Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia Mecânica

MECÂNICA GERAL

PROFESSOR: IGOR DOS SANTOS GOMES
E-MAIL: IGOR.GOMES@ITEC.UFPA.BR

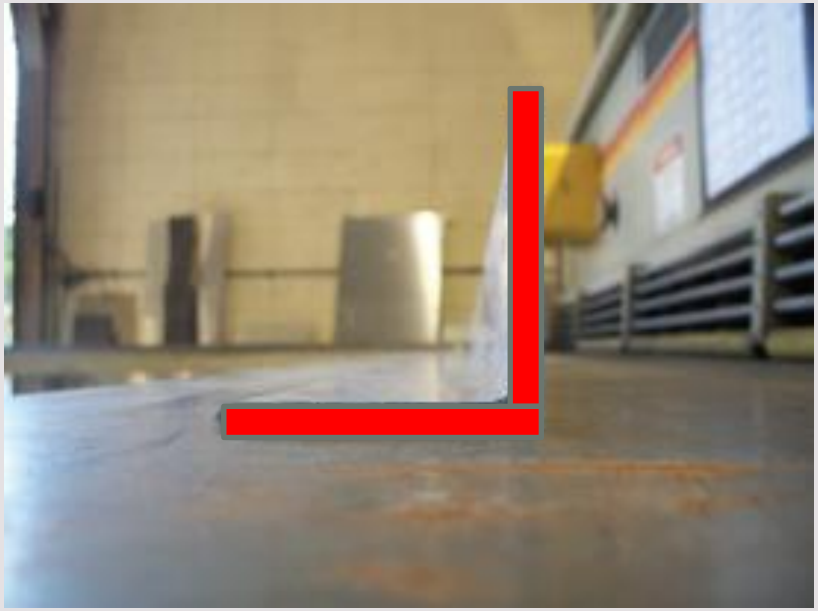
CENTRO DE GRAVIDADE, CENTRO DE MASSA E CENTRO GEOMÉTRICO

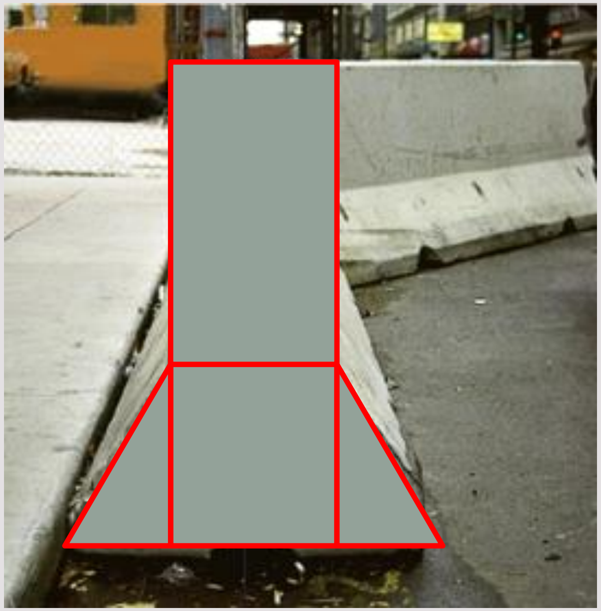
6.4. Corpos compostos

6.4. CORPOS COMPOSTOS

- Um **corpo composto** consiste em uma série de corpos de formatos “mais simples” conectados, que podem ser retangulares, triangulares, semicirculares, etc.;

- Tal corpo normalmente pode ser seccionado ou dividido em suas partes componentes e, desde que o **peso** e a localização do centro de gravidade de cada uma dessas partes sejam conhecidos, podemos eliminar a necessidade de integração para determinar o centro de gravidade do corpo inteiro.





6.4. CORPOS COMPOSTOS

- Para determinar o centro de gravidade do corpo inteiro, em vez de considerar um número infinito de pesos diferenciais, temos um número finito de pesos:

$$\cancel{\bar{x} = \frac{\int \tilde{x}\, dW}{\int dW} \qquad \bar{y} = \frac{\int \tilde{y}\, dW}{\int dW} \qquad \bar{z} = \frac{\int \tilde{z}\, dW}{\int dW}}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma \tilde{x} W}{\Sigma W} \qquad \bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} W}{\Sigma W} \qquad \bar{z} = \frac{\Sigma \tilde{z} W}{\Sigma W}$$

6.4. CORPOS COMPOSTOS

$$\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x} W}{\sum W} \quad \bar{y} = \frac{\sum \tilde{y} W}{\sum W} \quad \bar{z} = \frac{\sum \tilde{z} W}{\sum W}$$

- $\bar{\boldsymbol{x}}, \bar{\boldsymbol{y}}, \bar{\boldsymbol{z}}$ representam as coordenadas do centro de gravidade *G* do corpo composto;

- $\tilde{\boldsymbol{x}}, \tilde{\boldsymbol{y}}, \tilde{\boldsymbol{z}}$ representam as coordenadas do centro de gravidade de cada parte componente do corpo;

- $\sum \boldsymbol{W}$ é a soma dos pesos de todas as partes componentes do corpo, ou simplesmente o peso total do corpo;

Observação:

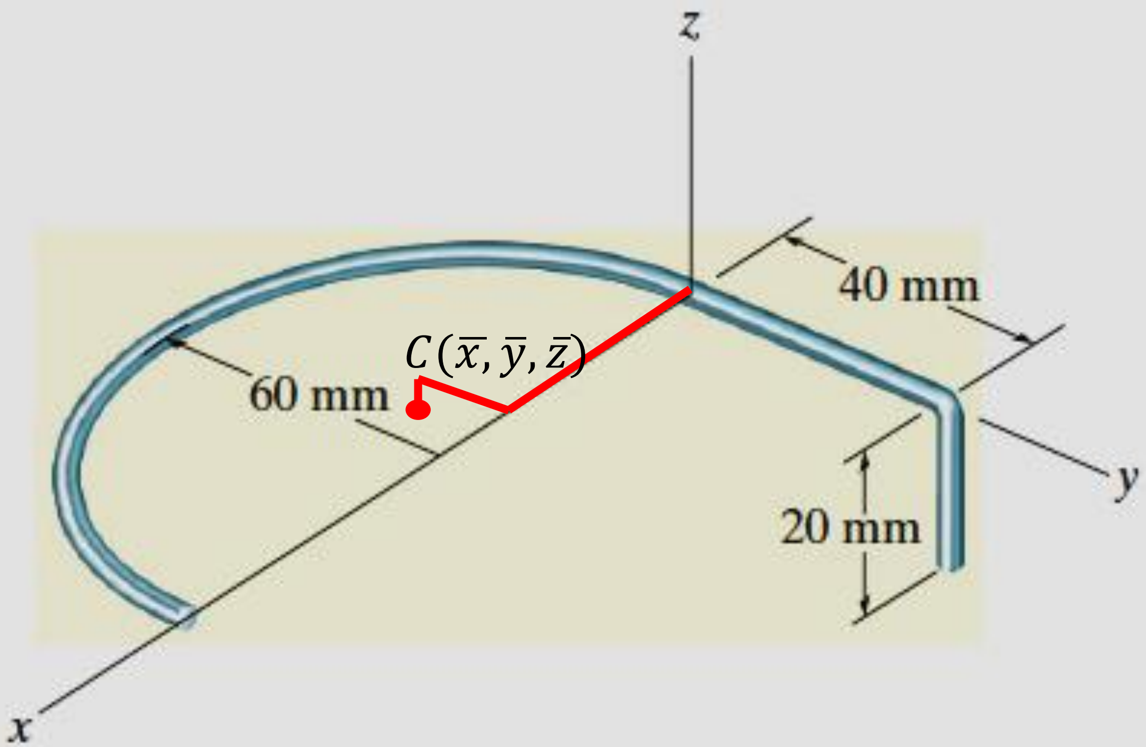
- Quando o corpo tem uma *densidade ou peso específico constante*, o centro de gravidade **coincide** com o centroide do corpo;

- O centroide para linhas, áreas e volumes compostos pode ser encontrado por meio de relações semelhantes às equações da Aula 18, porém, os $\boldsymbol{Ws}$ são substituídos por $\boldsymbol{Ls}$, $\boldsymbol{As}$ e $\boldsymbol{Vs}$, respectivamente.

6.4. CORPOS COMPOSTOS

Exercício 41:

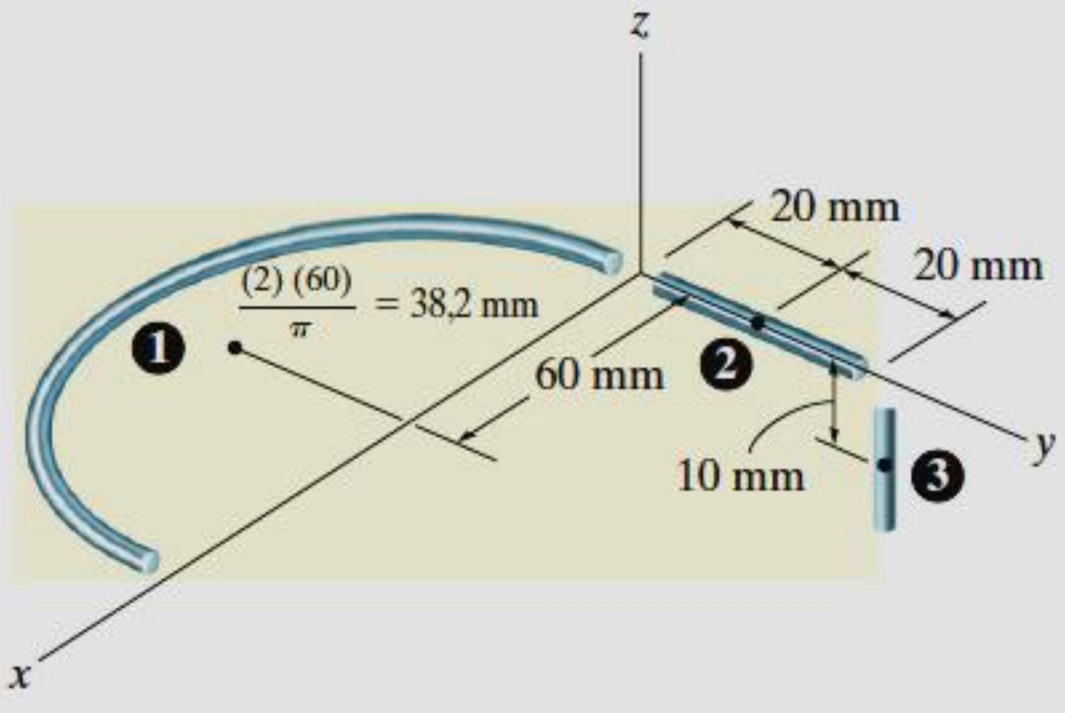
➢ Localize o centroide do arame mostrado na Figura abaixo.



Solução:

1) Partes componentes do arame e braços de momento

- O arame pode ser dividido em três seguimentos.



6.4. CORPOS COMPOSTOS

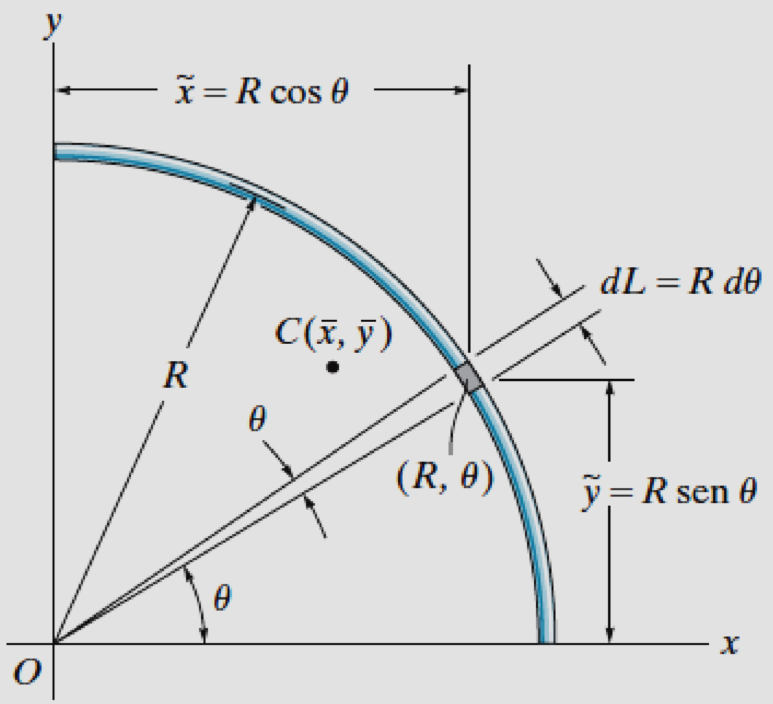
Solução:

- Um parênteses: Coordenadas polares para os problemas de arcos circulares;

$$\bar{x} = \frac{\int_L \tilde{x}\, dL}{\int_L dL} = \frac{\int_0^{\pi/2} (R\cos\theta) R\, d\theta}{\int_0^{\pi/2} R\, d\theta} = \frac{R^2 \int_0^{\pi/2} \cos\theta\, d\theta}{R \int_0^{\pi/2} d\theta} = \frac{2R}{\pi}$$

$$\frac{R.R}{R.\frac{\pi}{2}} = \frac{2R}{\pi}$$

$$\bar{y} = \frac{\int_L \tilde{y}\, dL}{\int_L dL} = \frac{\int_0^{\pi/2} (R\,\mathrm{sen}\,\theta) R\, d\theta}{\int_0^{\pi/2} R\, d\theta} = \frac{R^2 \int_0^{\pi/2} \mathrm{sen}\,\theta\, d\theta}{R \int_0^{\pi/2} d\theta} = \frac{2R}{\pi}$$



Solução:

2) Somatórios

➢ Por conveniência, os cálculos podem ser tabulados da seguinte forma:

Segmento	L (mm)	$\tilde{x}$ (mm)	$\tilde{y}$ (mm)	$\tilde{z}$ (mm)	$\tilde{x}L$ (mm^2)	$\tilde{y}L$ (mm^2)	$\tilde{z}L$ (mm^2)
1	$\pi(60) = 188,5$	60	−38,2	0	11310	−7200	0
2	40	0	20	0	0	800	0
3	20	0	40	−10	0	800	−200
	$\Sigma L = 248,5$				$\Sigma\tilde{x}L = 11310$	$\Sigma\tilde{y}L = -5600$	$\Sigma\tilde{z}L = -200$

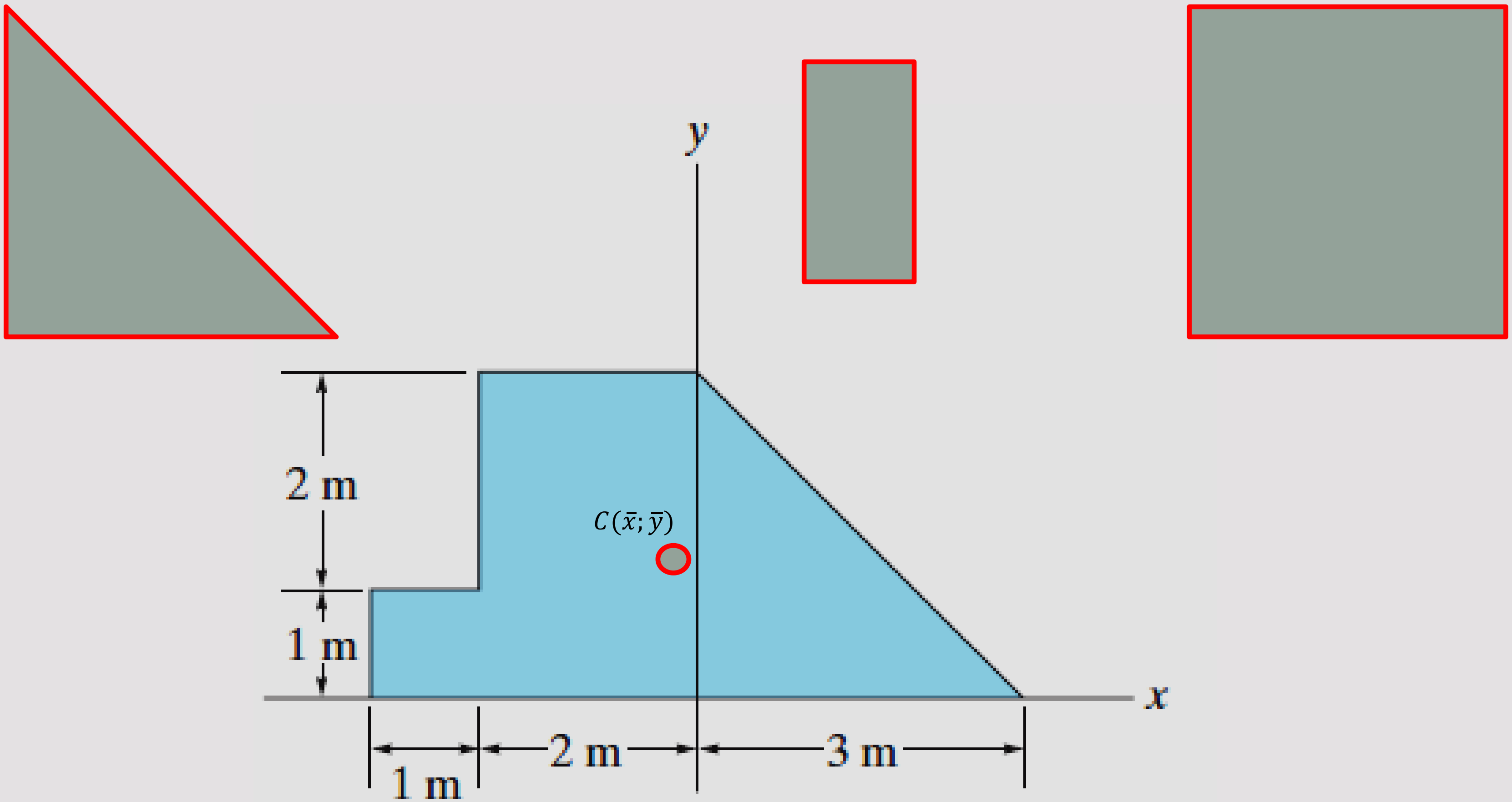
$$\bar{x} = \frac{\Sigma\tilde{x}L}{\Sigma L} = \frac{11310}{248,5} = 45,5 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma\tilde{y}L}{\Sigma L} = \frac{-5600}{248,5} = -22,5 \text{ mm}$$

$$\bar{z} = \frac{\Sigma\tilde{z}L}{\Sigma L} = \frac{-200}{248,5} = -0,805 \text{ mm}$$

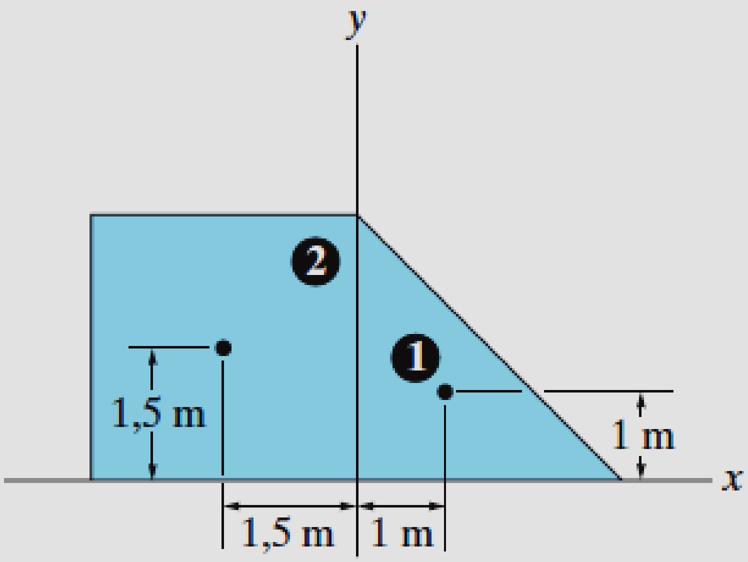
Exercício 42:

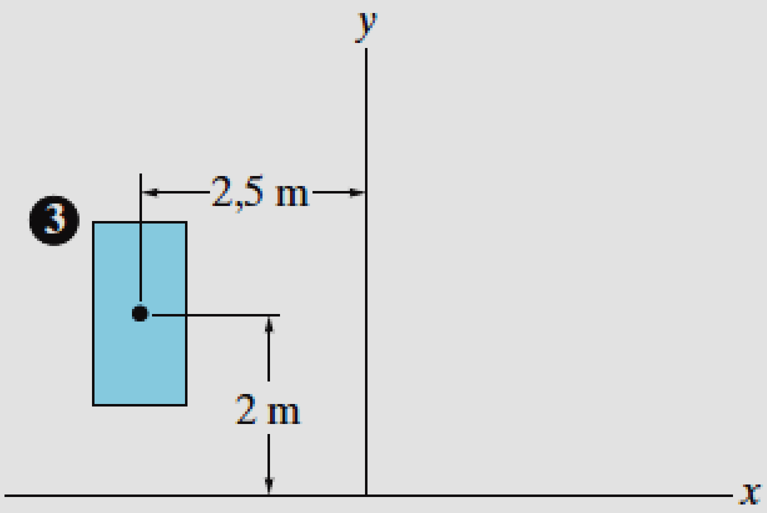
- Localize o centroide da área da placa mostrada na Figura abaixo.



Solução:

1) Partes componentes da placa e braços de momento





Solução:

2) Somatórios

Segmento	A (m^2)	$\tilde{x}$(m)	$\tilde{y}$(m)	$\tilde{x}A$(m^3)	$\tilde{y}A$(m^3)
1	$\frac{1}{2}(3)(3) = 4{,}5$	1	1	4,5	4,5
2	$(3)(3) = 9$	$-1{,}5$	1,5	$-13{,}5$	13,5
3	$-(2)(1) = -2$	$-2{,}5$	2	5	-4
	$\Sigma A = 11{,}5$			$\Sigma\tilde{x}A = -4$	$\Sigma\tilde{y}A = 14$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\tilde{x}A}{\Sigma A} = \frac{-4\ \text{m}^3}{11{,}5\ \text{m}^2} = -0{,}348\ \text{m}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma\tilde{y}A}{\Sigma A} = \frac{14\ \text{m}^3}{11{,}5\ \text{m}^2} = 1{,}22\ \text{m}$$

OBRIGADO PELA ATENÇÃO!