



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA

ANÁLISE DO MOVIMENTO RELATIVO ATRAVÉS DE EIXOS EM ROTAÇÃO E
TRANSLADO

CINEMÁTICA DOS MECANISMOS

BELÉM/PA
2025

ALAN HENRIQUE PEREIRA MIRANDA - 202102140072
LUIS FELIPE SALES DO CARMO - 202002140040
JOÃO VICTOR LIMA DE SOUZA - 201702140067
JOÃO VITOR FARIAS E FARIAS - 201902140014
EDEVALDO DE JESUS - 201902140098

Atividade referente a disciplina de
Cinemática dos Mecanismos do oitavo
semestre do curso de engenharia
mecânica, como parte das exigências
para aprovação disciplinar.

Prof. Dr.: Fábio Seturbal

Belém-PA 20 de fevereiro de 2025

EXAMINADOR

Prof. Dr: Fábio Seturbal
Universidade Federal do Pará - UFPA

Lista de Figuras

Sumário

1	Introdução: Cinemática tridimensional de corpos rígidos	5
1.1	Aplicações da cinemática	5
2	Conceitos Fundamentais	5
2.1	Desenvolvimento teórico: Movimento Geral	6

1 Introdução: Cinemática tridimensional de corpos rígidos

A cinemática é a parte da mecânica que estuda o movimento dos corpos, sem se preocupar com as causas que o provocam. A cinemática tridimensional de corpos rígidos é um ramo da cinemática que estuda o movimento de corpos rígidos em três dimensões. Corpos rígidos são corpos que não deformam, ou seja, a distância entre dois pontos quaisquer do corpo é constante. A cinemática tridimensional de corpos rígidos é uma área de estudo importante para a engenharia, pois permite a análise de movimentos de corpos rígidos em três dimensões, o que é essencial para o projeto de máquinas e equipamentos.

1.1 Aplicações da cinemática

As aplicações passam por diversas ferramentas, como sistemas de transmissão, acionamentos mecânicos, automatização de movimentos repetitivos, processos, robótica, entre outros. Trata-se de uma forma de planejar e controlar o funcionamento de máquinas e equipamentos, criando as bases para a especificação de materiais, dimensionamento de componentes, seleção de motores e atuadores, entre outros.

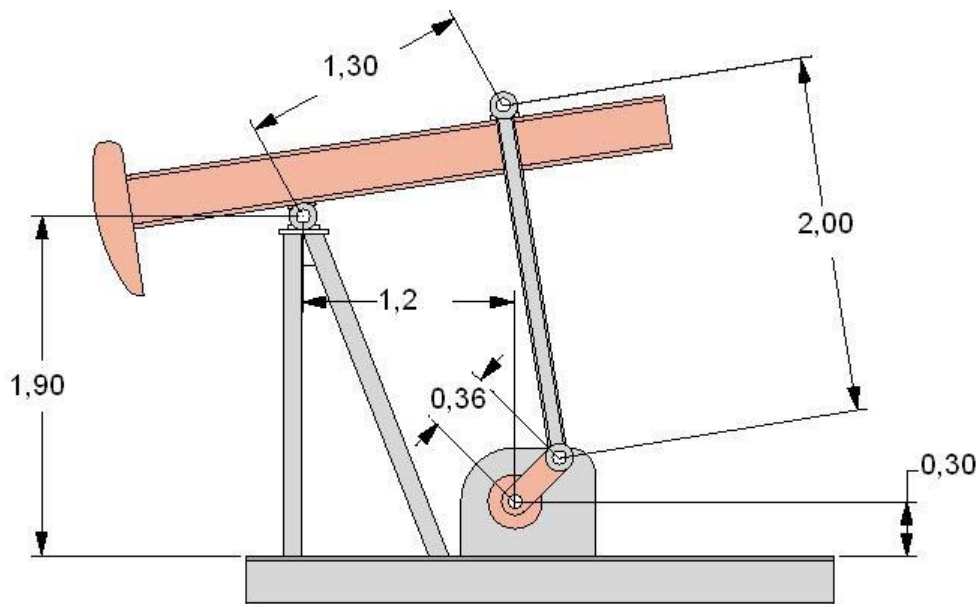


Figura 1: Exemplo de mecanismo de quatro barras utilizado em bombas de extração de petróleo.

2 Conceitos Fundamentais

Para a cinemática, o entendimento de rotação e translação é fundamental para descrever o comportamento dos corpos.

A rotação, em um sistema 3D é descrita por um vetor de rotação, que é um vetor unitário que indica o eixo de rotação e o sentido da rotação. A magnitude do vetor de rotação é o ângulo de rotação. A rotação de um corpo rígido em torno de um eixo é descrita por um ângulo de rotação e um vetor de rotação.

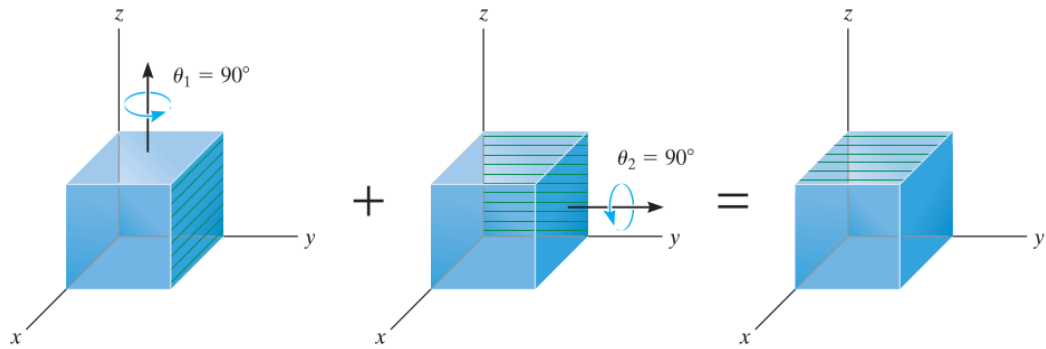


Figura 2: Exemplo de rotação de um corpo rígido em torno de um eixo.

A translação é o movimento de um corpo rígido em que todos os pontos do corpo se movem na mesma direção e sentido. A translação de um corpo rígido é descrita por um vetor de translação, que é um vetor que indica a direção e o sentido do movimento. A magnitude do vetor de translação é a distância percorrida pelo corpo.

2.1 Desenvolvimento teórico: Movimento Geral

Como comentado anteriormente, um corpo rígido pode ser submetido ao movimento generalizado em três dimensões, sendo descritos por: uma velocidade angular ω e uma aceleração angular α em torno de um eixo de rotação, e uma velocidade linear v e uma aceleração linear a em relação a um ponto qualquer do corpo.

Se for considerado a origem do sistema de coordenadas, fora do corpo rígido, atingimos o conceito de velocidade relativa, pois a velocidade linear depende do referencial adotado.

Esta relação do movimento ocorre devido a existência de centros instantâneos de rotação que podem ser definidos por $V_{B/A} = \omega \times r_{B/A}$ e a aceleração $\alpha_{B/A} = \alpha \times r_{B/A} + \omega \times (\omega \times r_{B/A})$.

Estas equações permitem que as velocidades e acelerações absolutas sejam determinadas a partir das velocidades e acelerações relativas. Ou seja:

$$v_B = v_A + \omega \times r_{B/A} \quad (1)$$

onde:

- v_B é a velocidade do ponto B em relação ao referencial inercial;
 - v_A é a velocidade do ponto A em relação ao referencial inercial;
 - ω é a velocidade angular do corpo rígido em relação ao referencial inercial;
 - $r_{B/A}$ é o vetor posição do ponto B em relação ao ponto A;
- e também...

$$a_B = a_A + \alpha \times r_{B/A} + \omega \times (\omega \times r_{B/A}) \quad (2)$$

onde:

- a_B é a aceleração do ponto B em relação ao referencial inercial;
- a_A é a aceleração do ponto A em relação ao referencial inercial;
- α é a aceleração angular do corpo rígido em relação ao referencial inercial;
- $r_{B/A}$ é o vetor posição do ponto B em relação ao ponto A;

Vale ressaltar que $\alpha \times r_{B/A}$ são vetores e resultam em:

$$\alpha \times r_{B/A} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \alpha_x & \alpha_y & \alpha_z \\ r_x & r_y & r_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

e:

$$(\omega \times r_{B/A}) = \begin{bmatrix} i & j & k \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ r_x & r_y & r_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

Referências