Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia Mecânica

MECÂNICA GERAL

PROFESSOR: IGOR DOS SANTOS GOMES
E-MAIL: IGOR.GOMES@ITEC.UFPA.BR

ATRITO

5.1. Características do atrito seco

5.2. Problemas envolvendo atrito seco

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

- Se um corpo rígido está em equilíbrio quando sujeito a um sistema de forças que inclui o efeito do atrito, o sistema de forças precisa satisfazer não apenas as equações de equilíbrio, mas *também* as leis que governam as forças de atrito.

- Em geral, existem três tipos de problemas de estática envolvendo atrito seco;

- Eles podem ser facilmente classificados uma vez que os diagramas de corpo livre forem desenhados e o número total de incógnitas for identificado e comparado com o número total de equações de equilíbrio disponíveis.

1) **Nenhuma iminência de movimento aparente;**

2) **Iminência de movimento em todos os pontos de contato;**

3) **Iminência de movimento em alguns pontos de contato.**

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

1) Nenhuma iminência de movimento aparente

- Os problemas nessa categoria são estritamente problemas de equilíbrio, que exigem que o número de incógnitas seja *igual* ao número de equações de equilíbrio disponíveis;

- Sempre que as forças de atrito são determinadas a partir da solução, seus valores numéricos precisam ser verificados para garantir que satisfaçam a desigualdade $\boldsymbol{F \leq \mu_s N}$;

- Caso contrário, ocorrerá deslizamento e o corpo não permanecerá em equilíbrio.

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

1) Nenhuma iminência de movimento aparente

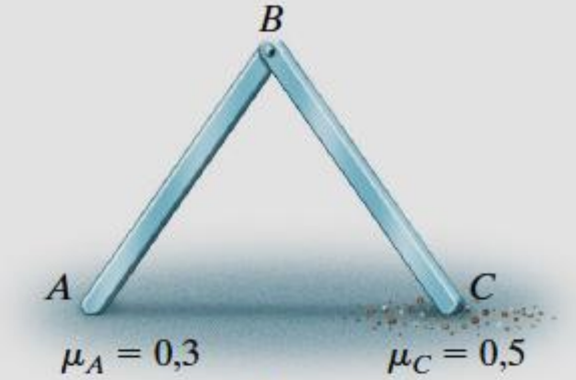
- Um problema desse tipo é mostrado na Figura *a*;

- Aqui, precisamos determinar as forças de atrito em $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{C}$ para verificar se a posição de equilíbrio da estrutura de dois elementos pode ser mantida;

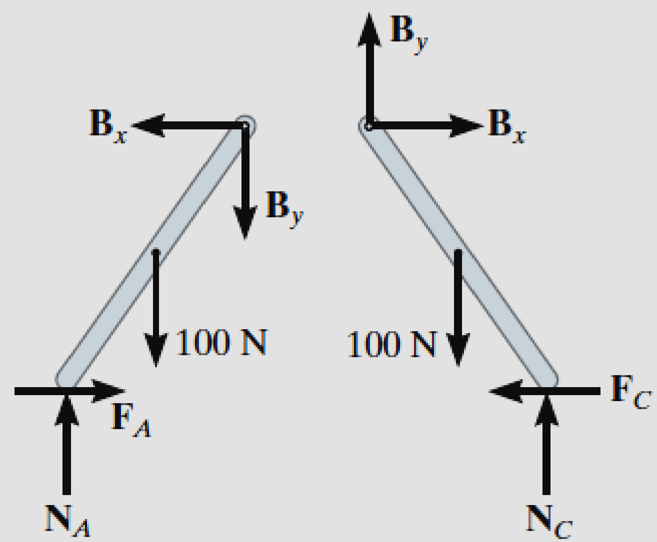
- Se os elementos forem uniformes e tiverem pesos conhecidos de $\mathbf{100}\,\boldsymbol{N}$ cada, os diagramas de corpo livre serão como mostra a Figura b;

- Existem seis componentes de força incógnitas que podem ser determinadas estritamente pelas seis equações de equilíbrio (três para cada elemento);

- Quando $\boldsymbol{F_A}$, $\boldsymbol{N_A}$, $\boldsymbol{F_C}$ e $\boldsymbol{N_C}$ são determinados, as barras permanecerão em equilíbrio desde que $\boldsymbol{F_A \le 0,3N_A}$ e $\boldsymbol{F_C \le 0,5N_C}$ sejam satisfeitos.



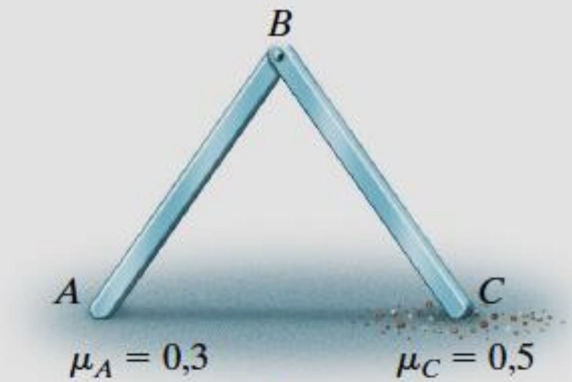
(a)



(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

1) Nenhuma iminência de movimento aparente



(a)

- **Aplicando a condição de equilíbrio de forças na barra AB:**

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0$$

$$-B_x + F_A = 0$$

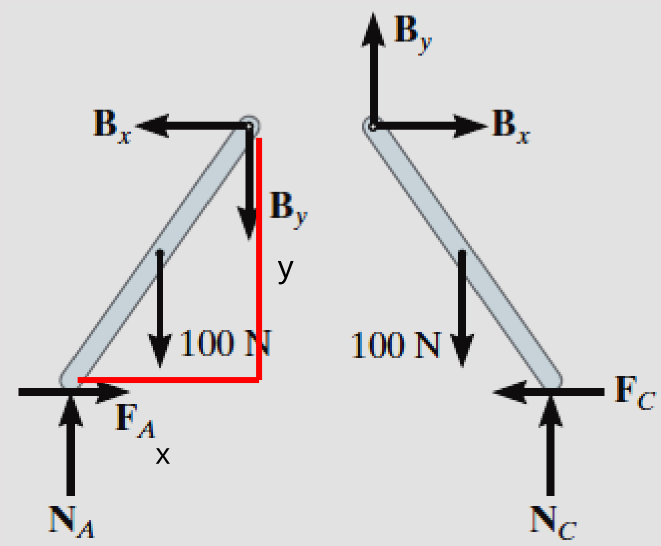
$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$-B_y - 100 + N_A = 0$$

- **Aplicando a condição de equilíbrio de momento na barra AB:**

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0$$

$$B_x(y) - 100\left(\frac{1}{3}x\right) - B_y(x) = 0$$



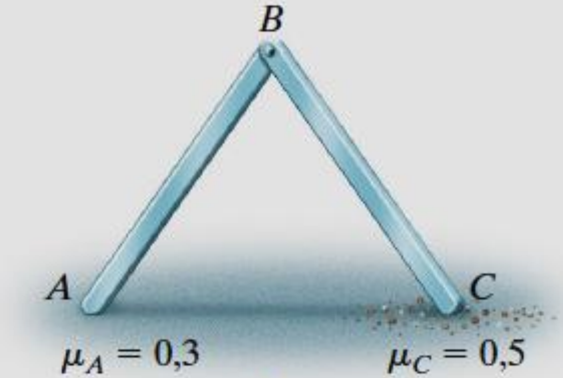
(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

1) Nenhuma iminência de movimento aparente

- **As barras permanecerão em equilíbrio desde que:**

$$\boldsymbol{F_A \leq 0,3N_A} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{F_C \leq 0,5N_C}$$



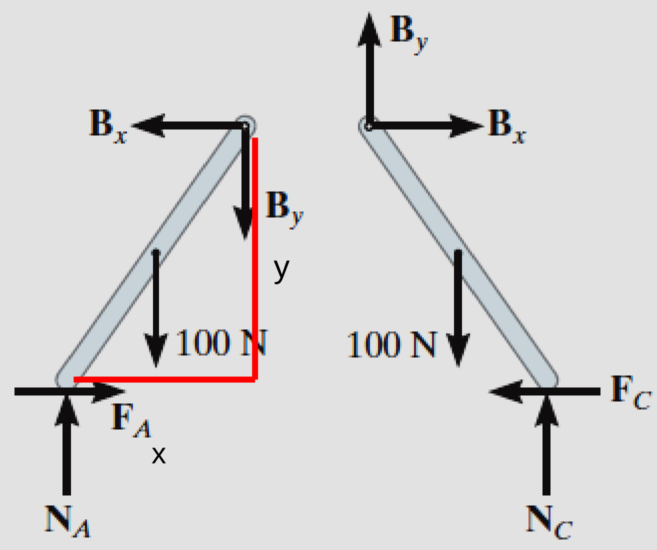
(a)

Logo, para a barra AB:

- $F_A - B_x = 0$
- $-B_y + N_A - 100 = 0$
- $B_x(y) - 100\left(\frac{1}{3}x\right) - B_y(x) = 0$

Logo, para a barra BC:

- $-F_C + B_x = 0$
- $B_y + N_C - 100 = 0$
- $-B_x(y) + 100\left(\frac{1}{3}x\right) + B_y(x) = 0$



(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

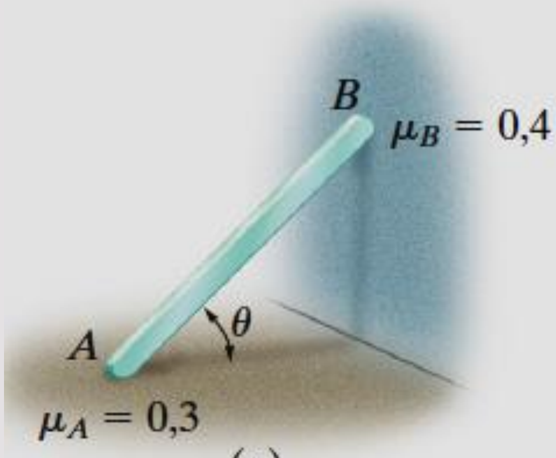
2) Iminência de movimento em todos os pontos de contato;

- Neste caso, o número total de incógnitas se igualará ao número total de equações de equilíbrio disponíveis mais o número total de equações de atrito disponíveis, $\boldsymbol{F = \mu N}$;

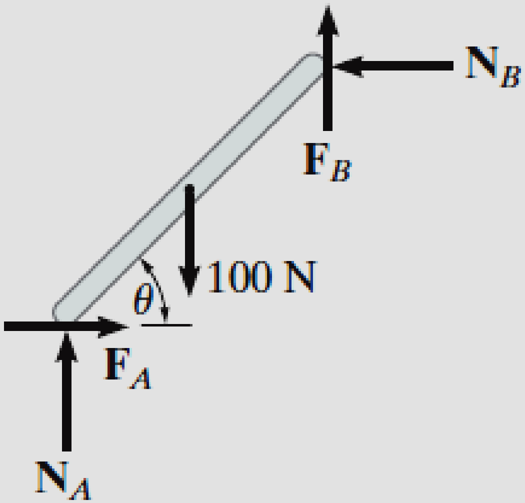
- Quando o movimento é iminente nos pontos de contato, então $\boldsymbol{F_s = \mu_s N}$; ao passo que, se o corpo estiver em deslizamento, então $\boldsymbol{F_k = \mu_k N}$;

- Por exemplo, considere o problema de determinar o menor ângulo $\boldsymbol{\theta}$ com que a haste de $\mathbf{100\ N}$ na Figura a pode ser colocada contra a parede sem deslizar;

- O diagrama de corpo livre é mostrado na Figura b. Aqui, as cinco incógnitas são determinadas a partir das três equações de equilíbrio e duas equações de atrito estático que são aplicadas em ambos os pontos de contato, de modo que $\boldsymbol{F_A = 0,3N_A}$ e $\boldsymbol{F_B = 0,4N_B}$.



(a)



(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

2) Iminência de movimento em todos os pontos de contato;

- **Aplicando a condição de equilíbrio de forças na barra AB:**

$$+\rightarrow \sum F_x = 0$$

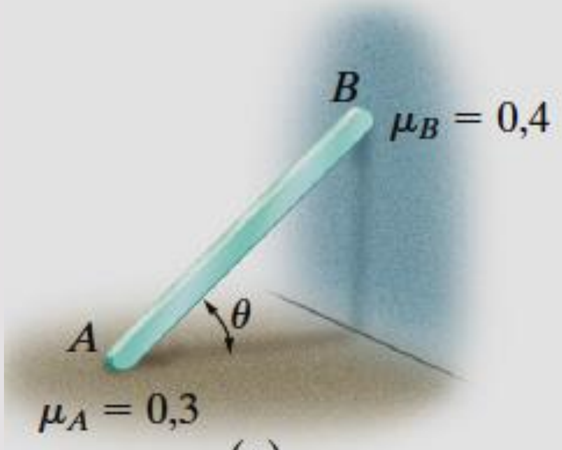
$$-N_B + F_A = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

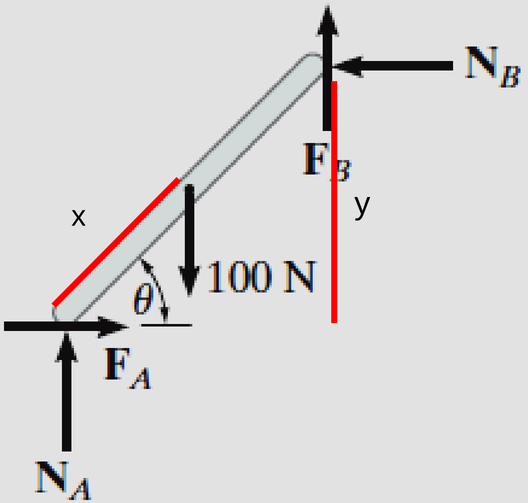
$$N_A - 100 + F_B = 0$$

$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0$$

$$N_B(y) - 100(xcos\theta) + F_B(2xsen\theta) = 0$$



(a)

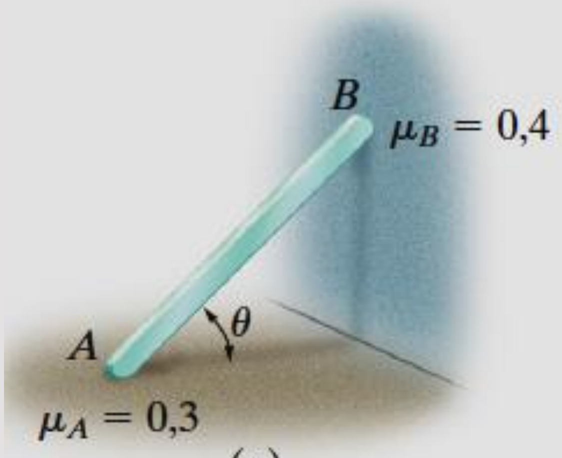


(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

2) Iminência de movimento em todos os pontos de contato;

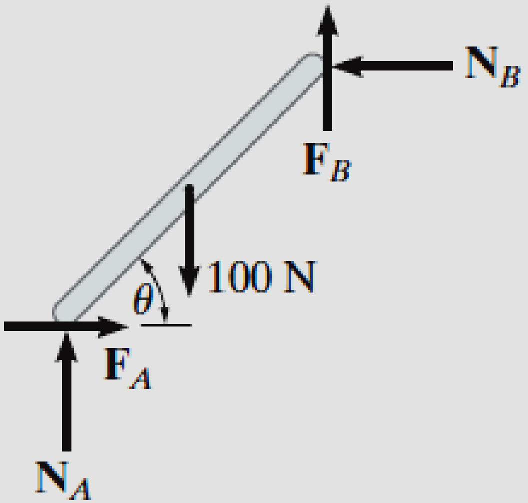
- As três equações de equilíbrio e as duas equações de atrito estático são aplicadas em ambos os pontos de contato, de modo que $\boldsymbol{F_A} = 0{,}3\boldsymbol{N_A}$ e $\boldsymbol{F_B} = 0{,}4\boldsymbol{N_B}$;



(a)

Logo, para a barra AB:

- $-N_B + F_A = 0$
- $N_A - 100 + F_B = 0$
- $N_B(y) - 100(xcos\theta) + F_B(2xsen\theta) = 0$



(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

3) Iminência de movimento em alguns pontos de contato;

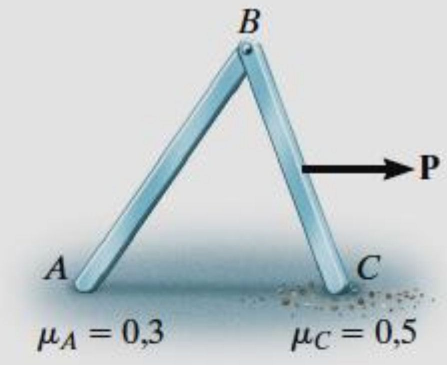
- Aqui, o número de incógnitas será *menor* do que o número de equações de equilíbrio disponíveis mais o número de equações de atrito disponíveis ou equações condicionais para o tombamento;

- Como resultado, haverá muitas possibilidades para movimento ou iminência de movimento, e o problema envolverá uma determinação do tipo de movimento que realmente ocorre;

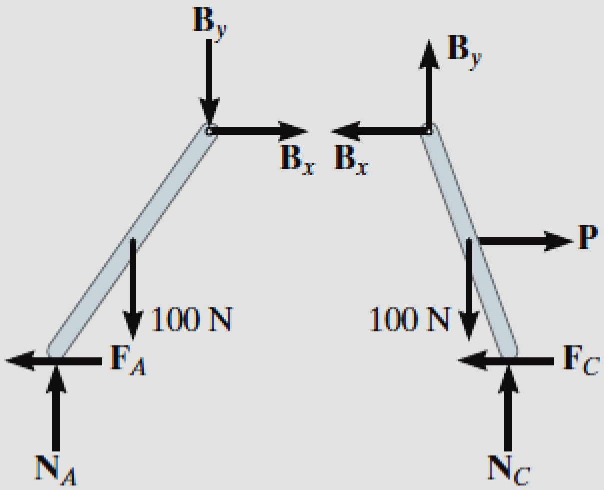
- Por exemplo, considere a estrutura de dois elementos na Figura a;

- Neste problema, queremos determinar a força horizontal ***P*** necessária para causar movimento;

- Se cada elemento tem peso de 100 N, então os diagramas de corpo livre são os mostrados na Figura b.



(a)



(b)

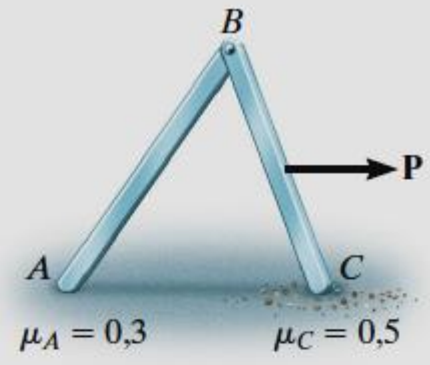
5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

3) Iminência de movimento em alguns pontos de contato;

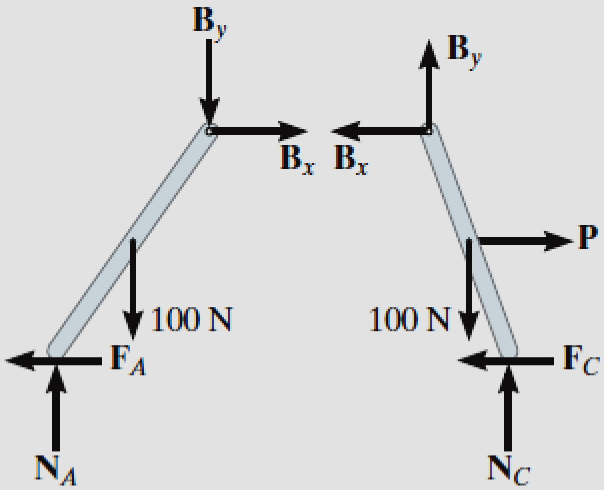
- Existem sete incógnitas. Para uma solução única, temos de satisfazer as seis equações de equilíbrio (três para cada elemento) e apenas uma das duas equações de atrito estático possíveis;

- Isso significa que, à medida que $\boldsymbol{P}$ aumenta, ele causará deslizamento em $\boldsymbol{A}$ e nenhum deslizamento em $\boldsymbol{C}$, de modo que $\boldsymbol{F_A = 0,3N_A}$ e $\boldsymbol{F_C \leq 0,5N_C}$;

- Ou, então, o deslizamento ocorrerá em $\boldsymbol{C}$ e nenhum deslizamento em A, quando $\boldsymbol{F_C = 0,5N_C}$ e $\boldsymbol{F_A \leq 0,3N_A}$.



(a)



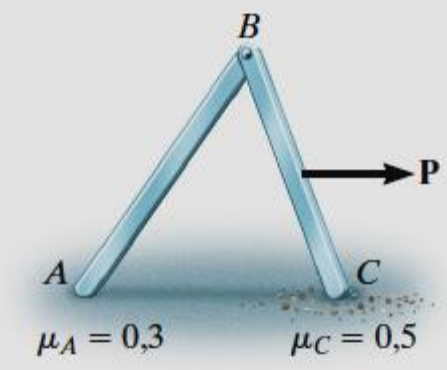
(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

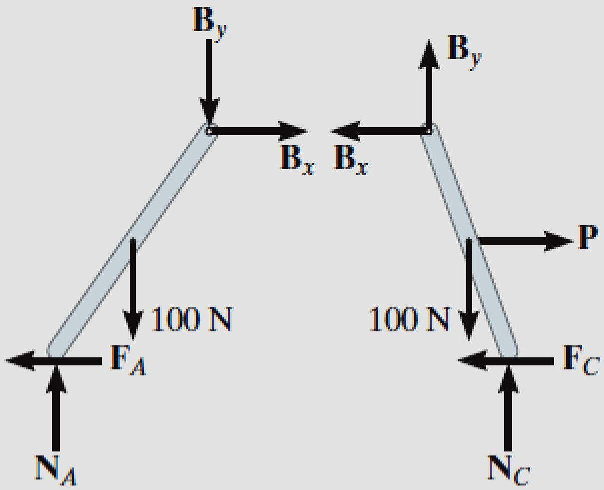
3) Iminência de movimento em alguns pontos de contato;

- A situação real pode ser determinada calculando-se $\boldsymbol{P}$ para cada caso e depois escolhendo-se o caso para o qual $\boldsymbol{P}$ é menor;

- Se, nos dois casos, for calculado o mesmo valor para $\boldsymbol{P}$, o que na prática seria altamente improvável, então o deslizamento nos dois pontos ocorre simultaneamente, ou seja, as sete incógnitas satisfariam oito equações.



(a)

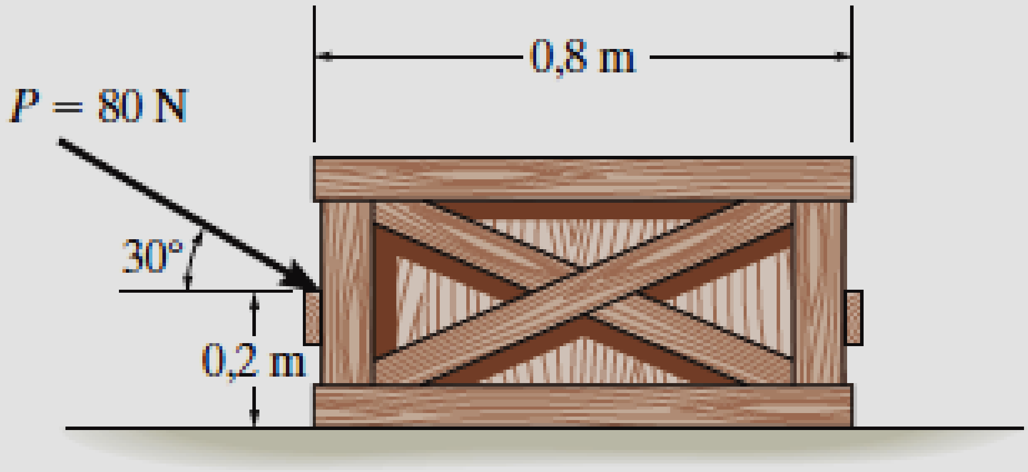


(b)

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Exercício 30:

- A caixa uniforme mostrada na figura abaixo tem massa de $\boldsymbol{20\,kg}$. Se uma força $\boldsymbol{P = 80\,N}$ for aplicada à caixa, determine se ela permanece em equilíbrio. O coeficiente de atrito estático é $\boldsymbol{\mu_s = 0,3}$.



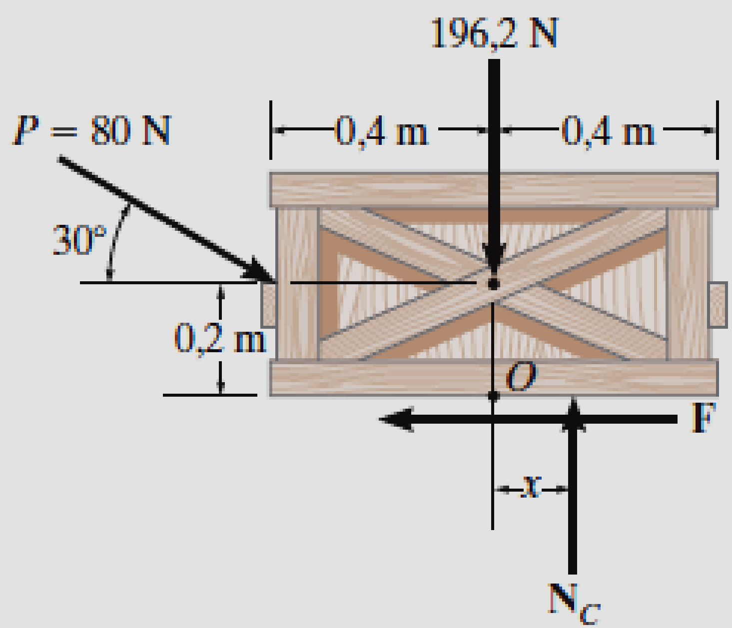
5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Solução:

1) Diagrama de corpo livre:

- Como vemos na figura abaixo, a força normal resultante $\boldsymbol{N_c}$ precisa atuar a uma distância x da linha de centro a fim de combater o efeito de tombamento causado por $\boldsymbol{P}$;

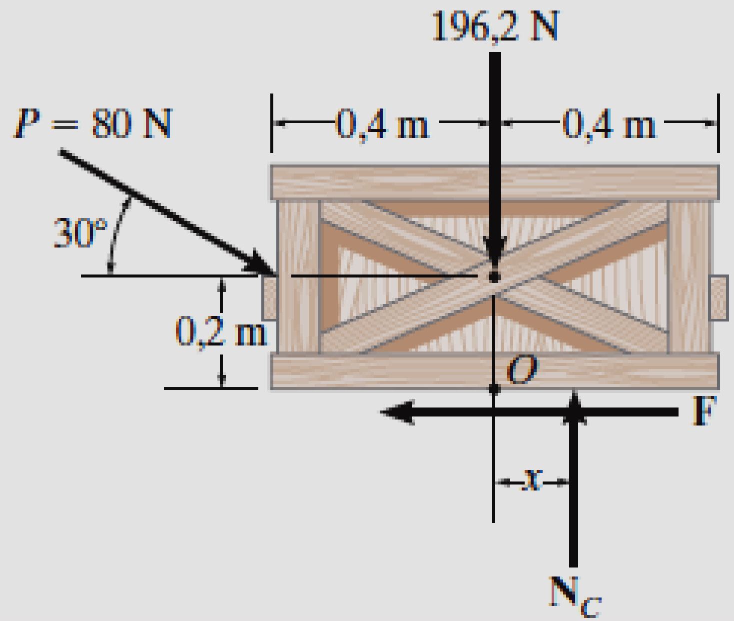
- Existem três incógnitas, $\boldsymbol{F}$,$\boldsymbol{N_c}$ e x, que podem ser determinadas estritamente pelas três equações de equilíbrio.



5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Solução:

2) Equações de equilíbrio:



$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad 80 \cos 30° \text{ N} - F = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad -80 \text{ sen } 30° \text{ N} + N_C - 196{,}2 \text{ N} = 0$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0; \qquad 80 \text{ sen } 30° \text{ N}(0{,}4 \text{ m}) - 80 \cos 30° \text{ N}(0{,}2 \text{ m}) + N_C(x) = 0$$

$$F = 69{,}3 \text{ N}$$

$$N_C = 236{,}2 \text{ N}$$

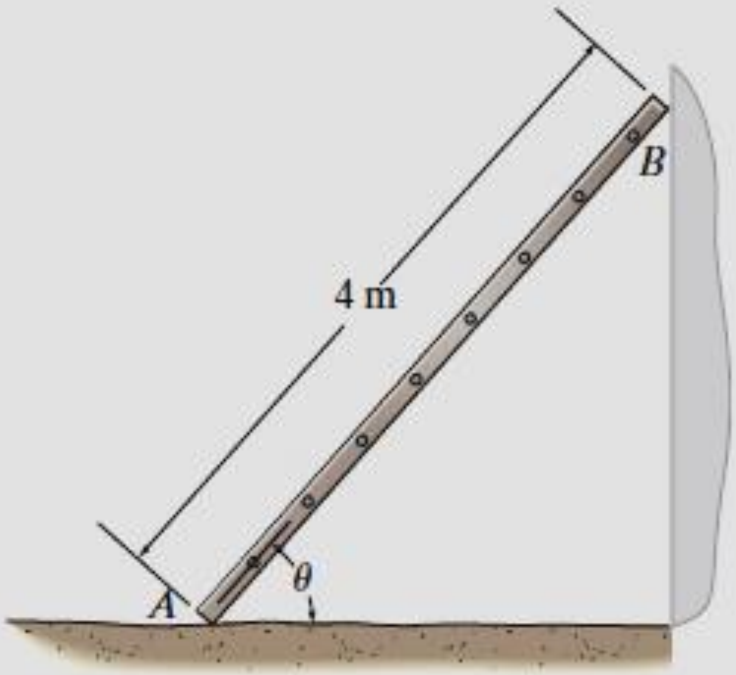
$$x = -0{,}00908 \text{ m} = -9{,}08 \text{ mm}$$

- Como *x* é negativo, isso indica que a força normal *resultante* atua (ligeiramente) à *esquerda* da linha de centro da caixa;
- Não haverá tombamento, pois $\boldsymbol{x < 0{,}4\, m}$. Além disso, a força de atrito *máxima* que pode ser desenvolvida na superfície de contato é $\boldsymbol{F_{máx} = \mu_s N_C = 0{,}3(236{,}2\, N) = 70{,}9\, N}$;
- Como $\boldsymbol{F = 69{,}3\, N < 70{,}9\, N}$, a caixa não deslizará, embora esteja muito próximo de fazer isso.

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Exercício 31:

- A escada uniforme de $\mathbf{10}\ \boldsymbol{kg}$, mostrada na Figura abaixo, apoia-se contra a parede lisa em $\boldsymbol{B}$ e sua extremidade em $\boldsymbol{A}$ repousa no plano horizontal áspero para o qual o coeficiente de atrito estático é $\boldsymbol{\mu_s} = \mathbf{0,3}$. Determine o ângulo de inclinação $\boldsymbol{\theta}$ da escada e a reação normal em $\boldsymbol{B}$ se a escada estiver na iminência de deslizamento.

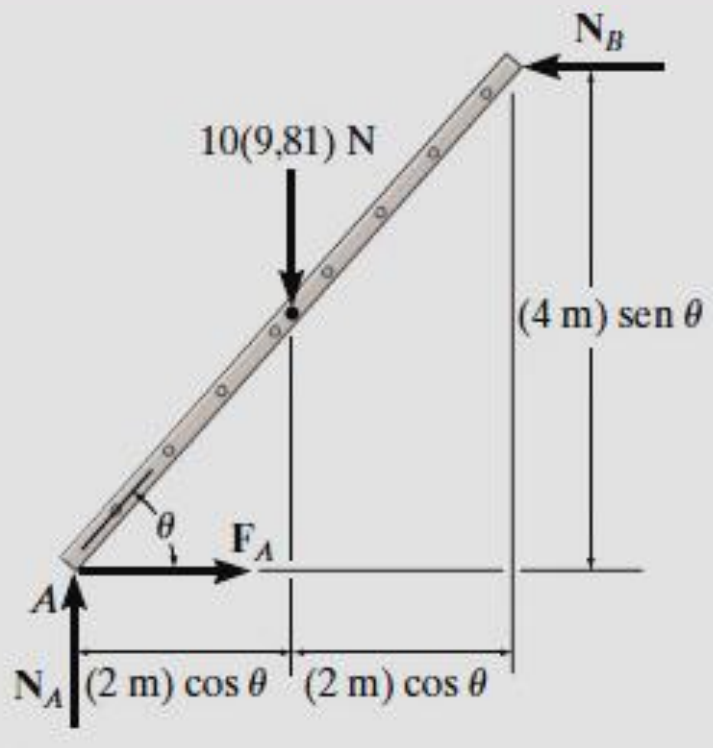


5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Solução:

1) Diagrama de corpo livre:

➢ Conforme mostra o diagrama de corpo livre (figura abaixo) a força de atrito $\boldsymbol{F_A}$ deve atuar para a direita, pois a iminência de movimento em $\boldsymbol{A}$ é para a esquerda.



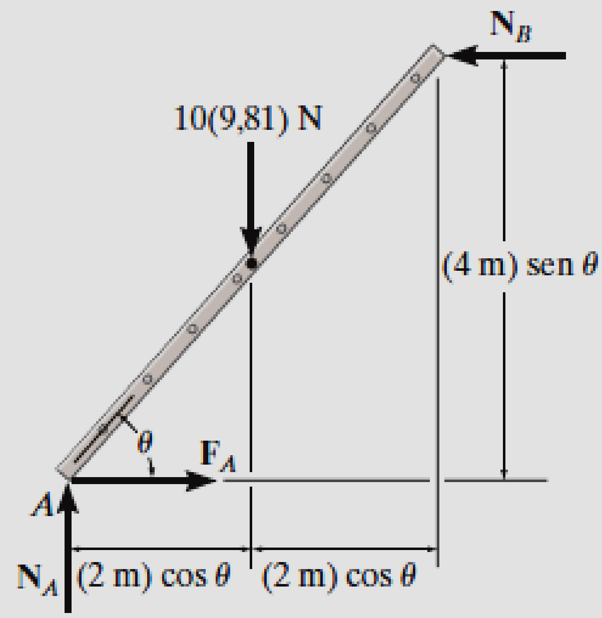
5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Solução:

2) Equações de equilíbrio e de atrito

- Como a escada está na iminência de deslizamento, então $\boldsymbol{F_A = \mu_s N_A = 0,3\ N_A}$;

- Por observação, $\boldsymbol{N_A}$ pode ser obtido diretamente.



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$

$$N_A - 10(9{,}81)\,\text{N} = 0$$

$$N_A = 98{,}1\ \text{N}$$

5.2. PROBLEMAS ENVOLVENDO ATRITO SECO

Solução:

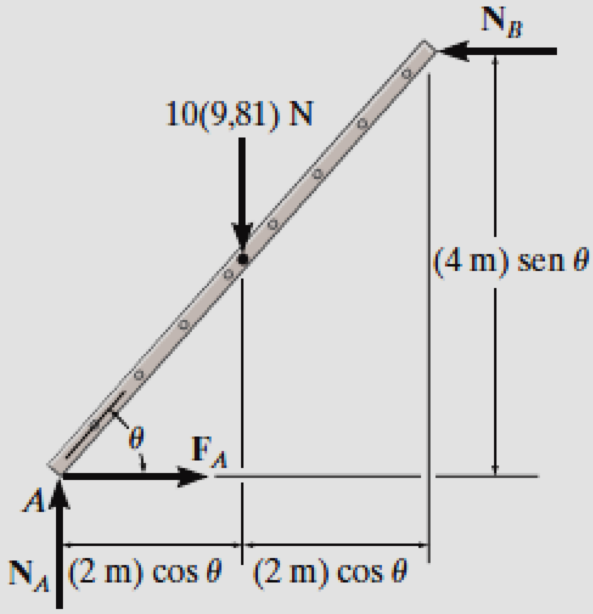
2) Equações de equilíbrio e de atrito

- Usando esse resultado de $\boldsymbol{N_A}$:
- $\boldsymbol{F_A = 0{,}3(98{,}1\ N) = 29{,}43\ N}$;
- Agora, $\boldsymbol{N_B}$ pode ser encontrado:

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$$

$$29{,}43\ \text{N} - N_B = 0$$

$$N_B = 29{,}43\ \text{N} = 29{,}4\ \text{N}$$



Solução:

2) Equações de equilíbrio e de atrito

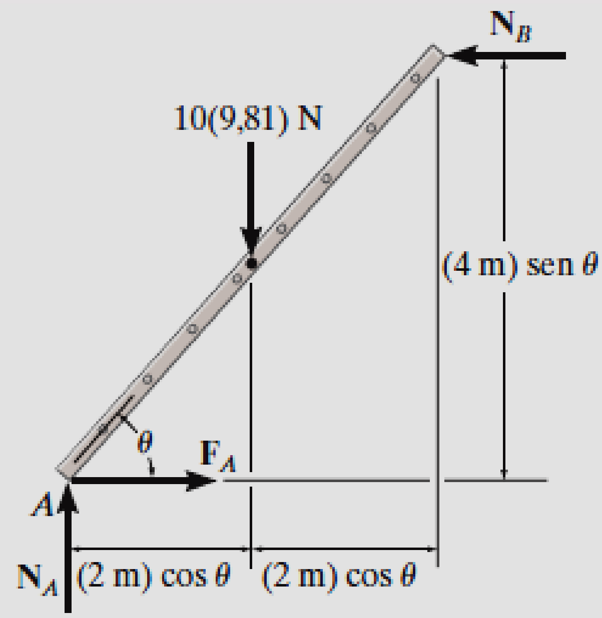
- Finalmente, o ângulo θ pode ser determinado somando os momentos em torno do ponto $\boldsymbol{A}$:

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;$$

$$(29{,}43\ \text{N})(4\ \text{m})\ \text{sen}\,\theta - [10(9{,}81)\ \text{N}](2\ \text{m})\cos\theta = 0$$

$$\frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \text{tg}\,\theta = 1{,}6667$$

$$\theta = 59{,}04° = 59{,}0°$$



ATÉ A PRÓXIMA!