Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia Mecânica

MECÂNICA GERAL

PROFESSOR: IGOR DOS SANTOS GOMES
E-MAIL: IGOR.GOMES@ITEC.UFPA.BR

EQUILÍBRIO DE CORPOS RÍGIDOS, TRELIÇAS PLANAS E ESFORÇOS INTERNOS

Parte 1: Equilíbrio de um corpo rígido

4.1. Condições de equilíbrio do corpo rígido
4.2. Diagrama de corpo livre
4.3. Equações de equilíbrio
4.4. Membros de duas e de três forças
4.5. Equilíbrio em três dimensões
4.6. Restrições e determinância estática

Parte 2: Treliças planas

4.5. Método dos nós
4.6. Membros de força zero
4.7. Método das seções

Parte 3: Esforços internos

4.8. Cargas internas desenvolvidas em membros estruturais
4.9. Equações e diagramas de força cortante e de momento fletor
4.10. Relações entre carga distribuída, força cortante e momento fletor

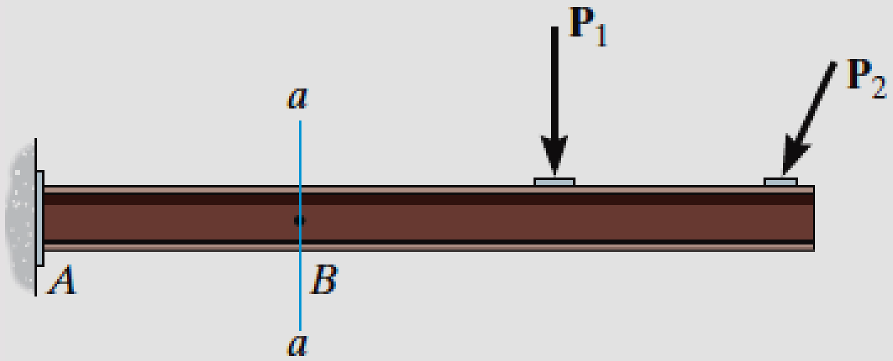
PARTE 3: ESFORÇOS INTERNOS

4.8. Cargas internas desenvolvidas em membros estruturais
4.9. Equações e diagramas de força cortante e de momento fletor

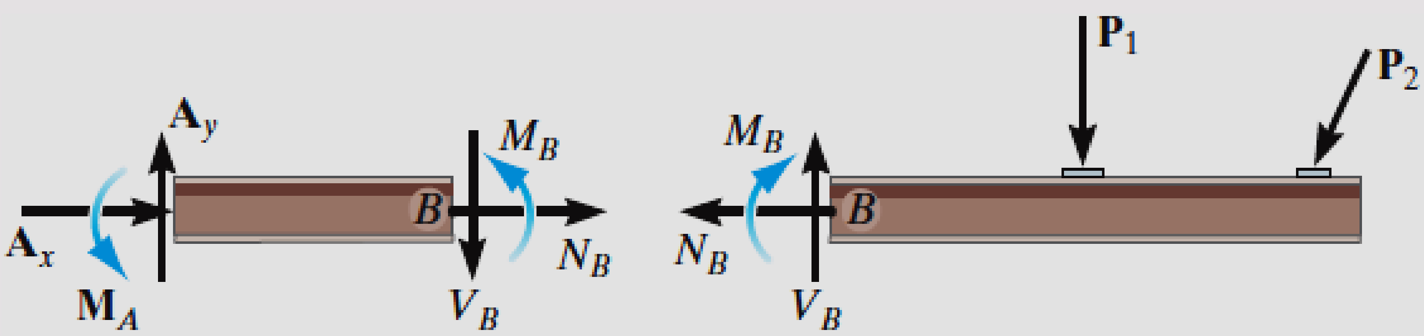
4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

- Para projetar um membro estrutural ou mecânico, é preciso conhecer as cargas atuando dentro do membro, a fim de garantir que o material possa resistir a elas;

- As cargas internas podem ser determinadas usando o **método das seções**.



(a)



(b)

4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

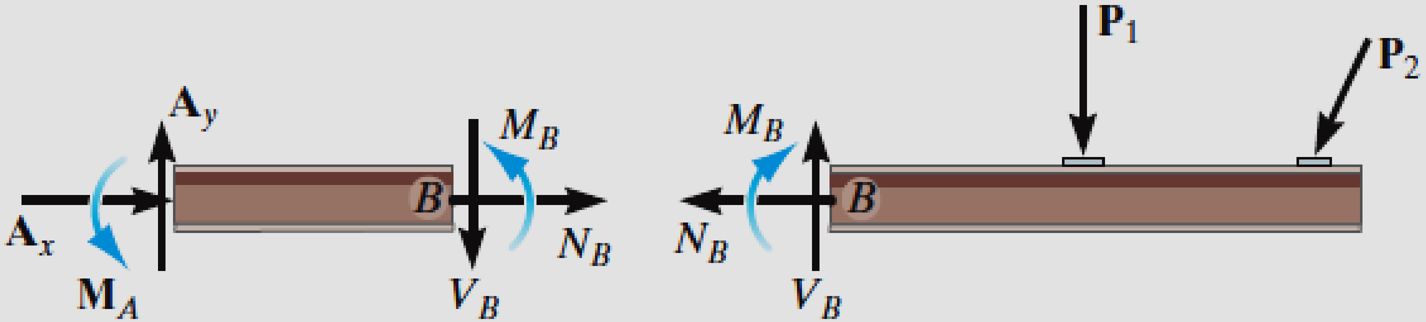
- A componente de força $\boldsymbol{N_B}$, que atua *perpendicularmente* à seção transversal, é chamada de **força normal**;

- A componente de força $\boldsymbol{V_B}$, que é tangente à seção transversal, é chamada de **força cortante (ou de cisalhamento)**;

- O momento de binário $\boldsymbol{M_B}$ é conhecido como **momento fletor**;

- As componentes de força impedem a translação relativa entre os dois segmentos, e o momento de binário impede a rotação relativa;

- Conforme a 3ª lei de Newton, essas cargas devem atuar em sentidos opostos em cada segmento.



(b)

4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

- Como determinar essas componentes?

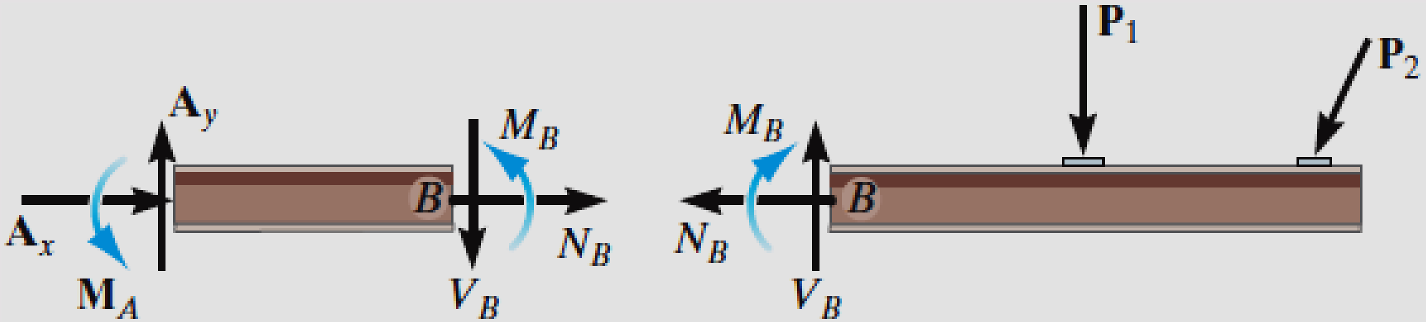
- Elas podem ser determinadas aplicando as equações de equilíbrio ao diagrama de corpo livre de qualquer um dos segmentos;

- Nesse caso, porém, o segmento da direita é a melhor escolha, pois não envolve as reações de apoio incógnitas em A;

- Uma solução direta para $\boldsymbol{N_B}$ é obtida aplicando-se $\sum F_x = 0$;

- $\boldsymbol{V_B}$ é obtido a partir de $\sum F_y = 0$;

- $\boldsymbol{M_B}$ pode ser obtido aplicando-se $\sum M_B = 0$, pois os momentos de $\boldsymbol{N_B}$ e $\boldsymbol{V_B}$ em relação a ***B*** são zero.



(b)

4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

- Em duas dimensões, mostramos, portanto, que existem três resultantes das cargas internas;

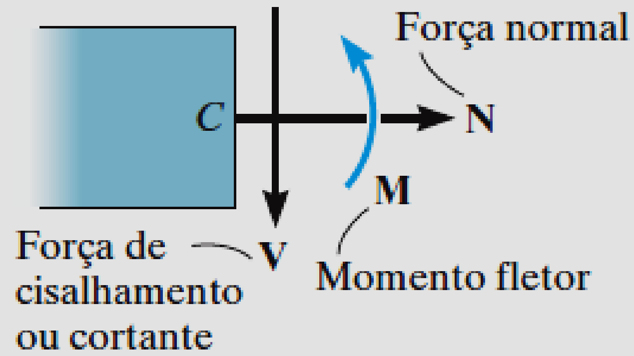
- Em três dimensões, resultantes internas gerais de força e de momento de binário atuarão na seção;

- $\boldsymbol{N_y}$ é a **força normal**, e $\boldsymbol{V_x}$ e $\boldsymbol{V_z}$ são **componentes da força cortante**;

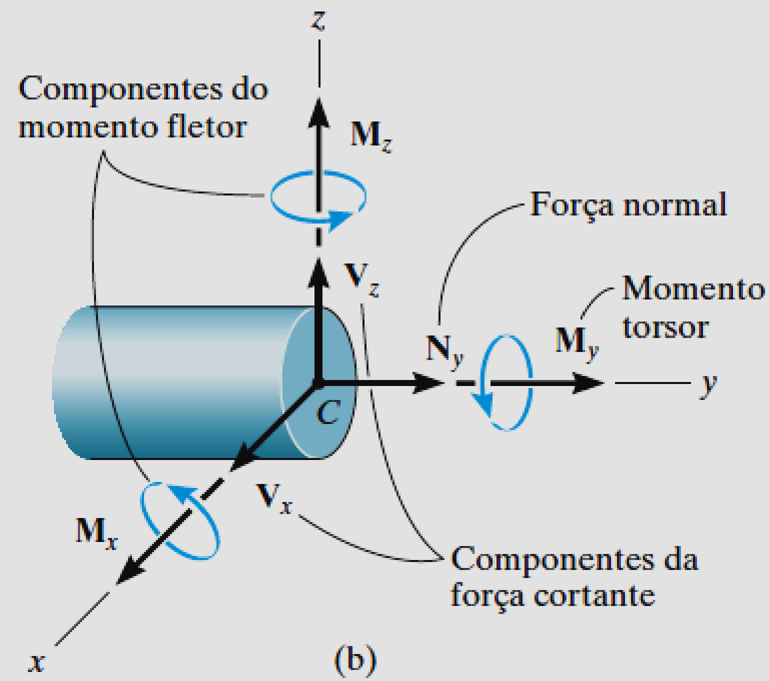
- $\boldsymbol{M_y}$ é o **momento torsor**, e $\boldsymbol{M_x}$ e $\boldsymbol{M_z}$ são **componentes do momento fletor**;

- Para a maioria das aplicações, essas cargas resultantes atuarão no centro geométrico ou centroide (C) da área transversal da seção;

- Embora a intensidade de cada carga em geral seja diferente em vários pontos ao longo do eixo do membro, o método das seções sempre pode ser usado para determinarmos seus valores.



(a)

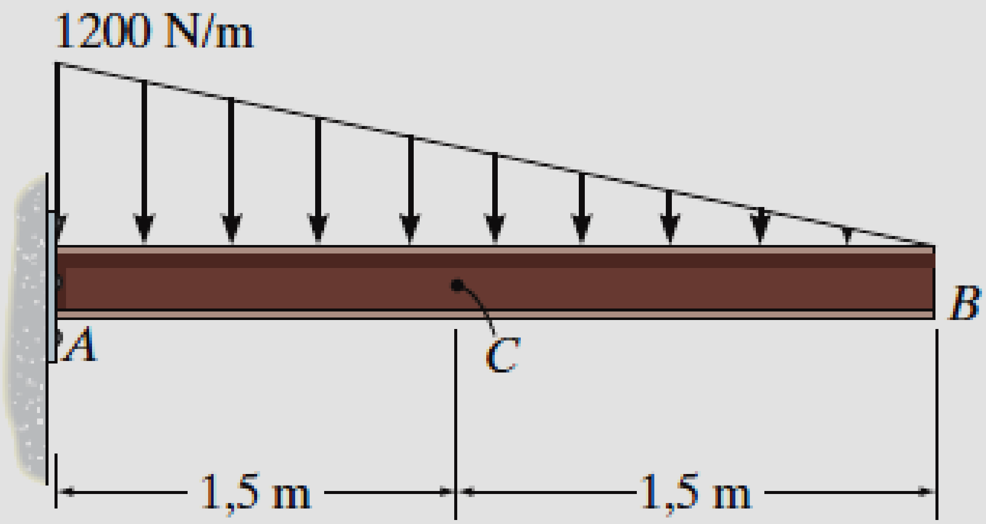


(b)

4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

Exercício 27:

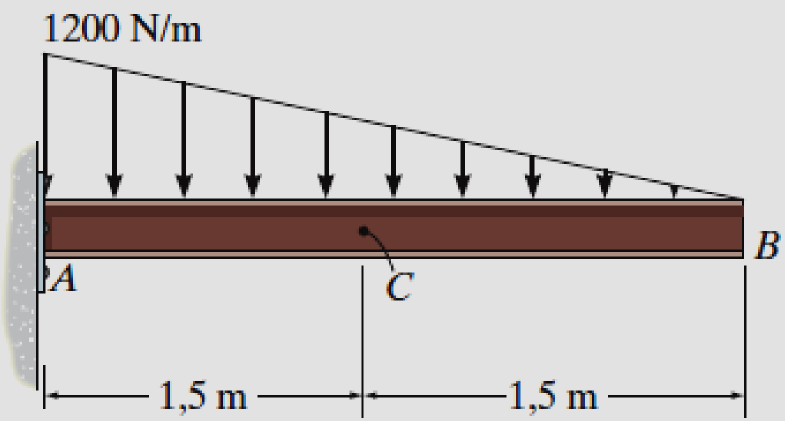
➢ Determine a força normal, a força cortante e o momento fletor em *C* da viga da figura abaixo.



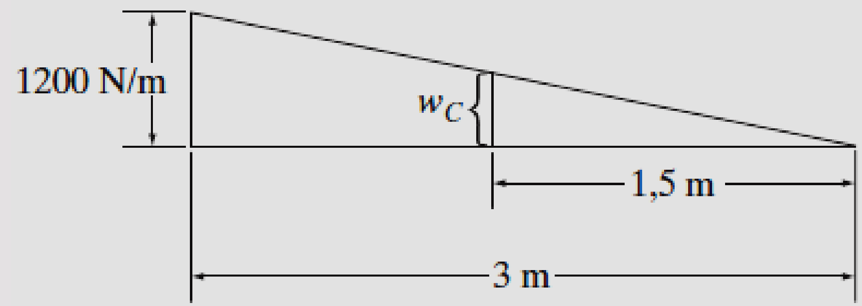
4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

Solução:

1) Diagrama de corpo de livre:



(a)



(b)

- Não é necessário encontrar as reações de apoio em ***A***, pois o segmento ***BC*** da viga pode ser usado para determinar as cargas internas em ***C***;

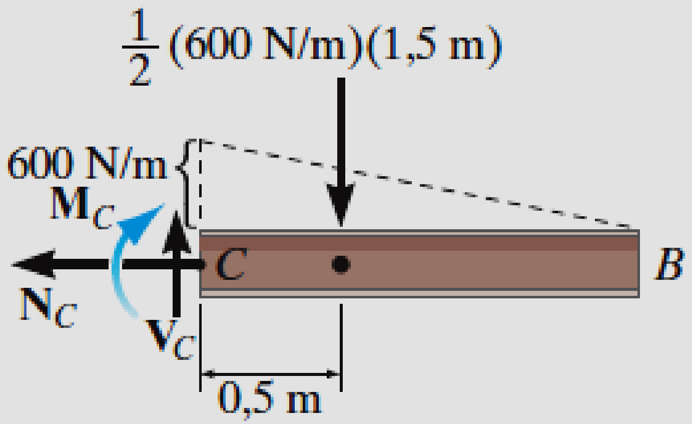
- A intensidade da carga distribuída triangular em ***C*** é determinada com triângulos semelhantes, por meio da geometria mostrada na figura (b), ou seja,

$$w_C = (1200\ \text{N/m})\left(\frac{1{,}5\ \text{m}}{3\ \text{m}}\right) = 600\ \text{N/m}$$

4.8. CARGAS INTERNAS DESENVOLVIDAS EM MEMBROS ESTRUTURAIS

Solução:

- A carga distribuída atuando sobre o segmento ***BC*** pode agora ser substituída por sua força resultante, e sua posição é indicada no diagrama de corpo livre abaixo:



2) Equações de equilíbrio:

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad N_C = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad V_C - \tfrac{1}{2}(600\ \text{N/m})(1{,}5\ \text{m}) = 0 \qquad V_C = 450\ \text{N}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -M_C - \tfrac{1}{2}(600\ \text{N/m})(1{,}5\ \text{m})(0{,}5\ \text{m}) = 0 \qquad M_C = -225\ \text{N}$$

4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

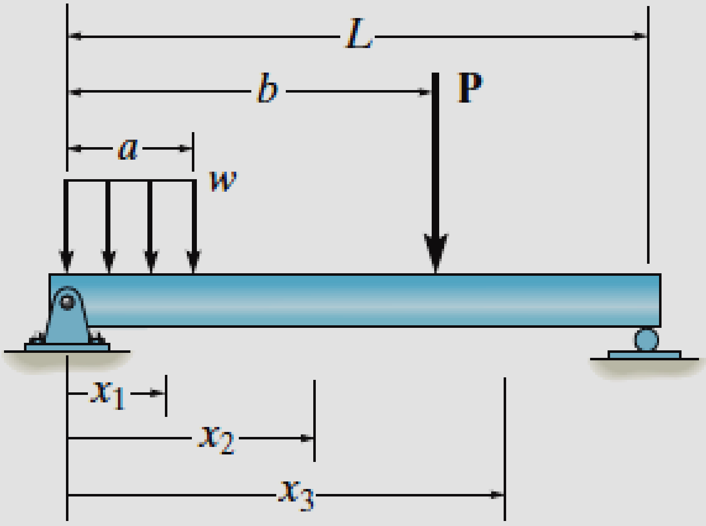
- **Vigas** são membros estruturais projetados para suportar cargas aplicadas perpendicularmente a seus eixos;

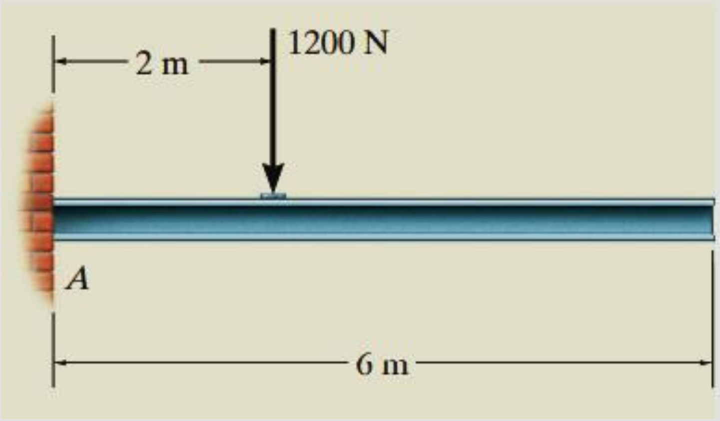
- Em geral, elas são longas e retas, e possuem área da seção transversal constante;

- Normalmente são classificadas de acordo com a forma como são apoiadas;

- Por exemplo, uma **viga que é simplesmente apoiada** tem um pino em uma extremidade e um rolete na outra;

- Ao passo que uma **viga em balanço** é engastada em uma extremidade e livre na outra;





4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

- O projeto real de uma viga requer um conhecimento detalhado da *variação* da força cortante ***V*** e do momento fletor ***M*** atuando internamente em *cada ponto* ao longo do eixo da viga;

- Essas *variações* de ***V*** e ***M*** ao longo do eixo da viga podem ser obtidas usando o método das seções;

- Nesse caso, porém, é necessário seccionar a viga a uma distância arbitrária *x* a partir de uma extremidade e depois aplicar as equações de equilíbrio ao segmento tendo o comprimento ***x***;

- Fazendo isso, podemos, então, obter ***V*** e ***M*** como funções de ***x***;

- Em geral, as funções de força cortante e de momento fletor serão descontínuas, ou suas inclinações serão descontínuas, em pontos onde uma carga distribuída varia ou onde forças ou momentos de binário concentrados são aplicados;

- Por causa disso, essas funções precisam ser determinadas para cada segmento da viga localizado entre duas descontinuidades de carga quaisquer.

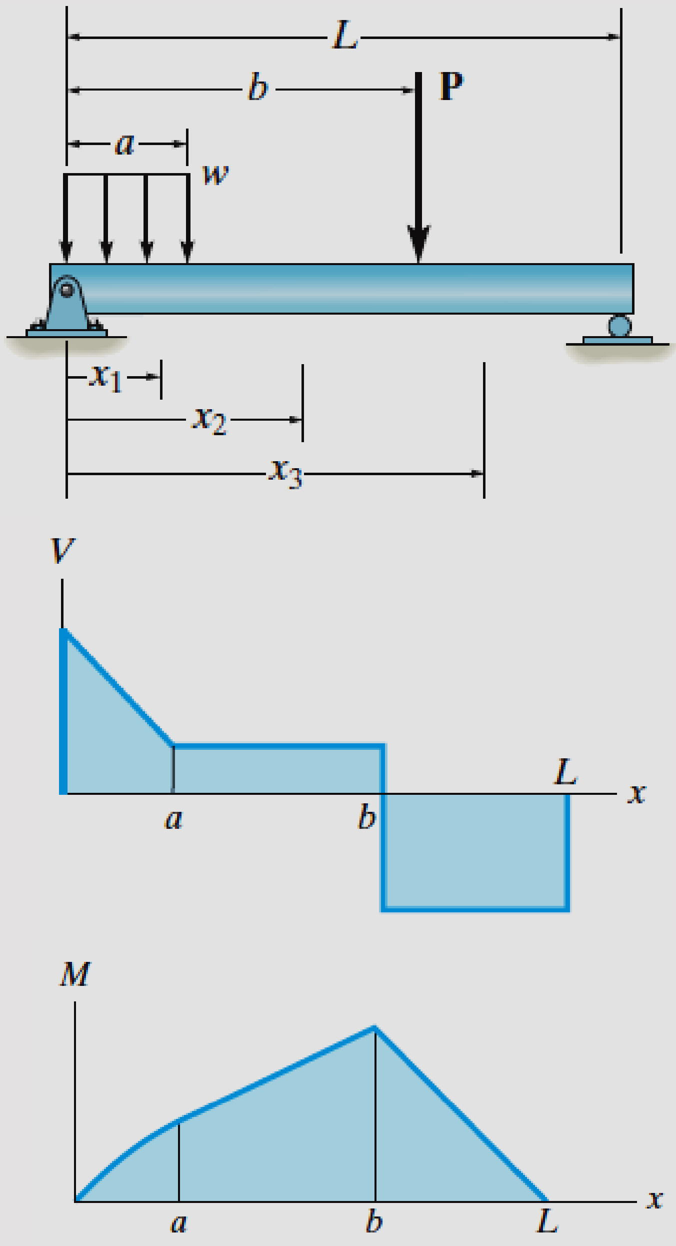
4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

- Por exemplo:

- Segmentos com comprimentos x_1, x_2 e x_3 terão de ser usados para descrever a variação de ***V*** e de ***M*** ao longo do comprimento da viga;

- Essas funções serão válidas somente dentro das regiões de **0** até ***a*** para x_1, de ***a*** até ***b*** para x_2 e de ***b*** até ***L*** para x_3;

- Se as funções resultantes de x forem representadas em gráficos, eles serão chamados de **diagrama de força cortante** e **diagrama de momento fletor.**

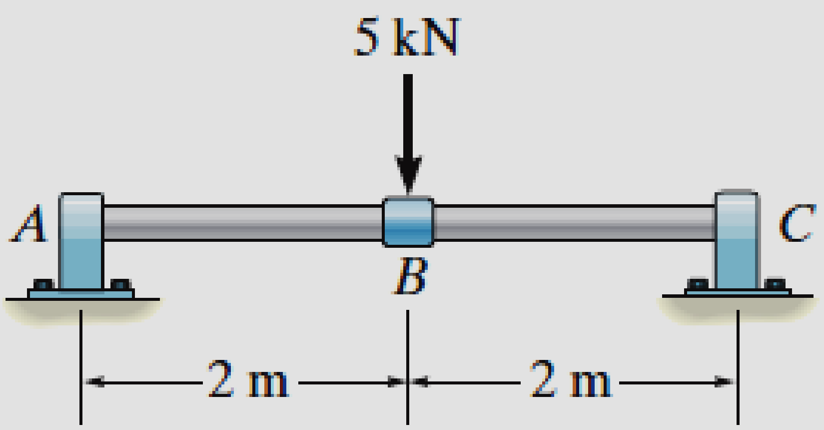


4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

Exercício 28:

- Construa os diagramas de força cortante e de momento fletor para o eixo mostrado na figura abaixo;

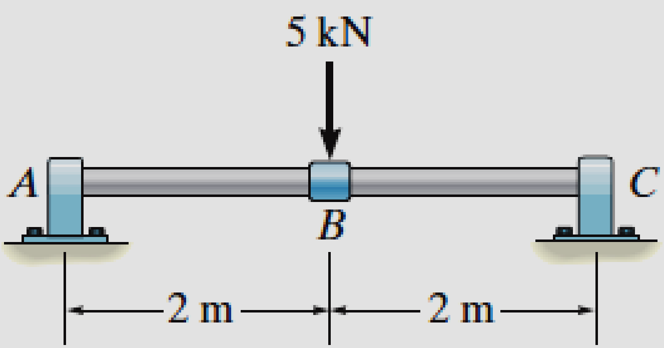
- O apoio em ***A*** é um mancal axial e o apoio em ***C*** é um mancal radial.

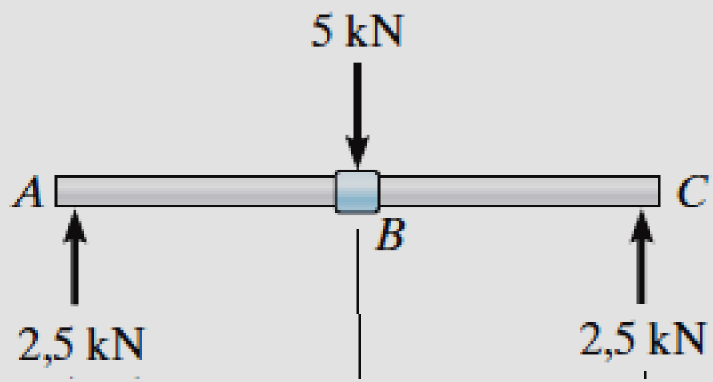


4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

Solução:

1) Reação nos apoios:





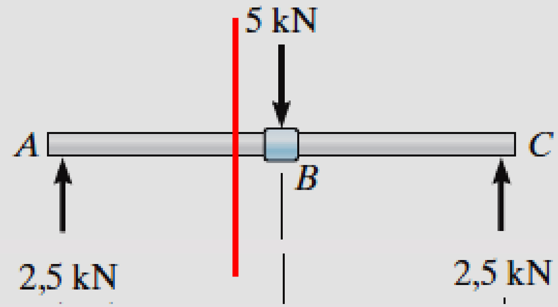
$$+\uparrow \sum F_y = A_y + C_y - 5kN = 0$$

$$+\circlearrowleft \sum M_A = C_y(4m) - 5kN(2m) = 0$$

4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

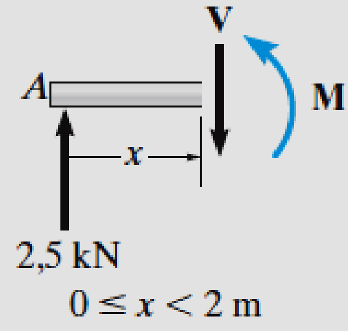
Solução:

2) Funções de força cortante e de momento fletor:



- O eixo é seccionado a uma distância arbitrária **x** do ponto ***A***, estendendo-se dentro da região ***AB***, e o diagrama de corpo livre do segmento esquerdo;

- Consideramos que as incógnitas **V** e **M** atuam no sentido positivo na face direita do segmento, de acordo com a convenção de sinal estabelecida;



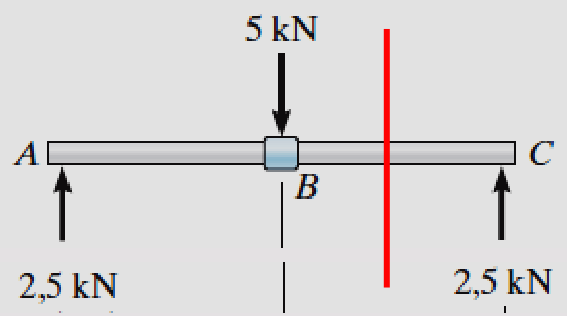
- A aplicação das equações de equilíbrio gera:

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad V = 2{,}5\text{ kN}$$

$$\circlearrowleft +\Sigma M = 0; \qquad M = 2{,}5x\text{ kN}\cdot\text{m}$$

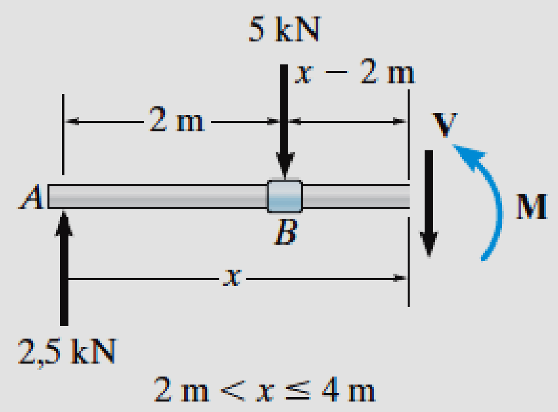
Solução:

2) Funções de força cortante e de momento fletor:



- Um diagrama de corpo livre para um segmento esquerdo do eixo estendendo-se de ***A*** até uma distância *x* dentro da região ***BC***;

- Como sempre, **V** e **M** aparecem atuando no sentido positivo. Logo,



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 2{,}5\text{ kN} - 5\text{ kN} - V = 0$$

$$V = -2{,}5\text{ kN}$$

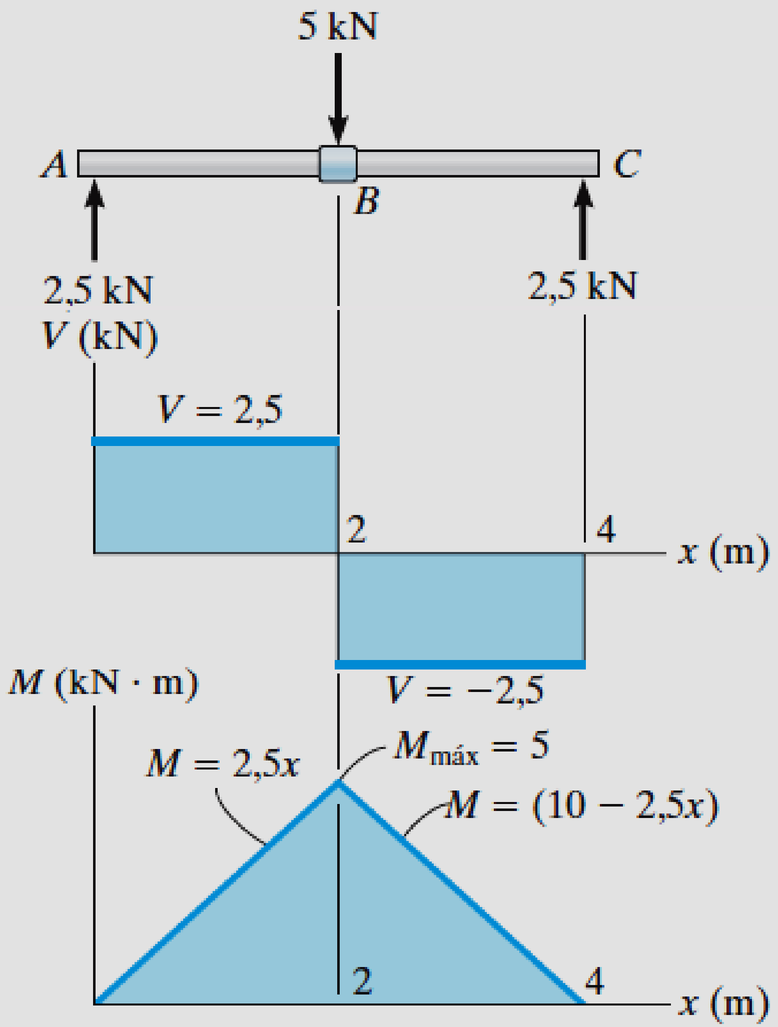
$$\circlearrowleft + \Sigma M = 0; \qquad M + 5\text{ kN}(x - 2\text{ m}) - 2{,}5\text{ kN}(x) = 0$$

$$M = (10 - 2{,}5x)\text{ kN}\cdot\text{m}$$

4.9. EQUAÇÕES E DIAGRAMAS DE FORÇA CORTANTE E DE MOMENTO FLETOR

Solução:

3) Diagramas de força cortante e de momento fletor:



ATÉ A PRÓXIMA!