CAPÍTULO 1

O NÚMERO DE GRÃOS DE AREIA EM UMA PRAIA PODE SER MUITO GRANDE PARA SER CONTADO, MAS PODEMOS ESTIMAR O NÚMERO USANDO SUPOSIÇÕES RAZOÁVEIS E CÁLCULOS SIMPLES.

(©2008 e Edmundo Dias Montalvão.)

? Quantos grãos de areia existem em sua praia favorita?
(Veja o Exemplo 1-7.)

Medida e Vetores

Sempre fomos curiosos sobre o mundo que nos cerca. Desde que se tem registro, procuramos compreender a desconcertante diversidade de eventos que observamos — a cor do céu, a variação do som de um carro que passa, o balanço de uma árvore ao vento, o nascer e o pôr-do-sol, o vôo de uma ave ou de um avião. Esta procura pela compreensão tem tomado várias formas: uma é a religião, outra é a arte, e ainda outra é a ciência. Apesar de a palavra *ciência* vir do verbo latino que significa "conhecer", ciência passou a designar não simplesmente o conhecimento, mas especificamente o conhecimento do mundo natural. A física procura descrever a natureza fundamental do universo e como ele funciona. É a ciência da matéria e da energia, do espaço e do tempo.

Como toda ciência, a física é um corpo de conhecimento organizado de forma específica e racional. Os físicos elaboram, testam e relacionam modelos em um esforço para descrever, explicar e prever a realidade. Este processo envolve hipóteses, experimentos reprodutíveis e observações, e novas hipóteses. O resultado final é um conjunto de princípios fundamentais e leis que descrevem os fenômenos do mundo que nos cerca. Estas leis e princípios são aplicáveis tanto ao exótico — como buracos negros, energia escura e partículas com nomes como leptoquarks e bósons — quanto ao nosso dia-a-dia. Como você verá, incontáveis questões sobre nosso mundo podem ser respondidas com um conhecimento básico de física. Por que o céu é azul? Como é que os astronautas flutuam no espaço? Como funciona um CD?

O segundo é agora definido em termos de uma freqüência característica associada ao átomo de césio. Todos os átomos, depois que absorvem energia, emitem luz com freqüências e comprimentos de onda característicos do elemento específico. Há um conjunto de freqüências e comprimentos de onda para cada elemento, com uma dada freqüência e um dado comprimento de onda associados a cada transição energética sofrida pelo átomo. Ao que se sabe, estas freqüências se mantêm constantes. O segundo é agora definido de forma que a freqüência da luz para uma determinada transição do césio vale exatamente 9 192 631 770 ciclos por segundo.

FIGURA 1-1 O metro foi originalmente escolhido de forma que a distância do equador ao Pólo Norte, ao longo do meridiano que passa por Paris, valia 10 milhões de metros (10 mil quilômetros).

Comprimento O **metro** (m) é a unidade SI de comprimento. Historicamente, este comprimento foi definido como um décimo milionésimo da distância entre o equador e o Pólo Norte, ao longo do meridiano que passa por Paris (Figura 1-1). A distância se mostrou difícil de ser medida com precisão. Então, em 1889, a distância entre duas marcas em uma barra feita de uma liga de platina–irídio, mantida à determinada temperatura, foi adotada como o novo padrão. Com o tempo, a precisão deste padrão também se mostrou inadequada e outros padrões foram criados para o metro. Atualmente, o metro é determinado usando-se a rapidez da luz no vácuo, que é definida como valendo exatamente 299 792 458 m/s. O metro, então, é a distância que a luz percorre no vácuo em 1/(299 792 458) segundos. Com estas definições, as unidades de tempo e comprimento são acessíveis aos laboratórios de todo o mundo.

Massa A unidade SI de massa, o **quilograma** (kg), já foi definida como a massa de um litro de água a 4°C. (O volume de um litro é igual ao volume de um cubo de 10 cm de lado.) Assim como os padrões de tempo e comprimento, o padrão quilograma mudou ao longo do tempo. O quilograma[1] é agora definido como a massa de um determinado cilindro feito de uma liga de platina–irídio. Este cilindro, o chamado *corpo-padrão*, é mantido no Birô Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, na França. Uma réplica do corpo-padrão é mantida no NIST[2] (*National Institute of Standards and Technology*, o Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia), em Gaithersburg, Maryland, Estados Unidos. Discutiremos o conceito de massa em detalhes no Capítulo 4, onde veremos que o peso de um objeto em dada localização é proporcional à sua massa. Assim, comparando pesos de diferentes objetos de tamanho comum com o peso do corpo-padrão, as massas dos objetos podem ser comparadas entre si.

O corpo-padrão é a massa de um cilindro feito de uma específica liga de platina–irídio que é guardado no Birô Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, França. (*© BIPM; www.bipm.org.*)

PREFIXOS DE UNIDADES

Às vezes torna-se necessário trabalhar com medidas que são muito menores ou muito maiores do que as unidades-padrão SI. Nessas situações podemos usar outras unidades, que são relacionadas às unidades-padrão SI por um múltiplo de dez. Prefixos são usados para designar as diferentes potências de dez. Por exemplo, o prefixo "quilo" significa 1000 ou 10^3, enquanto o prefixo "micro" significa 0,000 001 ou 10^{-6}. A Tabela 1-1 lista os prefixos dos mais comuns múltiplos das unidades SI. Estes prefixos podem se aplicados a qualquer unidade SI; por exemplo, 0,001 segundo é um milissegundo (ms) e 1 000 000 watts é 1 megawatt (MW).

PROBLEMA PRÁTICO 1-1

Use prefixos para descrever o seguinte: (*a*) o retardo na recepção de uma transmissão de televisão a cabo, que é próximo de 0,000 000 3 segundo e (*b*) a circunferência da Terra, que é próxima de 40 000 000 de metros.

OUTROS SISTEMAS DE UNIDADES

Além do SI, outros sistemas de unidades são às vezes utilizados. Um deles é o *sistema cgs*. As unidades fundamentais do sistema cgs são o centímetro para o comprimento, o grama para a massa e o segundo para o tempo. Outras unidades cgs incluem o dina (força) e o erg (trabalho ou energia).

[1] A réplica brasileira do quilograma-padrão é o protótipo de platina–irídio número 66, e é mantido sob a guarda do INMETRO. (N.T.)
[2] O órgão oficial brasileiro responsável pela padronização e assuntos de medição é o INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial), cujo endereço na internet é http://www.inmetro.gov.br. (N.T.)

Tabela 1-1 Prefixos para Potências de 10*

Múltiplo	Prefixo	Abreviatura
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	**giga**	**G**
10^{6}	**mega**	**M**
10^{3}	**quilo**	**k**
10^{2}	hecto	h
10^{1}	deca	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	**centi**	**c**
10^{-3}	**mili**	**m**
10^{-6}	**micro**	**μ**
10^{-9}	**nano**	**n**
10^{-12}	**pico**	**p**
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	ato	a

* Os prefixos hecto (h), deca (da) e deci (d) não são múltiplos de 10^3 ou de 10^{-3} e são raramente usados. O outro prefixo que não é um múltiplo de 10^3 ou de 10^{-3} é o centi (c). Os prefixos usados com freqüência neste livro são impressos em negrito. Note que as abreviaturas de todos os prefixos múltiplos de 10^6 ou mais estão em letras maiúsculas, e todas as outras em letras minúsculas.

Você também já deve conhecer o sistema de unidades dos americanos. Neste sistema, a unidade básica do comprimento é o pé e a unidade básica do tempo é o segundo. Também, uma unidade de força (a libra-força), em vez de uma unidade de massa, é considerada uma unidade básica. Você verá no Capítulo 4 que a massa é uma escolha mais conveniente como unidade fundamental do que a força, porque massa é uma propriedade intrínseca de um objeto, independentemente de sua localização. As unidades básicas americanas são, hoje, definidas em termos das unidades básicas do SI.

1-3 CONVERSÃO DE UNIDADES

Como diferentes sistemas de unidades são utilizados, é importante saber como converter de uma unidade para outra. Quando quantidades físicas são somadas, subtraídas, multiplicadas, ou divididas em uma equação algébrica, a unidade pode ser tratada como qualquer outra quantidade algébrica. Por exemplo, suponha que você queira encontrar a distância percorrida em 3 horas (h) por um carro que se move à taxa constante de 80 quilômetros por hora (km/h). A distância é o produto da rapidez v pelo tempo t:

$$x = vt = \frac{80\text{ km}}{\cancel{\text{h}}} \times 3\,\cancel{\text{h}} = 240\text{ km}$$

Cancelamos a unidade de tempo, as horas, assim como faríamos com qualquer outra quantidade algébrica, para obter a distância na unidade apropriada de comprimento, o quilômetro. Este modo de tratar unidades torna fácil a conversão de uma unidade de distância para outra. Agora, suponha que queiramos converter as unidades de nosso resultado de quilômetros (km) para milhas (mi). Primeiro, precisamos encontrar a relação entre quilômetros e milhas, que é 1 mi = 1,609 km (veja as páginas iniciais do livro ou o Apêndice A). Então, dividimos cada lado desta igualdade por 1,609 para obter

$$\frac{1\text{ mi}}{1{,}609\text{ km}} = 1$$

Note que a relação é uma razão igual a 1. Uma razão como (1 mi)/(1,609 km) é chamada de **fator de conversão**, que é uma razão igual a 1 e representa a quantidade expressa em alguma unidade, ou unidades, dividida pelo equivalente expresso em

! Se as unidades da quantidade e o fator de conversão não combinam para dar as unidades finais desejadas, a conversão não foi adequadamente realizada.

alguma outra unidade, ou unidades. Como qualquer quantidade pode ser multiplicada por 1 sem alterar seu valor, podemos multiplicar a quantidade original pelo fator de conversão para converter as unidades:

$$240\text{ km} = 240\ \cancel{\text{km}} \times \frac{1\text{ mi}}{1{,}609\ \cancel{\text{km}}} = 149\text{ mi}$$

Escrevendo explicitamente as unidades e cancelando-as, você não precisa se questionar se deve multiplicar ou dividir por 1,609 para mudar de quilômetros para milhas, porque as unidades lhe dizem se você escolheu o fator correto ou o incorreto.

Exemplo 1-1 Usando Fatores de Conversão

Viajando a serviço, você se encontra em um país onde os sinais de trânsito fornecem as distâncias em quilômetros e os velocímetros dos automóveis são calibrados em quilômetros por hora. Se você está dirigindo a 90 km/h, quão rápido você está viajando em metros por segundo e em milhas por hora?

SITUAÇÃO Primeiro, temos que encontrar os fatores de conversão apropriados de horas para segundos e de quilômetros para metros. Podemos usar o fato de que 1000 m = 1 km e 1 h = 60 min = 3600 s. A quantidade 90 km/h é multiplicada pelos fatores de conversão, de forma a cancelar as unidades indesejadas. (Cada fator de conversão tem o valor 1 e, portanto, o valor da rapidez não varia.) Para converter para milhas por hora, utilizamos o fator de conversão 1 mi/1,609 km.

SOLUÇÃO

1. Multiplique 90 km/h pelos fatores de conversão 1 h/3600 s e 1000 m/1 km, para converter km para m e h para s:

$$\frac{90\ \cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\ \cancel{\text{km}}} = \boxed{25\text{ m/s}}$$

2. Multiplique 90 km/h por 1 mi/1,609 km:

$$\frac{90\ \cancel{\text{km}}}{\text{h}} \times \frac{1\text{ mi}}{1{,}609\ \cancel{\text{km}}} = \boxed{56\text{ mi/h}}$$

CHECAGEM Note que as unidades finais estão corretas, em cada passo. Se você não tivesse utilizado corretamente os fatores de conversão, por exemplo multiplicando por 1 km/1000 m em vez de 1000 m/1 km, as unidades finais não teriam sido corretas.

INDO ALÉM O passo 1 pode ser encurtado escrevendo 1 h/3600 s como 1 h/3,6 ks e cancelando os prefixos em ks e km. Isto é,

$$\frac{90\text{ km}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1\ \cancel{\text{h}}}{3{,}6\text{ ks}} = \boxed{25\text{ m/s}}$$

Cancelar estes prefixos equivale a dividir o numerador e o denominador por 1000.

Você pode achar útil memorizar os resultados de conversão do Exemplo 1-1. Estes resultados são

$$25\text{ m/s} = 90\text{ km/h} \approx (60\text{ mi/h})$$

Conhecer estes valores ajuda na conversão rápida de magnitudes de velocidade para unidades que lhe sejam mais familiares.

1-4 DIMENSÕES DE QUANTIDADES FÍSICAS

Lembre-se de que uma quantidade física inclui um número e uma unidade. A unidade nos diz o padrão que está sendo utilizado para a medida e o número nos dá a comparação da quantidade com o padrão. Para dizer *o que* você está medindo, no entanto, você precisa estabelecer a *dimensão* da quantidade física. Comprimento, tempo e massa são dimensões. A distância d entre dois objetos tem a dimensão de comprimento. Expressamos esta relação como $[d] = \text{L}$, onde $[d]$ representa a dimensão da distância d e L representa a dimensão de comprimento. Todas as dimensões são representadas por letras maiúsculas em estilo normal (não itálico). As letras T e M representam as dimensões de tempo e massa, respectivamente. As dimensões de muitas quantidades podem ser escritas em termos dessas dimensões fundamentais. Por exemplo, a área A de uma superfície é encontrada multiplicando-se um comprimento por outro. Como área é o produto de dois comprimentos, diz-se que tem as dimensões de comprimento multiplicado por comprimento, ou comprimento ao quadrado, escrito como $[A] = L^2$. Nesta equação, $[A]$ representa a dimensão da quantidade A e L representa a dimensão de comprimento. Rapidez tem as dimensões de comprimento dividido por tempo, ou L/T. As dimensões de outras quantidades, como força ou energia, são escritas em termos das quantidades fundamentais comprimento, tempo e massa. Somar ou subtrair duas quantidades físicas só faz sentido se as quantidades têm as mesmas dimensões. Por exemplo, não podemos somar uma área a uma rapidez para obter um resultado que tenha significado. Na equação

$$A = B + C$$

as quantidades A, B e C devem todas ter as mesmas dimensões. A soma de B com C também requer que estas quantidades estejam nas mesmas unidades. Por exemplo, se B é uma área de 500 in² e C vale 4 ft², devemos ou converter B para pés quadrados ou converter C para polegadas quadradas para efetuar a soma das duas áreas.

Você pode encontrar, com freqüência, erros em um cálculo checando as dimensões ou as unidades em seu resultado. Suponha, por exemplo, que você, erradamente, utilize a fórmula $A = 2\pi r$ para a área de um círculo. Você pode imediatamente perceber que isto não está correto, porque $2\pi r$ tem a dimensão de comprimento, enquanto uma área deve ter as dimensões de quadrado de comprimento.

! A avaliação das dimensões de uma expressão lhe dirá apenas se as dimensões estão corretas, não se toda a expressão está correta. Ao expressar a área de um círculo, por exemplo, a análise dimensional não lhe dirá se a expressão correta é πr^2 ou $2\pi r^2$. (A expressão correta é πr^2.)

Exemplo 1-2 Dimensões de Pressão

A pressão P em um fluido em movimento depende de sua massa específica ρ e de sua rapidez v. Encontre uma combinação simples de massa específica e rapidez que tenha as dimensões corretas de pressão.

SITUAÇÃO Usando a Tabela 1-2, podemos ver que pressão tem as dimensões $M/(LT^2)$, massa específica é M/L^3 e rapidez é L/T. Além disso, ambas as dimensões de pressão e massa específica possuem massa no numerador, enquanto as dimensões de rapidez não contêm massa. Portanto, a expressão deve envolver a multiplicação, ou a divisão, das dimensões de massa específica pelas dimensões de rapidez para se incluir a unidade de massa nas dimensões de pressão. Para encontrar a relação correta, podemos começar dividindo as dimensões de pressão pelas de massa específica e então avaliar o resultado em comparação com as dimensões de rapidez.

SOLUÇÃO

1. Divida as dimensões de pressão pelas de massa específica para obter uma expressão com M:

$$\frac{[P]}{[\rho]} = \frac{M/LT^2}{M/L^3} = \frac{L^2}{T^2}$$

2. Por inspeção, notamos que o resultado tem dimensões de v^2. As dimensões de pressão são, então, as mesmas da massa específica multiplicada pelo quadrado da rapidez:

$$[P] = [\rho][v^2] = \frac{M}{L^3} \times \left(\frac{L}{T}\right)^2 = \frac{M}{L^3} \times \frac{L^2}{T^2} = \boxed{\frac{M}{LT^2}}$$

CHECAGEM Divida as dimensões de pressão pelas dimensões de rapidez ao quadrado e o resultado são as dimensões de densidade: $[P]/[v^2] = (M/LT^2)/(L^2/T^2) = M/L^3 = [\rho]$.

1-5 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E ORDEM DE GRANDEZA

Muitos dos números em ciência são o resultado de medidas e são, portanto, conhecidos apenas dentro de um certo grau de incerteza experimental. A magnitude da incerteza, que depende tanto da habilidade do experimentador quanto do equipamento utilizado, pode, com freqüência, ser apenas estimada. Uma indicação aproximada da incerteza em uma medida é dada pelo número de algarismos utilizados. Por exemplo, se uma etiqueta sobre a mesa em uma loja de móveis indica que a mesa tem 2,50 m de comprimento, ela está informando que seu comprimento é próximo de, mas não exatamente, 2,50 m. O último algarismo à direita, o 0, não tem precisão. Utilizando uma fita métrica com marcas de milímetros para medir o comprimento da mesa cuidadosamente, poderíamos verificar estarmos medindo o comprimento com uma variação de até ±0,6 mm de seu comprimento real. Indicaríamos esta precisão informando o comprimento usando quatro algarismos, como em 2,503 m. Um algarismo confiável conhecido (além do zero usado para localizar a vírgula decimal) é chamado de **algarismo significativo**. O número 2,50 tem três algarismos significativos; 2,503 m tem quatro. O número 0,00130 tem três algarismos significativos. (Os primeiros três zeros não são algarismos significativos, mas apenas marcadores para localizar a vírgula decimal.) O número 2300,0 tem cinco algarismos significativos, mas o número 2300 (o mesmo que 2300,0, mas sem a vírgula decimal) pode ter apenas dois ou até quatro algarismos significativos. O número de algarismos significativos em números com uma sucessão de zeros à direita e sem vírgula decimal é ambíguo.

Tabela 1-2 Dimensões de Quantidades Físicas

Quantidade	Símbolo	Dimensão
Área	A	L^2
Volume	V	L^3
Rapidez	v	L/T
Aceleração	a	L/T^2
Força	F	ML/T^2
Pressão (F/A)	p	M/LT^2
Massa específica (M/V)	ρ	M/L^3
Energia	E	ML^2/T^2
Potência (E/T)	P	ML^2/T^3

Suponha, por exemplo, que você avalie a área de um campo circular medindo o raio e usando a fórmula para a área do círculo, $A = \pi r^2$. Se você estimou o raio como 8 m e usa uma calculadora de 10 dígitos para computar a área, você obtém $\pi(8 \text{ m})^2 = 201{,}0619298 \text{ m}^2$. Os algarismos após a vírgula decimal dão uma falsa indicação da precisão com que você conhece a área. Para determinar o número apropriado de algarismos significativos em cálculos envolvendo multiplicação e divisão, você pode seguir esta regra geral:

> Quando multiplicando ou dividindo quantidades, o número de algarismos significativos da resposta final não é maior que aquele da quantidade com o menor número de algarismos significativos.

No exemplo anterior, o raio é conhecido apenas com um algarismo significativo, de forma que a área também é conhecida com um algarismo significativo, ou 200 m². Este número indica que a área vale algo entre 150 m² e 250 m².

A precisão da soma ou da diferença de medidas é apenas a precisão da *menos* precisa das medidas. Uma regra geral é:

> Quando adicionando ou subtraindo quantidades, o número de casas decimais da resposta deve coincidir com o do termo com o menor número de casas decimais.

CHECAGEM CONCEITUAL 1-1

Quantos algarismos significativos tem o número 0,010457?

Valores exatos têm um número ilimitado de algarismos significativos. Por exemplo, o valor determinado ao se contar duas mesas não é incerto, é um valor exato. Também, o fator de conversão 1 m/100 cm é um valor exato porque 1 m *é* exatamente igual a 100 cm.

Quando você trabalha com números que contêm incertezas, você deve cuidar para não incluir mais algarismos do que a certeza da medida pode garantir.

Exemplo 1-3 Algarismos Significativos

Subtraia 1,040 de 1,21342.

SITUAÇÃO O primeiro número, 1,040, tem apenas três algarismos significativos além da vírgula decimal, enquanto o segundo, 1,21342, tem cinco. De acordo com a regra estabelecida para a adição e a subtração de números, a diferença pode ter apenas três algarismos significativos além da vírgula decimal.

SOLUÇÃO Subtraia os números, mantendo apenas três algarismos além da vírgula decimal: $1{,}21342 - 1{,}040 = 0{,}173\cancel{42} = \boxed{0{,}173}$

CHECAGEM A resposta não pode ser mais precisa que o número menos preciso, ou 1,040. A resposta tem o mesmo número de algarismos significativos, além da vírgula decimal, que 1,040.

INDO ALÉM Neste exemplo, os números dados têm quatro e seis algarismos significativos, mas a diferença tem apenas três algarismos significativos. A maioria dos exemplos e exercícios deste livro serão feitos com dados até dois, três, ou, ocasionalmente, quatro algarismos significativos.

PROBLEMA PRÁTICO 1-2 Aplique a regra de algarismos significativos apropriada para calcular o seguinte: (*a*) 1,58 × 0,03; (*b*) 1,4 + 2,53; (*c*) 2,456 − 2,453.

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Quando trabalhamos com números muito grandes ou muito pequenos, podemos mostrar os algarismos significativos mais facilmente utilizando a notação científica. Nesta notação, o número é escrito como o produto de um número entre 1 e 10 e uma potência de 10, como 10^2 (= 100) ou 10^3 (= 1000). Por exemplo, o número 12 000 000 é escrito como $1{,}2 \times 10^7$; a distância da Terra ao Sol, que é aproximadamente de 150 000 000 000 m, é escrita como $1{,}5 \times 10^{11}$ m. Supusemos que nenhum dos sucessivos zeros à direita, neste número, é significativo. Se dois desses zeros fossem significativos, teríamos expressado isto, sem ambigüidade, escrevendo o número como $1{,}500 \times 10^{11}$ m. O número 11 em 10^{11} é chamado de expoente. Para números menores que 1, o expoente é negativo. Por exemplo, $0{,}1 = 10^{-1}$ e $0{,}0001 = 10^{-4}$. O diâmetro de um vírus, que é aproximadamente igual 0,000 000 01 m, é escrito como 1×10^{-8} m. Note que, escrevendo números desta forma, você pode facilmente identificar o número de algarismos significativos. Por exemplo, $1{,}5 \times 10^{11}$ m contém dois algarismos significativos (1 e 5).

Veja ***o Tutorial Matemático para mais informações sobre***
Expoentes

PROBLEMA PRÁTICO 1-3

Aplique a regra apropriada de algarismos significativos para calcular $2{,}34 \times 10^2 + 4{,}93$.

Utilize a seguinte Estratégia para Solução de Problemas para efetuar cálculos com números na notação científica.

ESTRATÉGIA PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Notação Científica

SITUAÇÃO Se os números envolvidos em um cálculo são muito grandes ou muito pequenos, você pode querer reescrevê-los em notação científica. Esta notação torna, com freqüência, mais fácil a determinação do número de algarismos significativos que um número possui e facilita a realização de cálculos.

SOLUÇÃO Use estes itens para resolver problemas que envolvem notação científica.

1. Quando números em notação científica são multiplicados, os expoentes são adicionados; quando números em notação científica são divididos, os expoentes são subtraídos.

   Exemplo: $10^2 \times 10^3 = 100 \times 1.000 = 100000 = 10^5$

   Exemplo: $\dfrac{10^2}{10^3} = \dfrac{100}{1000} = \dfrac{1}{10} = 10^{-1}$

2. Em notação científica, 10^0 é definido como 1. Para ver o por quê, vamos dividir 1000 por 1000.

   Exemplo: $\dfrac{1000}{1000} = \dfrac{10^3}{10^3} = 10^{3-3} = 10^0 = 1$

3. Tenha cuidado ao somar ou subtrair números escritos em notação científica quando seus expoentes não coincidem.

   Exemplo: $(1{,}200 \times 10^2) + (8 \times 10^{-1}) = 120{,}0 + 0{,}8 = 120{,}8$

4. Para encontrar a soma sem converter os dois números na forma decimal ordinária, reescreva um dos números de forma a que sua potência de 10 seja a mesma do outro.

   Exemplo: $(1200 \times 10^{-1}) + (8 \times 10^{-1}) = 1208 \times 10^{-1} = 120{,}8$

5. Quando elevando uma potência a outra potência, os expoentes são multiplicados.

   Exemplo: $(10^2)^4 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^8$

! Todos os expoentes são adimensionais e não possuem unidades.

CHECAGEM Esteja certo de que, ao converter números menores que um para notação científica, o expoente é negativo. Você também deve atentar para quando os expoentes devem ser adicionados, subtraídos ou multiplicados, porque a realização da operação errada pode levar seu resultado a uma imprecisão em potências de 10.

INDO ALÉM Durante um cálculo, evite entrar com resultados intermediários via teclado. Em vez disso, armazene esses resultados na memória da calculadora. Se você precisa introduzir resultados intermediários via teclado, digite um ou dois algarismos (não significativos) a mais, chamados de *algarismos de guarda*. Esta prática serve para minimizar erros de arredondamento.

Exemplo 1-4 Quanto de Água?

Um litro (L) é o volume de um cubo de 10 cm por 10 cm por 10 cm. Se você bebe (exatamente) 1 L de água, qual o volume ocupado em seu estômago, em centímetros cúbicos e em metros cúbicos?

SITUAÇÃO O volume V de um cubo de lado ℓ é ℓ^3. O volume em centímetros cúbicos é encontrado diretamente de $\ell = 10$ cm. Para encontrar o volume em metros cúbicos, converta cm^3 para m^3 usando o fator de conversão 1 cm = 10^{-2} m.

SOLUÇÃO

1. Calcule o volume em cm^3:

$$V = \ell^3 = (10\ \text{cm})^3 = 1000\ \text{cm}^3 = \boxed{10^3\ \text{cm}^3}$$

2. Converta para m^3:

$$10^3\ \text{cm}^3 = 10^3\ \text{cm}^3 \times \left(\frac{10^{-2}\ \text{m}}{1\ \text{cm}}\right)^3$$

Observe que o fator de conversão (que é igual a 1) pode ser elevado à terceira potência sem que seu valor se altere, permitindo o cancelamento das unidades apropriadas.

$$= 10^3\ \text{cm}^3 \times \frac{10^{-6}\ \text{m}^3}{1\ \text{cm}^3} = \boxed{10^{-3}\ \text{m}^3}$$

CHECAGEM Note que as respostas são em centímetros cúbicos e em metros cúbicos. Estes resultados estão consistentes com o fato de volume ter dimensões de comprimento ao cubo. Note, também, que a quantidade física 10^3 é maior que a quantidade física 10^{-3}, o que é consistente com o fato de um metro ser maior que um centímetro.

Exemplo 1-5 Contando Átomos

Em 12,0 g de carbono há $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ átomos de carbono (número de Avogadro). Se você pudesse contar um átomo por segundo, quanto tempo levaria para contar os átomos em 1,00 g de carbono? Expresse sua resposta em anos.

SITUAÇÃO Precisamos encontrar o número total de átomos a serem contados, N, e então usar o fato de que o número contado é igual à taxa de contagem R multiplicada pelo tempo t.

SOLUÇÃO

1. O tempo está relacionado com o número total de átomos, N, e a taxa de contagem R = 1 átomo/s:

$$N = Rt$$

2. Encontre o número de átomos de carbono em 1,00 g:

$$N = \frac{6{,}02 \times 10^{23}\ \text{átomos}}{12{,}0\ \text{g}} = 5{,}02 \times 10^{22}\ \text{átomos}$$

3. Calcule o número de segundos que leva para contá-los a 1 por segundo:

$$t = \frac{N}{R} = \frac{5{,}02 \times 10^{22}\ \text{átomos}}{1\ \text{átomo/s}} = 5{,}02 \times 10^{22}\ \text{s}$$

4. Calcule o número n de segundos em um ano:

$$n = \frac{365\ \cancel{\text{d}}}{1{,}00\ \text{ano}} \times \frac{24\ \cancel{\text{h}}}{1\ \cancel{\text{d}}} \times \frac{3600\ \text{s}}{1\ \cancel{\text{h}}} = 3{,}15 \times 10^7\ \text{s/ano}$$

5. Use o fator de conversão $3{,}15 \times 10^7$ s/a (uma quantidade útil a ser lembrada) para converter a resposta do passo 3 em anos:

$$t = 5{,}02 \times 10^{22}\ \text{s} \times \frac{1{,}00\ \text{ano}}{3{,}15 \times 10^7\ \text{s}}$$

$$= \frac{5{,}02}{3{,}15} \times 10^{22-7}\ \text{anos} = \boxed{1{,}59 \times 10^{15}\ \text{anos}}$$

CHECAGEM A resposta pode ser checada fazendo uma estimativa. Se você precisa de aproximadamente 10^{22} segundos para contar o número de átomos em um grama de carbono e há aproximadamente 10^{7} segundos em um ano, então você precisa de $10^{22}/10^{7} = 10^{15}$ anos.

INDO ALÉM O tempo requerido é da ordem de 100 000 vezes a idade do universo atualmente aceita.

PROBLEMA PRÁTICO 1-4 Quanto tempo levaria para 5 bilhões (5×10^{9}) de pessoas contarem os átomos em 1 g de carbono?

ORDEM DE GRANDEZA

Fazendo cálculos aproximados, às vezes arredondamos um número para a mais próxima potência de 10. Tal número é chamado de **ordem de grandeza**. Por exemplo, a altura de uma formiga de 8×10^{-4} m é aproximadamente 10^{-3} m. Dizemos que a ordem de grandeza da altura de uma formiga é 10^{-3} m. De forma semelhante, apesar de a altura típica da maior parte das pessoas ser próxima de 2 m, arredondamos isto e dizemos que $h \sim 10^{0}$ m, onde o símbolo $\sim$ significa "é da ordem de grandeza de". Dizendo $h \sim 10^{0}$ m, não estamos dizendo que uma altura típica é realmente 1 m, mas que está mais perto de 1 m do que de 10 m ou de 10^{-1} m. Podemos dizer que um ser humano é três ordens de grandeza mais alto que uma formiga, o que significa que a razão das alturas é aproximadamente 1000 para 1. Uma ordem de grandeza não informa nenhum algarismo confiável conhecido, e, portanto, não tem algarismos significativos. A Tabela 1-3 fornece alguns valores de ordem de grandeza para uma variedade de tamanhos, massas e intervalos de tempo encontrados em física.

Em muitos casos, a ordem de grandeza de uma quantidade pode ser estimada usando-se suposições plausíveis e cálculos simples. O físico Enrico Fermi era um mestre em usar estimativas de ordem de grandeza para encontrar respostas para questões que pareciam impossíveis de calcular devido à falta de informações. Problemas como esses são com freqüência chamados de **questões de Fermi**. Os exemplos seguintes são questões de Fermi.

Moléculas de benzeno têm diâmetro da ordem de 10^{-10} m quando vistas em um microscópio por varredura eletrônica.

O diâmetro da galáxia Andrômeda é da ordem de 10^{21} m.

Distâncias familiares de nosso dia-a-dia. A altura da mulher é da ordem de 10^{0} m e a da montanha é da ordem de 10^{4} m.

Tabela 1-3 O Universo em Ordens de Grandeza

Tamanho ou Distância	(m)	Massa	(kg)	Intervalo de Tempo	(s)
Próton	10^{-15}	Elétron	10^{-30}	Tempo para a luz atravessar o núcleo	10^{-23}
Átomo	10^{-10}	Próton	10^{-27}	Período da radiação da luz visível	10^{-15}
Vírus	10^{-7}	Aminoácido	10^{-25}	Período de microondas	10^{-10}
Ameba gigante	10^{-4}	Hemoglobina	10^{-22}	Meia-vida do múon	10^{-6}
Noz	10^{-2}	Vírus da gripe	10^{-19}	Período do som audível mais alto	10^{-4}
Ser humano	10^{0}	Ameba gigante	10^{-8}	Período do batimento cardíaco humano	10^{0}
Montanha mais alta	10^{4}	Gota de chuva	10^{-6}	Meia-vida do nêutron livre	10^{3}
Terra	10^{7}	Formiga	10^{-4}	Período de rotação da Terra	10^{5}
Sol	10^{9}	Ser humano	10^{2}	Período de revolução da Terra em torno do Sol	10^{7}
Distância da Terra ao Sol	10^{11}	Foguete Saturno V	10^{6}	Tempo de vida do ser humano	10^{9}
Sistema solar	10^{13}	Pirâmide	10^{10}	Meia-vida do plutônio-239	10^{12}
Distância à estrela mais próxima	10^{16}	Terra	10^{24}	Tempo de vida de uma cordilheira	10^{15}
Via Láctea	10^{21}	Sol	10^{30}	Idade da Terra	10^{17}
Universo visível	10^{26}	Via Láctea	10^{41}	Idade do universo	10^{18}
		Universo	10^{52}		

Exemplo 1-6 Queimando Borracha

Que espessura de borracha da banda de rodagem do pneu de seu automóvel é gasta quando você viaja 1 km?

SITUAÇÃO Vamos supor que a espessura da banda de rodagem de um pneu novo é 1 cm. Esta estimativa pode estar errando por um fator de 2 ou um pouco mais, mas 1 mm é certamente muito pequeno e 10 cm é muito grande. Como os pneus devem ser substituídos após uns 60 000 km, vamos também supor que a banda de rodagem é completamente consumida após 60 000 km. Em outras palavras, a taxa de desgaste é 1 cm de pneu por 60 000 km de viagem.

SOLUÇÃO Use 1 cm de desgaste por 60 000 km de viagem para computar a espessura gasta após 1 km de viagem:

$$\frac{1\text{ cm gasto}}{60000\text{ km viajado}} = \frac{1{,}7 \times 10^{-5}\text{ cm gasto}}{1\text{ km viajado}}$$
$$\approx \boxed{2 \times 10^{-7}\text{ m gasto por km viajado}}$$

CHECAGEM Se você multiplica $1{,}7 \times 10^{-5}$ cm/km por 60 000 km, obterá aproximadamente 1 cm, que é a espessura da banda de rodagem de um pneu novo.

INDO ALÉM O diâmetro dos átomos é de aproximadamente 2×10^{-10} m. Então, a espessura gasta em cada quilômetro de viagem é aproximadamente igual a 1000 diâmetros atômicos.

Exemplo 1-7 Quantos Grãos — *Rico em Contexto*

Você ficou detido por dormir em aula. Seu professor diz que você pode ser liberado mais cedo se fizer uma estimativa do número de grãos de areia em uma praia. Você decide que vale a pena tentar.

SITUAÇÃO Primeiro, você faz algumas suposições sobre o tamanho da praia e o tamanho de cada grão de areia. Vamos supor que a praia tenha perto de 500 m de extensão, uma largura de 100 m e 3 m de profundidade. Procurando na Internet, você aprende que o diâmetro de um grão varia de 0,04 mm até 2 mm. Você supõe que cada grão é uma esfera de 1 mm de diâmetro. Vamos, também, supor que os grãos são agregados tão compactamente que o volume do espaço entre os grãos é desprezível em comparação com o volume da própria areia.

SOLUÇÃO

1. O volume V_P da praia é igual ao número N de grãos vezes o volume V_G de cada grão: $V_P = NV_G$
2. Usando a fórmula para o volume de uma esfera, encontre o volume de um único grão de areia: $V_G = \frac{4}{3}\pi R^3$
3. Resolva para o número de grãos. Os números que supusemos são especificados com apenas um algarismo significativo, de forma que a resposta será expressa com um algarismo significativo: $V_P = NV_G = N\frac{4}{3}\pi R^3$

então

$$N = \frac{3V_P}{4\pi R^3} = \frac{3(500\text{ m})(100\text{ m})(3\text{ m})}{4\pi(0{,}5 \times 10^{-3}\text{ m})^3} = 2{,}9 \times 10^{14} \approx \boxed{3 \times 10^{14}}$$

CHECAGEM Para checar a resposta, divida o volume da praia pelo número de grãos contidos na praia. O resultado é $1{,}5 \times 10^5\text{ m}^3/3 \times 10^{14}$ grãos $= 5 \times 10^{-10}\text{ m}^3$/grão. Este resultado é a estimativa do volume de um grão de areia, ou $4/3[\pi(5 \times 10^{-4}\text{ m})^3]$.

INDO ALÉM O volume do espaço entre os grãos pode ser encontrado enchendo, inicialmente, um recipiente de um litro com areia seca, e depois lentamente despejando água no recipiente até a areia ficar saturada com água. Se supomos que um décimo de um litro de água é necessário para saturar completamente a areia no recipiente, o volume real da areia no recipiente de um litro é de apenas nove décimos de um litro. Nossa estimativa do número de grãos na praia é muito alta. Levando em conta que a areia ocupa, na realidade, digamos, apenas 90 por cento do volume do seu recipiente, o número de grãos na praia será apenas 90 por cento do valor obtido no passo 3 de nossa solução.

PROBLEMA PRÁTICO 1-5 Quantos grãos de areia existem em uma faixa de praia de 2 km que tem a largura de 500 m? *Dica: Suponha a areia com uma profundidade de* 3,00 m *e o diâmetro do grão de areia igual a* 1,00 mm.

1-6 VETORES

Se um objeto se move em linha reta, podemos descrever seu movimento informando quão longe e com que rapidez ele se move, e se ele se move para a esquerda ou para

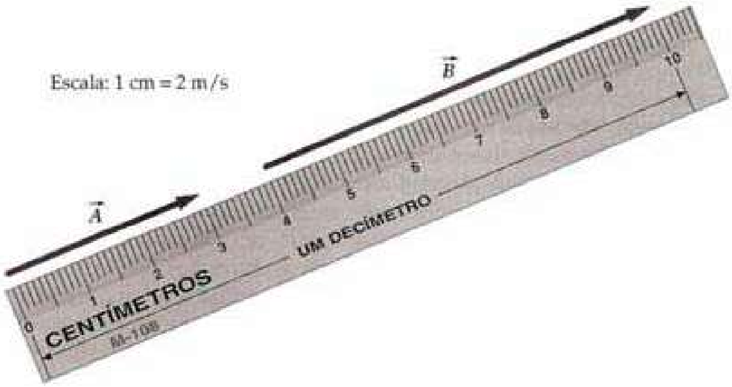


FIGURA 1-2 Os vetores velocidade $\vec{A}$ e $\vec{B}$ têm as magnitudes de 6 m/s e 12 m/s, respectivamente. As setas que os representam estão desenhadas na escala 1 cm = 2 m/s, e, portanto, têm os comprimentos de 3 e de 6 cm.

a direita da origem. Mas, quando observamos o movimento de um objeto que se move em duas ou três dimensões, necessitamos de mais que apenas sinais de mais e de menos para indicar a orientação[3]. Quantidades que têm magnitude[4] e orientação, como velocidade, aceleração e força, são chamadas de **vetores**. Quantidades com magnitude, mas sem uma orientação associada, tais como a rapidez[5], massa, volume e tempo, são chamadas de **escalares**.

Representamos um vetor graficamente utilizando uma seta. O comprimento da seta, desenhada em escala, indica a magnitude da quantidade vetorial. A orientação da seta indica a orientação da quantidade vetorial. A Figura 1-2 mostra, por exemplo, uma representação gráfica de dois vetores velocidade. Um vetor velocidade tem o dobro da magnitude do outro. Denotamos vetores com letras em itálico encimadas por uma seta, $\vec{A}$. A magnitude de $\vec{A}$ é escrita $|\vec{A}|$, $\|\vec{A}\|$, ou simplesmente A. Para os vetores da Figura 1-2, $A = |\vec{A}| = 6$ m/s e $B = |\vec{B}| = 12$ m/s.

! Trabalhando com vetores, você deve sempre desenhar uma seta sobre a letra, para indicar a quantidade vetorial. A letra sem a seta indica apenas a magnitude da quantidade vetorial. Note que a magnitude de um vetor nunca é negativa.

1-7 PROPRIEDADES GERAIS DOS VETORES

Tal como as quantidades escalares, as quantidades vetoriais podem ser somadas, subtraídas e multiplicadas. No entanto, a manipulação algébrica de vetores requer que se leve em conta sua orientação. Nesta seção, examinaremos algumas das propriedades gerais dos vetores e como trabalhar com eles (a multiplicação de dois vetores será discutida nos Capítulos 6 e 9). Ao longo de quase toda a discussão, consideraremos vetores deslocamento — vetores que representam mudança de posição — porque eles são os vetores mais básicos. No entanto, tenha em mente que as propriedades se aplicam a todos os vetores, não apenas a vetores deslocamento.

DEFINIÇÕES BÁSICAS

Se um objeto se desloca de uma posição A para uma posição B, podemos representar o seu deslocamento por uma seta que aponta de A para B, como mostra a Figura 1-3*a*. O comprimento da seta representa a distância, ou magnitude, entre as duas posições. A orientação da seta representa a orientação de A para B. Um vetor deslocamento é um segmento de reta, orientado da posição inicial para a posição final, que representa a mudança de posição de um objeto. Ele não necessariamente representa o caminho descrito pelo objeto. Por exemplo, na Figura 1-3*b*, o mesmo vetor deslocamento corresponde a todos os três caminhos entre os pontos A e B.

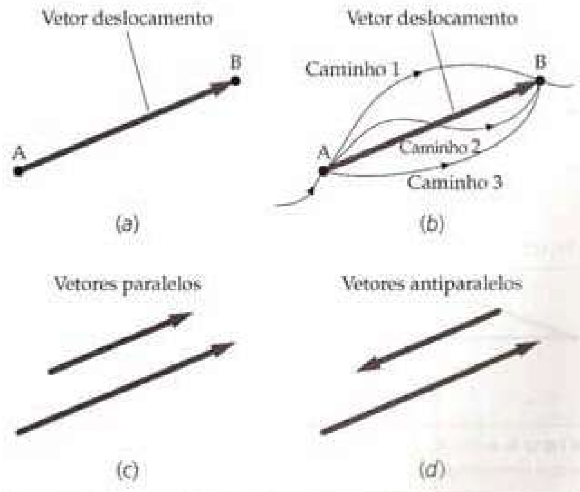


FIGURA 1-3 (*a*) Mostra o vetor deslocamento de um ponto A para um ponto B; (*b*) mostra o mesmo vetor deslocamento com três diferentes caminhos entre os dois pontos; (*c*) mostra o mesmo vetor deslocamento junto a um segundo vetor deslocamento que é paralelo a ele, mas de comprimento diferente; (*d*) mostra o mesmo vetor deslocamento junto a um vetor que é antiparalelo a ele (origem e ponta invertidos) e de comprimento diferente.

[3] O termo **orientação** ("direction", em inglês) engloba as duas noções, a de **direção** e a de **sentido**. (N.T.)
[4] A **magnitude** de um vetor também é conhecida como seu **módulo**. (N.T.)
[5] A rapidez, uma quantidade escalar, é a magnitude da velocidade, uma quantidade vetorial. (N.T.)

Se dois vetores deslocamento têm a mesma orientação, como mostrado na Figura 1-3*c*, eles são **paralelos**. Se eles têm orientações opostas, como mostrado na Figura 1-3*d*, eles são **antiparalelos**. Se dois vetores têm *ambas*, magnitude e orientação iguais, dizemos que eles são iguais. Graficamente, isto significa que eles têm o mesmo comprimento e são paralelos entre si. Um vetor pode ser desenhado em diferentes posições, desde que seja desenhado com a magnitude correta (comprimento) e com a orientação correta. Assim, todos os vetores da Figura 1-4 são iguais. Além disso, vetores não dependem do sistema de coordenadas usado para representá-los (exceto no caso de vetores posição, que são introduzidos no Capítulo 3). Dois ou três eixos coordenados mutuamente perpendiculares formam um sistema de coordenadas.

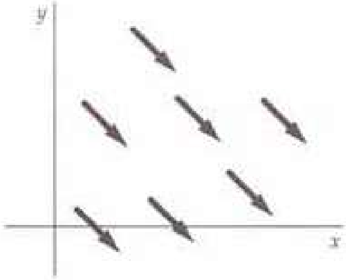


FIGURA 1-4 Vetores são iguais se suas magnitudes e orientações são as mesmas. Todos os vetores desta figura são iguais.

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE VETORES

Suponha que você decida caminhar por uma trilha através de uma floresta. A Figura 1-5 mostra seu caminho, movendo-se do ponto P_1 para um segundo ponto P_2 e, depois, para um terceiro ponto P_3. O vetor $\vec{A}$ representa seu deslocamento de P_1 para P_2, enquanto $\vec{B}$ representa seu deslocamento de P_2 para P_3. Note que estes vetores deslocamento dependem apenas dos pontos terminais, e não do caminho escolhido. Seu deslocamento *efetivo* de P_1 para P_3 é um novo vetor, indicado por $\vec{C}$ na figura, e é chamado de soma dos dois deslocamentos sucessivos $\vec{A}$ e $\vec{B}$:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \qquad \text{1-1}$$

A soma de dois vetores é chamada de soma, **soma vetorial**, ou **resultante**.

O sinal de mais na Equação 1-1 se refere a um processo chamado de *soma vetorial*. Encontramos a soma usando um método geométrico que leva em conta ambas as magnitudes e as orientações das quantidades. Para somar dois vetores deslocamento graficamente, desenhamos o segundo vetor $\vec{B}$ com sua origem na ponta do primeiro vetor $\vec{A}$ (Figura 1-6). O vetor resultante é, então, traçado da origem do primeiro para a ponta do segundo. Este método de soma de vetores é chamado de **método geométrico**.

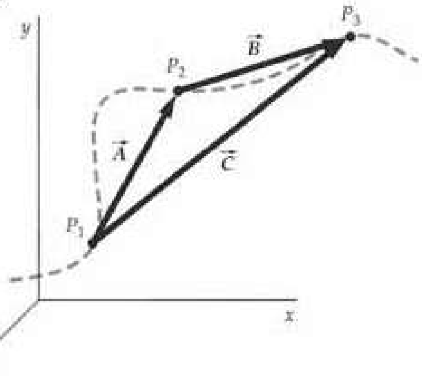


FIGURA 1-5

Um método equivalente de somar vetores, chamado de **método do paralelogramo**, requer que se desenhe $\vec{B}$ com a origem coincidindo com a origem de $\vec{A}$ (Figura 1-7). Uma diagonal do paralelogramo formado por $\vec{A}$ e $\vec{B}$ forma $\vec{C}$, como mostrado na Figura 1-7. Como você pode ver na figura, não faz diferença a ordem em que somamos os vetores; isto é, $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$. Assim, a soma vetorial obedece à lei comutativa.

Para somar mais de dois vetores — por exemplo, $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ — primeiro somamos dois vetores (Figura 1-8) e depois somamos o terceiro vetor ao vetor soma dos dois

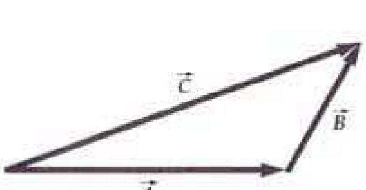


FIGURA 1-6 Método geométrico de soma de vetores.

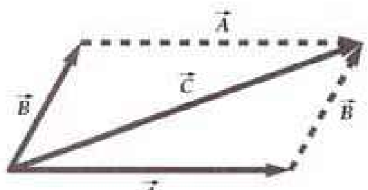


FIGURA 1-7 Método do paralelogramo de soma de vetores.

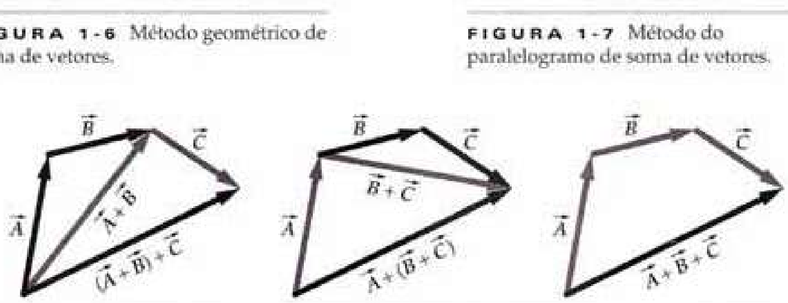


FIGURA 1-8 A soma vetorial é associativa. Isto é, $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$.

primeiros. A ordem em que os vetores são agrupados antes da soma não importa; isto é, $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$. Isto mostra que, como na adição de números comuns, a soma vetorial é associativa.

Se os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são iguais em magnitude e opostos em orientação, então o vetor $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ é um vetor de magnitude zero. Isto pode ser mostrado usando o método geométrico da soma vetorial para construir graficamente a soma $\vec{A} + \vec{B}$. Qualquer vetor de magnitude zero é o chamado vetor zero, $\vec{0}$. A orientação de um vetor de magnitude zero não tem significado, de forma que neste livro não utilizaremos notação vetorial para o vetor zero. Isto é, utilizaremos 0 em vez de $\vec{0}$, para denotar o vetor zero. Se $\vec{A} + \vec{B} = 0$, então se diz que $\vec{B}$ é o negativo de $\vec{A}$, e vice-versa. Note que $\vec{B}$ é o negativo de $\vec{A}$ se $\vec{B}$ tem a mesma magnitude de $\vec{A}$, mas sentido oposto. O negativo de $\vec{A}$ é escrito como $-\vec{A}$ e, se $\vec{A} + \vec{B} = 0$, então $\vec{B} = -\vec{A}$ (Figura 1-9).

Para subtrair o vetor $\vec{B}$ do vetor $\vec{A}$, some o negativo de $\vec{B}$ com $\vec{A}$. O resultado é $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$ (Figura 1-10*a*). Um método alternativo para subtrair $\vec{B}$ de $\vec{A}$ é somar $\vec{B}$ a ambos os lados da equação $\vec{C} = \vec{A} + (-\vec{B})$ para obter $\vec{B} + \vec{C} = \vec{A}$, e depois graficamente somar $\vec{B}$ com $\vec{C}$ para obter $\vec{A}$ usando o método geométrico. Isto é feito primeiro desenhando $\vec{A}$ e $\vec{B}$ como na Figura 1-10*b*, e depois traçando $\vec{C}$ da ponta de $\vec{B}$ para a ponta de $\vec{A}$.

! C não é igual a $A + B$, a não ser que $\vec{A}$ e $\vec{B}$ tenham a mesma orientação. Isto é, $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ não implica $C = A + B$.

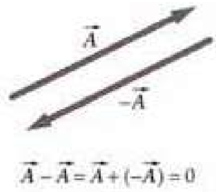


FIGURA 1-9

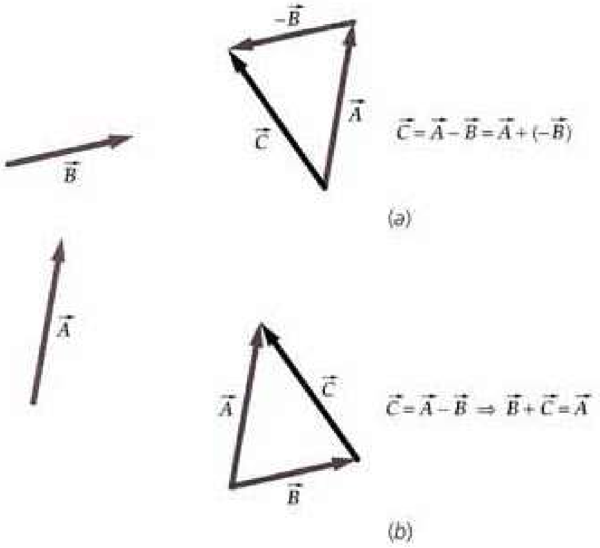


FIGURA 1-10 Modos alternativos para subtrair vetores. Seja $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$. (a) Para obter $\vec{C}$, somamos $-\vec{B}$ a $\vec{A}$. (b) Para obter $\vec{C}$, primeiro desenhamos $\vec{A}$ e $\vec{B}$ com a mesma origem. Então, $\vec{C}$ é o vetor que somamos a $\vec{B}$ para obter $\vec{A}$.

Exemplo 1-8 Seu Deslocamento — Conceitual

Você caminha 3,00 km para o leste e depois 4,00 km para o norte. Determine seu deslocamento resultante somando graficamente estes dois vetores deslocamento.

SITUAÇÃO Seu deslocamento é o vetor que se origina em sua posição inicial e tem a ponta em sua posição final. Você pode somar os dois deslocamentos individuais graficamente para encontrar o deslocamento resultante. Para traçar com precisão a resultante, você precisa usar uma escala, digamos, um cm do desenho = 1 km no solo.

SOLUÇÃO

1. Faça $\vec{A}$ e $\vec{B}$ representarem deslocamentos de 3,00 km para o leste e de 4,00 km para o norte, respectivamente, e faça $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$. Desenhe $\vec{A}$ e $\vec{B}$ com a origem de $\vec{B}$ na ponta de $\vec{A}$, e $\vec{C}$ é traçado da origem de $\vec{A}$ para ponta de $\vec{B}$ (Figura 1-11). Use a escala 1 cm = 1 km. Inclua eixos indicando os sentidos para o norte e para o leste.

2. Determine a magnitude e a orientação de $\vec{C}$ usando seu diagrama, a escala 1 cm = 1 km, e um transferidor.

A seta que representa $\vec{C}$ tem 5,00 cm de comprimento, de modo que a magnitude de $\vec{C}$ é de 5,00 km. A orientação de $\vec{C}$ aponta aproximadamente a 53° para norte do leste.

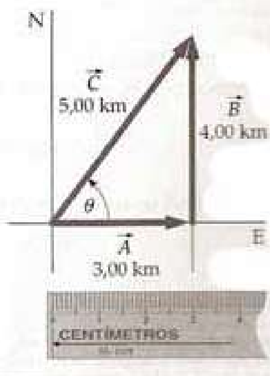


FIGURA 1-11

CHECAGEM A distância percorrida é de 3,00 km + 4,00 km = 7,00 km e a magnitude do deslocamento efetivo é de 5 km. Isto é consistente com o adágio "a distância mais curta entre dois pontos é uma linha reta". Ademais, se você viaja 3 km para o leste e 4 km para o norte, você deve esperar estar um pouco mais do que 45° ao norte do leste do seu ponto de partida.

INDO ALÉM Um vetor é descrito por sua magnitude e orientação. Seu deslocamento resultante é, portanto, um vetor de 5,00 km de comprimento e uma orientação de aproximadamente 53° a norte do leste.

MULTIPLICANDO UM VETOR POR UM ESCALAR

A expressão $3\vec{A}$, onde $\vec{A}$ é um vetor arbitrário, representa a soma $\vec{A} + \vec{A} + \vec{A}$. Isto é, $\vec{A} + \vec{A} + \vec{A} = 3\vec{A}$. (Da mesma forma, $(-\vec{A}) + (-\vec{A}) + (-\vec{A}) = 3(-\vec{A}) = -3\vec{A}$.) Mais geralmente, o vetor $\vec{A}$ multiplicado pelo escalar s é o vetor $\vec{B} = s\vec{A}$, onde $\vec{B}$ tem a magnitude $|s|A$. $\vec{B}$ tem a mesma orientação de $\vec{A}$ se s é positivo e tem a orientação contrária se s é negativo. As dimensões de $s\vec{A}$ são as de s multiplicadas pelas de A. (Por extensão, para dividir $\vec{A}$ pelo escalar s, você multiplica $\vec{A}$ por $1/s$.)

COMPONENTES DE VETORES

Podemos somar ou subtrair vetores algebricamente se antes desmembrarmos os vetores em suas componentes. A **componente** de um vetor em uma dada orientação é a projeção do vetor sobre um eixo com essa orientação. Podemos encontrar as componentes de um vetor baixando linhas perpendiculares das extremidades do vetor ao eixo, como mostrado na Figura 1-12. O processo de encontrar as componentes x, y e z de um vetor é chamado de **decomposição do vetor** em suas componentes. As componentes de um vetor ao longo das orientações* x, y e z, ilustradas na Figura 1-13 para um vetor no plano xy, são chamadas de componentes retangulares (ou cartesianas). Note que as componentes de um vetor *dependem* do sistema de coordenados usado, apesar do vetor, ele próprio, não depender.

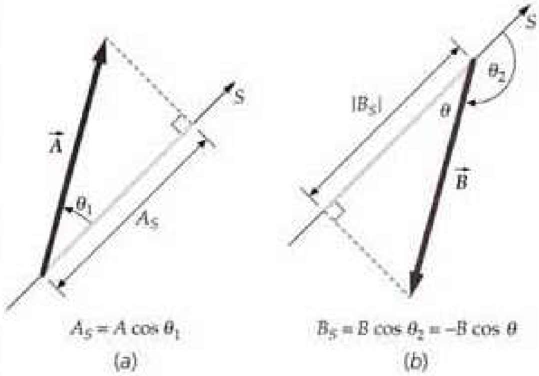


FIGURA 1-12 A componente de um vetor ao longo de determinada orientação é igual à magnitude do vetor vezes o cosseno do ângulo entre a orientação do vetor e a orientação em questão. A componente do vetor $\vec{A}$ ao longo da orientação $+S$ é A_S, e A_S é positivo. A componente do vetor $\vec{B}$ ao longo da orientação $+S$ é B_S, e B_S é negativo.

Podemos usar a trigonometria do triângulo retângulo para encontrar as componentes retangulares de um vetor. Se θ é o ângulo medido no sentido anti-horário*, do sentido $+x$ para o sentido de $\vec{A}$ (veja a Figura 1-13), então

$$A_x = A\cos\theta \tag{1-2}$$

COMPONENTE x DE UM VETOR

e

$$A_y = A\,\text{sen}\,\theta \tag{1-3}$$

COMPONENTE y DE UM VETOR

onde A é a magnitude de $\vec{A}$.

Se conhecemos A_x e A_y, podemos encontrar o ângulo θ a partir de

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x} \tag{1-4}$$

e a magnitude A usando o teorema de Pitágoras:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{1-5a}$$

* Em textos em português, é comum nos referirmos à "componente do vetor ao longo da direção x", quando na verdade queremos nos referir à componente do vetor ao longo do eixo x, eixo dotado de uma direção e de um sentido (o do aumento dos valores de x) e, portanto, de uma orientação. Aqui, quando não houver perigo de confusão, nos permitiremos utilizar a expressão consagrada "componente ao longo da direção". (N.T.)

* O sentido $+y$ forma 90° com o sentido $+x$, conforme medido no sentido anti-horário.

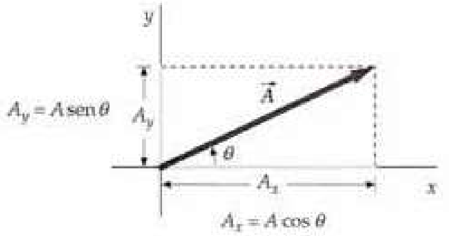


FIGURA 1-13 As componentes retangulares de um vetor. θ é o ângulo entre a orientação do vetor e a orientação $+x$. O ângulo é positivo se medido no sentido anti-horário a partir da orientação $+x$, como mostrado.

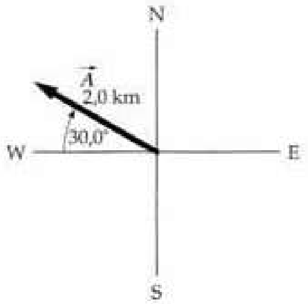


FIGURA 1-14

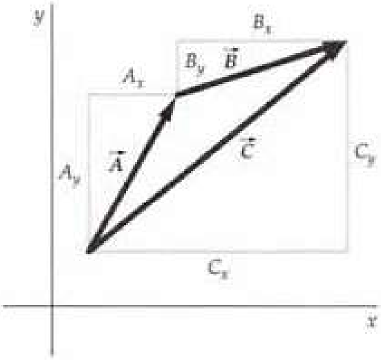


FIGURA 1-15

Em três dimensões,

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \qquad \text{1-5}b$$

As componentes podem ser positivas ou negativas. A componente x de um vetor é positiva se a coordenada x de uma formiga que caminha da origem para a ponta do vetor aumenta. Assim, se $\vec{A}$ aponta no sentido positivo de x, então A_x é positivo, e se $\vec{A}$ aponta no sentido negativo de x, então A_x é negativo.

É importante notar que, na Equação 1-4, a função inversa da tangente (arco tangente) é de valor múltiplo. Este aspecto é esclarecido no Exemplo 1-9.

PROBLEMA PRÁTICO 1-6

Um automóvel viaja 20,0 km no sentido de 30,0° para norte do oeste. Faça o sentido $+x$ apontar para o leste e o sentido $+y$ apontar para o norte, como na Figura 1-14. Encontre as componentes x e y do vetor deslocamento do automóvel.

Uma vez decomposto um vetor em suas componentes, podemos manipular as componentes individuais. Considere dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ no plano xy. As componentes retangulares de cada vetor e as da soma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ estão mostradas na Figura 1-15. Vemos que as componentes retangulares de cada vetor e as da soma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ são equivalentes às duas equações de componentes

$$C_x = A_x + B_x \qquad \text{1-6}a$$

e

$$C_y = A_y + B_y \qquad \text{1-6}b$$

Em outras palavras, a soma das componentes x é igual à componente x da resultante, e a soma das componentes y é igual à componente y da resultante. O ângulo e a magnitude do vetor resultante podem ser encontrados usando as Equações 1-4 e 1-5a, respectivamente.

Exemplo 1-9 Mapa do Tesouro *Rico em Contexto*

Você está trabalhando em um *resort* tropical, e está preparando uma atividade de caça ao tesouro para os hóspedes. Você recebeu um mapa e instruções para seguir suas indicações e enterrar um "tesouro" em dado local. Você não quer perder tempo caminhando pela ilha, porque precisa concluir logo a tarefa para ir surfar. As indicações são as de caminhar 3,00 km apontando para 60,0° a norte do leste, e depois 4,00 km apontando para 40,0° a norte do oeste. Para onde você deve apontar e quanto deve caminhar para concluir rapidamente a tarefa? Encontre a resposta (*a*) graficamente e (*b*) usando componentes.

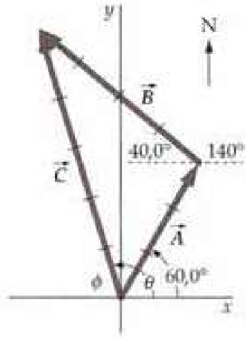


FIGURA 1-16
$\vec{C}$ mede aproximadamente 5,40 cm. Então, a magnitude do deslocamento resultante é de $\boxed{5{,}40\text{ km}}$. O ângulo ϕ formado entre $\vec{C}$ e o sentido para o oeste é aproximadamente igual a 73,2°. Então, você deve caminhar 5,40 km no sentido de $\boxed{73{,}2°\text{ para norte do oeste.}}$

SITUAÇÃO Em ambos os casos você precisa encontrar seu deslocamento resultante. Na Parte (*a*), use o método geométrico de soma de vetores e encontre graficamente o vetor resultante. Você pode fazê-lo desenhando cada deslocamento em escala e depois medindo o deslocamento resultante diretamente em seu desenho. Na Parte (*b*), você precisará decompor os vetores em suas componentes individuais e depois usá-las para encontrar o deslocamento resultante.

SOLUÇÃO

(*a*) 1. Desenhe, em escala, a soma vetorial (Figura 1-16). Primeiro, trace os eixos coordenados, com o sentido $+x$ apontando para o leste e o sentido $+y$ apontando para o norte. Depois, partindo da origem, desenhe o primeiro vetor deslocamento $\vec{A}$, com 3,00 cm de comprimento e apontando para 60,0° ao norte do leste. Partindo da ponta de $\vec{A}$, desenhe o segundo vetor $\vec{B}$, com 4,00 cm de comprimento e apontando para 40,0° ao norte do oeste. (Você precisará de um transferidor para medir os ângulos.) Depois, trace o vetor resultante $\vec{C}$ da origem de $\vec{A}$ para a ponta de $\vec{B}$:

2. Meça o ângulo de $\vec{C}$. Usando um transferidor, meça o ângulo entre o sentido de $\vec{C}$ e o sentido de $+x$:

(*b*) 1. Para resolver usando componentes, chame de $\vec{A}$ o primeiro deslocamento e escolha o sentido de $+x$ apontando para o leste e o sentido de $+y$ apontando para o norte. Determine A_x e A_y com as Equações 1-2 e 1-3:

$$A_x = (3{,}00\text{ km})\cos 60° = 1{,}50\text{ km}$$
$$A_y = (3{,}00\text{ km})\,\text{sen}\,60° = 2{,}60\text{ km}$$

2. Da mesma forma, determine as componentes do segundo deslocamento, $\vec{B}$. O ângulo entre o sentido de $\vec{B}$ e o sentido de $+x$ vale 180,0° − 40,0° = 140,0°:

$$B_x = (4{,}00\text{ km})\cos 140° = -3{,}06\text{ km}$$
$$B_y = (4{,}00\text{ km})\,\text{sen}\,140° = +2{,}57\text{ km}$$

3. As componentes do deslocamento resultante $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ são encontradas efetuando as somas:

$$C_x = A_x + B_x = 1{,}50\text{ km} - 3{,}06\text{ km} = -1{,}56\text{ km}$$
$$C_y = A_y + B_y = 2{,}60\text{ km} + 2{,}57\text{ km} = 5{,}17\text{ km}$$

4. O teorema de Pitágoras fornece a magnitude de $\vec{C}$:

$$C^2 = C_x^2 + C_y^2 = (-1{,}56\text{ km})^2 + (5{,}17\text{ km})^2 = 29{,}2\text{ km}^2$$
$$C = \sqrt{29{,}2\text{ km}^2} = \boxed{5{,}40\text{ km}}$$

5. A razão entre C_y e C_x é igual à tangente do ângulo θ entre $\vec{C}$ e o sentido positivo de x. Tenha cuidado, pois o valor requerido pode ser 180° maior que o valor que sua calculadora indica para a função inversa da tangente:

$$\tan\theta = \frac{C_y}{C_x} \quad \text{então}$$
$$\theta = \tan^{-1}\frac{5{,}17\text{ km}}{-1{,}56\text{ km}} = \tan^{-1}(-3{,}31)$$
$$= \text{ou } -73{,}2° \quad \text{ou} \quad (-73{,}2° + 180°)$$
$$= \text{ou } -73{,}2° \quad \text{ou} \quad +107°$$

6. Como C_y é positivo e C_x é negativo, escolhemos o valor de θ do segundo quadrante:

$$\theta = \boxed{107°\text{ no sentido anti-horário a partir do leste}}$$
$$\phi = \boxed{73{,}2°\text{ a norte do oeste}}$$

CHECAGEM O passo 4 da Parte (*b*) dá a magnitude de 5,40 km e o passo 6 dá o sentido de 73,2° para o norte do oeste. Isto concorda com os resultados da Parte (*a*), dentro da precisão de nossa medida.

INDO ALÉM Para especificar um vetor, você precisa especificar ou a magnitude *e* a orientação, ou as duas componentes. Neste exemplo, a magnitude e a orientação foram pedidas explicitamente.

VETORES UNITÁRIOS

Um **vetor unitário** é um vetor *adimensional* de magnitude exatamente igual a 1. O vetor $\hat{A} = \vec{A}/A$ é um exemplo de um vetor unitário que aponta no sentido de $\vec{A}$. O circunflexo indica que ele é um vetor unitário. Vetores unitários que apontam nos sentidos positivos x, y e z são convenientes para expressar vetores em termos de suas componentes retangulares. Estes vetores unitários são usualmente escritos como $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$, respectivamente. Por exemplo, o vetor $A_x\hat{i}$ tem a magnitude $|A_x|$ e aponta no sentido de $+x$ se A_x é positivo (ou no sentido de $-x$ se A_x é negativo). Um vetor qualquer $\vec{A}$ pode ser escrito como a soma de três vetores, cada um deles paralelo a um eixo coordenado (Figura 1-17):

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \tag{1-7}$$

A soma de dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ pode ser escrita em termos dos vetores unitários como

$$\begin{aligned}\vec{A} + \vec{B} &= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) + (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}) \\ &= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}\end{aligned} \tag{1-8}$$

As propriedades gerais dos vetores estão resumidas na Tabela 1-4.

PROBLEMA PRÁTICO 1-7

Dados os vetores $\vec{A} = (4{,}00\text{ m})\hat{i} + (3{,}00\text{ m})\hat{j}$ e $\vec{B} = (2{,}00\text{ m})\hat{i} - (3{,}00\text{ m})\hat{j}$, encontre (*a*) A, (*b*) B, (*c*) $\vec{A} + \vec{B}$ e (*d*) $\vec{A} - \vec{B}$.

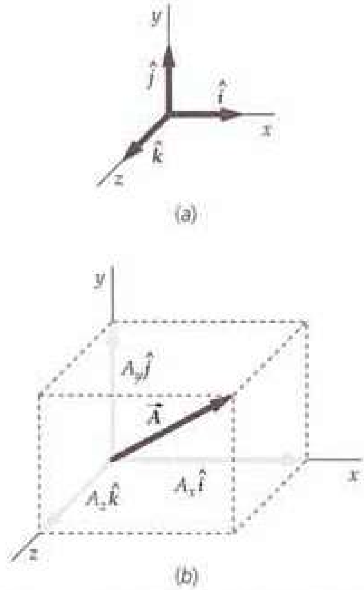
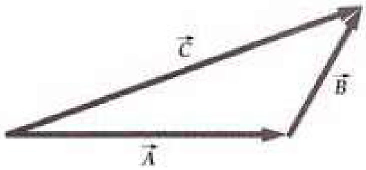
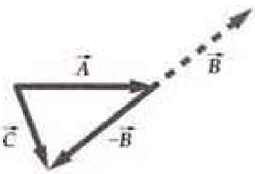


FIGURA 1-17 (*a*) Os vetores unitários $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ em um sistema de coordenadas retangulares. (*b*) O vetor $\vec{A}$ em termos dos vetores unitários: $\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$.

Tabela 1-4 Propriedades dos Vetores

Propriedade	Explanação	Figura	Representação em Componentes
Igualdade	$\vec{A} = \vec{B}$ se $\lvert\vec{A}\rvert = \lvert\vec{B}\rvert$ e seus sentidos coincidem		$A_x = B_x$ $A_y = B_y$ $A_z = B_z$
Adição	$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$		$C_x = A_x + B_x$ $C_y = A_y + B_y$ $C_z = A_z + B_z$
Negativo de um vetor	$\vec{A} = -\vec{B}$ se $\lvert\vec{B}\rvert = \lvert\vec{A}\rvert$ e seus sentidos são opostos		$A_x = -B_x$ $A_y = -B_y$ $A_z = -B_z$
Subtração	$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$		$C_x = A_x - B_x$ $C_y = A_y - B_y$ $C_z = A_z - B_z$
Multiplicação por um escalar	$\vec{B} = s\vec{A}$ tem magnitude $\vec{B} = \lvert s\rvert\lvert\vec{A}\rvert$ e tem o mesmo sentido de $\vec{A}$ se s é positivo ou $-\vec{A}$ se s é negativo		$B_x = sA_x$ $B_y = sA_y$ $B_z = sA_z$

Física em Foco

O Segundo Bissexto de 2005

O ano de 2005 foi mais longo — por exatamente um segundo, conhecido oficialmente como o "segundo bissexto". Este ajuste foi necessário para sincronizar dois sistemas de registro do tempo, um baseado na rotação da Terra e o outro baseado em um selecionado grupo de relógios atômicos.

Ao longo da história, o registro das horas tem sido relacionado à posição do Sol no céu, um fator determinado pela rotação da Terra em torno de seu eixo e ao redor do Sol. Este tempo astronômico, chamado agora de Tempo Universal (*Universal Time*, UT1), supunha que a taxa de rotação da Terra era uniforme. Mas, à medida que métodos mais precisos de medida foram desenvolvidos, tornou-se evidente que ocorrem ligeiras irregularidades na taxa de rotação da Terra. Isto significou que também poderia ocorrer alguma variação na unidade-padrão científica de tempo, o segundo, desde que sua definição — $(1/60)(1/60)(1/24)$ do dia solar médio — dependia do tempo astronômico.

Em 1955, o Laboratório Nacional de Física da Grã-Bretanha (*National Physical Laboratory*) desenvolveu o primeiro relógio atômico de césio, um dispositivo de precisão muito maior que qualquer relógio até então existente. O registro do tempo podia agora ser independente de observações astronômicas e uma definição muito mais precisa do segundo podia ser dada com base na freqüência da radiação emitida na transição entre dois níveis de energia do átomo de césio-133. No entanto, o mais familiar UT1 continua sendo importante para sistemas tais como a navegação e a astronomia. Assim, é importante que o tempo atômico e o UT1 estejam sincronizados.

De acordo com o Laboratório Nacional de Física da Grã-Bretanha, "A solução adotada [para a sincronização] foi a de construir uma escala atômica de tempo chamada de Tempo Universal Coordenado (*Coordinated Universal Time*, UTC)... como a base de registro internacional do tempo. Ela combina toda a regularidade do tempo atômico com muito da conveniência da UT1, e muitos países a adotaram como a base legal de tempo".* O Birô Internacional de Pesos e Medidas em Sèvres, na França, recolhe dados temporais de alguns laboratórios selecionados do mundo, incluindo o Observatório Naval norte-americano, para estabelecer o padrão internacional UTC.

Quando ligeiras diferenças surgem entre UTC e UT1, devido a ligeiras variações no tempo de rotação da Terra (normalmente diminuindo), um segundo bissexto é adicionado para cobrir a diferença. O conceito é similar à maneira como anos bissextos são usados para corrigir o calendário. Um ano não tem exatamente 365 dias, mas sim 365,242 dias. Para dar conta disto, um dia extra, o 29 de fevereiro, é adicionado ao calendário a cada quatro anos.

Desde 1972, quando o mundo mudou para o registro atômico, 23 segundos bissextos já foram adicionados ao UTC. Por acordo internacional, um segundo bissexto é adicionado sempre que a diferença entre UT1 e UTC se aproxima de 0,9 segundo. O Serviço Internacional para a Rotação da Terra e Sistemas de Referência (*International Earth Rotation and Reference Systems Service*, IERS), através de sua sede no Observatório de Paris, anuncia a necessidade de um segundo bissexto com meses de antecedência.

Em um ano sem segundo bissexto, o último segundo do ano cai no 23:59:59 UTC de 31 de dezembro, enquanto o primeiro segundo do ano novo cai em 00:00:00 UTC de 1.° de janeiro do ano novo. Mas, para 2005, um segundo bissexto foi adicionado em 23:59:59 UTC de 31 de dezembro, de forma que os relógios atômicos indicaram 23:59:60 UTC antes de zerarem.

O sistema de posicionamento global (GPS, *global positioning system*) requer que 24 satélites estejam em serviço primário ao menos durante 70 por cento do tempo. Cada satélite primário tem um período orbital de 1/2 de um dia sideral (1 dia sideral = ~23 h 56 min) e um raio orbital de aproximadamente 4 vezes o raio da Terra. Há seis planos orbitais igualmente espaçados, cada um inclinado de 55° em relação ao plano equatorial da Terra, e cada um desses planos contém 4 satélites primários. Além disso, há vários outros satélites GPS que funcionam como reservas em órbita para o caso de um ou mais satélites primários falharem. Por ocasião da elaboração deste texto (maio de 2006), havia 29 satélites operacionais em órbita.

* http://www.npl.co.uk