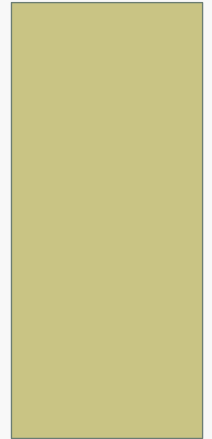




**Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia Mecânica**

MECÂNICA GERAL

**PROFESSOR: IGOR DOS SANTOS GOMES
E-MAIL: IGOR.GOMES@ITEC.UFPA.BR**



EQUILÍBRIO DE CORPOS RÍGIDOS, TRELIÇAS PLANAS E ESFORÇOS INTERNOS

Parte 1: Equilíbrio de um corpo rígido

- 4.1. Condições de equilíbrio do corpo rígido
- 4.2. Diagrama de corpo livre
- 4.3. Equações de equilíbrio
- 4.4. Membros de duas e de três forças
- 4.5. Equilíbrio em três dimensões
- 4.6. Restrições e determinância estática

Parte 2: Trelças planas

- 4.5. Método dos nós
- 4.6. Membros de força zero
- 4.7. Método das seções

Parte 3: Esforços internos

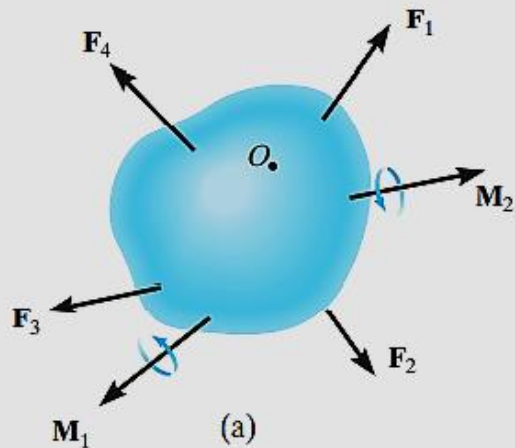
- 4.8. Cargas internas desenvolvidas em membros estruturais
- 4.9. Equações e diagramas de força cortante e de momento fletor
- 4.10. Relações entre carga distribuída, força cortante e momento fletor

PARTE 1: EQUILÍBRIO DE UM CORPO RÍGIDO

- 4.1. Condições de equilíbrio do corpo rígido**
- 4.2. Diagrama de corpo livre**
- 4.3. Equações de equilíbrio**
- 4.4. Membros de duas e de três forças
- 4.5. Equilíbrio em três dimensões
- 4.6. Restrições e determinância estática

4.1. CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO DO CORPO RÍGIDO

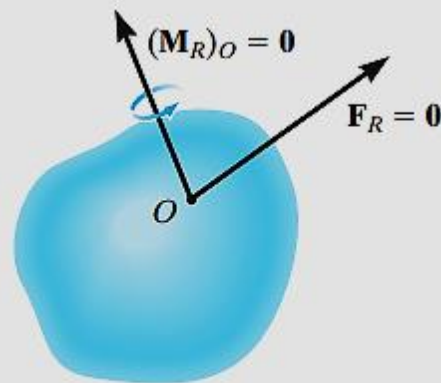
- O sistema de forças e momentos de binário que atuam sobre um corpo pode ser reduzido a uma força resultante e um momento de binário resultante equivalentes em qualquer ponto O arbitrário dentro ou fora do corpo;
- Se essas resultantes de força e de momento de binário são iguais a zero, então dizemos que o corpo está em equilíbrio;



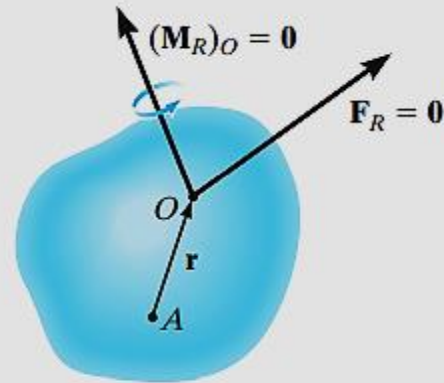
(a)

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$



(b)



$$\Sigma \mathbf{M}_A = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_R + (\mathbf{M}_R)_O = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{r} \neq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{0} \text{ e } (\mathbf{M}_R)_O = \mathbf{0}$$

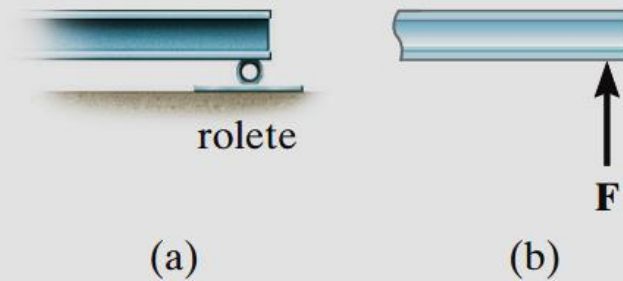
4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

- A aplicação bem-sucedida das equações de equilíbrio requer uma especificação completa de todas as forças externas conhecidas e desconhecidas que atuam sobre o corpo;
- A melhor maneira de considerar essas forças é desenhar um **diagrama de corpo livre**;
- Esse diagrama é um esboço da forma do corpo, que o representa isolado ou “livre” de seu ambiente, ou seja, um “corpo livre”;
- Nesse esboço é necessário mostrar todas as forças e momentos de binário que o ambiente exerce sobre o corpo, de modo que esses efeitos possam ser considerados quando as equações de equilíbrio são aplicadas;

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Reações nos apoios

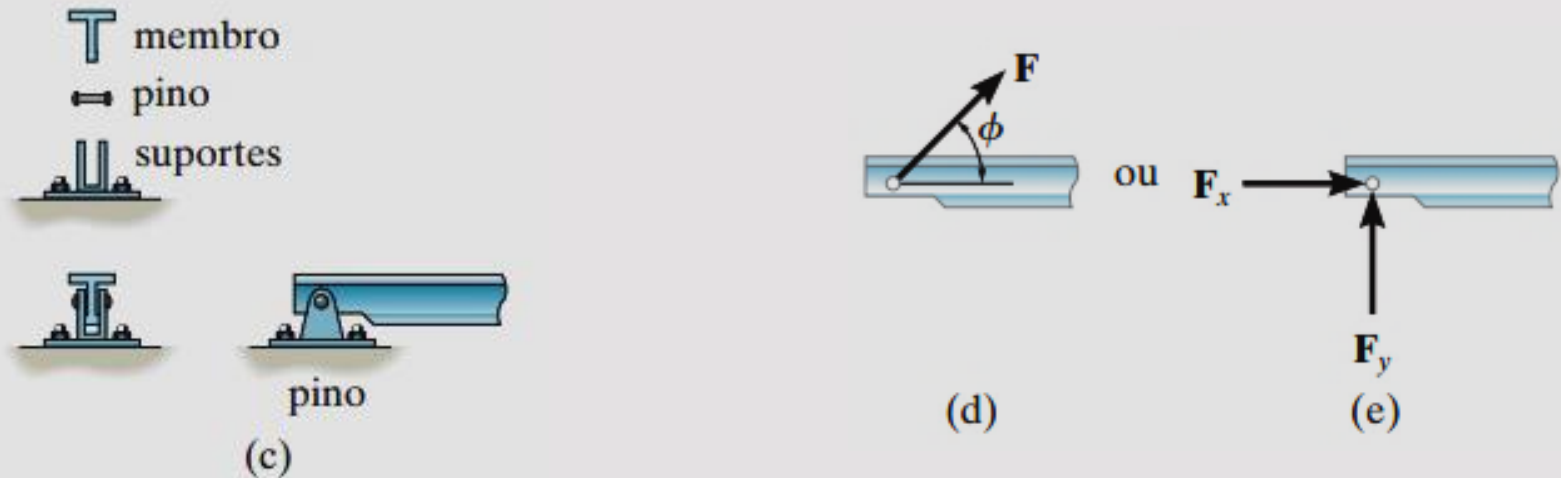
- Um apoio impede a translação de um corpo em determinado sentido ao longo de uma direção exercendo uma força sobre esse corpo no sentido oposto da mesma direção;
- Um apoio impede a rotação de um corpo em determinado sentido exercendo um momento de binário sobre esse corpo no sentido oposto, mantendo a mesma direção;



- Como esse apoio apenas impede que a viga translade na direção vertical, o rolete só exercerá uma força sobre a viga nessa direção.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Reações nos apoios

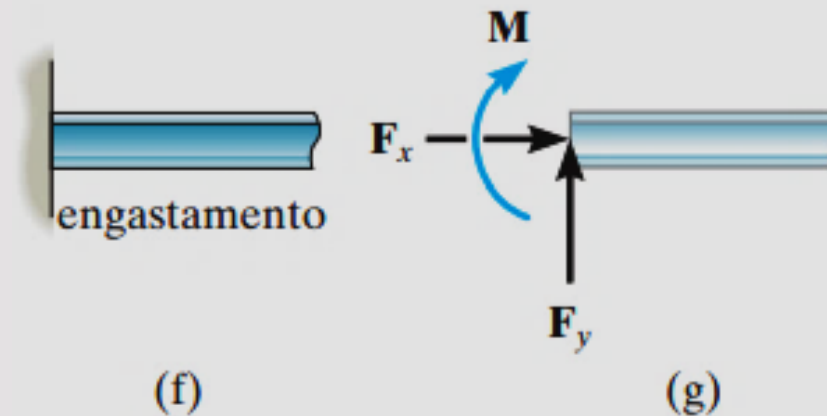


- O pino passa por um furo na viga e dois suportes que estão fixados no solo;
- O pino pode impedir a translação da viga em qualquer direção ϕ e, portanto, deve exercer uma força F sobre a viga nessa direção;
- Para fins de análise, geralmente é mais fácil representar essa força resultante F por suas duas componentes retangulares F_x e F_y . Se estas são conhecidas, então F e ϕ podem ser calculadas.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Reações nos apoios

- A maneira mais restritiva de apoiar a viga seria usar um **engastamento**;
- O engastamento impedirá tanto a translação quanto a rotação da viga;
- Para fazer isso, uma força e um momento de binário devem ser desenvolvidos sobre a viga em seu ponto de conexão;
- Como no caso do pino, a força geralmente é representada pelas suas componentes retangulares F_x e F_y .



4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

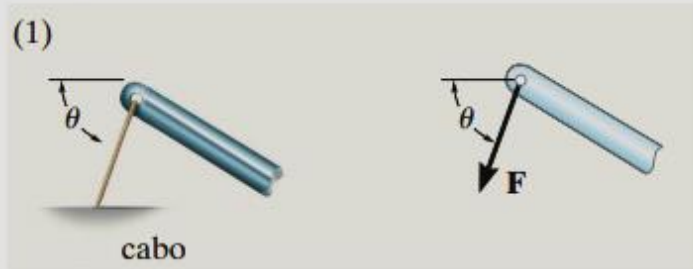
Reações nos apoios

Tipos de conexões

Reações

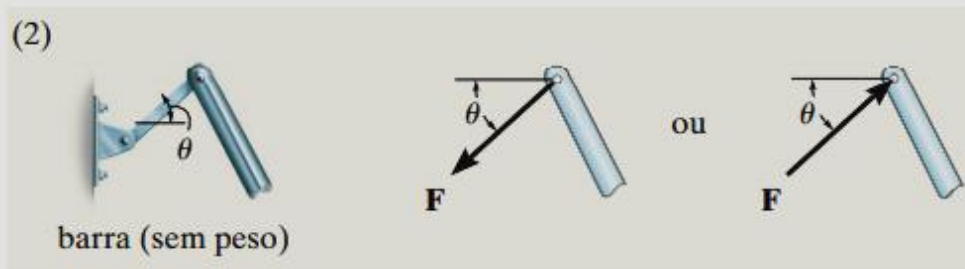
Número de incógnitas

(1)



Uma incógnita. A reação é uma força de tração que atua para fora do membro na direção do cabo.

(2)



Uma incógnita. A reação é uma força que atua ao longo do eixo da barra.

(3)



Uma incógnita. A reação é uma força que atua perpendicularmente à superfície no ponto de contato.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

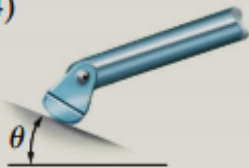
Reações nos apoios

Tipos de conexões

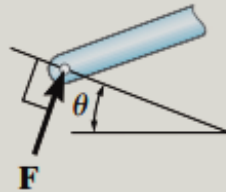
Reações

Número de incógnitas

(4)

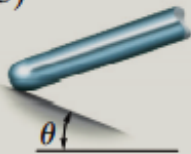


apoio oscilante

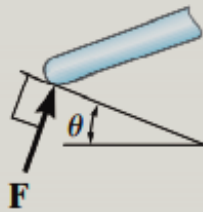


Uma incógnita. A reação é uma força que atua perpendicularmente à superfície no ponto de contato.

(5)



superfície de
contato lisa



Uma incógnita. A reação é uma força que atua perpendicularmente à superfície no ponto de contato.

(6)



rolete confinado
em ranhura lisa



ou



Uma incógnita. A reação é uma força que atua perpendicularmente à ranhura.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

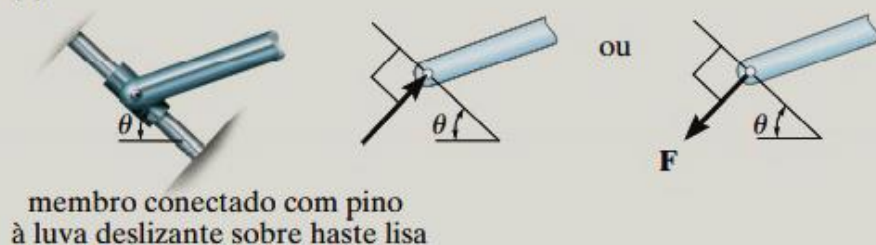
Reações nos apoios

Tipos de conexões

Reações

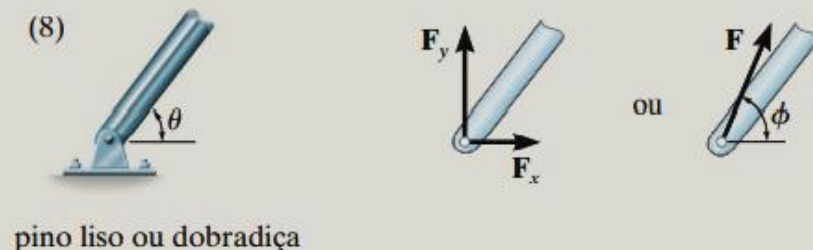
Número de incógnitas

(7)



Uma incógnita. A reação é uma força que atua perpendicularmente à haste.

(8)



Duas incógnitas. As reações são as duas componentes da força resultante, ou a intensidade e a direção ϕ da resultante. Note que ϕ e θ não são necessariamente iguais [normalmente não, a menos que o membro articulado no pino seja uma barra, como em (2)].

(9)



Duas incógnitas. As reações são o momento de binário e a força que age perpendicularmente à haste.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Reações nos apoios

Tipos de conexões

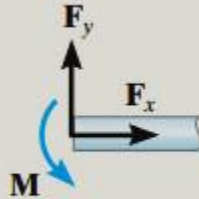
Reações

Número de incógnitas

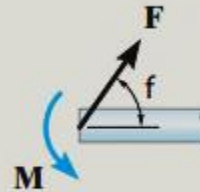
(10)



engastamento



ou



Três incógnitas. As reações são o momento de binário e as duas componentes da força resultante, ou o momento de binário e a intensidade e direção ϕ da resultante.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Reações nos apoios



O cabo exerce uma força sobre o apoio, na direção do cabo. (1)



O apoio oscilante para esta viga-mestra de ponte permite um movimento horizontal de modo que a ponte esteja livre para se expandir e contrair de acordo com as variações de temperatura. (4)



Esta viga-mestra de concreto está apoiada sobre a saliência que deve agir como uma superfície de contato lisa. (5)

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Reações nos apoios



Esta construção utilitária está apoiada por pinos no alto da coluna. (8)



Pino de apoio típico para uma viga. (8)

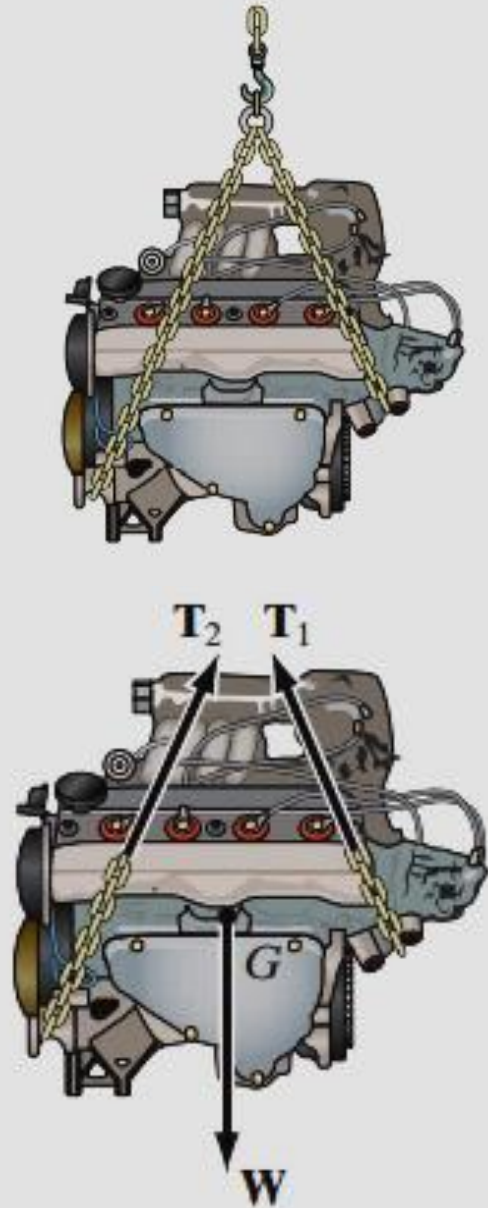


As vigas do piso desta construção são soldadas e, portanto, formam engastamentos. (10)

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Forças internas

- As forças internas que atuam entre partículas adjacentes em um corpo sempre ocorrem em pares colineares de modo que tenham a mesma intensidade e ajam em sentidos opostos (terceira lei de Newton);
- Como essas forças se cancelam mutuamente, elas não criarão um efeito externo sobre o corpo;
- Por essa razão, as forças internas não devem ser incluídas no diagrama de corpo livre se o corpo inteiro precisar ser considerado.



4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Peso e centro de gravidade

- Quando um corpo está dentro de um campo gravitacional, cada uma de suas partículas possui um peso próprio.
- Esse sistema de forças pode ser reduzido a uma única força resultante que age em um ponto específico;
- Essa força resultante é chamada de peso W do corpo, e a posição de seu ponto de aplicação, de centro de gravidade;
- Quando o corpo é uniforme ou feito do mesmo material, o centro de gravidade estará localizado no centro geométrico ou centroide do corpo;
- No entanto, se o corpo é constituído de uma distribuição não uniforme de material, ou possui uma forma incomum, a localização de seu centro de gravidade não estará localizado no centro de geométrico.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Modelos idealizados

- Quando um engenheiro realiza uma análise de forças de qualquer objeto, ele considera um modelo analítico ou idealizado correspondente, que fornece resultados que se aproximam o máximo possível da situação real;
- Para isso, escolhas cuidadosas precisam ser feitas, de modo que a seleção dos tipos de apoios, o comportamento do material e as dimensões do objeto possam ser justificados;
- Desse modo, pode sentir-se seguro de que qualquer projeto ou análise produzirá resultados que sejam confiáveis;
- Nos casos mais complexos, esse processo pode exigir o desenvolvimento de vários modelos diferentes do objeto a ser analisado;
- Em qualquer caso, esse processo de seleção requer habilidade e experiência;
- Ressalta-se, porém, que um modelo idealizado representa uma redução de uma situação prática (real), utilizando hipóteses simplificadoras.

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

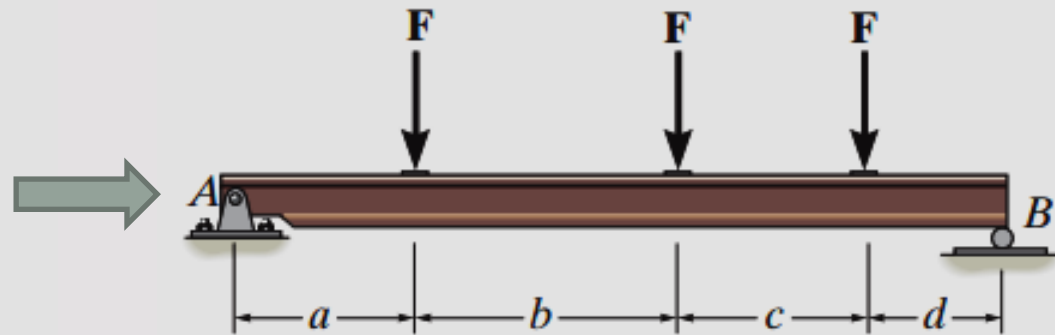
Modelos idealizados

Situação real



(a)

Modelo idealizado



(b)

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

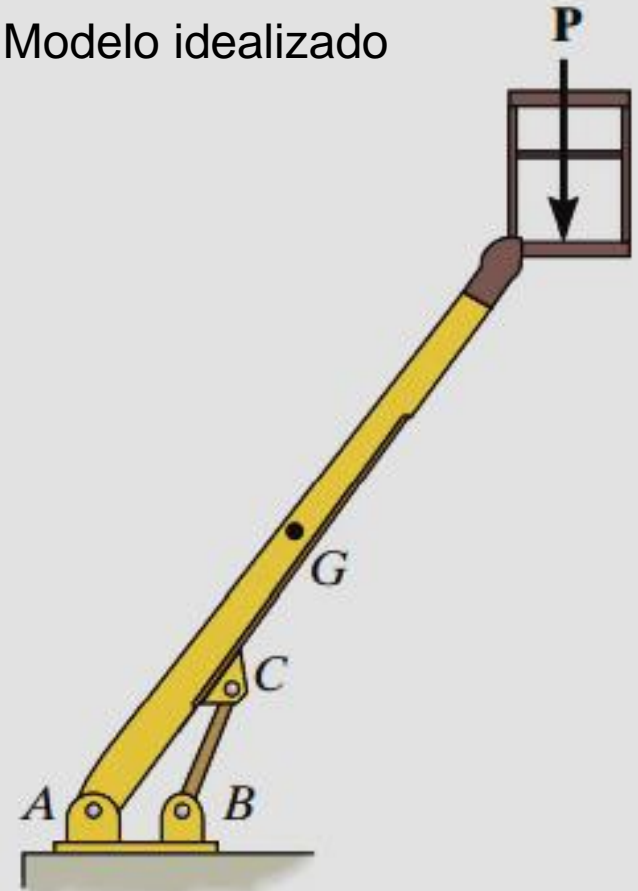
Modelos idealizados

Situação real



(a)

Modelo idealizado

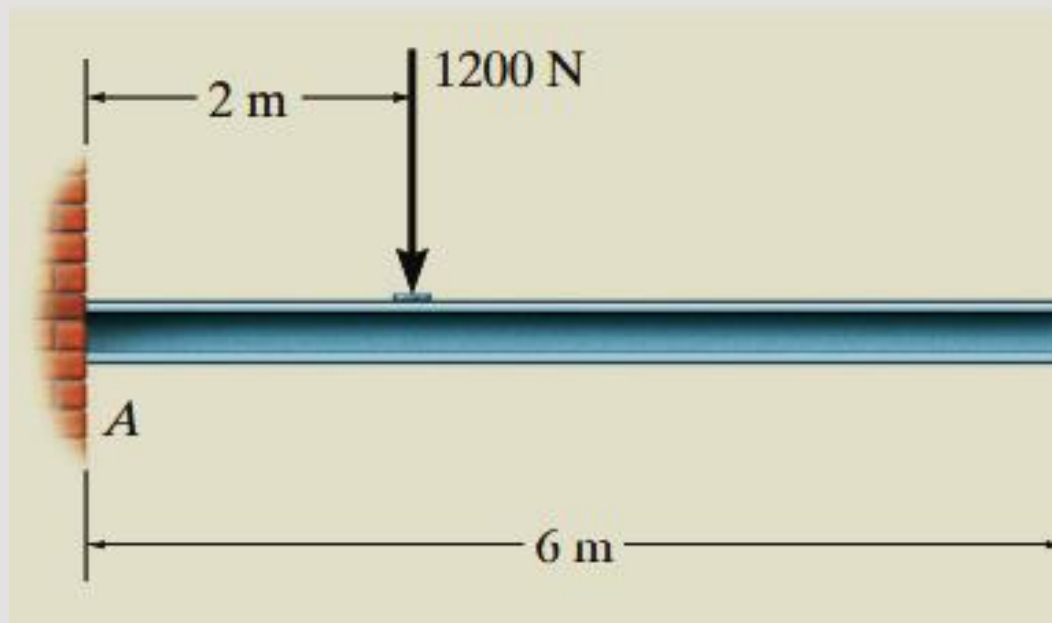


(b)

4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

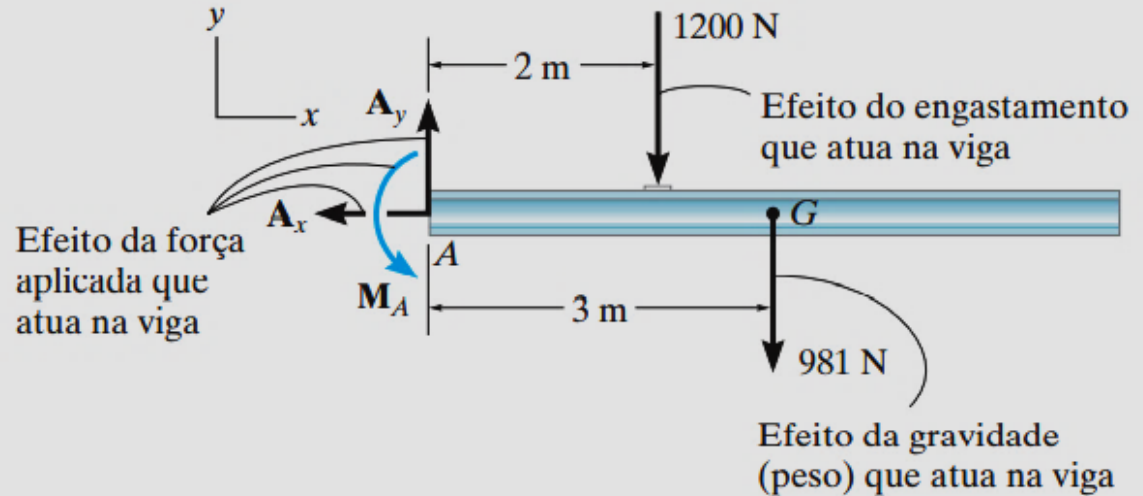
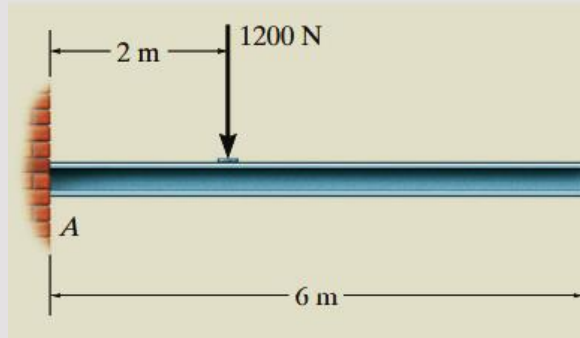
Exemplo 21:

- Desenhe um diagrama de corpo livre da viga uniforme mostrada na figura abaixo. A viga possui uma massa de 100 kg.



4.2. DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Solução:



- Como o suporte em A é um engastamento, a parede exerce três reações sobre a viga, representadas como A_x , A_y e M_A ;
- As intensidades dessas reações são desconhecidas e seus sentidos foram assumidos;
- O peso da viga, $W = 100(9,81) \text{ N} = 981 \text{ N}$, atua através do centro de gravidade da viga G , que está a 3 m de A , já que a viga é uniforme.

4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

- Existem duas equações necessárias e suficientes para o equilíbrio de um corpo rígido, a saber, $\sum \mathbf{F} = 0$ e $\sum \mathbf{M}_O = 0$;
- Quando o corpo está sujeito a um sistema de forças, todas situadas no plano x - y , então as forças podem ser decompostas em suas componentes x e y ;
- Consequentemente, as condições para o equilíbrio em duas dimensões são:

$$\sum F_x = 0$$

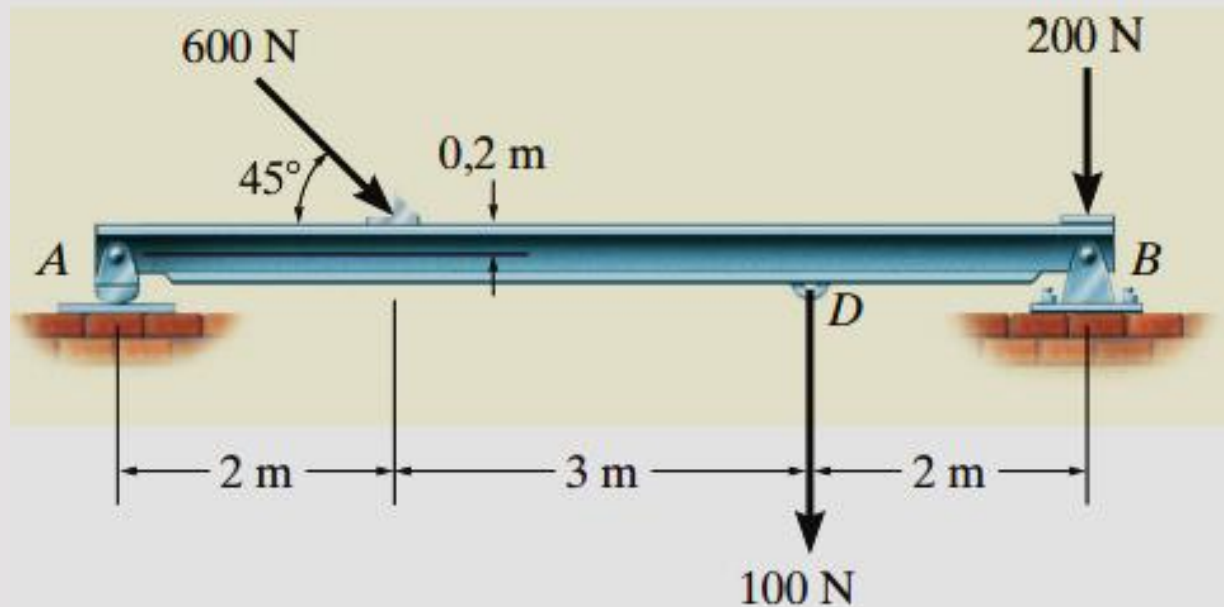
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_O = 0$$

4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Exercício 22:

- Determine as componentes horizontal e vertical da reação sobre a viga, causada pelo pino em B e o apoio oscilante em A, como mostra a figura abaixo. Despreze o peso da viga.



4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Solução:

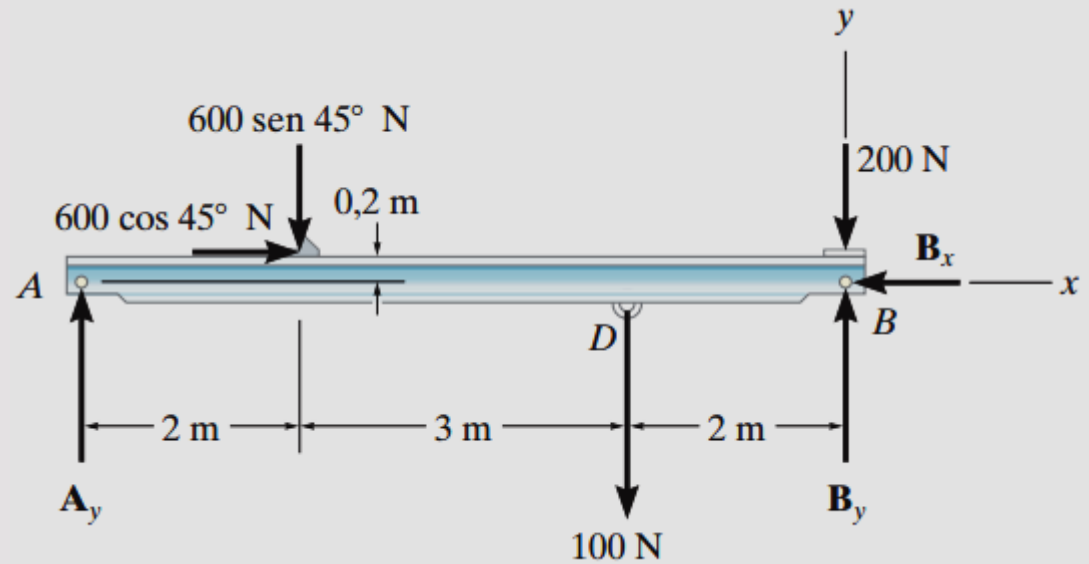
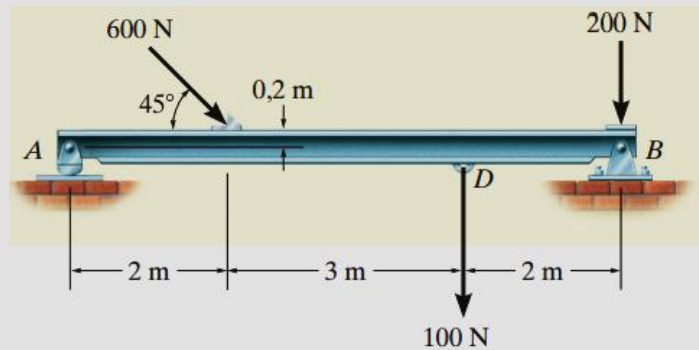
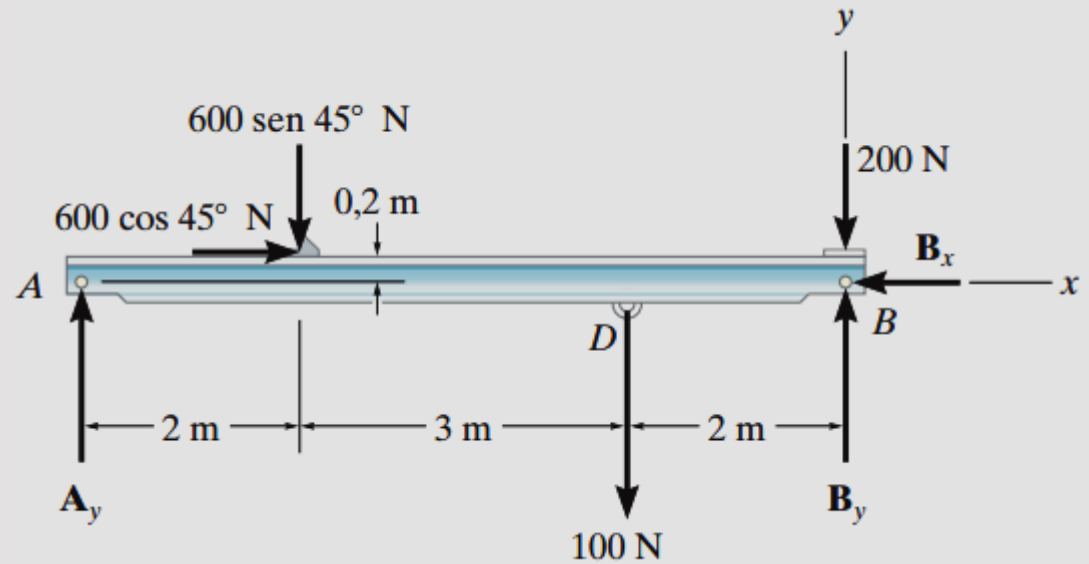
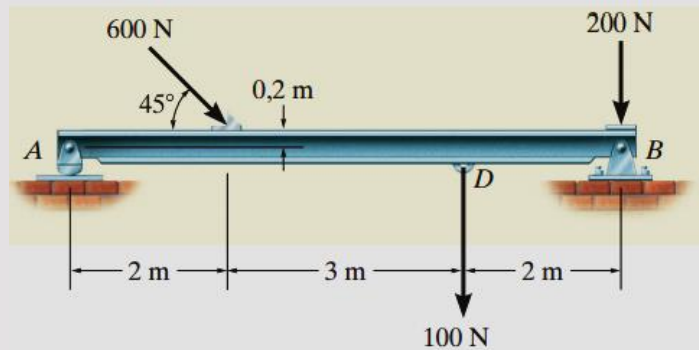


Diagrama de corpo livre:

- Os apoios são removidos e o diagrama de corpo livre da viga é esboçado;
- Para simplificar, a força de 600 N é representada por suas componentes x e y;

4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Solução:



Equações de equilíbrio:

➤ Somando as forças na direção x , temos:

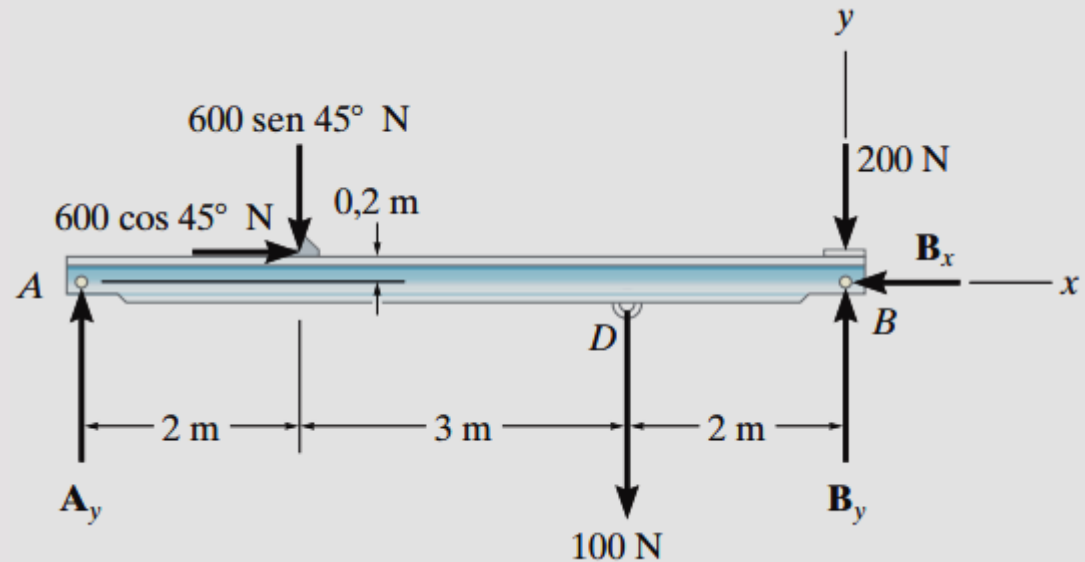
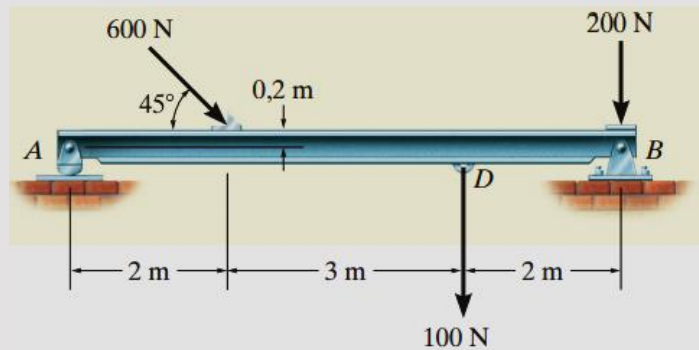
$$\rightarrow \Sigma F_x = 0$$

$$600 \cos 45^\circ \text{ N} - B_x = 0$$

$$B_x = 424 \text{ N}$$

4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Solução:



Equações de equilíbrio:

- Uma solução direta para A_y pode ser obtida aplicando-se a equação de momento $\sum M_B = 0$ em relação ao ponto B .

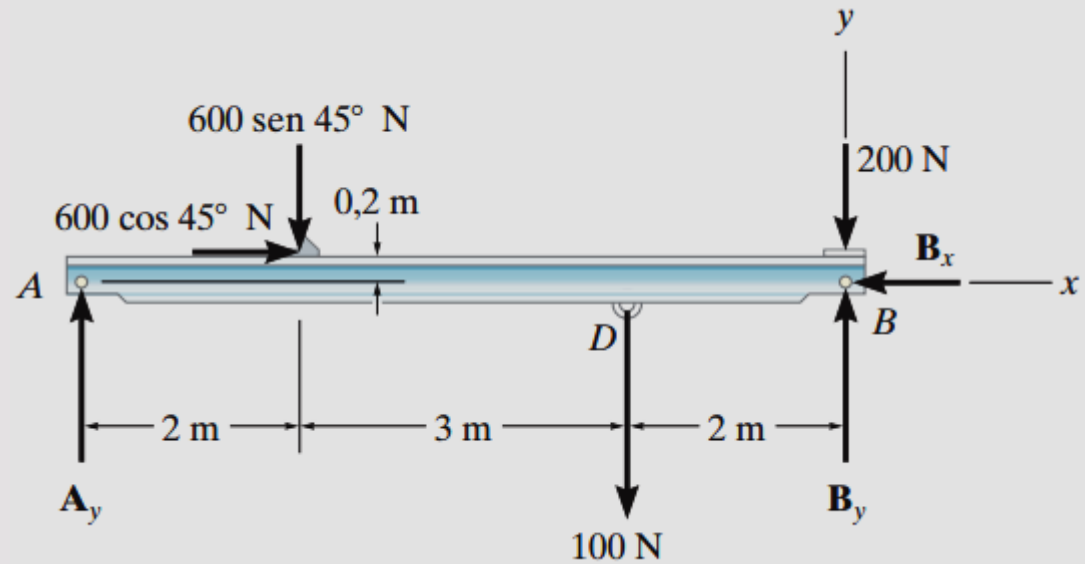
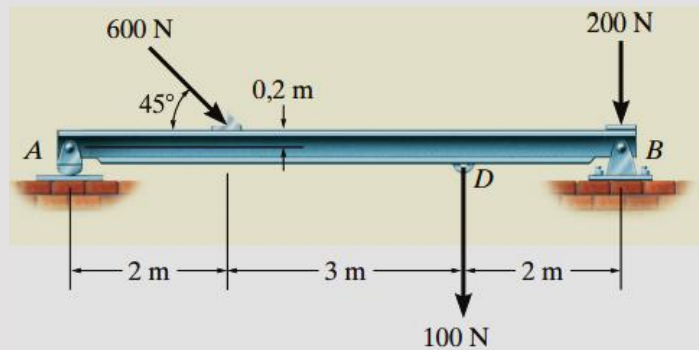
$$\zeta + \sum M_B = 0$$

$$100 \text{ N}(2 \text{ m}) + (600 \text{ sen } 45^\circ \text{ N})(5 \text{ m}) - (600 \text{ cos } 45^\circ \text{ N})(0,2 \text{ m}) - A_y(7 \text{ m}) = 0$$

$$A_y = 319 \text{ N}$$

4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Solução:



Equações de equilíbrio:

➤ Quanto a B_y , este é determinado a partir do somatório das forças em y:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0$$

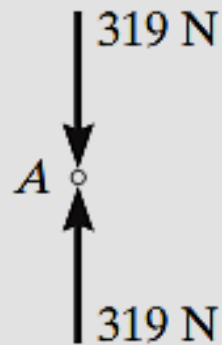
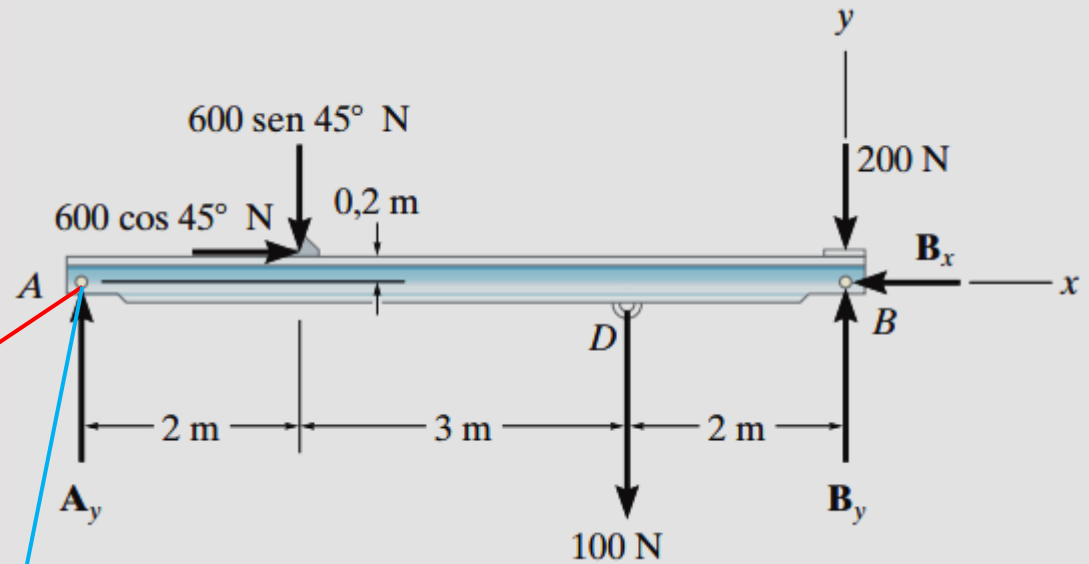
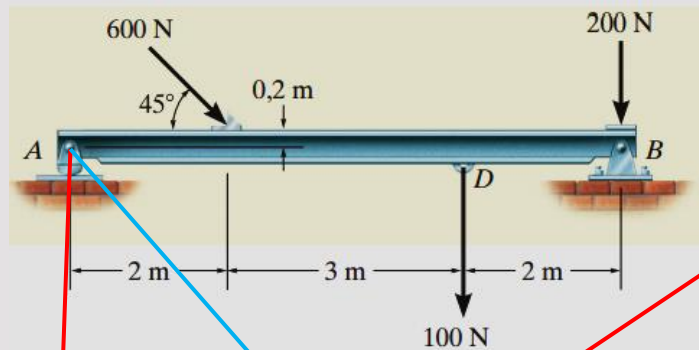
$$A_y - 600 \text{ sen}45^\circ \text{ N} - 100 \text{ N} - 200 \text{ N} + B_y = 0$$

$$319 \text{ N} - 600 \text{ sen}45^\circ \text{ N} - 100 \text{ N} - 200 \text{ N} + B_y = 0$$

$$B_y = 405 \text{ N}$$

4.3. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Solução:



- As reações dos apoios são o resultado dos pinos que atuam sobre a viga;
- As forças opostas atuam sobre os pinos.

ATÉ A PRÓXIMA!