for

cluster of agents with model uncertainty and external disturbance,” in

Proc. 54th Annu. IEEE Conf. Decis. Control, Osaka, Japan, Dec. 2015,

pp. 2841–2846.

[68] J. Qin and C. Yu, “Group consensus of multiple integrator agents un

der general topology,” in Proc. 52nd Annu. IEEE Conf. Decis. Control,

Florence, Italy, Dec. 2013, pp. 2752–2757.

[69] J.Qin,C.Yu,andB.D.O.Anderson,“Onleaderlessandleader-following

consensus for interacting clusters of double-integrator multi-agent sys

tems,” Automatica, vol. 74, pp. 214–221, Dec. 2016.

[70] J. Qin and C. Yu, “Cluster consensus control of generic linear multi-agent systems under directed topology with acyclic partition,” Automatica, vol. 49, no. 9, pp. 2898–2905, Sep. 2013.

[71] J. Qin, W. Fu, H. Gao, and W. X. Zheng, “Distributed k-means algo

rithm and fuzzy c-means algorithm for sensor networks based on multi

agent consensus theory,” IEEE Trans. Cybern., to be published, doi:10.1109/TCYB.2016.2526683.

[72] J. Qin, Q. Ma, H. Gao, Y. Shi, and Y. Kang, “On group synchronization for interacting clusters of heterogeneous systems,” IEEE Trans. Cybern.,to be published, doi: 10.1109/TCYB.2016.2600753.

[73] W. Ren, “On consensus algorithms for double-integrator dynam

ics,” IEEE Trans. Autom. Control, vol. 53, no. 6, pp. 1503–1509,Jul. 2008.

[74] G. Russo and M. di Bernardo, “Contraction theory and master stability

function: Linking two approaches to study synchronization of complex

networks,” IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs, vol. 56, no. 2,pp. 177–181, Feb. 2009.

[75] Y. Su and J. Huang, “Cooperative output regulation of linear multi-agent systems,” IEEE Trans. Autom. Control, vol. 57, no. 4, pp. 1062–1066, Apr. 2012.

[76] G. S. Seyboth, D. V. Dimarogonas, K. H. Johansson, P. Frasca, and F.

Allgower, “On robust synchronization of heterogeneous linear multi- ¨

agent systems with static couplings,” Automatica, vol. 53, pp. 392–399,

Mar. 2015.

[77] G. Shi, A. Proutiere, M. Johansson, J. S. Baras, and K. H. Johans

son, “Emergent behaviors over signed random dynamical networks:

State-flipping model,” IEEE Trans. Control Syst. Technol., vol. 2, no. 2,

pp. 142–153, Jun. 2015.

[78] G. Shi and Y. Hong, “Global target aggregation and state agreement of

nonlinear multi-agent systems with switching topologies,” Automatica,

vol. 45, no. 5, pp. 1165–1175, May 2009.

[79] G. Shi and K. H. Johansson, “Randomized optimal consensus of multi

agent systems,” Automatica, vol. 48, no. 12, pp. 3018–3030, Dec.2012.

[80] G. Shi, M. Johansson, and K. H. Johansson, “How agreement and dis

agreement evolve over random dynamic networks,” IEEE J. Sel. Areas

Commun., vol. 31, no. 6, pp. 1061–1071, Jun. 2013.

[81] E. Semsar-Kazerooni and K. Khorasani, “Analysis of actuator faults in

a cooperative team consensus of unmanned systems,” in Proc. Amer. Control Conf., St. Louis, MO, USA, Jun. 2009, pp. 2618–2623.

[82] I. Saboori and K. Khorasani, “Actuator fault accommodation strategy for a team of multi-agent systems subject to switching topology,” Automat

ica, vol. 62, pp. 200–207, Dec. 2015.

[83] G. S. Seyboth, D. V. Dimarogonas, and K. H. Johansson, “Event-based

broadcasting for multi-agent average consensus,” Automatica, vol. 49,no. 1, pp. 245–252, Jan. 2013.

[84] L. Scardovi and R. Sepulchre, “Synchronization in networks of iden

tical linear systems,” Automatica, vol. 45, no. 11, pp. 2557–2562, Jan.2009.

[85] D. S. Bernstein and A. N. Michel, “A chronological bibliography on

saturating actuators,” Int. J. Robust Nonlinear Control, vol. 5, no. 5,

pp. 375–380, Mar. 1995.

[86] H. Su, M. Z. Q. Chen, J. Lam, and Z. Lin, “Semi-global leader-following consensus of linear multi-agent systems with input saturation via low gain feedback,” IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 60, no. 7, pp. 1881–1889, Jul. 2013.

[87] H. Su, M. Z. Q. Chen, X. Wang, and J. Lam, “Semiglobal observer

based leader-following consensus with input saturation,” IEEE Trans.

Ind. Electron., vol. 61, no. 6, pp. 2842–2850, Jun. 2014.

[88] P. Tabuada, “Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks,” IEEE Trans. Autom. Control, vol. 52, no. 9, pp. 1680–1685,

Sep. 2007.

[89] A. Teixeira, I. Shames, H. Sandberg, and K. H. Johansson,“Distributed

fault detection and isolation resilient to network model uncertainties,”

IEEE Trans. Cybern., vol. 44, no. 11, pp. 2024–2037, Nov. 2014.

[90] S. Tuna, “Synchronizing linear systems via partial-state coupling,” Au

tomatica, vol. 44, no. 8, pp. 2179–2184, Aug. 2008.

[91] J. Wu and Y. Shi, “Consensus in multi-agent systems with random delays governed by a Markov chain,” Syst. Control Lett., vol. 60, no. 10, pp. 863-870, Oct. 2011.

[92] Q. Wang, C. Yu, and H. Gao, “Synchronization of identical linear dy

namic systems subject to input saturation,” Syst. Control Lett., vol. 64,

pp. 107–113, Feb. 2014.

[93] Y. Wang, Y. Song, and F. L. Lewis, “Robust adaptive fault-tolerant con

trol of multi-agent systems with uncertain nonidentical dynamics and

undetectable actuation failures,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 62,

no. 6, pp. 3978–3988, Jun. 2015.

[94] Y. Wang, Y. Song, M. Krstic, and C. Wen, “Fault-tolerant finite time

consensus for multiple uncertain nonlinear mechanical systems under

single-way directed communication interactions and actuation failures,”

Automatica, vol. 63, pp. 374–383, Jan. 2016.

[95] W. Wu, W. Zhou, and T. Chen, “Cluster synchronization of linearly

coupled complex networks under pinning control,” IEEE Trans. Circuits

Syst. I, Reg. Papers, vol. 56, no. 4, pp. 829–839, Apr. 2009.

[96] W. Wang and J .-J. E. Slotine, “Contraction analysis of time-delayed

communications and group cooperation,” IEEE Trans. Autom. Control,

vol. 51, no. 4, pp. 712–717, Apr. 2006.

[97] J. Wang, J. Feng, C. Xu, and Y. Zhao, “Cluster synchronization

of nonlinearly-coupled complex networks with nonidentical nodes

and asymmetrical coupling matrix,” Nonlinear Dyn., vol. 67, no. 2,

pp. 1635–1646, Jan. 2012.

[98] P.WielandandF.Allgower,“Aninternalmodelprincipleforconsensusin ¨

heterogeneous linear multi-agent systems,” in Proc. 1st IFAC Workshop

Estimation Control Netw. Syst., Venice, Italy, Sep. 2009, pp. 7–12.

[99] P. Wieland, R. Sepulchre, and F. Allgower, “An internal model principle ¨is necessary and sufficient for linear output synchronization,” Automatica, vol. 47, no. 5, pp. 1068–1074, May 2011.

[100] J. Wu and Y. Shi, “Consensus in multi-agent systems with random delays governed by aMarkovchain,”Syst.ControlLett.,vol.60,no.10,pp.863–

870, Oct. 2011.

[101] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, Power Generation, Operation, and

Control. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2012.

[102] F. Xiao, X. Meng, and T. Chen, “Average sampled-data consensus

driven by edge events,” in Proc. 31st Chin. Control Conf., Hefei, China,

Jul. 2012, pp. 6239–6244.

[103] F. Xiao, T. Chen, and H. Gao, “Synchronous hybrid event- and time

driven consensus in multi-agent networks with time delays,” IEEE Trans.

Cybern., vol. 46, no. 5, pp. 1165–1174, May 2016.

1. F. Xiao and L. Wang, “Asynchronous consensus in continuous-time  
   multi-agent systems with switching topology and time-varying de  
   lays,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 53, no. 8, pp. 1804–1816,  
   Sep. 2008.  
   [105] W. Xu, D. W. C. Ho, L. Li, and J. Cao, “Event-triggered schemes on  
   leader-following consensus of general linear multi-agent systems under  
   different topologies,” *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 47, no. 1, pp. 212–223,  
   Jan. 2017.  
   [106] W. Xia and M. Cao, “Clustering in diffusively coupled networks,” *Auto*  
   *matica*, vol. 47, no. 11, pp. 2395–2405, Nov. 2011.  
   [107] J.YuandL.Wang,“Groupconsensusinmulti-agentsystemswithswitch  
   ing topologies and communication delays,” *Syst. Control Lett.*, vol. 59,  
   no. 6, pp. 340–348, Nov. 2010.  
   [108] J. Yu and L. Wang, “Group consensus of multi-agent systems with di  
   rected information exchange,” *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 43, no. 2, pp. 334–  
   348, Feb. 2012.  
   [109] C. Yu, J. Qin, and H. Gao, “Cluster synchronization in directed networks of partial-state coupled linear systems under pinning control,” *Automatica*, vol. 50, no. 9, pp. 2341–2349, Sep. 2014.  
   [110] C. Yu and J. Qin, “Synchronization for interacting clusters of generic  
   linear agents and nonlinear oscillators: A unified analysis,” in *Proc.*  
   *19th World Congr. Int. Fed. Autom. Control*, Cape Town, South Africa,  
   Aug. 2014, pp. 1965–1970.  
   [111] T. Yang, Z. Meng, G. Shi, Y. Hong, and K. H. Johansson, “Network  
   synchronization with nonlinear dynamics and switching interactions,”  
   *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 61, no. 10, pp. 3103–3108, Oct. 2016.  
   [112] T. Yang, A. Saberi, A. A. Stoorvogel, and H. F. Grip, “Output syn  
   chronization for heterogeneous networks of introspective right-invertible  
   agents,” *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 24, no. 13, pp. 1821–1844,  
   Sep. 2014.  
   [113] T. Yang, D. Wu, Y. Sun, and J. Lian, “Minimum-time consensus-based approach for power system applications,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 63, no. 2, pp. 1318–1328, Feb. 2016.  
   [114] T. Yang, S. Roy, Y. Wan, and A. Saberi, “Constructing consensus con  
   trollers for networks with identical general linear agents,” *Int. J. Robust*  
   *Nonlinear Control*, vol. 21, no. 11, pp. 1237–1256, Aug. 2011.  
   [115] T. Yang, Z. Meng, D. V. Dimarogonas, and K. H. Johansson, “Global  
   consensus for discrete-time multi-agent systems with input saturation  
   constraints,” *Automatica*, vol. 50, no. 2, pp. 499–506, Feb. 2014.  
   [116] S. Yang, S. Tan, and J.-X. Xu, “Consensus based approach for economic dispatch problem in a smart grid,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28,no. 4, pp. 4416–4426, Nov. 2013.  
   [117] Y. Zheng and L. Wang, “Finite-time consensus of heterogeneous multi-agent systems with and without velocity measurements,” *Syst. ControlLett.*, vol. 61, no. 8, pp. 871–878, Aug. 2012.  
   [118] W. Yu, G. Chen, and M. Cao, “Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems,” *Automatica*, vol. 46, no. 6, pp. 1089–1095, Jun. 2010.  
   [119] W. Yu, P. Delellis, G. Chen, M. di Bernardo, and J. Kurths, “Distributed adaptive control of synchronization in complex networks,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 57, no. 8, pp. 2153–2158, Aug. 2012.  
   [120] X. Yi, W. Lu, and T. Chen, “Distributed event-triggered consensus for multi-agent systems with directed topologies,” arXiv:abs/1407.3075v2.  
   [121] Z. Zuo, J. Zhang, and Y. Wang, “Adaptive fault-tolerant tracking control for linear and Lipschitz nonlinear multi-agent systems,” *IEEE Trans. Ind.Electron.*, vol. 62, no. 6, pp. 3923–3931, Jun. 2015.  
   [122] W. Zhu and Z. P. Jiang, “Event-based leader-following consensus of  
   multi-agent systems with input time delay,” *IEEE Trans. Autom. Control*,  
   vol. 60, no. 5, pp. 1362–1367, May 2015.  
   [123] H. Zhang and J. Chen, “Bipartite consensus of general linear multi-agent systems,” in *Proc. Amer. Control Conf.*, Portland, OR, USA, Jun. 2014,pp. 808–812.  
   [124] B. Zhou, G. Duan, and Z. Lin, “A parametric Lyapunov equation ap  
   proach to the design of low gain feedback,” *IEEE Trans. Autom. Control*,  
   vol. 53, no. 6, pp. 1548–1554, Jul. 2008.  
   [125] Z. Zhao and Z. Lin, “Global leader-following consensus of a group of general linear systems using bounded controls,” *Automatica*, vol. 68,  
   pp. 294–304, Jun. 2016.  
   [126] Y. Zhang and J. Jiang, “Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control systems,” *Annu. Rev. Control*, vol. 32, no. 2, pp. 229–252,Dec. 2008.  
   [127] Q. Zhang and X. Zhang, “Distributed sensor fault diagnosis in a class of interconnected nonlinear uncertain systems,” *Annu. Rev. Control*, vol. 37,  
   no. 1, pp. 170–179, Apr. 2013.  
   [128] Z.ZhangandM.-Y.Chow,“Convergenceanalysisoftheincrementalcost  
   consensus algorithm under different communication network topologies

in a smart grid,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 4, pp. 1761–1768,  
Nov. 2012.  
[129] W. Zhang, W. Liu, X. Wang, L. Liu, and F. Ferrese, “Online optimal  
generation control based on constrained distributed gradient algorithm,”  
*IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 30, no. 1, pp. 35–45, Jan. 2015.