

INSTITUTO DE TECNOLOGIA - UFPA  
FACULDADE DE ENG. MECÂNICA

DISCIPLINA: MECÂNICA DOS SÓLIDOS I

**Parte 5:**  
**Flexão**

**Professor: Leonardo Dantas Rodrigues**





Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



Godden Collection, National Information Service for Earthquake Engineering, University of California, Berkeley

# CLASSIFICAÇÕES

Classificação das vigas de acordo com seus apoios.

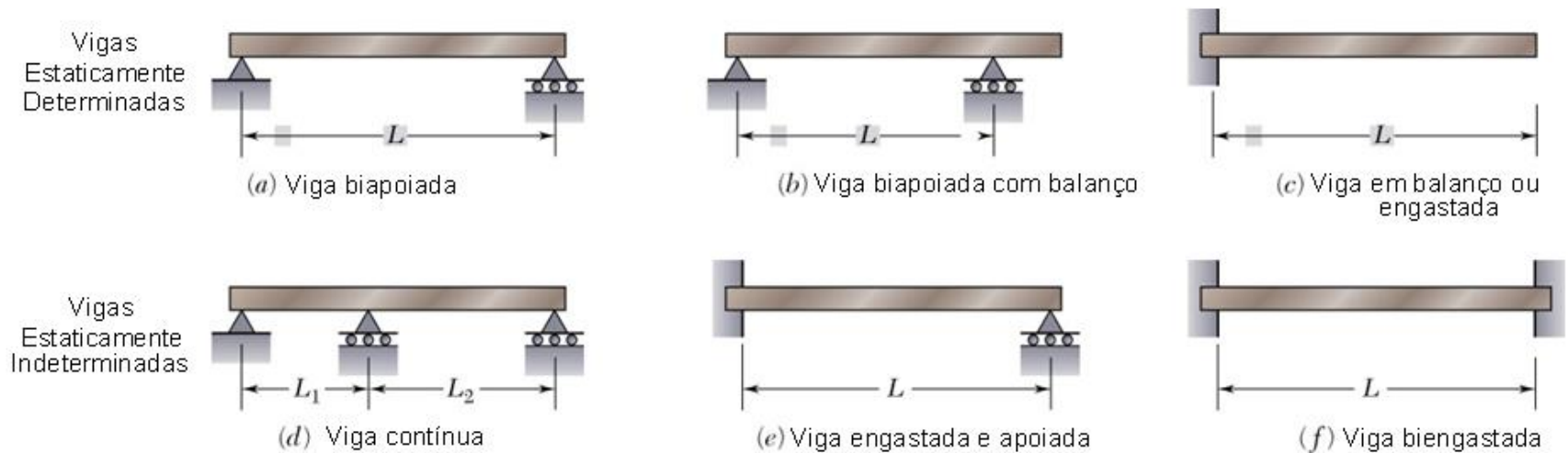


Figura 5.1



# FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

Carregamentos transversais de vigas são classificados como forças *concentradas* ou como forças *distribuídas*.

As cargas aplicadas resultam em esforços internos consistindo de **força cortante**, que provoca **tensões de cisalhamento**, e **momento fletor**, que provoca **tensões normais**.

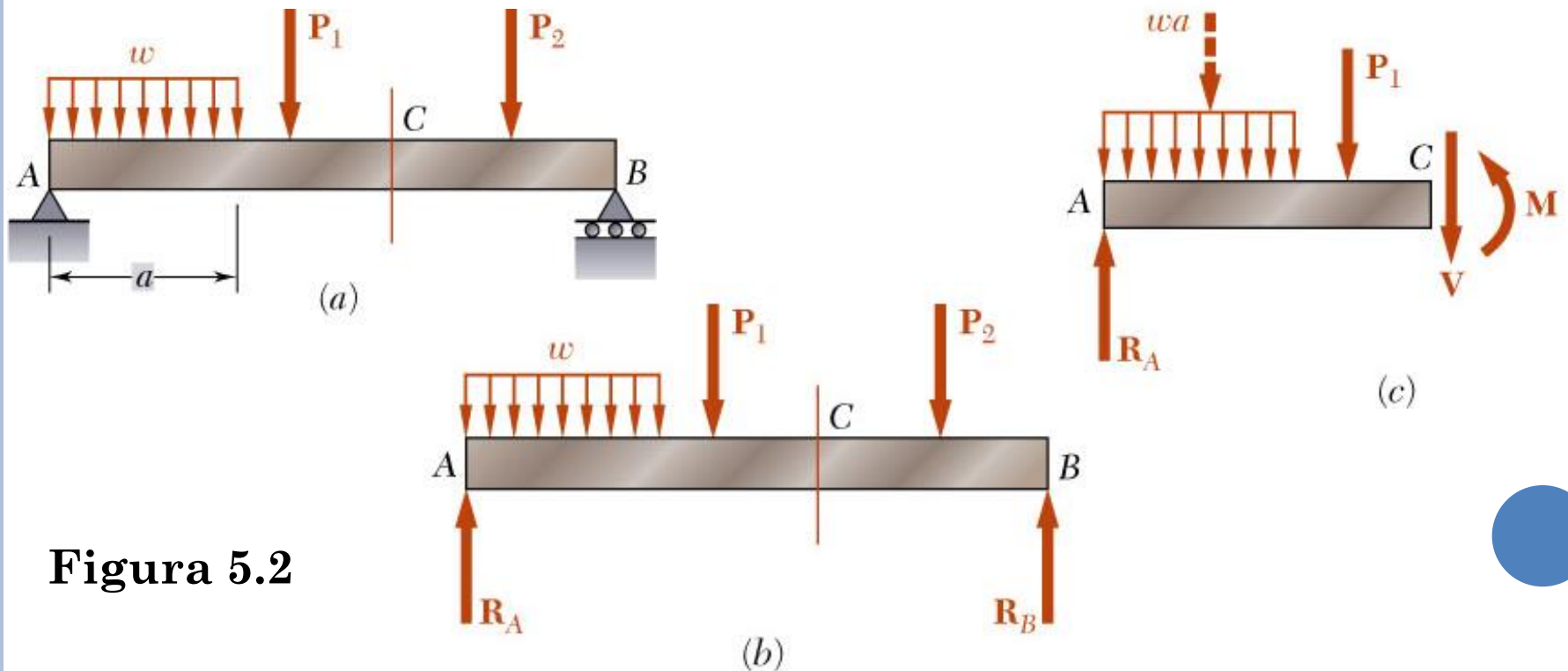
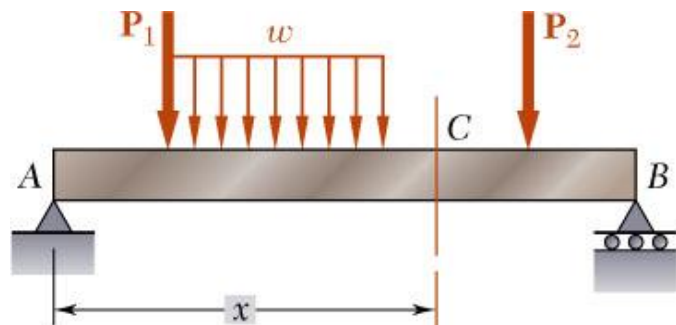
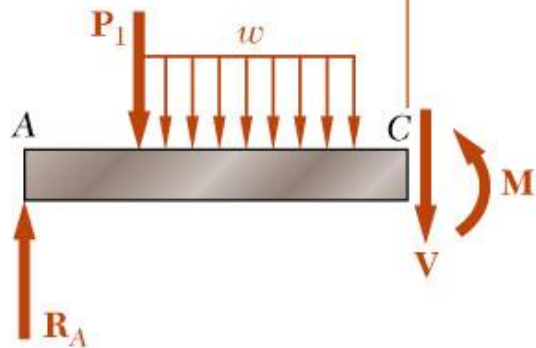


Figura 5.2

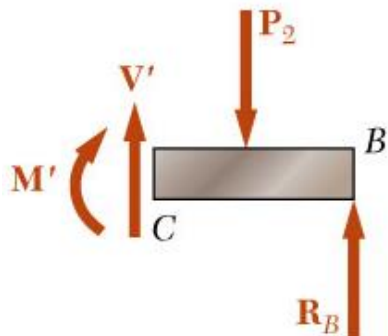
# FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR



(a)



(b)



(d)

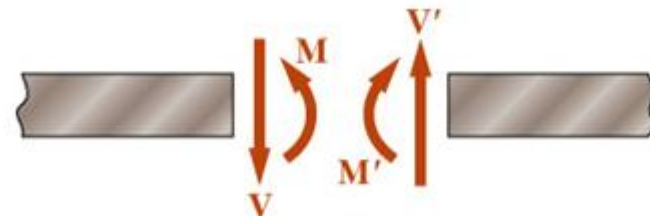


Figura 5.3

A determinação dos valores máximos absolutos da força cortante e do momento fletor exige a identificação da força e do momento fletor em cada seção solicitada.

**Método de seccionamento:** a força cisalhante e momento fletor em uma seção são determinadas pela passagem de um corte na seção de aplicação e uma análise de equilíbrio nas partes de cada lado do corte.

A convenção para estabelecer os sinais positivos dos momentos fletores internos e dos esforços cortantes foi mostrada na **Parte 1** do curso e está representada na figura 5.3

# RELAÇÕES ENTRE ESFORÇO DISTRIBUÍDO, FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

Método menos trabalhoso para casos de muitos esforços ao longo da viga.

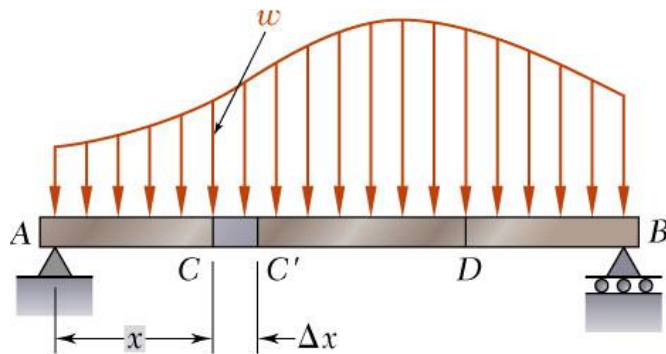
**Relações entre força e força cortante:**

$$\sum F_y = 0: V - (V + \Delta V) - w \Delta x = 0$$

$$\Delta V = -w \Delta x$$

$$\frac{dV}{dx} = -w \quad (5.1)$$

$$V(x) = -\int w \, dx$$



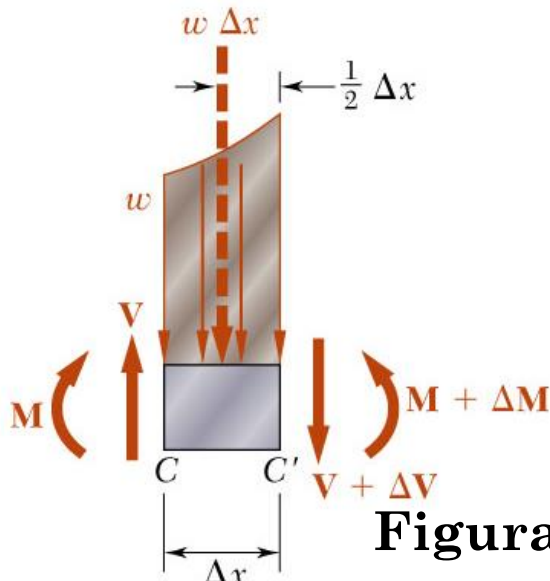
**Relações entre força cortante e momento fletor:**

$$\sum M_{C'} = 0: (M + \Delta M) - M - V \Delta x + w \Delta x \frac{\Delta x}{2} = 0$$

$$\Delta M = V \Delta x - \frac{1}{2} w (\Delta x)^2$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (5.2)$$

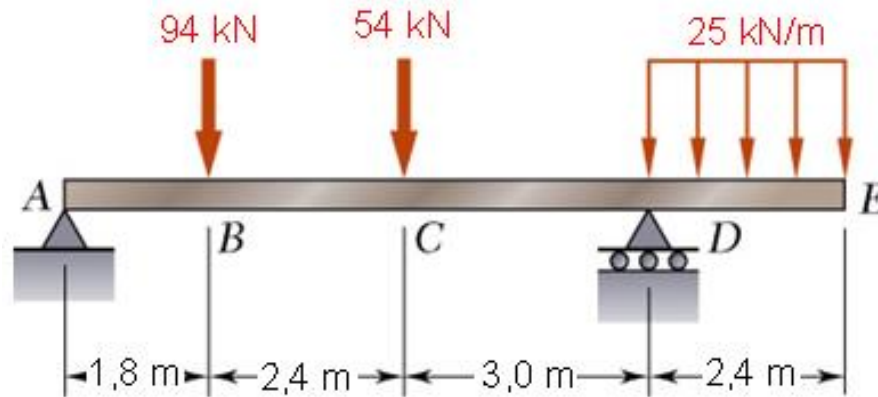
$$M(x) = \int V \, dx$$



**Figura 5.5**

# RELAÇÕES ENTRE ESFORÇO DISTRIBUÍDO, FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

**Exemplo 5.1:** Trace os diagramas de força cortante e momento fletor para a viga e o carregamento mostrados na figura 5.6.



**Figura 5.6**





# RELAÇÕES ENTRE ESFORÇO DISTRIBUÍDO, FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

## Exemplo 5.1: SOLUÇÃO

DCL e reações e A e D:

$$\sum M_A = 0$$

$$0 = D(7,2\text{ m}) - (94\text{ kN})(1,8\text{ m}) - (54\text{ kN})(4,2\text{ m}) - (60\text{ kN})(8,4\text{ m})$$

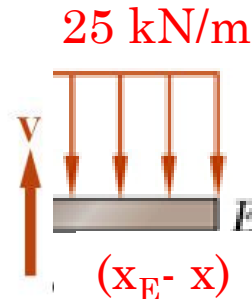
$$D = 125\text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

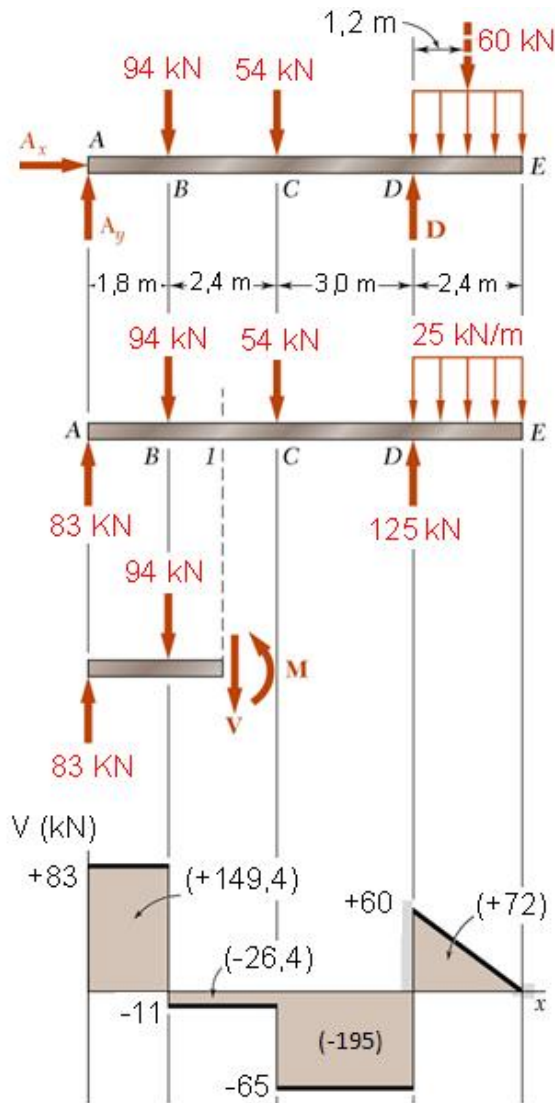
$$0 = A_y - 94\text{ kN} - 54\text{ kN} + 125\text{ kN} - 60\text{ kN}$$

$$A_y = 83\text{ kN}$$

No trecho DE:



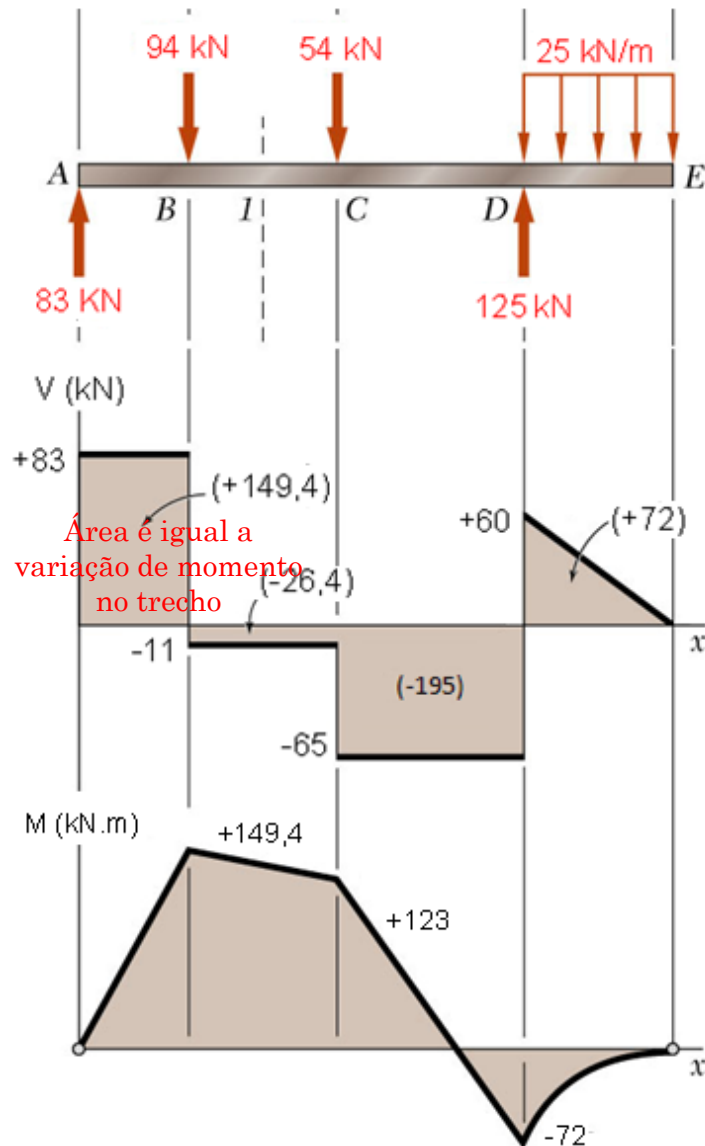
$$V(x) = 25(x_E - x)$$





# RELAÇÕES ENTRE FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

## Exemplo 5.1: SOLUÇÃO



### Observações:

- O momento fletor em A e E é igual a zero.
- Variação do momento fletor entre A, B, C e D é linear.
- Como o esforço cortante é linear entre D e E, a variação do momento fletor neste trecho é quadrática:

$$M_x(x) = \int V(x)dx = \int [25(x_E - x)]dx = 25(x_E x - \frac{x^2}{2}) + C_2$$

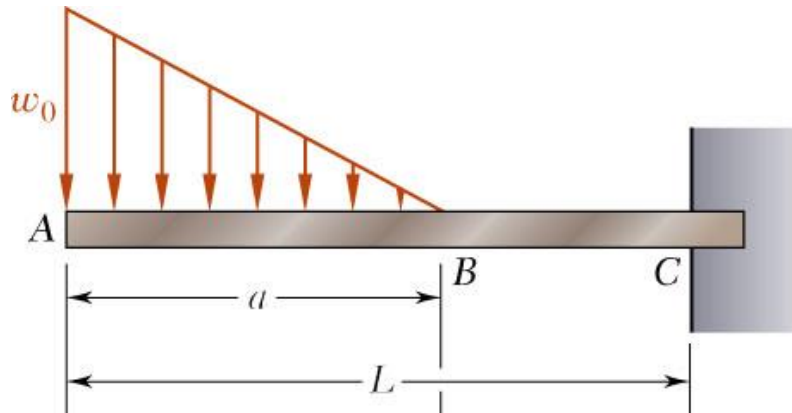
$$\text{em } x = x_E = 9,6m \Rightarrow M = 0, \text{ então } C_2 = -12,5x_E^2$$

$$M(x) = -12,5(x_E - x)^2 \text{ kN.m}$$

$$V_{\text{máx}} = 83\text{kN} \text{ e } M_{\text{máx}} = 149,4\text{kN.m}$$

# RELAÇÕES ENTRE FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

**Exercício 5.1:** Esboce os diagramas de força cortante e momento fletor para a viga em balanço mostrada na figura 5.7.

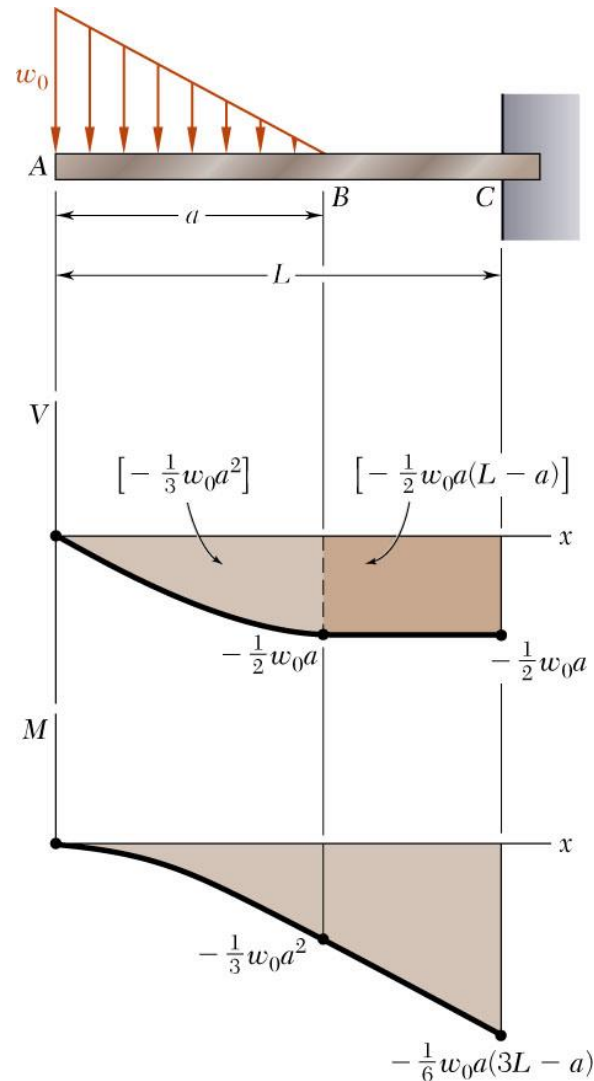


**Figura 5.7**

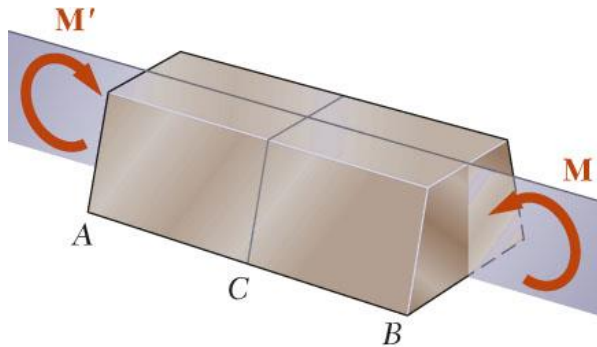


# RELAÇÕES ENTRE FORÇA CORTANTE E MOMENTO FLETOR

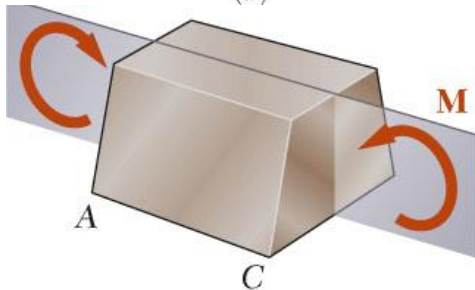
## Exercício 5.1: Resposta



# BARRA SOB FLEXÃO PURA



(a)



(b)

Figura 5.8

A soma das componentes das forças em qualquer direção é zero.

O momento fletor é o mesmo em relação à qualquer eixo perpendicular a seu plano (**valor M**) e é zero em relação a qualquer eixo contido naquele plano.

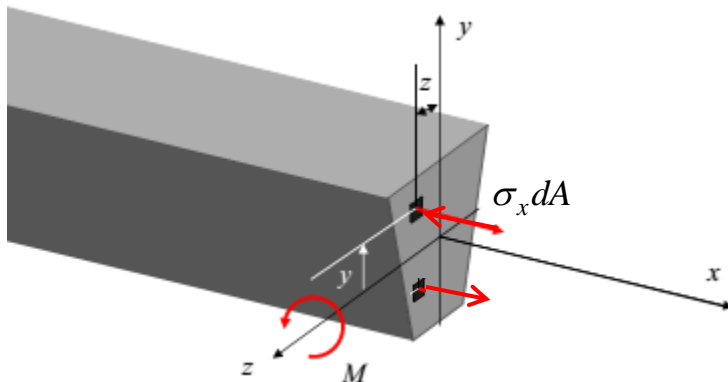


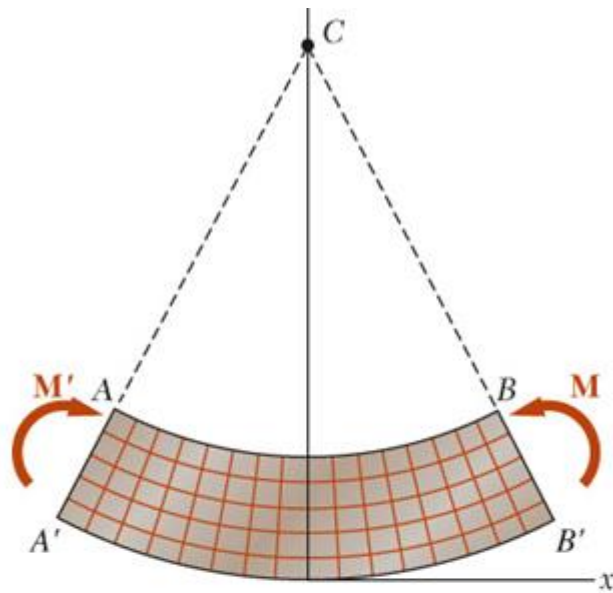
Figura 5.9

$$F_x = \int \sigma_x dA = 0 \quad (5.1)$$

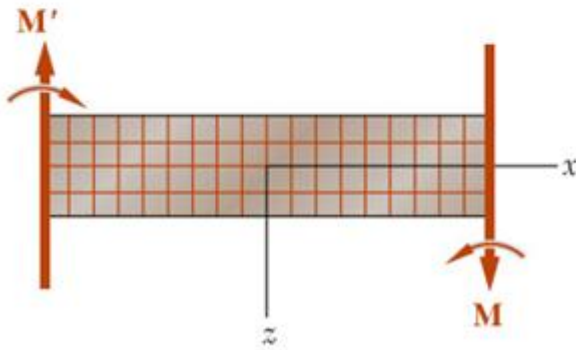
$$M_y = \int z \sigma_x dA = 0 \quad (5.2)$$

$$M_z = \int -y \sigma_x dA = M \quad (5.3)$$

# DEFORMAÇÕES SOB FLEXÃO PURA



(a) Seção vertical, longitudinal  
(plano de simetria)



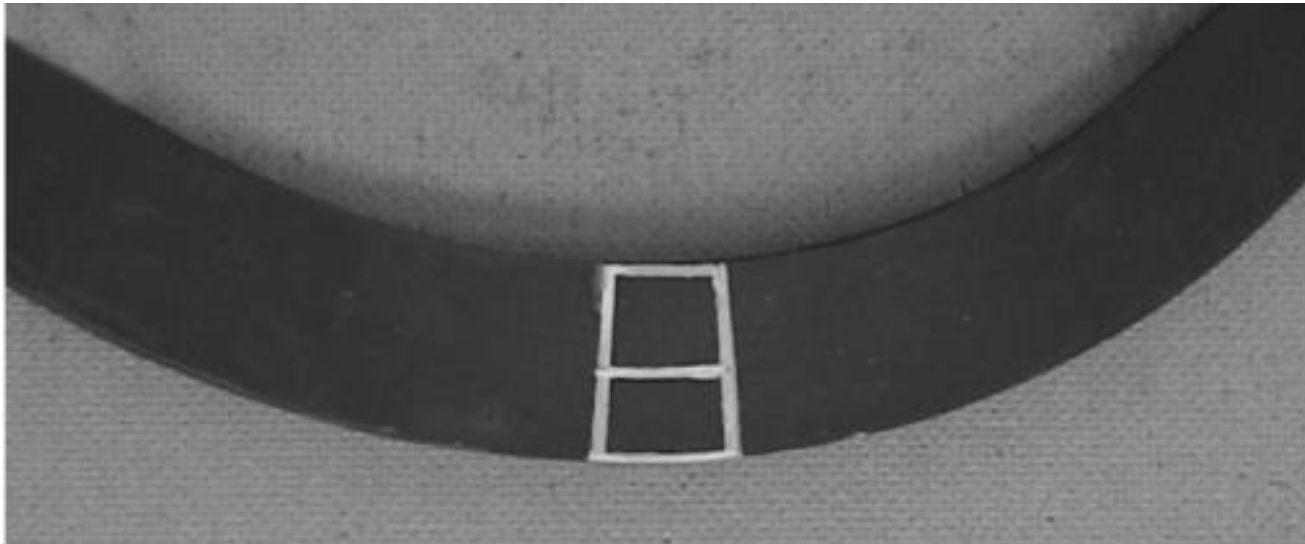
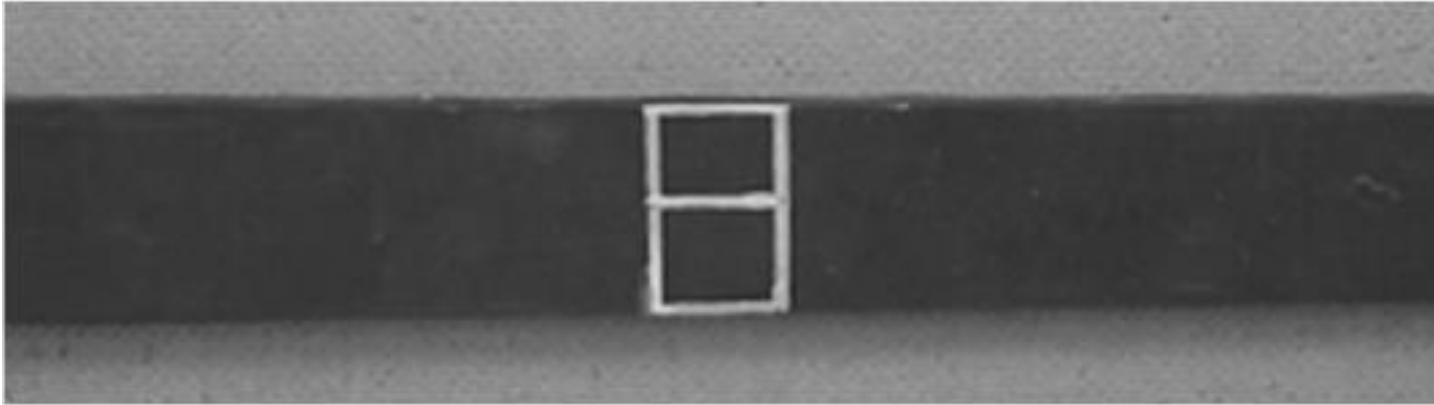
(b) Seção horizontal, longitudinal

## Condições e hipóteses:

1. Elemento permanece simétrico. Não há distorções.
2. A linha AB ao longo da qual a face superior da barra intercepta o plano dos momentos fletores terá curvatura constante.
3. Qualquer seção transversal perpendicular ao eixo da barra permanece plana e o plano da seção passa pelo centro C.
4. Quando  $M > 0$  a linha AB diminui o comprimento enquanto A'B' aumenta o comprimento.
5. A *superfície (linha) neutra* mantém o comprimento inalterado e é paralela às superfícies superior e inferior.

**Figura 5.10**

# DEFORMAÇÕES SOB FLEXÃO PURA



# DEFORMAÇÕES SOB FLEXÃO PURA

- Considerando um segmento de barra prismática de comprimento  $L$ . Após a deformação, o comprimento da superfície neutra permanece  $L$ . Em outras seções o comprimento varia:

Comprimento do  
segmento DE  
(linha neutra):

$$L = \rho\theta \quad (5.4)$$

Comprimento do  
segmento JK:

$$L' = (\rho - y)\theta \quad (5.5)$$

O comprimento inicial de JK era o mesmo de DE, ou seja, sua deformação foi:

$$\delta = L' - L = (\rho - y)\theta - \rho\theta = -y\theta \quad (5.6)$$

Deformação específica:

$$\epsilon_x = \frac{\delta}{L} = \frac{-y\theta}{\rho\theta} \Rightarrow \boxed{\epsilon_x = -\frac{y}{\rho}} \quad (5.7)$$

$$\epsilon_{\max} = \frac{c}{\rho} \quad (5.8) \quad \epsilon_x = -\frac{y}{c} \epsilon_{\max} \quad (5.9)$$

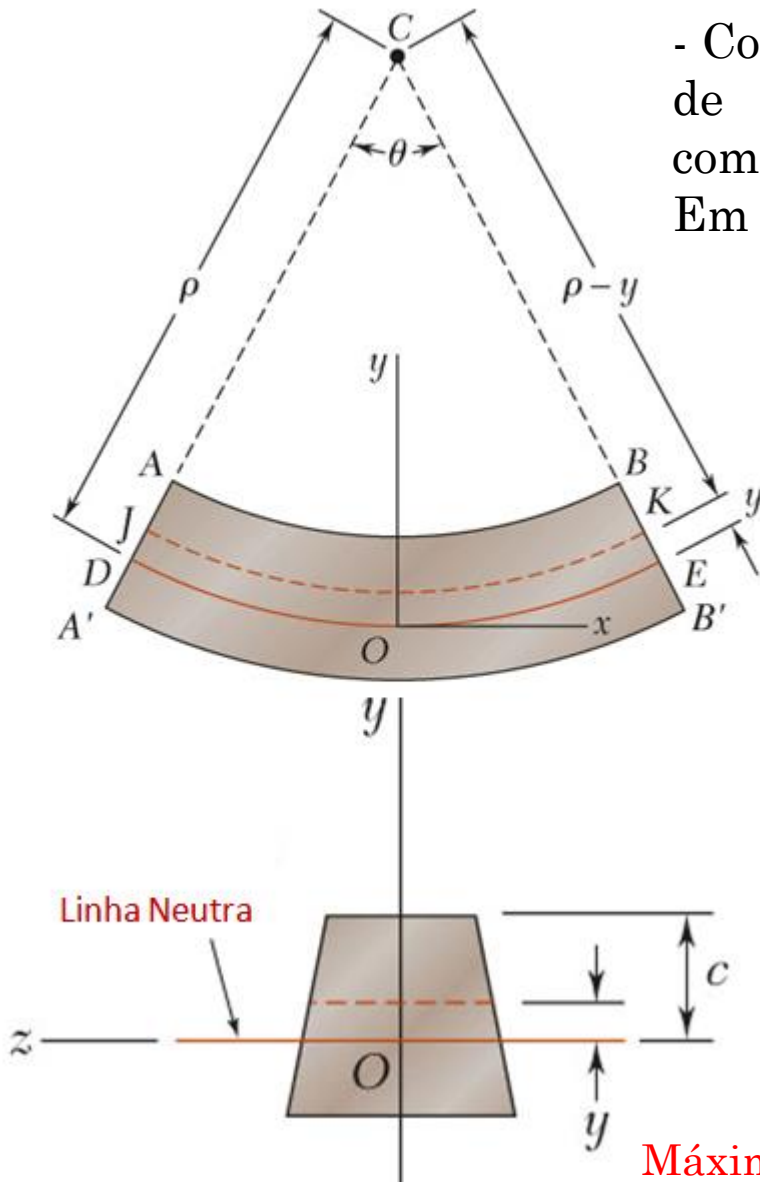


Figura 5.11



# TENSÕES E DEFORMAÇÕES NO REGIME ELÁSTICO

Das relações constitutivas, para um estado uniaxial em um material linear elástico, tem-se

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = -\frac{y}{c} E\varepsilon_{\max} \quad (5.10)$$

$$\sigma_x = -\frac{y}{c} \sigma_{\max} \quad (\text{tensão varia linearmente})$$

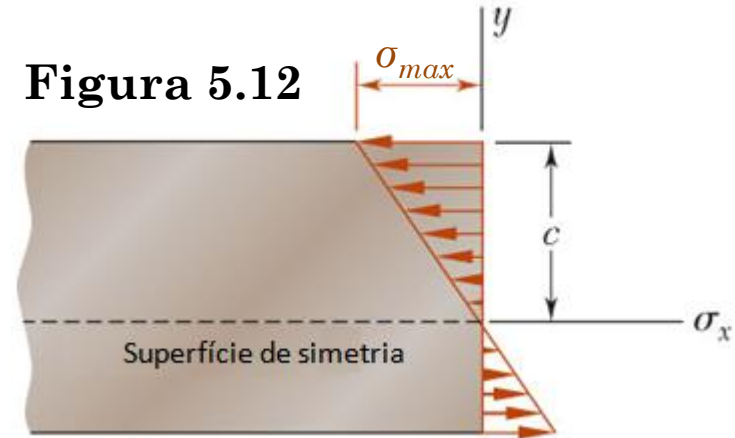
Para o equilíbrio estático,

$$F_x = 0 = \int \sigma_x dA = \int -\frac{y}{c} \sigma_{\max} dA$$

$$0 = -\frac{\sigma_{\max}}{c} \int y dA$$

Momento de primeira ordem da seção transversal em relação à linha neutra é zero, portanto, **no regime elástico, a linha neutra deve passar pelo centróide da seção.**

Figura 5.12



Para o equilíbrio estático, usando a eq. 5.3, tem-se:

$$M = \int (-y\sigma_x dA) = \int (-y) \left( -\frac{y}{c} \sigma_{\max} \right) dA$$

$$M = \frac{\sigma_{\max}}{c} \int y^2 dA = \frac{\sigma_{\max} I}{c}$$

Substituindo  $\sigma_{\max} = -\frac{c}{y} \sigma_x$

**Momento de inércia da seção**

$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} \quad (5.11)$$

# RELAÇÃO MOMENTO - CURVATURA

Deformação devido ao momento fletor  $M$  é quantificada pela curvatura da superfície neutra

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{\max}}{c} = \frac{\sigma_{\max}}{Ec} = \frac{M\phi}{I} \left( \frac{1}{E\phi} \right)$$

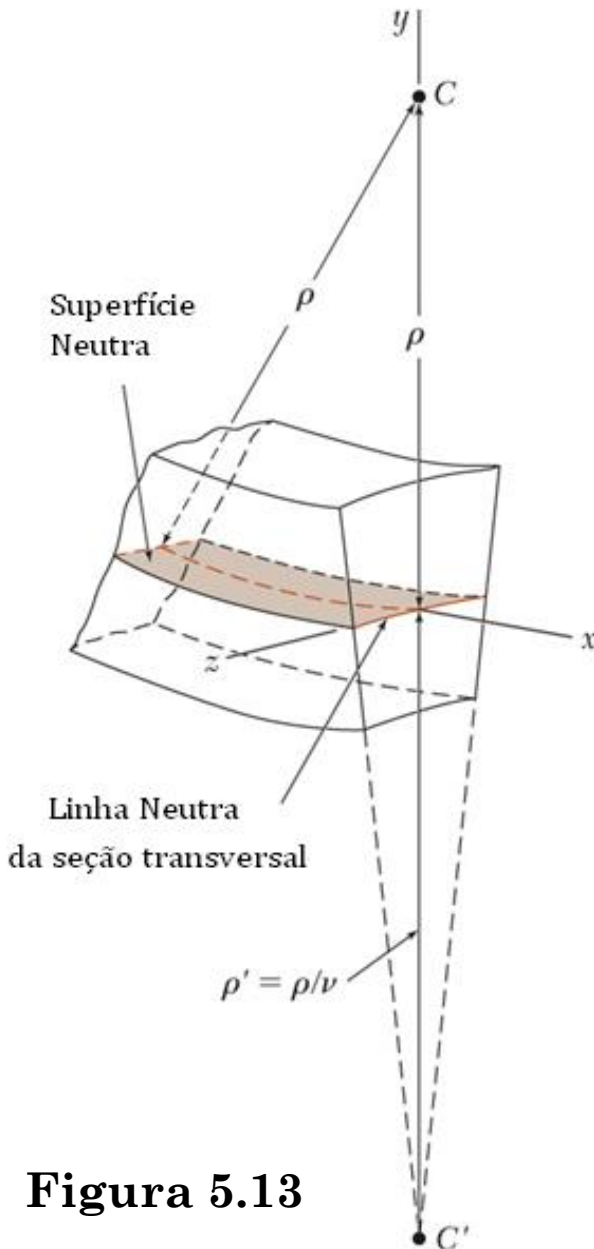
$$\boxed{\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}} \quad (5.12)$$

$$\varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x = \frac{\nu y}{\rho} \quad (5.13)$$

$$\varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x = \frac{\nu y}{\rho} \quad (5.14)$$

Expansão acima da superfície (linha) neutra e contração abaixo dela, causa uma curvatura no plano  $y$ - $z$ , igual a:

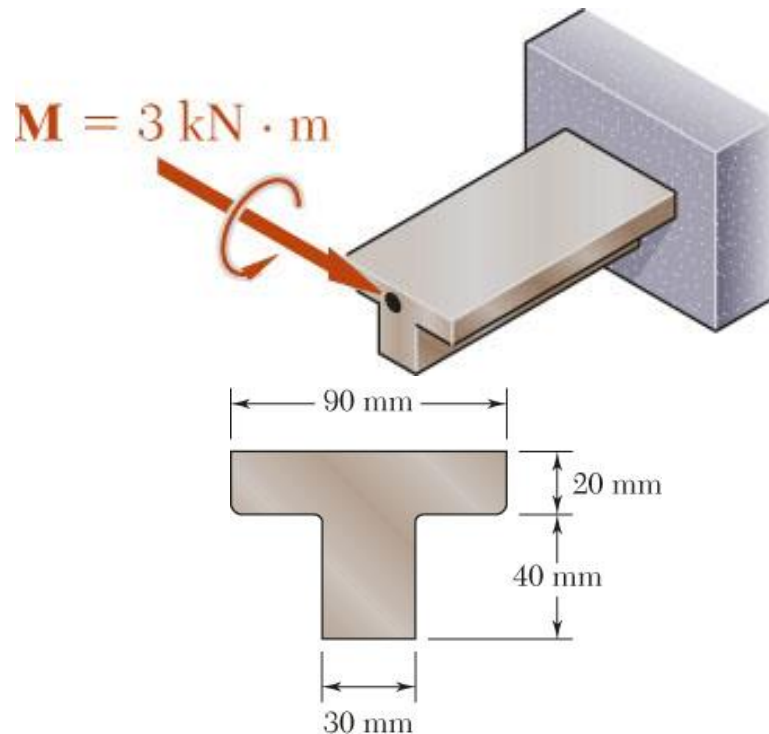
$$\frac{1}{\rho'} = \frac{\nu}{\rho} \quad (5.15)$$



**Figura 5.13**

# TENSÕES E DEFORMAÇÕES NO REGIME ELÁSTICO

**Exemplo 5.2:** A peça de ferro fundido da figura 5.14 é carregada por um momento  $M = 3 \text{ kN.m}$ . Sabendo-se que o módulo de elasticidade  $E = 165 \text{ GPa}$  e desprezando os efeitos dos adocamentos, determine (a) as tensões máximas de tração e compressão, (b) o raio de curvatura.



## Etapas para solução:

- Baseado na geometria da seção transversal, calcular a localização do centróide e momento de inércia.

$$\bar{Y} = \frac{\sum \bar{y}A}{\sum A} \quad (5.16)$$

$$I_{x'} = \sum (\bar{I} + A d^2) \quad (5.17)$$

- Aplicar a fórmula da flexão elástica para encontrar as tensões máximas de tração e compressão por

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}$$

- Calcular a curvatura por

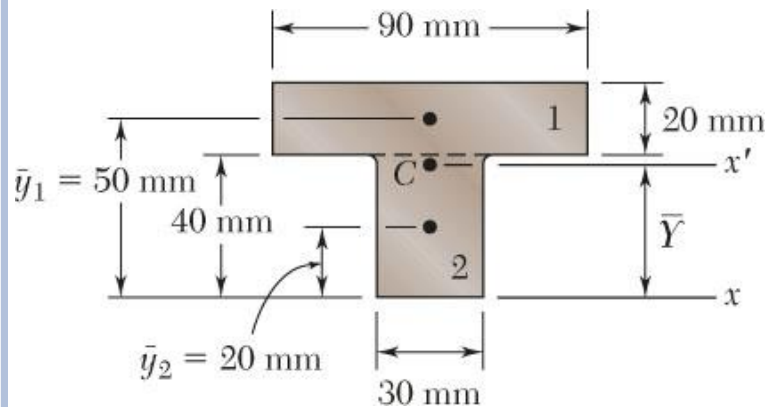
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

**Figura 5.14**

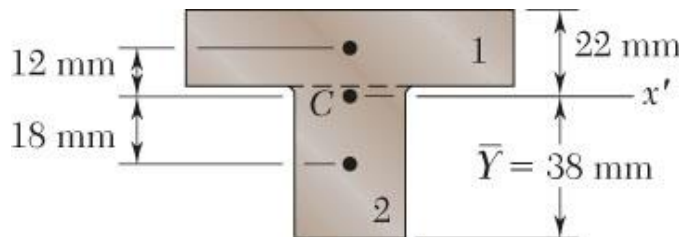
# TENSÕES E DEFORMAÇÕES NO REGIME ELÁSTICO

## Exemplo 5.2: SOLUÇÃO

De posse das dimensões da seção transversal, calculamos a localização do centróide e momento de inércia.



	Area, mm <sup>2</sup>	$\bar{y}$ , mm	$\bar{y}A$ , mm <sup>3</sup>
1	$20 \times 90 = 1800$	50	$90 \times 10^3$
2	$40 \times 30 = 1200$	20	$24 \times 10^3$
	$\Sigma A = 3000$		$\Sigma \bar{y}A = 114 \times 10^3$



$$\bar{Y} = \frac{\Sigma \bar{y}A}{\Sigma A} = \frac{114 \times 10^3}{3000} = 38 \text{ mm}$$

Centróide da  
seção, por onde  
passa a linha  
neutra

Momento de inércia  
com relação ao  
centróide da seção  
ou à linha neutra

$$\begin{aligned}
 I_{x'} &= \Sigma (\bar{I} + A d^2) = \Sigma \left( \frac{1}{12} b h^3 + A d^2 \right) \\
 &= \left( \frac{1}{12} 90 \times 20^3 + 1800 \times 12^2 \right) + \left( \frac{1}{12} 30 \times 40^3 + 1200 \times 18^2 \right) \\
 I_{x'} &= 868 \times 10^3 \text{ mm}^4 = 868 \times 10^{-9} \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

# TENSÕES E DEFORMAÇÕES NO REGIME ELÁSTICO

## Exemplo 5.2: SOLUÇÃO

Aplicação a fórmula da flexão elástica para encontrar as tensões máximas de tração e compressão.

$$\sigma_{max} = \frac{M_x c}{I_{x'}}$$

$$\sigma_A = \frac{M_x c_A}{I_{x'}} = \frac{3 \text{ kN} \cdot \text{m} \times 0.022 \text{ m}}{868 \times 10^{-9} \text{ m}^4}$$

$$\sigma_A = +76.0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_B = -\frac{M_x c_B}{I_{x'}} = -\frac{3 \text{ kN} \cdot \text{m} \times 0.038 \text{ m}}{868 \times 10^{-9} \text{ m}^4}$$

$$\sigma_B = -131.3 \text{ MPa}$$

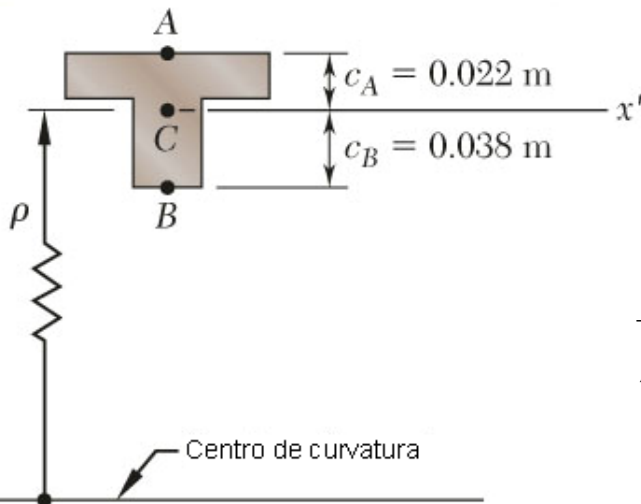
Cálculo da curvatura

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

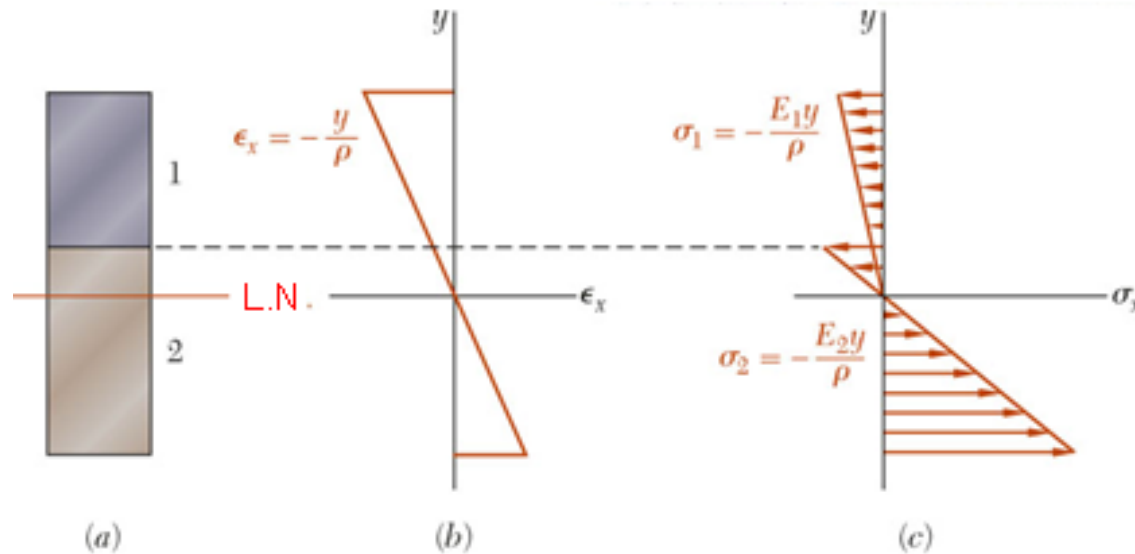
$$= \frac{3 \text{ kN} \cdot \text{m}}{(165 \text{ GPa})(868 \times 10^{-9} \text{ m}^4)}$$

$$\frac{1}{\rho} = 20.95 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}$$
$$\rho = 47.7 \text{ m}$$

Notar que o uso ou não do sinal negativo na fórmula de flexão, depende também do sistema de coordenadas adotado. O mais importante é entender o que acontece fisicamente com relação ao sinal das tensões.



# FLEXÃO EM BARRAS COM DIFERENTES MATERIAIS



**Figura 5.15**

Considere uma barra composta por dois materiais  $E_1$  e  $E_2$ , sendo  $E_2 > E_1$ .

A deformação normal ainda varia linearmente ao longo da altura da seção:

$$\epsilon_x = -\frac{y}{\rho}$$

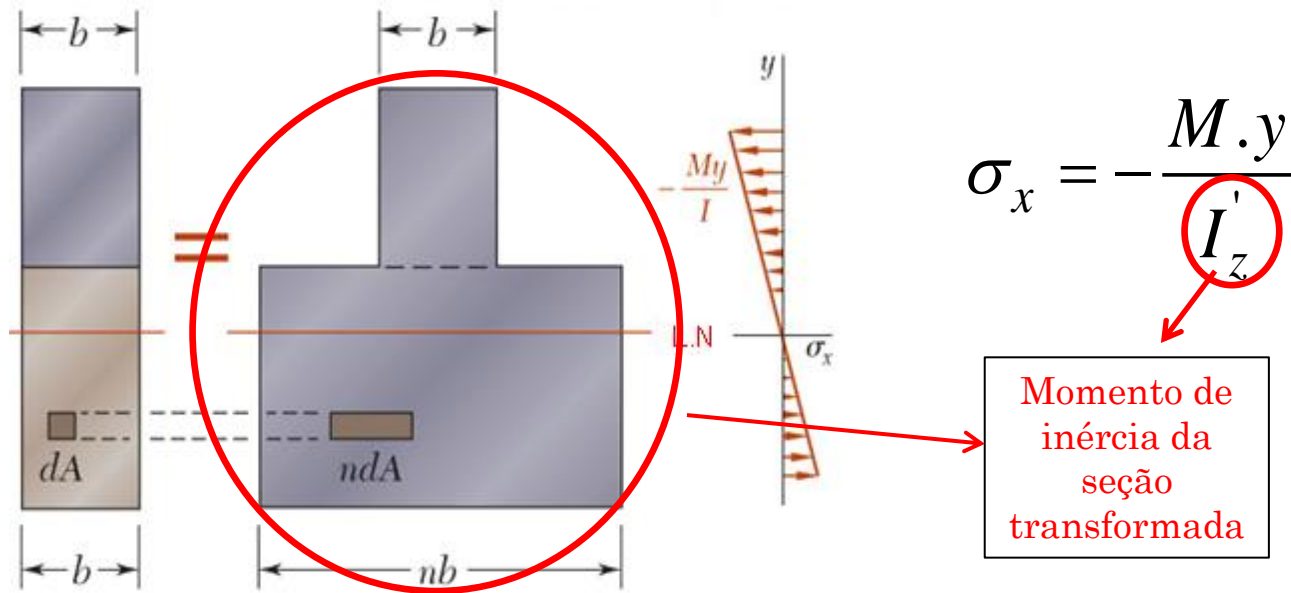
Tensões normais variam linearmente, mas agora haverá dois segmentos de reta distintos:

$$\sigma_1 = E_1 \epsilon_x = -\frac{E_1 y}{\rho} \quad \sigma_2 = E_2 \epsilon_x = -\frac{E_2 y}{\rho} \quad (5.16)$$

O eixo neutro não passa, necessariamente, pelo centróide da sessão composta.

# FLEXÃO EM BARRAS COM DIFERENTES MATERIAIS

## Método da transformação de áreas



As forças que atuam nos elementos são:

$$dF_1 = \sigma_1 dA = -\frac{E_1 y}{\rho} dA \quad (5.17)$$

$$dF_2 = \sigma_2 dA = -\frac{E_2 y}{\rho} dA$$

Chamando de  $n$  a relação  $E_2/E_1$ , tem-se:

$$dF_2 = -\frac{(nE_1) y}{\rho} dA = -\frac{E_1 y}{\rho} (n dA) \quad (5.18)$$

A distribuição de tensões em cada material (fig. 5.15c) :

$$\sigma_1 = \sigma_x = \frac{M \cdot y}{I'_z}; \quad \sigma_2 = n\sigma_x = n \cdot \frac{M \cdot y}{I'_z} \quad (5.19)$$



# FLEXÃO EM BARRAS COM DIFERENTES MATERIAIS

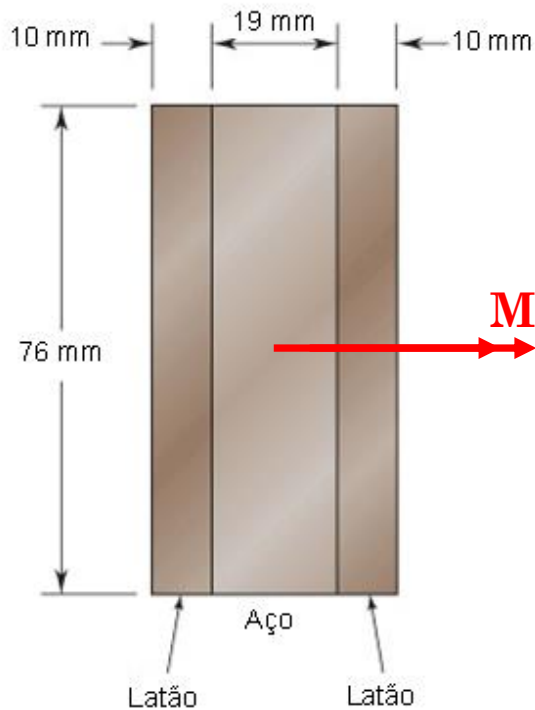
## *Procedimento de análise (método da transformação de áreas)*

1. Define-se um material de referência (de preferência, o de menor módulo de elasticidade) e modificam-se as áreas dos demais materiais (em dimensão na direção paralela à L.N., ou seja, paralela ao eixo em torno do qual o momento é aplicado). A modificação é feita a partir da relação do módulo de elasticidade do material de cada parte com o do material de referência.
2. Obtém-se, então, o momento de inércia  $I'$  da área total transformada e calculam-se as tensões atuantes nesta.
3. Por fim, multiplicam-se as tensões calculadas para a área transformada pelas razões dos módulos de elasticidade ( $E_2/E_1$ ,  $E_3/E_1$ , etc...) para as áreas com materiais diferentes do material de referência.



# FLEXÃO EM BARRAS COM DIFERENTES MATERIAIS

**Exemplo 5.4:** A barra mostrada na figura 5.16 é feita da união de partes de aço ( $E_{\text{aço}} = 203 \text{ GPa}$ ) e latão ( $E_{\text{latão}} = 105 \text{ GPa}$ ). Determinar a tensão máxima no aço e no latão, quando um momento  $M = 4,5 \text{ kN.m}$  estiver aplicado.



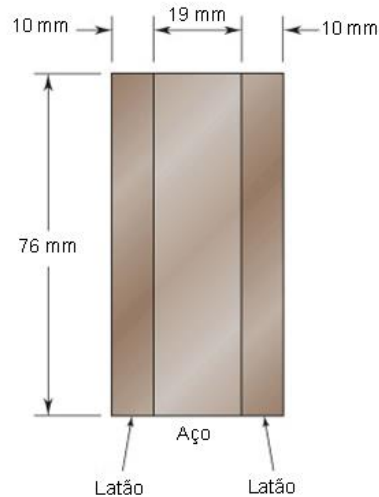
**Figura 5.16**

Etapas para solução:

- Transformar a barra em uma seção equivalente feita inteiramente de latão (referência).
- Calcular o momento de inércia da seção transversal da barra transformada.
- Calcular a tensão máxima na seção transformada. Sendo que esta já é a tensão máxima correta para a parte de latão da barra.
- Determinar a tensão máxima na parte de aço da barra, multiplicando a tensão máxima para a seção transformada pela razão entre os módulos de elasticidade.

# FLEXÃO EM BARRAS COM DIFERENTES MATERIAIS

## Exemplo 5.4: SOLUÇÃO



Transformação da barra em uma seção equivalente feita inteiramente de latão:

$$n = \frac{E_{aço}}{E_{latão}} = \frac{203 \text{ GPa}}{105 \text{ GPa}} = 1.933$$

$$b_T = 19 \text{ mm} \cdot (1.933) = 36,7 \text{ mm}$$

Cálculo do momento de inércia da seção transformada:

$$I = \frac{1}{12} b_T h^3 = \frac{1}{12} (0,0567 \text{ m}) (0,076 \text{ m})^3 = 2,07 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

Cálculo das tensões máximas:

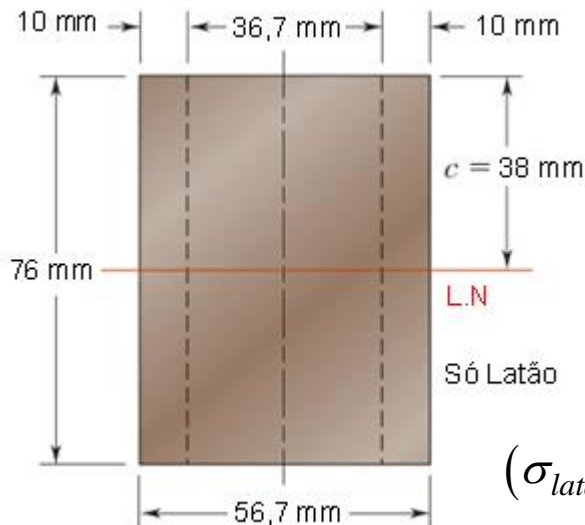
$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} = \frac{4,5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0,038 \text{ m}}{2,07 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} = 82,6 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_{latão})_{\max} = \sigma_m$$

$$(\sigma_{aço})_{\max} = n \sigma_m = 1,933 \times 82,6 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_{latão})_{\max} = 82,6 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_{aço})_{\max} = 159,4 \text{ MPa}$$



# FLEXÃO ASSIMÉTRICA

Até o momento, a análise da flexão pura tem sido limitada a barras submetidas a momentos fletores atuando em um plano de simetria. Como ocorre nas figuras 5.17.

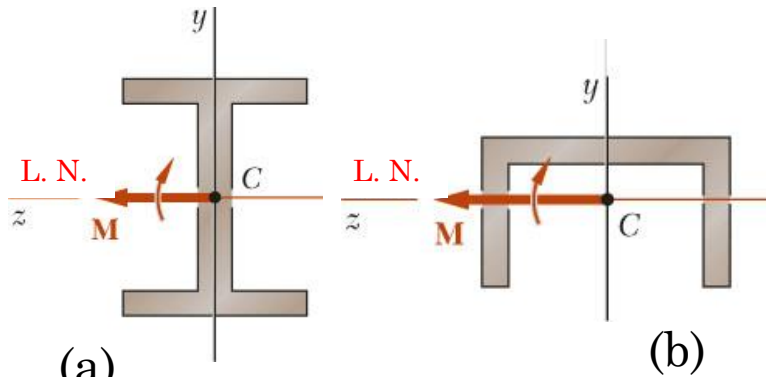


Figura 5.17

**Barras permanecem simétricas em relação ao plano de simetria se flexionadas nesse plano e a linha neutra coincide com o vetor do momento.**

Vamos agora considerar situações em que os momentos fletores não atuam em um plano de simetria da barra ou em plano perpendicular a este (ou porque a barra não possui planos de simetria, ou porque os momentos atuam num plano diferente). Neste caso, não se pode considerar que a linha neutra da seção coincide com a direção do momento.

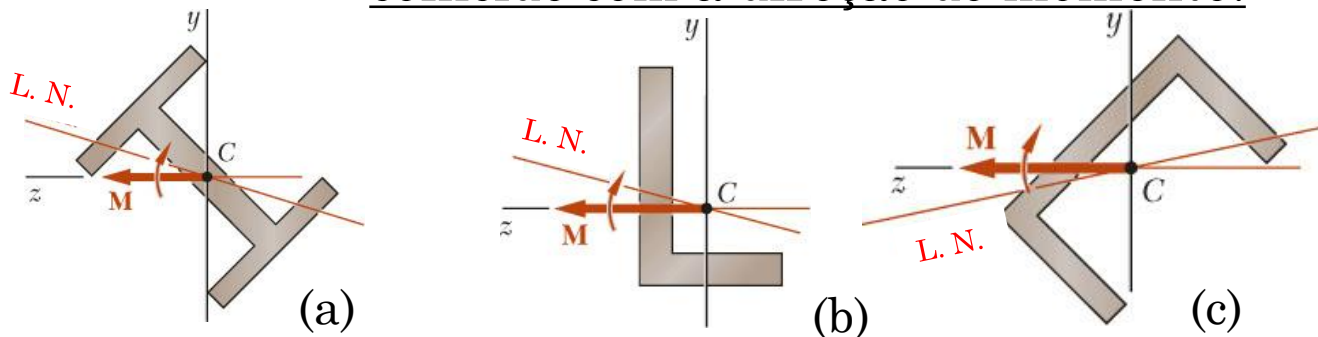


Figura 5.18

# FLEXÃO ASSIMÉTRICA

O Princípio da superposição pode ser usado para determinar tensões no caso mais geral de flexão assimétrica.

Decompondo o vetor momento em relação aos eixos principais (em relação aos quais se tem os momentos de inércia máximo e mínimo), temos:

$$M_z = M \cos \theta \quad M_y = M \sin \theta \quad (5.20)$$

A distribuição das tensões provocadas pelo momento  $M$  original é obtida pela superposição das distribuições de tensão:

$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} \quad (5.21)$$

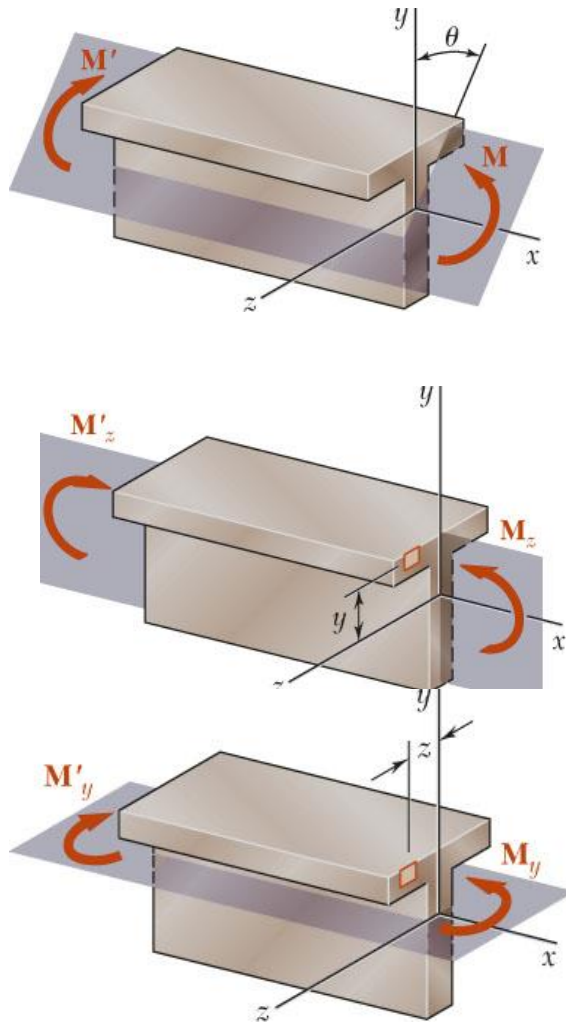
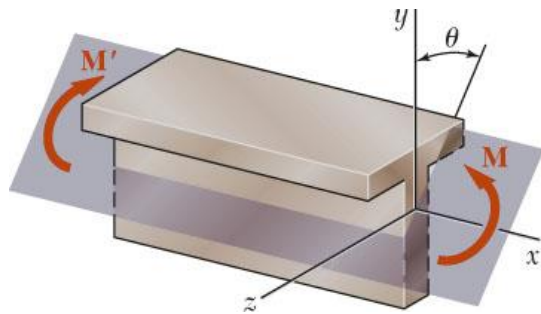


Figura 5.19

# FLEXÃO ASSIMÉTRICA



$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

Ao longo do eixo neutro, tem-se:

$$\sigma_x = 0 = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} = -\frac{(M \cos \theta) y}{I_z} + \frac{(M \sin \theta) z}{I_y}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{I_z}{I_y} \tan \theta = \tan \phi$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{I_z}{I_y} \tan \theta \right)$$

(5.22)

**Inclinação da linha  
neutra em relação a z**

Figura 5.19

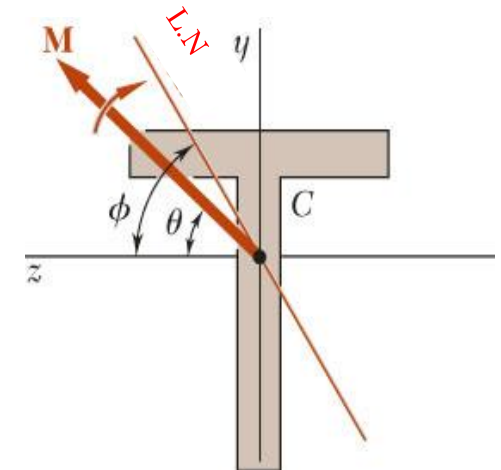
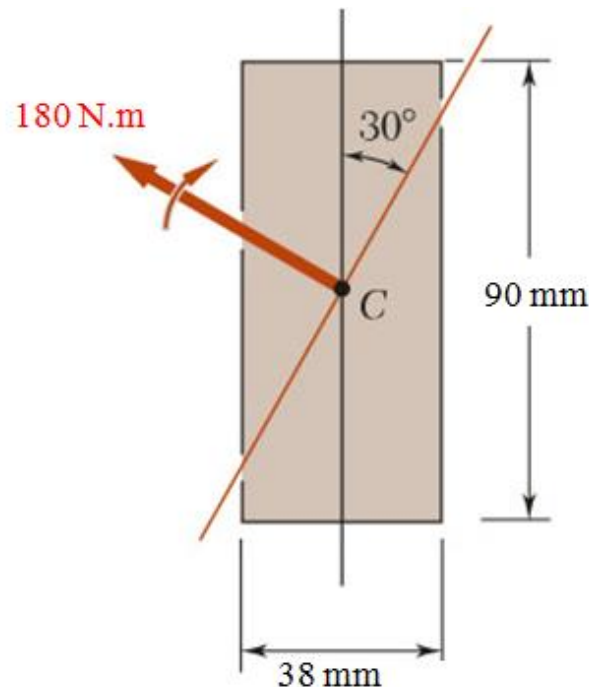


Figura 5.20

# FLEXÃO ASSIMÉTRICA

**Exemplo 5.5:** Um momento de 180 N.m é aplicado a uma viga de madeira retangular em um plano que forma um ângulo de 30 graus com a vertical (figura 5.21). Determine (a) a tensão máxima na viga, (b) o ângulo que o eixo neutro forma com o plano horizontal.



**Figura 5.21**

Etapas para solução:

- Decompor o vetor momento em componentes ao longo dos eixos principais e calcular as tensões máximas correspondentes.

$$M_z = M \cos \theta \quad M_y = M \sin \theta$$

- Determinar a máxima tensão de tração provocada pela carga combinada.

$$\sigma_x = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

- Determinar o ângulo da superfície neutra com o plano horizontal.

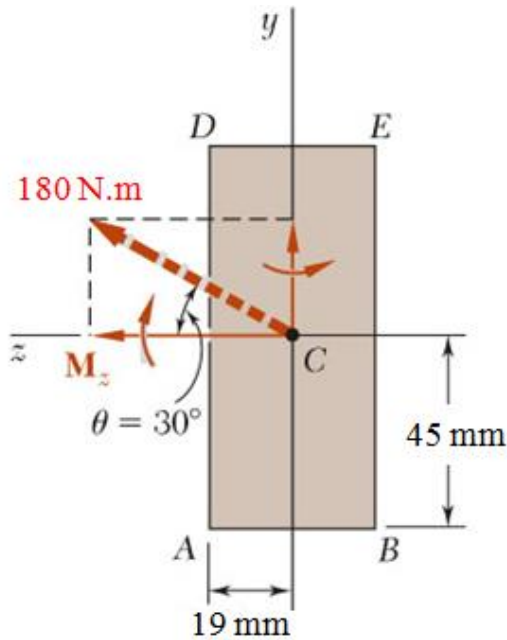
$$\tan \phi = \frac{y}{z} = \frac{I_z}{I_y} \tan \theta$$



# FLEXÃO ASSIMÉTRICA

## Exemplo 5.5: SOLUÇÃO

Decomposição do vetor momento e cálculo das tensões máximas correspondentes aos componentes:



$$M_z = (180 \text{ N} \cdot \text{m}) \cos 30 = 156 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_y = (180 \text{ N} \cdot \text{m}) \sin 30 = 90 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$I_z = \frac{1}{12} (0,038 \text{ m}) (0,090 \text{ m})^3 = 2,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12} (0,090 \text{ m}) (0,038 \text{ m})^3 = 0,41 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

A maior tensão de tração provocada por  $M_z$  ocorre ao longo de AB :

$$\sigma_1 = \frac{-M_z y}{I_z} = \frac{(-156 \text{ N} \cdot \text{m}) (-0,045 \text{ m})}{2,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} = 3,03 \text{ MPa}$$

A maior tensão de tração provocada por  $M_y$  ocorre ao longo de AD :

$$\sigma_2 = \frac{M_y z}{I_y} = \frac{(90 \text{ N} \cdot \text{m}) (0,019 \text{ m})}{0,41 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} = 4,17 \text{ MPa}$$

A maior tensão de tração provocada pela carga combinada ocorre em A.

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_2 = 7,2 \text{ MPa}$$

# FLEXÃO ASSIMÉTRICA

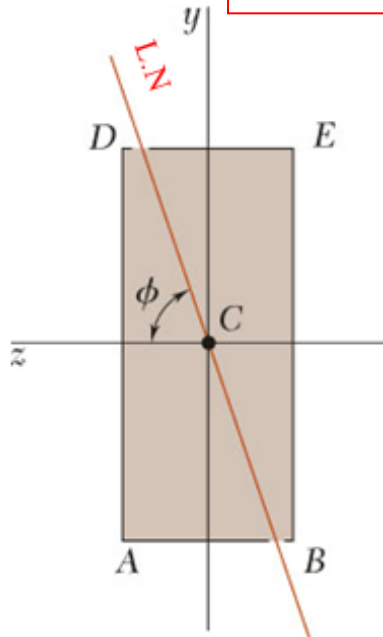
## Exemplo 5.5: SOLUÇÃO

Ângulo do eixo neutro.

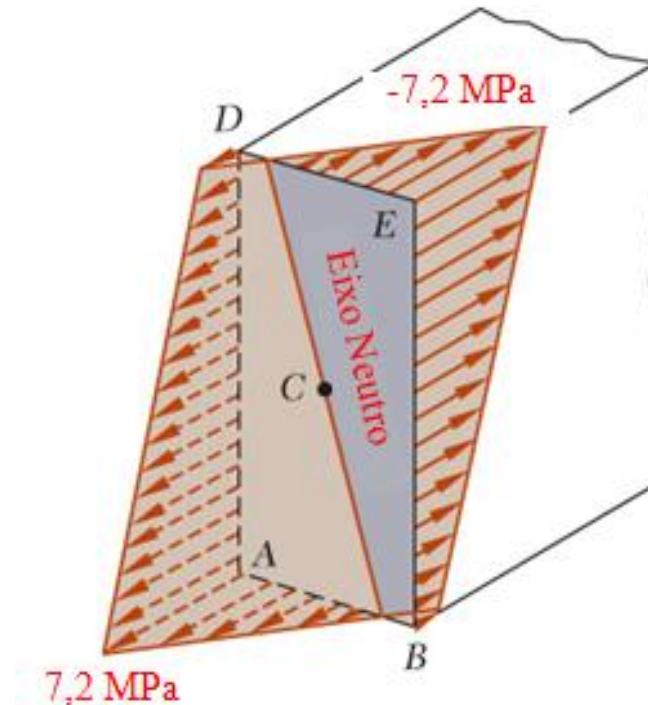
$$\tan \phi = \frac{I_z}{I_y} \tan \theta = \frac{2,31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4}{0,41 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} \tan 30^\circ$$

$$\tan \phi = 3,25$$

$$\phi = 72.9^\circ$$



*A maior tensão de tração provocada pela carga combinada ocorre em A. E a maior de compressão ocorre em E.*

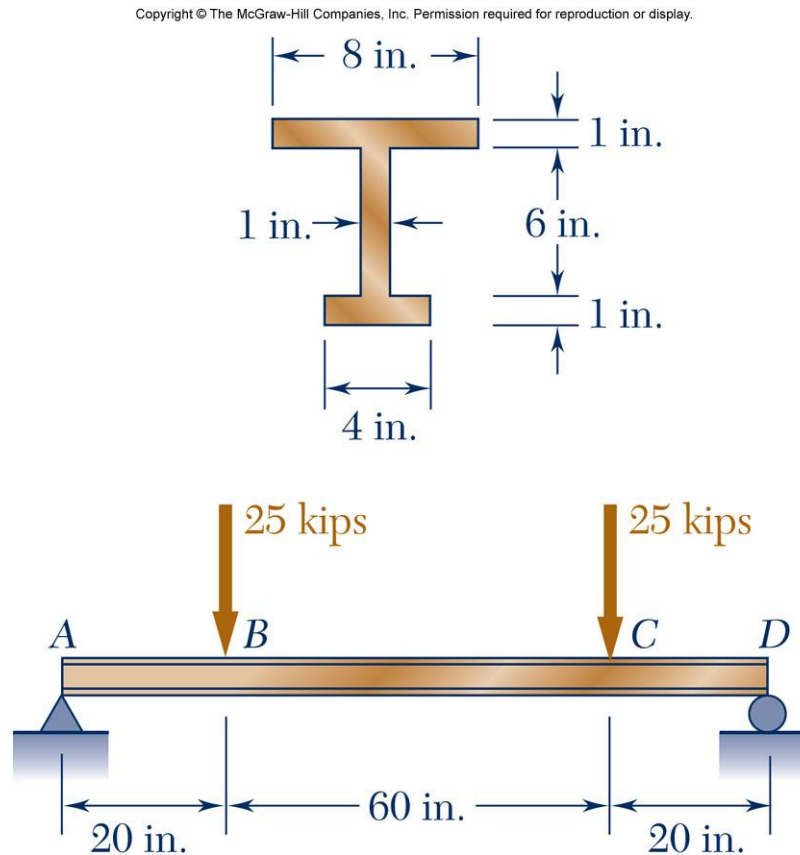


# EXERCÍCIOS GERAIS



# EXERCÍCIOS GERAIS

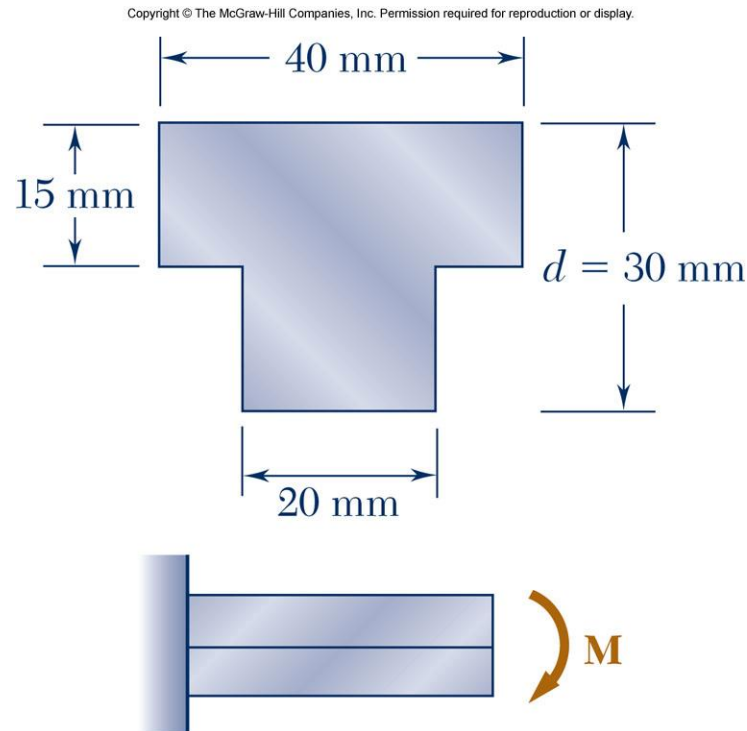
**Exercício 5.2:** Duas forças transversais são aplicadas à viga com a seção transversal mostrada na figura 5.22. Determine as tensões máximas de tração e compressão na parte BC da viga.



**Figura 5.22**

# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.3:** A viga mostrada na figura 5.23 é feita de um tipo de náilon para a qual a tensão admissível é de 24 MPa em tração e de 30 MPa em compressão. Determine o maior momento fletor  $M$  que pode ser aplicado à viga.



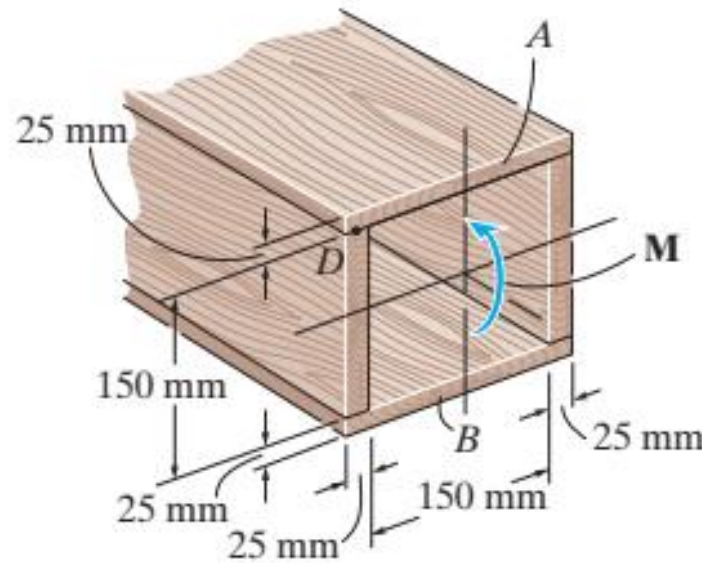
Resposta:

$$M = 106,1 N.m$$

**Figura 5.23**

# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.4:** Determine o momento  $M$  que deve ser aplicado à viga a fim de criar um esforço de compressão de  $\sigma_D = 30 \text{ MPa}$  no ponto D.



Resposta:

$$M = 36,45 \text{ kN.m}$$

**Figura 5.24**



# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.5:** A peça fundida cônica suporta a carga mostrada. Determine a tensão de flexão nos pontos A e B. A seção transversal na seção a-a é dada na figura.

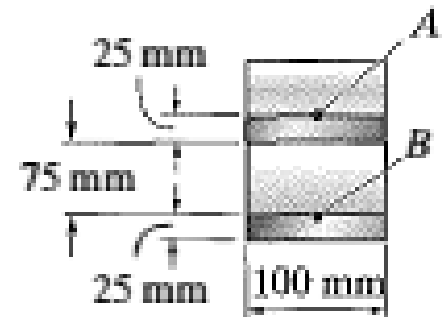
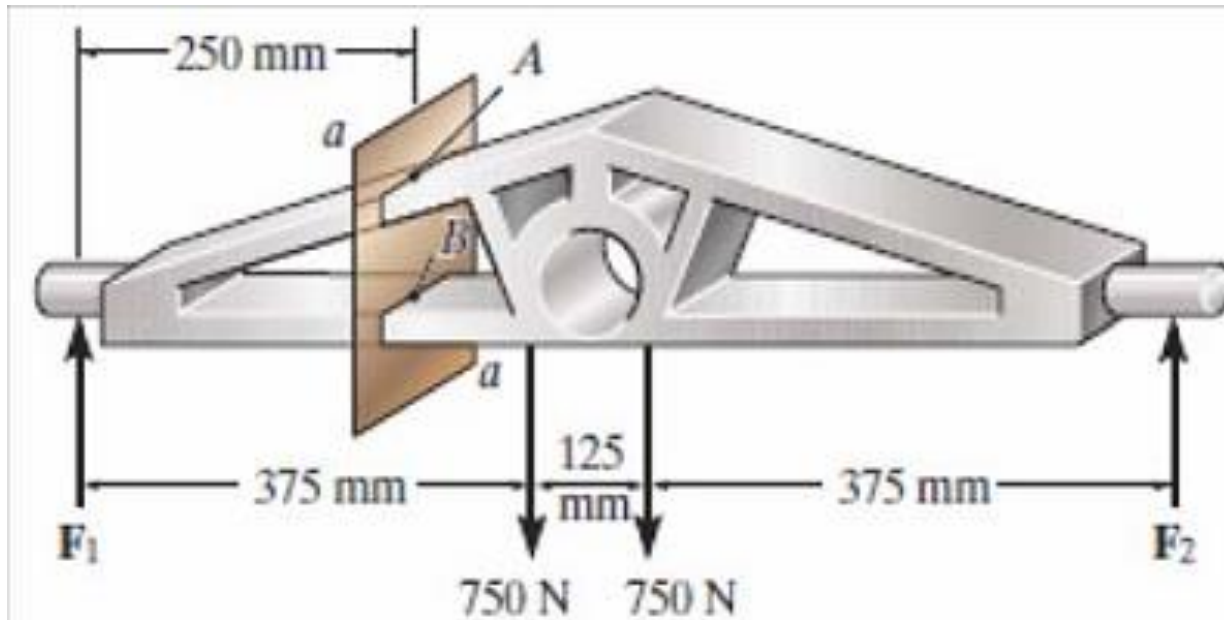
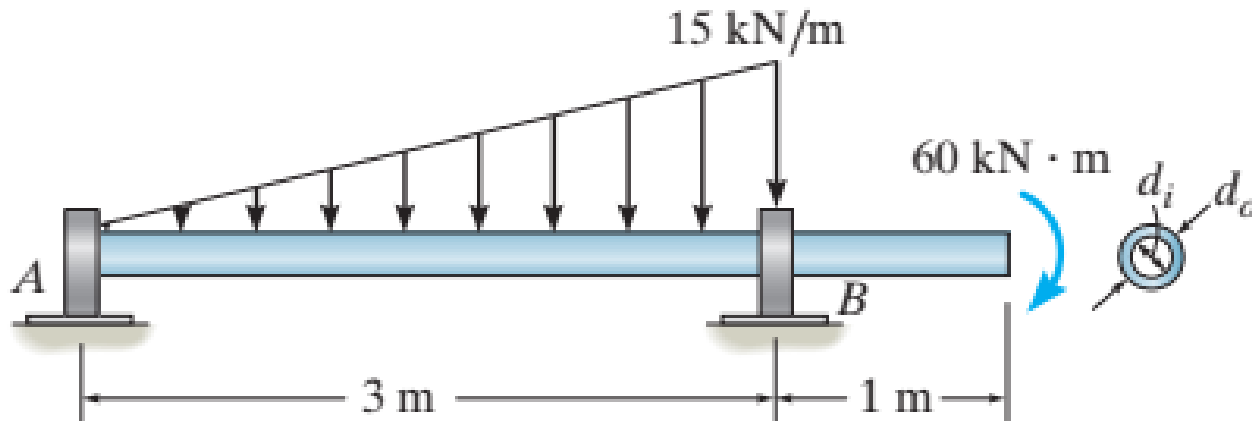


Figura 5.25



# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.6:** O eixo tubular deve ter seção transversal tal que seus diâmetros interno e externo estejam na proporção  $d_i = 0,8d_e$ . Determinar essas dimensões se a tensão de flexão admissível for  $\sigma_{adm} = 155 \text{ MPa}$ .



**Figura 5.26**

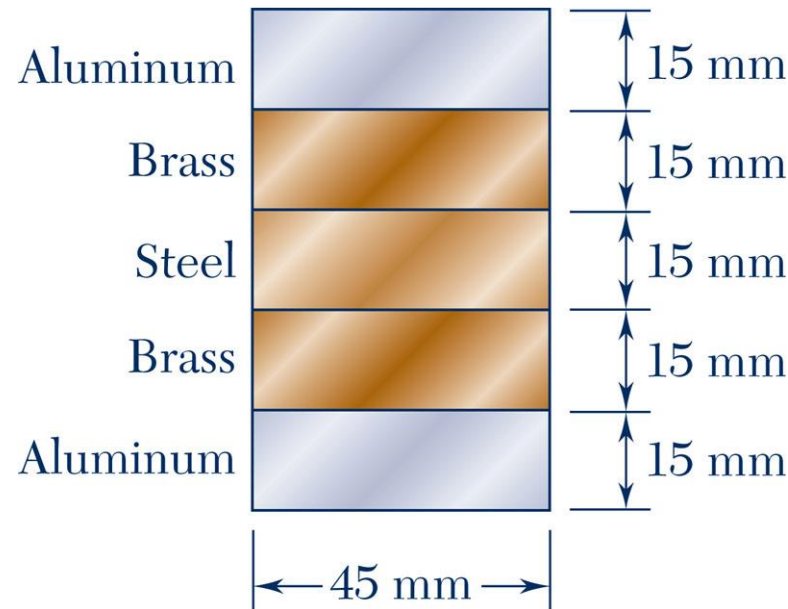
Resposta:

$$d_e = 188,3 \text{ mm}$$

# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.7:** Cinco tiras de metal, cada uma com 15mm x 45 mm de seção transversal, são unidas para formar uma viga composta, mostrada na figura 5.27. Os módulos de elasticidade são de: 210 GPa para o aço, 105 GPa para o latão e 70 GPa para o alumínio. Sabendo que a viga é flexionada em torno do eixo horizontal por um momento de 1400 N.m, determine: **(a)** a tensão máxima em cada um dos três materiais e **(b)** o raio de curvatura da viga composta.

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.



Resposta:

$$\sigma_{Al} = 29,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{latão} = 26,7 \text{ MPa}$$

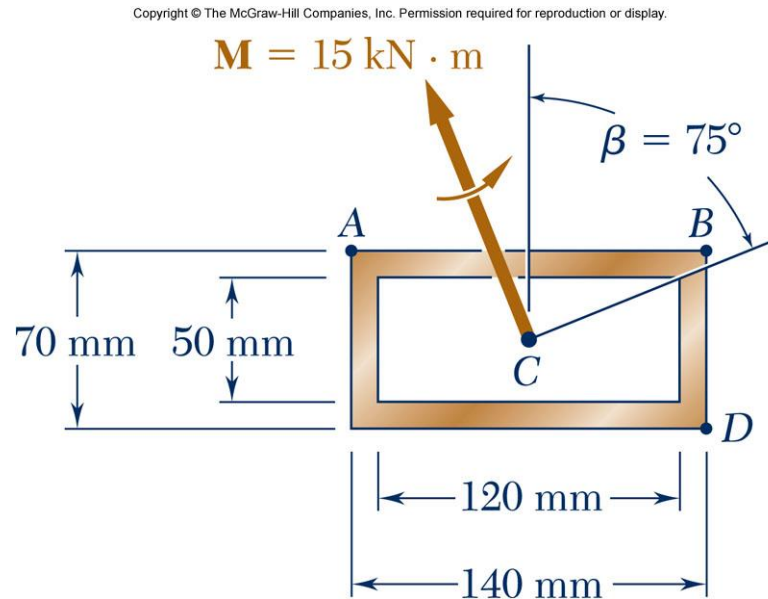
$$\sigma_{aço} = 17,8 \text{ MPa}$$

$$\rho = 88,6 \text{ m}$$

**Figura 5.27**

# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.8:** Determinar a tensão atuante nos pontos A, B e D para a viga mostrada na figura.



Resposta:

$$\sigma_{xA} = 65,6 \text{ MPa}$$

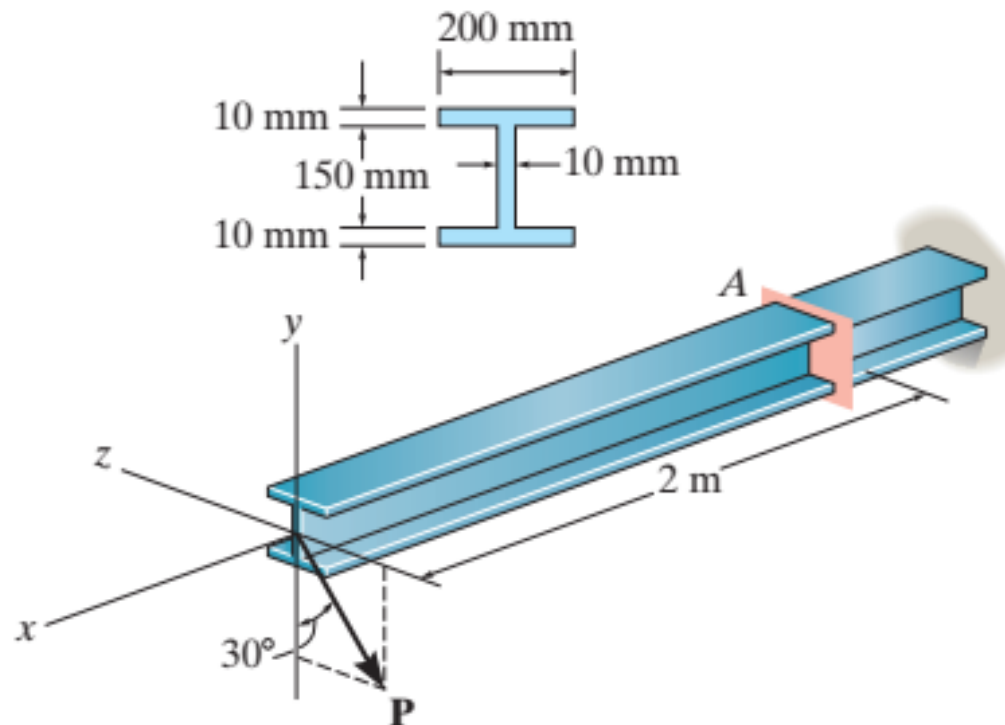
$$\sigma_{xB} = -164,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xD} = -65,6 \text{ MPa}$$

**Figura 5.28**

# EXERCÍCIOS GERAIS

**Exercício 5.9:** A viga de aço com perfil em duplo T e em balanço está sujeita à força concentrada  $P = 600 \text{ N}$  em sua extremidade. Determine a tensão de flexão máxima desenvolvida na seção A.



Resposta:

$$\sigma_{T\max} = 7,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{C\max} = -7,6 \text{ MPa}$$

Figura 5.29

