

INSTITUTO DE TECNOLOGIA - UFPA
FACULDADE DE ENG. MECÂNICA

DISCIPLINA: MECÂNICA DOS SÓLIDOS I

Parte 1:
Revisão de Estática

Professor: Leonardo Dantas Rodrigues



EQUILÍBRIO DE UM CORPO

O equilíbrio de um corpo requer tanto o **equilíbrio de forças**, para evitar que o corpo sofra translação, como o **equilíbrio de momentos**, para evitar a rotação do corpo.

Essas condições de equilíbrio podem ser expressas matematicamente por duas equações vetoriais:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ \sum \vec{M}_o &= 0\end{aligned}\tag{1.1}$$

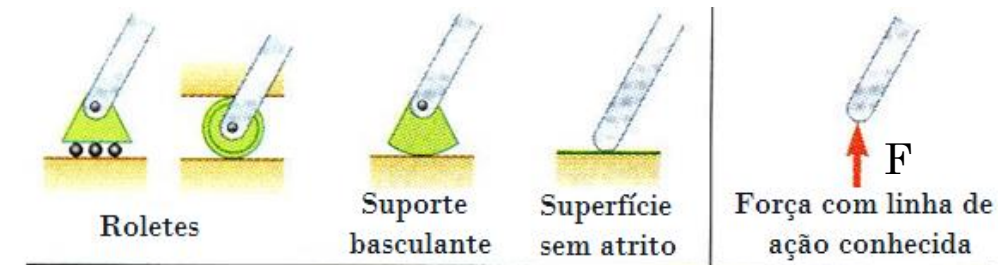
Respectivamente na **eq. (1.1)**: o somatório de todas as forças que atuam sobre o corpo e de todos os momentos em relação a um ponto O qualquer.

Escrevendo a eq. (1.1) através das componentes dos vetores \vec{F} e \vec{M}_o com relação ao sistema de coordenadas x-y-z:

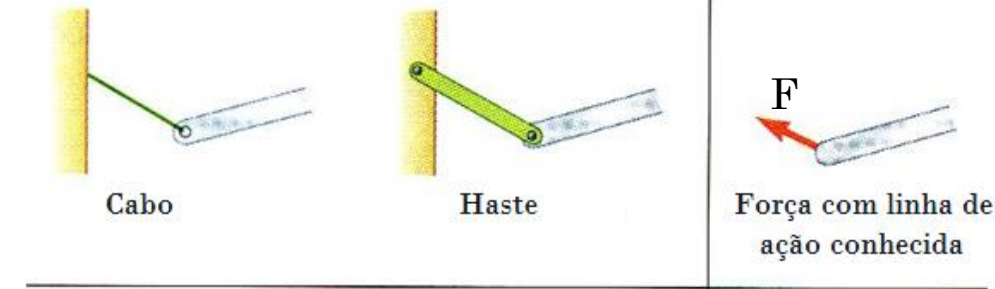
$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & \sum F_y &= 0 & \sum F_z &= 0 \\ \sum M_{ox} &= 0 & \sum M_{oy} &= 0 & \sum M_{oz} &= 0\end{aligned}\tag{1.2}$$



REAÇÕES EM APOIOS



Uma incógnita: F

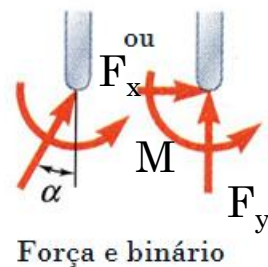


Uma incógnita: F



Duas incógnitas:
“ F e α ” ou “ F_x e F_y ”

Figura 1.4



Três incógnitas:
“ F_x , F_y e M ”

DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Para facilitar a visualização e o correto cálculo das reações e determinação dos esforços atuantes, desenha-se o componente a ser analisado da forma mais simples possível, acompanhado apenas da representação dos esforços atuantes sobre o mesmo, com suas corretas posições e direções.

A esta representação simplificada do componente dá-se o nome de **Diagrama de Corpo Livre (DCL)**.



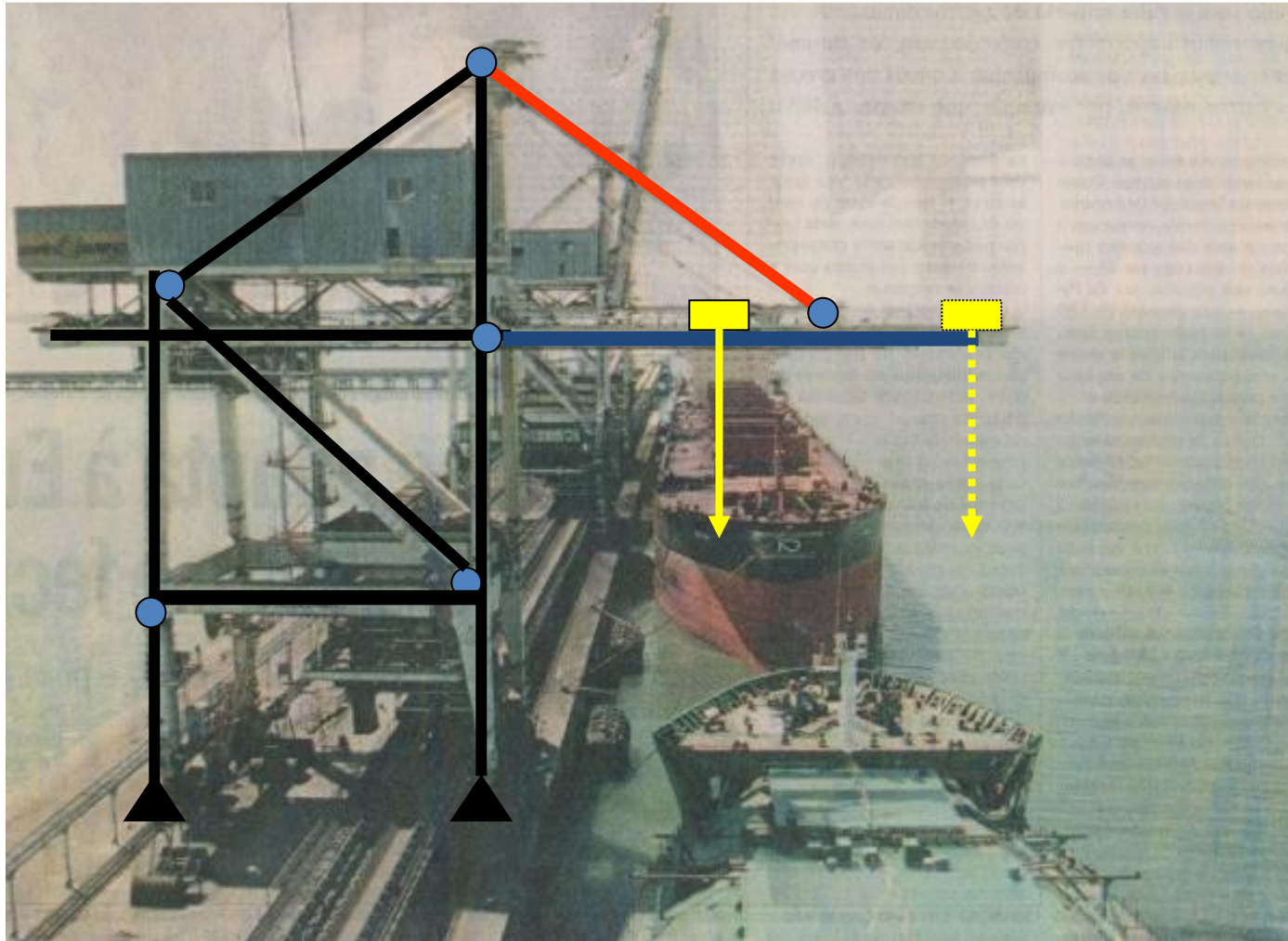
EXEMPLO: DESCARREGADOR DE NAVIOS

(CAPACIDADE: 14000T /DIA, CAÇAMBA: PP=20T, PL=30T, CICLO=50S)



EXEMPLO: DESCARREGADOR DE NAVIOS

(CAPACIDADE: 14000T /DIA, CAÇAMBA: PP=20T, PL=30T, CICLO=50S)



EXEMPLO: DESCARREGADOR DE NAVIOS

(CAPACIDADE: 14000T /DIA, CAÇAMBA: PP=20T, PL=30T, CICLO=50S)

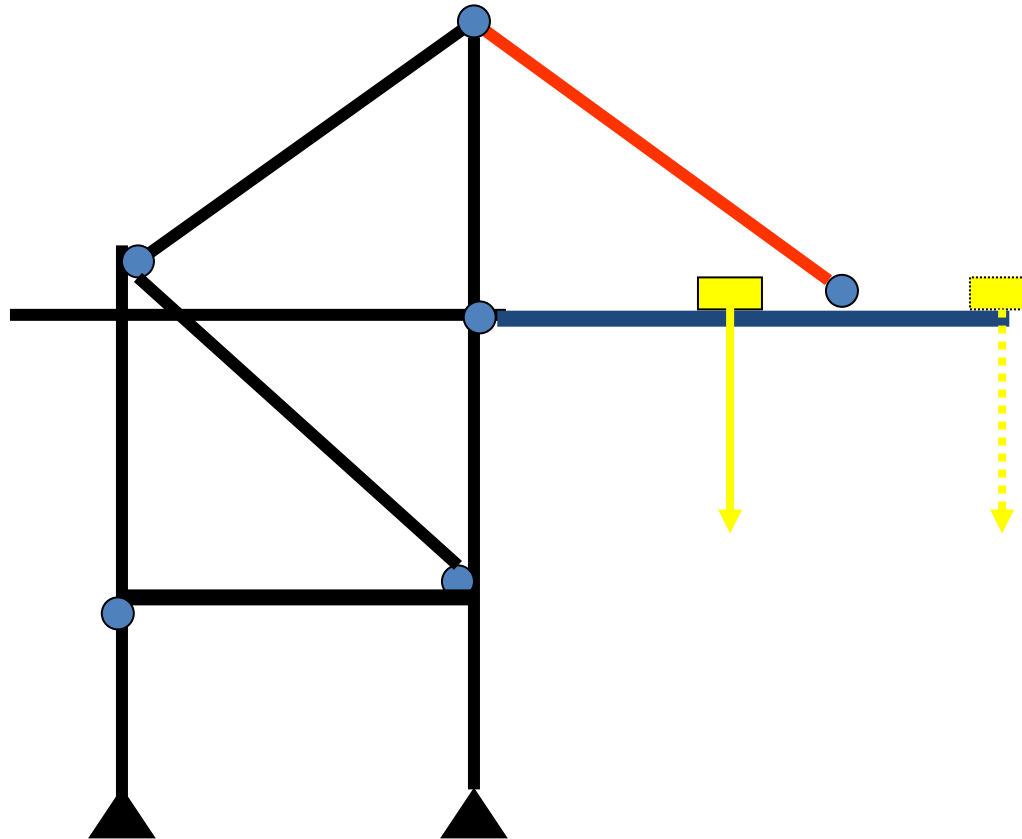


Figura 1.2

EXEMPLO: DESCARREGADOR DE NAVIOS

(CAPACIDADE: 14000T /DIA, CAÇAMBA: PP=20T, PL=30T, CICLO=50S)

Cálculo de tensões para a seção crítica da lança

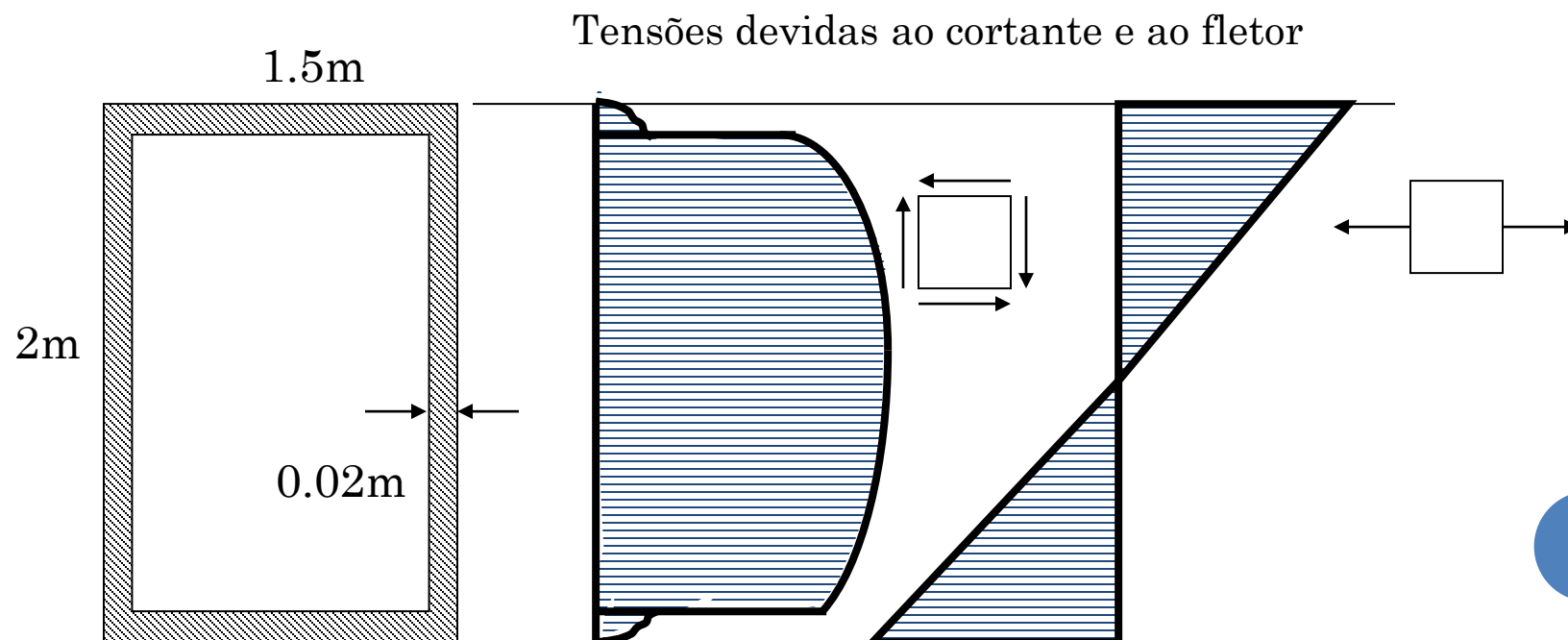
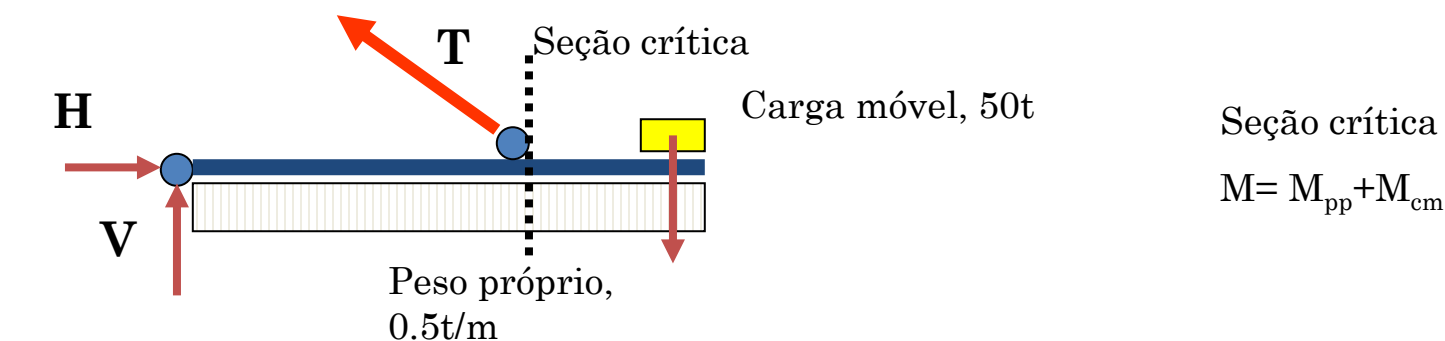
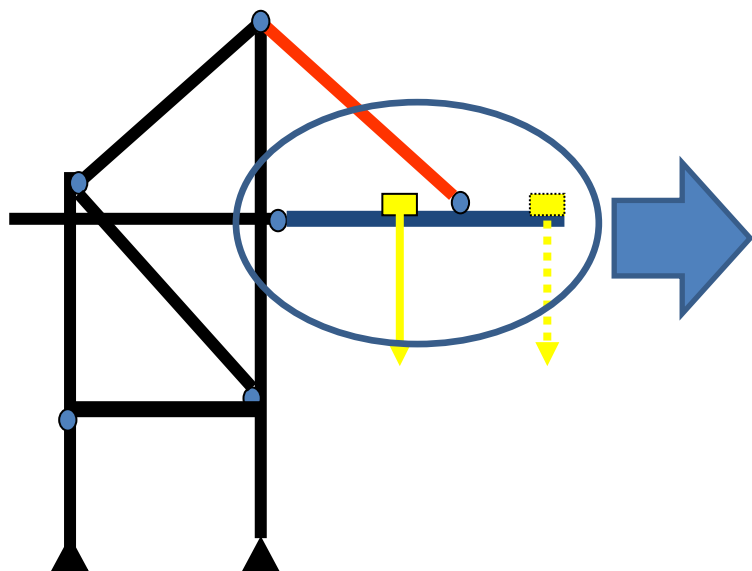


DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Exemplos:



DCL:

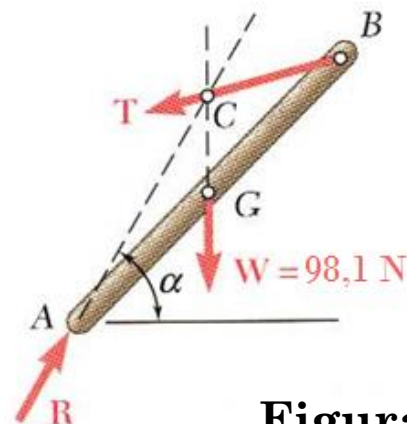
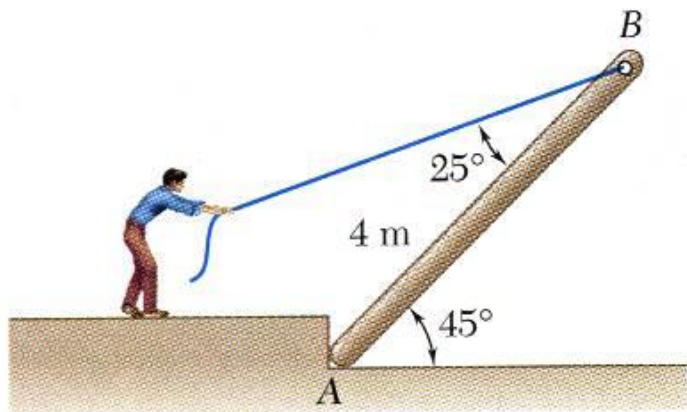
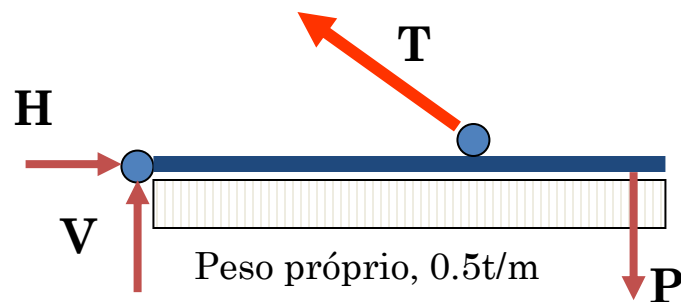
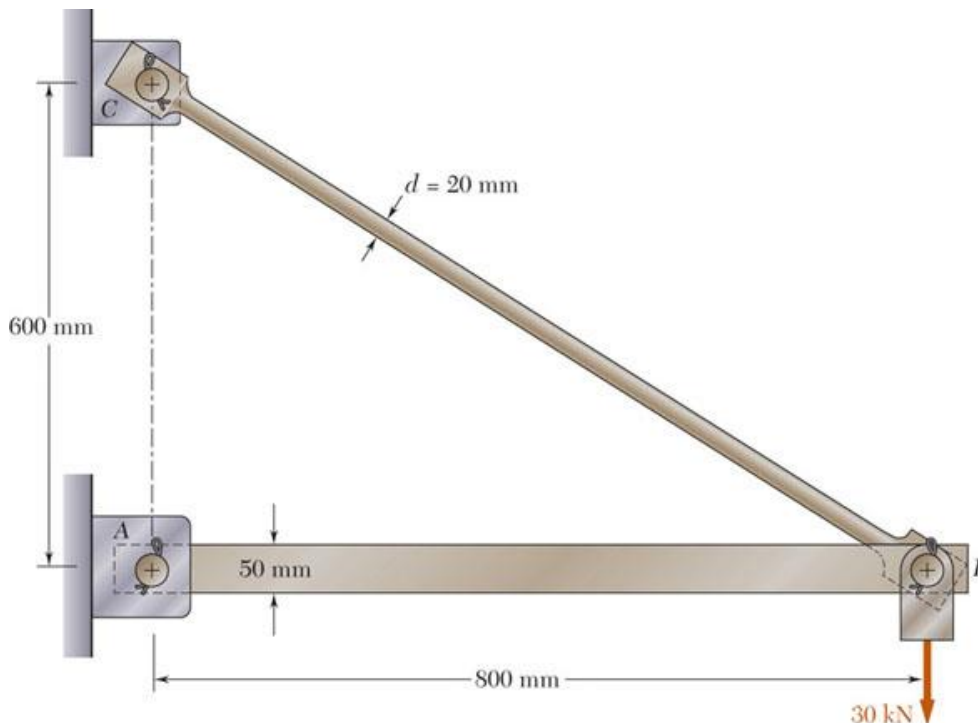


Figura 1.7

REAÇÕES EM APOIOS E DCL

Exemplo 1.1: A estrutura da figura 1.5 é projetada para suportar uma carga de 30 kN. A estrutura consiste de uma barra com seção transversal retangular e uma barra com seção transversal circular, unidas por pinos (*momento igual a zero nas junções*). Realize uma análise estática para determinar as forças de reação nos apoios.



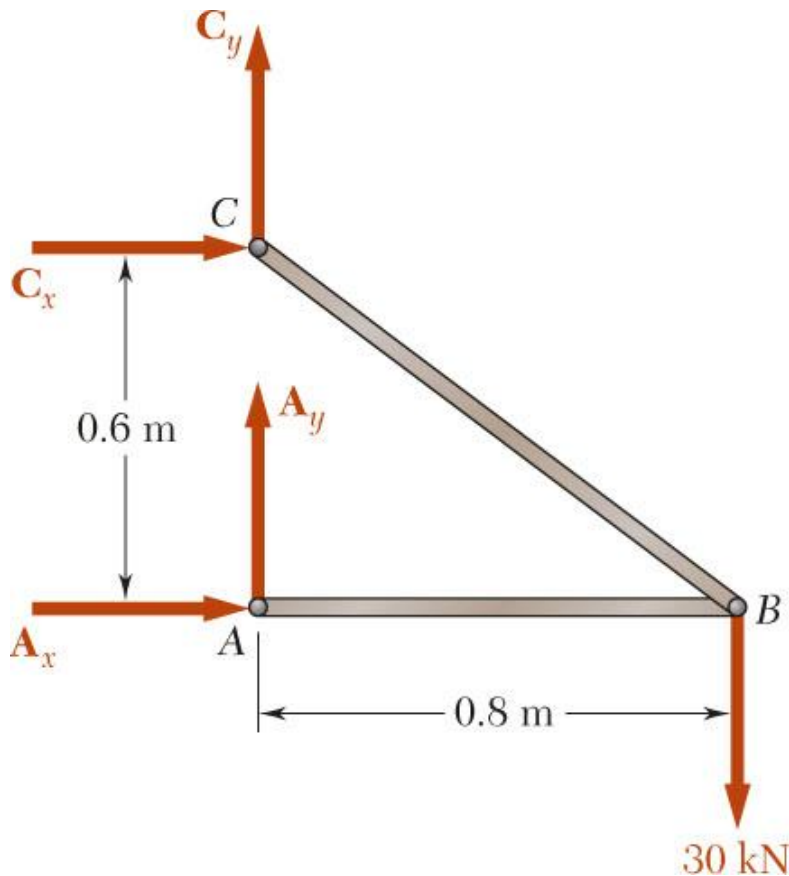
Etapas para solução:

1. DCL da estrutura completa e aplicação das equações de equilíbrio para a mesma;
2. DCL para uma das barras e aplicação das condições de equilíbrio.

Figura 1.5

REAÇÕES EM APOIOS E DCL

Exemplo 1.1: Solução



DCL1: A estrutura é separada dos apoios e as forças de reação são indicadas.

Condições para o equilíbrio estático:

$$+\curvearrowright \sum M_C = 0 = A_x(0.6\text{ m}) - (30\text{ kN})(0.8\text{ m})$$

$$A_x = 40\text{ kN}$$

$$\pm\rightarrow \sum F_x = 0 = A_x + C_x$$

$$C_x = -A_x = -40\text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 = A_y + C_y - 30\text{ kN} = 0$$

$$A_y + C_y = 30\text{ kN}$$

A_y e C_y não podem ser determinados a partir dessas equações.

REAÇÕES EM APOIOS E DCL

Exemplo 1.1: Solução

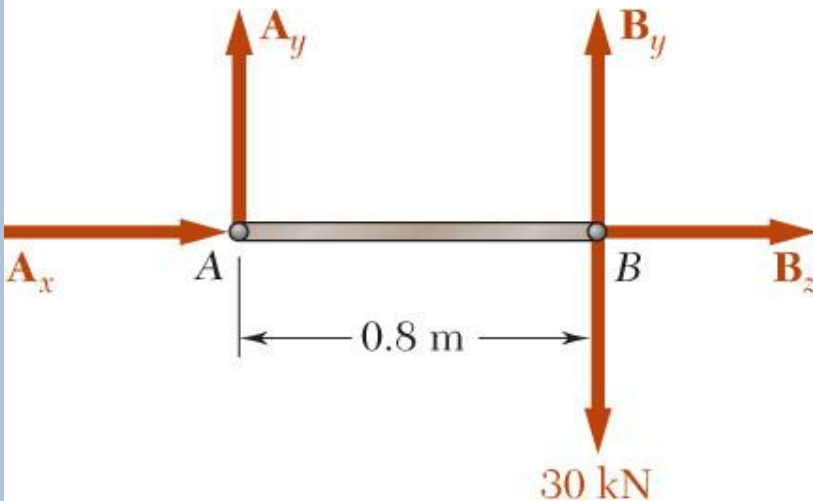
DCL2: Além da estrutura completa, cada componente (barra) deve satisfazer as condições de equilíbrio estático. Utilizando o DCL da barra AB e aplicando as condições de equilíbrio:

$$+\circlearrowleft \sum M_B = 0 = -A_y(0.8\text{m})$$

$$A_y = 0$$

Substituindo a equação de equilíbrio na equação anterior, temos

$$C_y = 30\text{kN}$$



Resultados:

$$A = 40\text{kN} \rightarrow \quad C_x = 40\text{kN} \leftarrow \quad C_y = 30\text{kN} \uparrow$$

As forças de reação são direcionadas ao longo do eixo da barra.

CARGAS DISTRIBUÍDAS

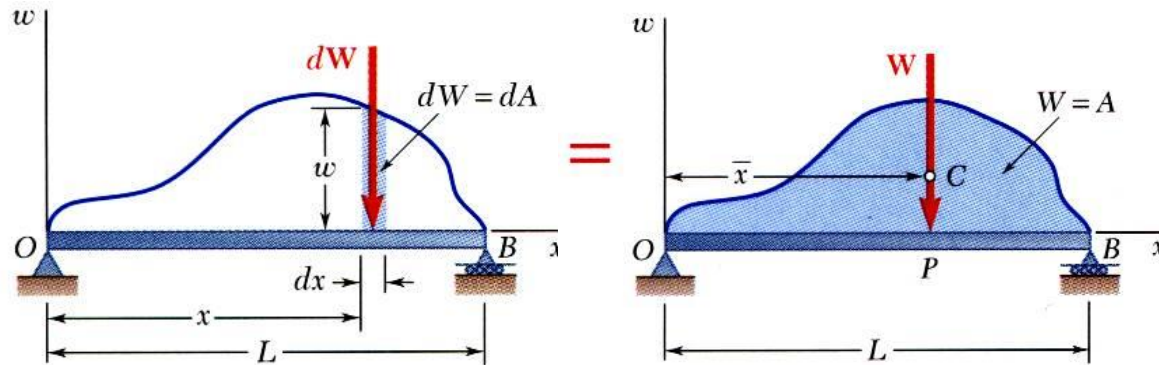


Figura 1.16

- Uma carga distribuída pode ser caracterizada por uma curva representando a carga w sustentada por unidade de comprimento (em N/m).
- **Nos cálculos de reações**, um carga distribuída pode ser representada por uma carga concentrada com intensidade igual à área sob a curva de carga e linha de ação passando pelo centróide da área que representa a carga distribuída.

CARGAS DISTRIBUÍDAS

Exemplo 1.2: Uma viga suporta a carga distribuída mostrada abaixo. Determinar a carga concentrada equivalente e as reações de apoio.

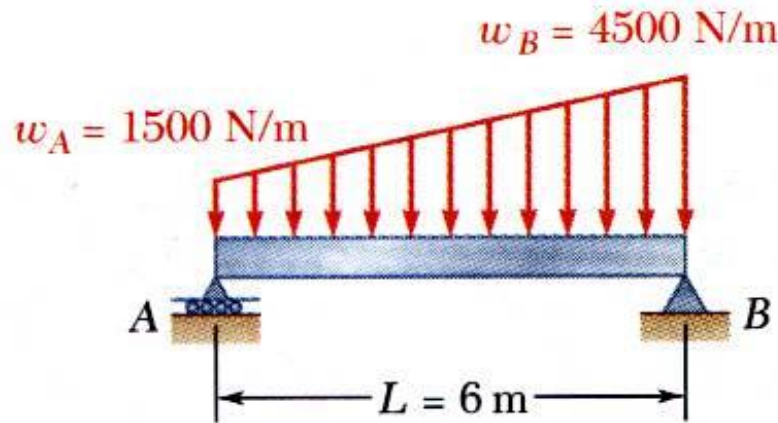


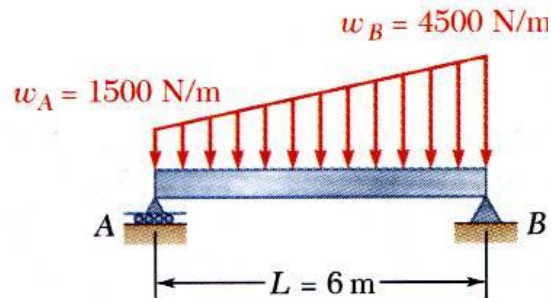
Figura 1.17

Etapas para solução:

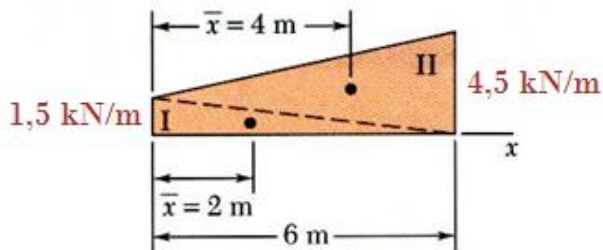
- A intensidade da carga concentrada é igual à área da superfície sob a curva de carga.
- A linha de ação da carga concentrada passa pelo centroide da superfície sob a curva.
- Determinamos as reações de apoio somando os momentos em relação às extremidades da viga.

CARGAS DISTRIBUÍDAS

Exemplo 1.2: Solução

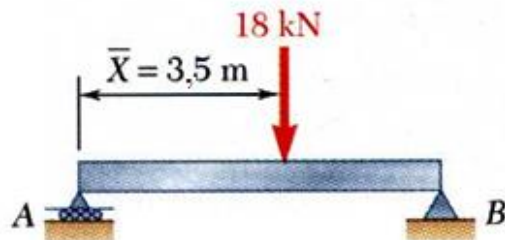


Componente	A, kN	\bar{x} , m	$\bar{x}A$, kN · m
Triângulo I	4,5	2	9
Triângulo II	13,5	4	54
	$\Sigma A = 18,0$		$\Sigma \bar{x}A = 63$



- A intensidade da carga concentrada é igual à área da superfície sob a curva de carga.

$$F = 18,0 \text{ kN}$$



- A linha de ação da carga concentrada passa pelo centróide da superfície sob a curva.

$$\bar{X} = \frac{\sum \bar{x}A}{\sum A} = \frac{63 \text{ kN} \cdot \text{m}}{18 \text{ kN}}$$

$$\bar{X} = 3,5 \text{ m}$$

Centróide de
áreas compostas



CARGAS DISTRIBUÍDAS

Exemplo 12 : Solução

- Determinamos as reações de apoio somando os momentos em relação às extremidades da viga.

$$\sum M_A = 0: \quad B_y(6 \text{ m}) - (18 \text{ kN})(3,5 \text{ m}) = 0$$

$$B_y = 10,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0: \quad -A_y(6 \text{ m}) + (18 \text{ kN})(6 \text{ m} - 3,5 \text{ m}) = 0$$

$$A_y = 7,5 \text{ kN}$$



DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Força Normal (N): atua perpendicularmente à área da seção transversal. Sua linha de ação atua na direção do componente no sentido de tracioná-lo ou comprimi-lo.

Força de Cisalhamento (V): atua tangencialmente à seção de interesse. Ocorre quando as forças externas tendem a provocar o deslizamento entre as duas partes do componente.

Momento Torsor ou Torque (T): ocorre quando as cargas externas tendem a torcer uma parte do componente em relação à outra.

Momento Fletor (M): ocorre quando as cargas externas tendem a fletir o componente em relação ao eixo localizado no plano da área.



DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Figura 1.8

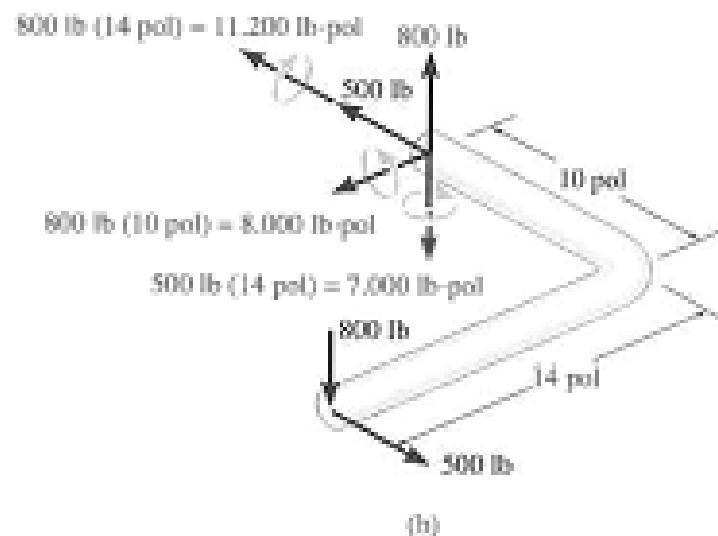
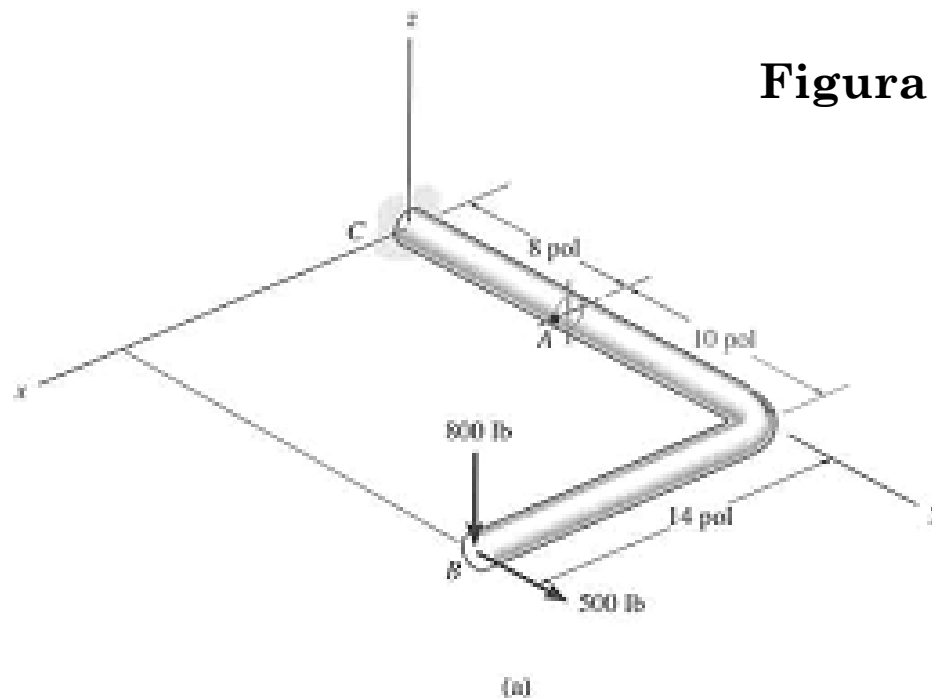
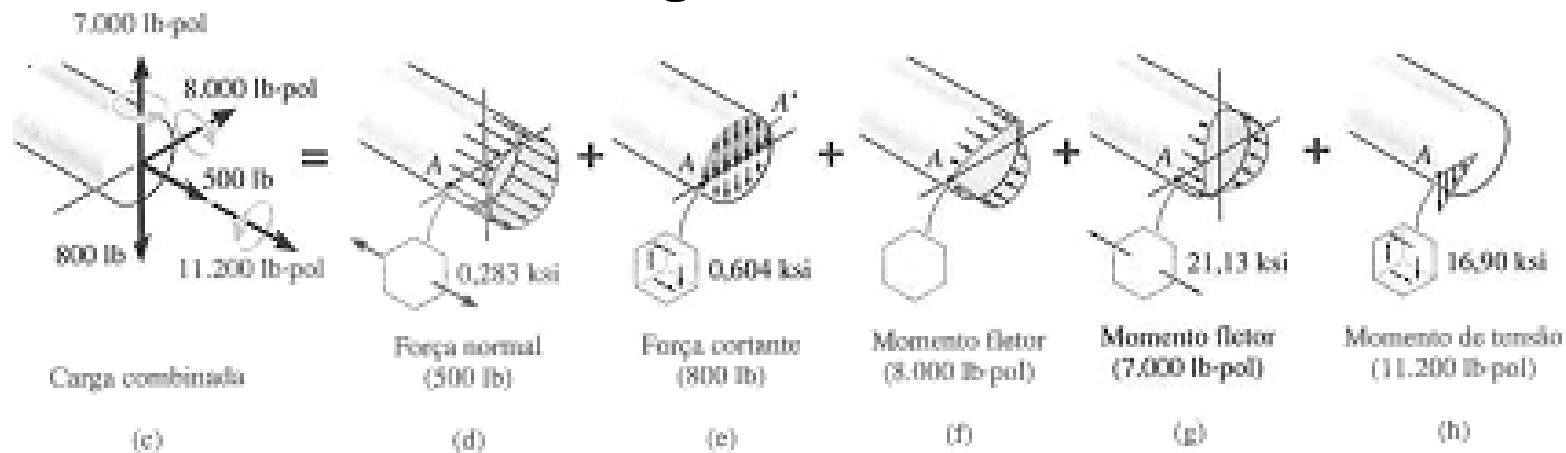


Figura 1.9



DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Após desenhar o DCL e determinar as reações atuantes no componente, devem ser determinados os esforços atuantes ao longo de toda sua extensão, a fim de determinar sua seção crítica.

Para isso, é sempre recomendável que sejam plotados os **diagramas de todos os esforços atuantes** ao longo do componente que se quer analisar.

Será usado ao longo do curso o **método do seccionamento**.



DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Convenção de sinais

Esforço normal (N): positivo quando atuar no sentido de tracionar o componente e negativo quando comprimir.

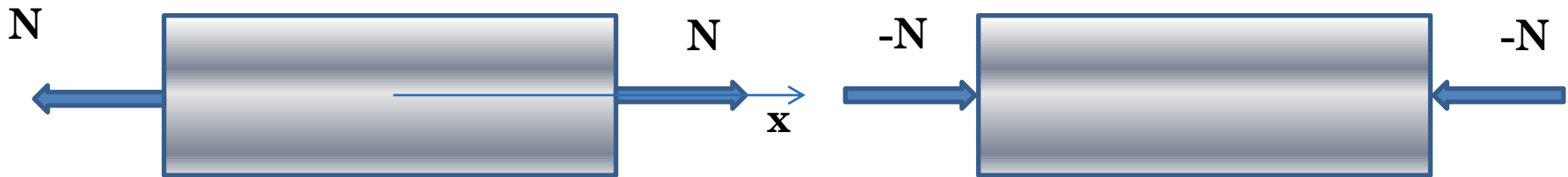


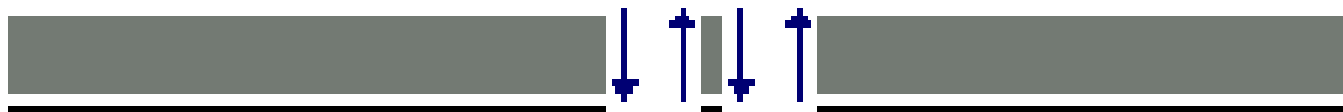
Figura 1.10



DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Convenção de sinais

Esforço Cortante (V): quando o seccionamento é feito da esquerda para a direita convencionou-se que o sentido positivo do esforço cortante interno no trecho é para baixo. Se o seccionamento for da direita para a esquerda, convencionou-se que o sentido positivo é para cima.



Esforço
cortante
positivo

Figura 1.11

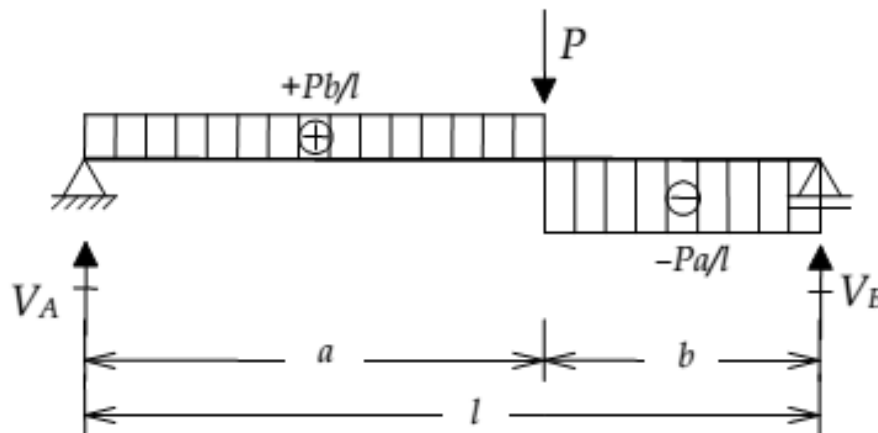


Figura 1.12

DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Convenção de sinais

Momento Fletor (M): quando o seccionamento é feito da esquerda para a direita convencionou-se que o sentido positivo do momento interno no trecho é o anti-horário. Se o seccionamento for da direita para a esquerda, convencionou-se que o sentido positivo é horário.



Momento
fletor
positivo

Figura 1.13

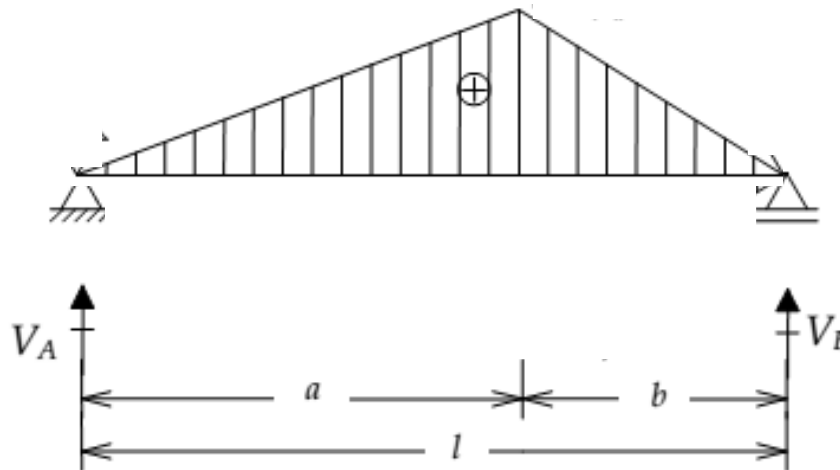


Figura 1.14

DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Convenção de sinais

Torque: para a determinação dos torques internos ao longo dos eixos analisados usa-se a regra da mão direita. Nesta, o torque e o ângulo de rotação serão positivos se a direção indicada pelo polegar for no sentido de se afastar do eixo quando os demais dedos indicarem o sentido da rotação.

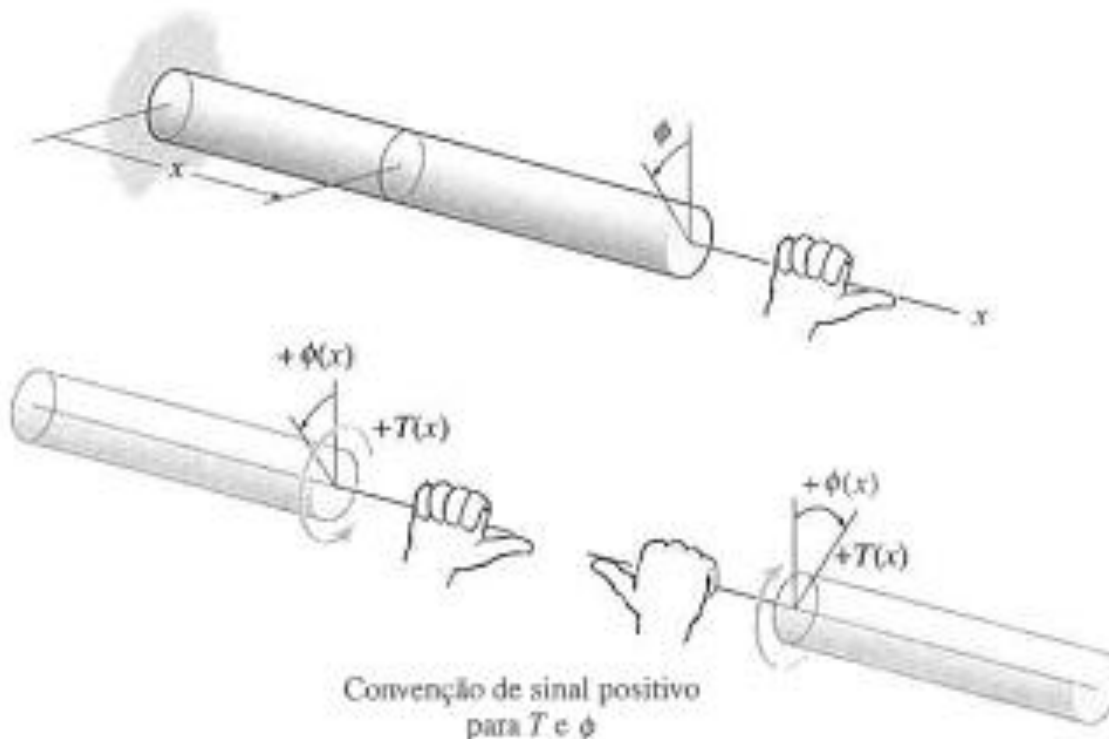


Figura 1.15



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.1: Traçar os diagramas de esforços para a viga AB da figura 1.18, de comprimento L e submetida a uma força concentrada no seu centro (C).

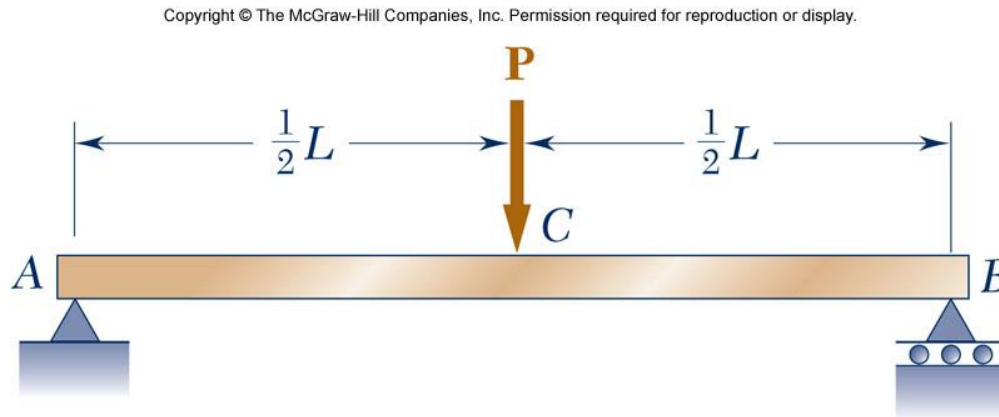


Figura 1.18



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.2: Encontrar as reações em B e traçar os diagramas de esforços para a viga em balanço AB da figura 1.20 de vão L , suportando uma força w uniformemente distribuída.

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission required for reproduction or display.

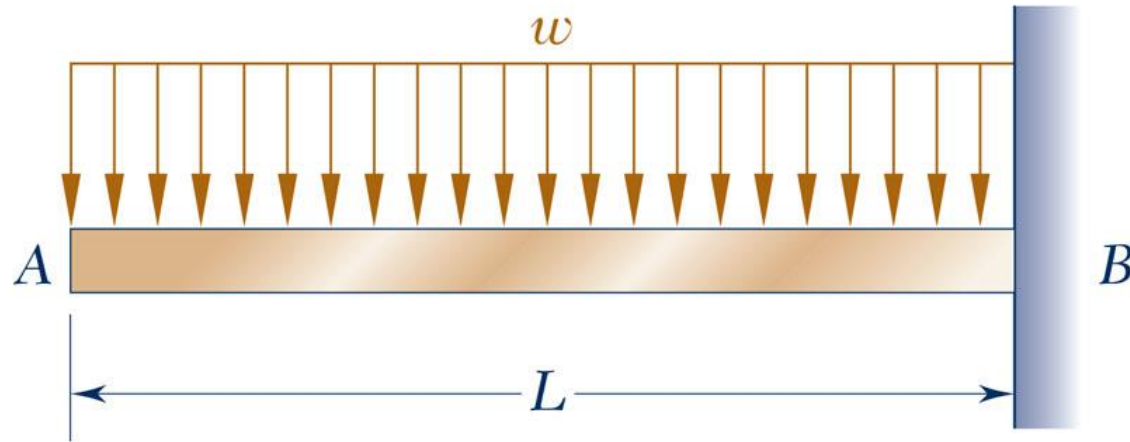


Figura 1.19



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.3: Para a viga de madeira com o carregamento mostrado na figura 1.20, trace os diagramas de força cortante e momento fletor.

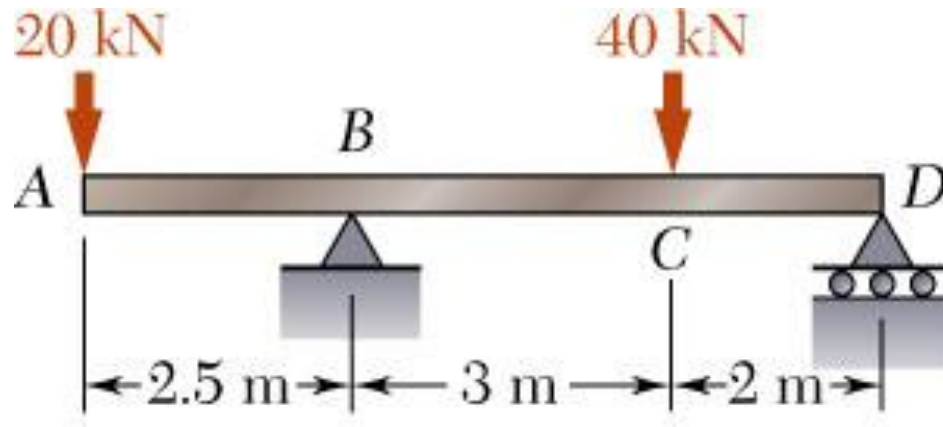


Figura 1.20



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.4: Para a estrutura apresentada na figura 1.21, trace os diagramas de força cortante e momento fletor para a barra ACDB,

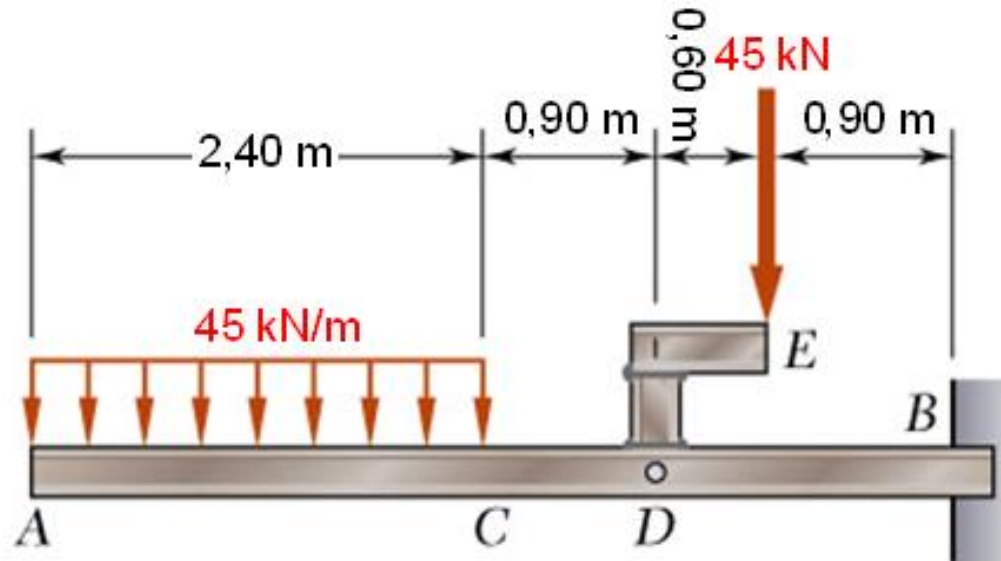
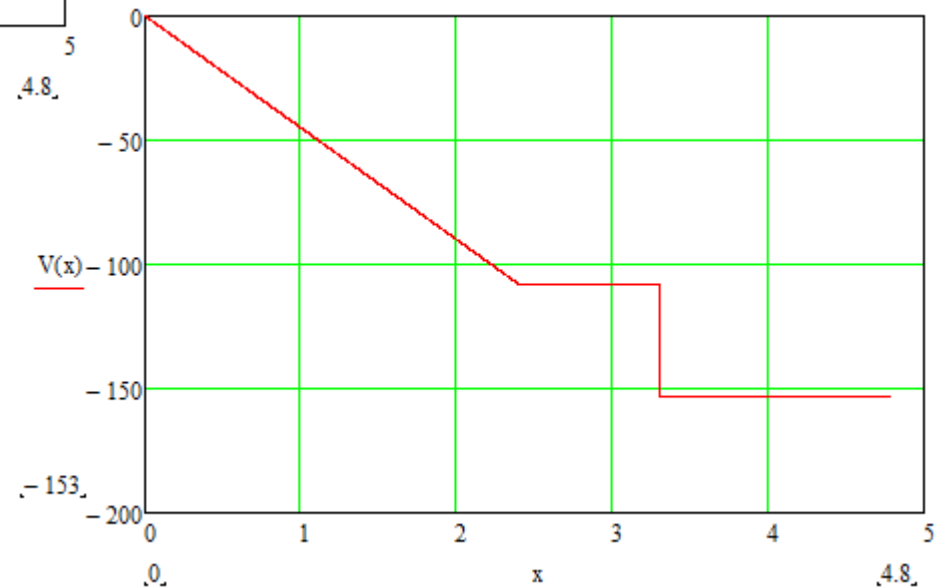
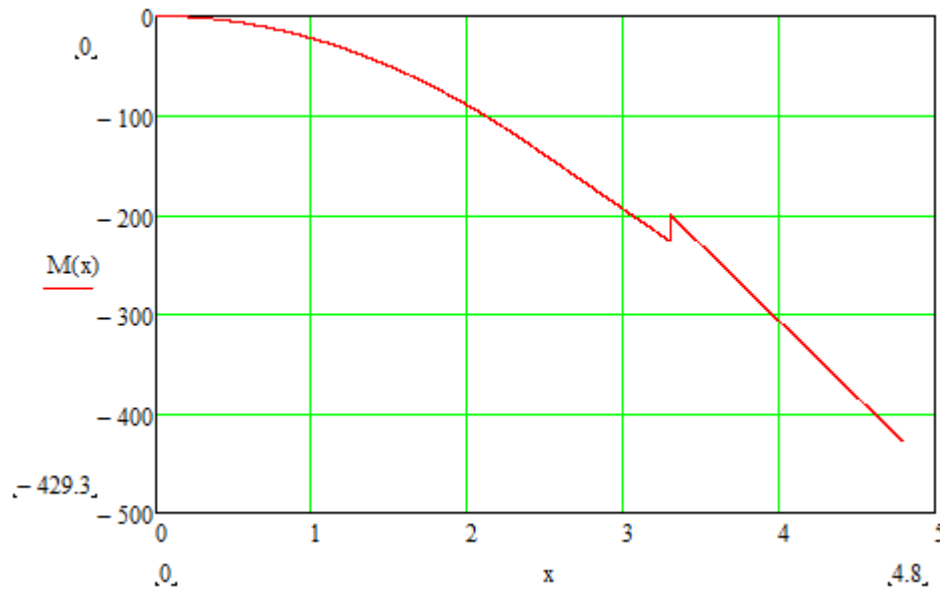


Figura 1.21



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.4: Diagramas



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.5: Para a estrutura apresentada na figura 1.22, trace os diagramas de esforços na barra ADEFB e defina os valores máximos absolutos para os mesmos

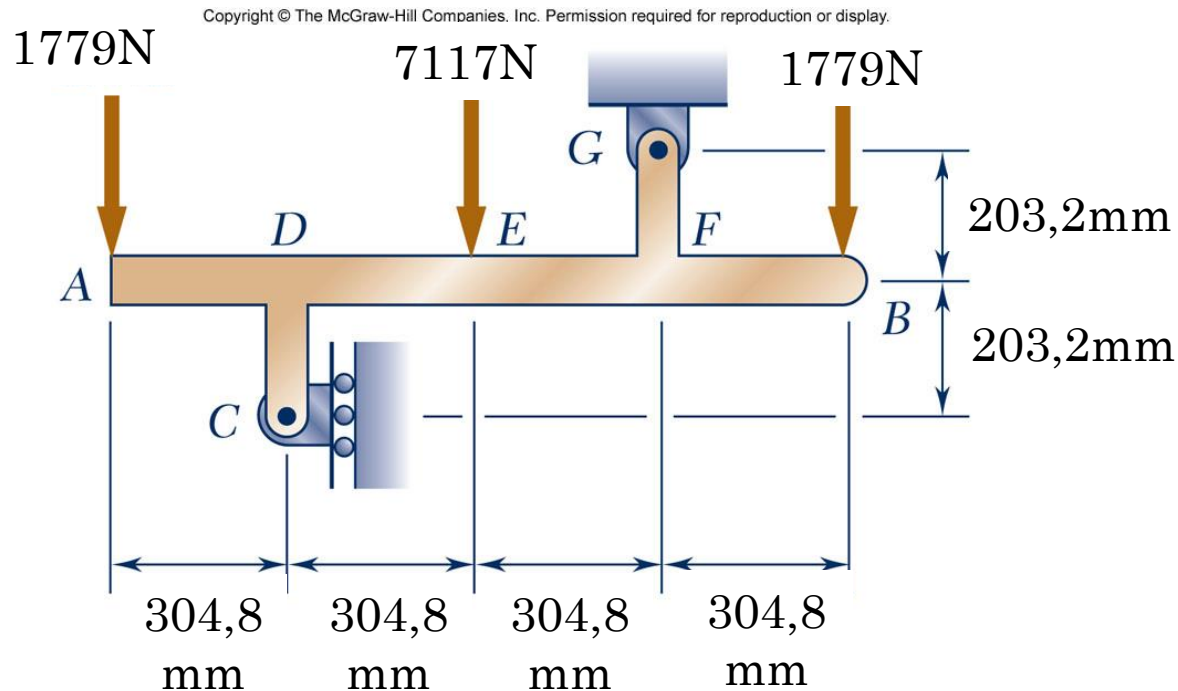
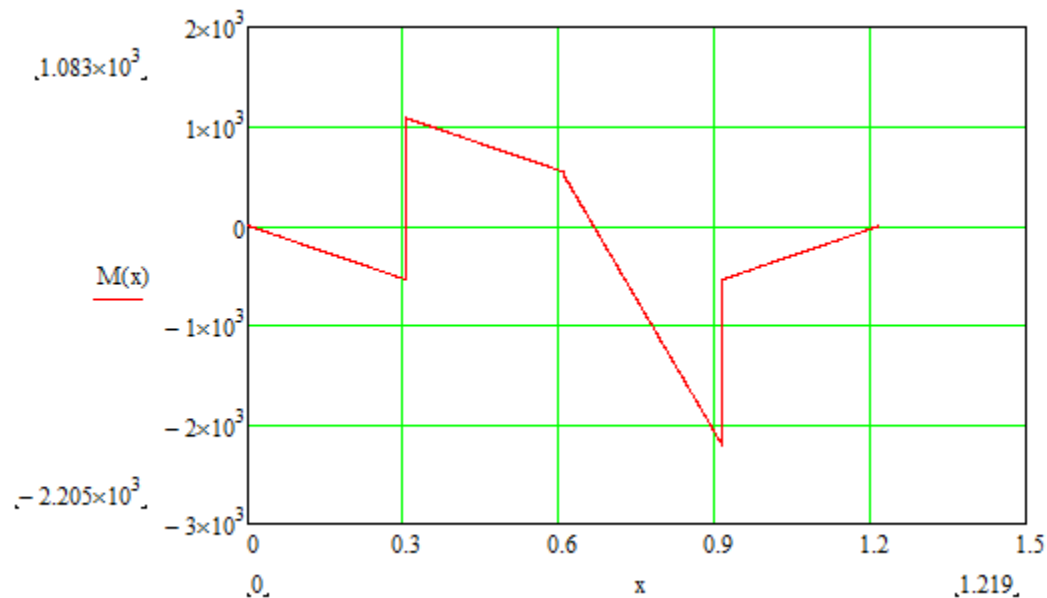
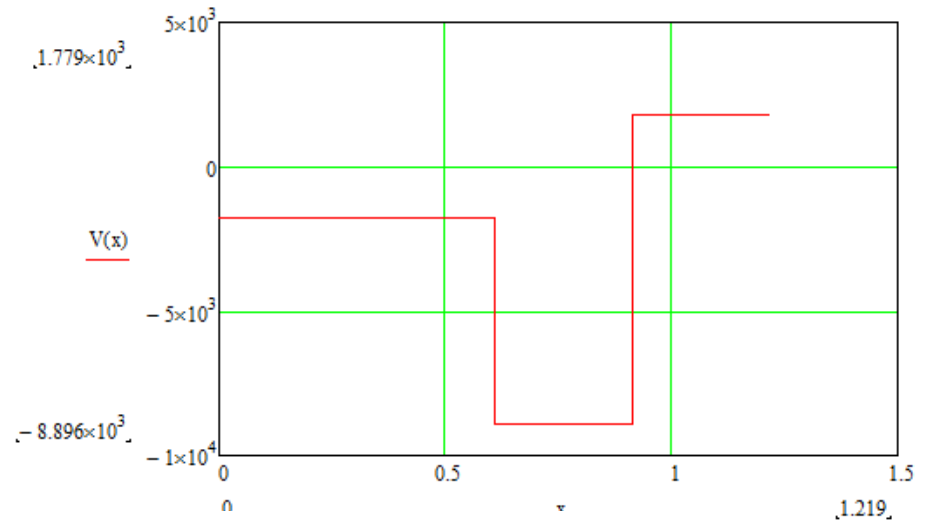
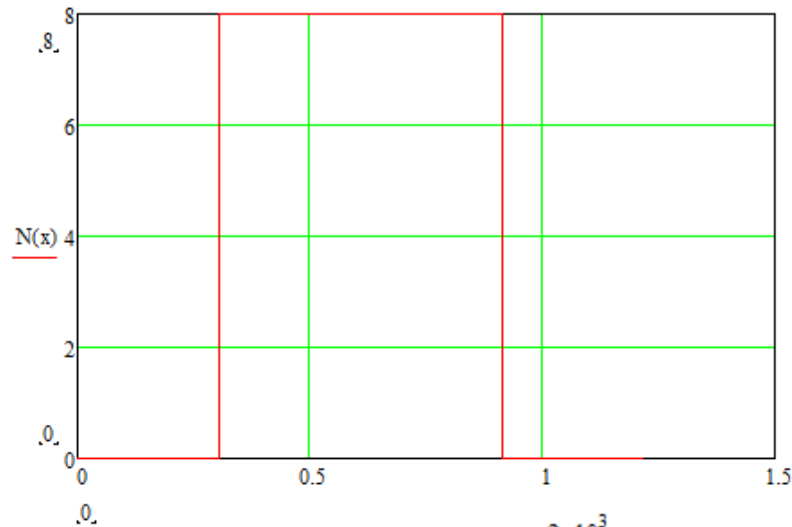


Figura 1.22

EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.5: Diagramas



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.6: Considerando que a reação do solo seja uniformemente distribuída, trace os diagramas de força cortante e momento fletor para a viga AB (figura 1.23) e determine os valores máximos absolutos destes esforços.

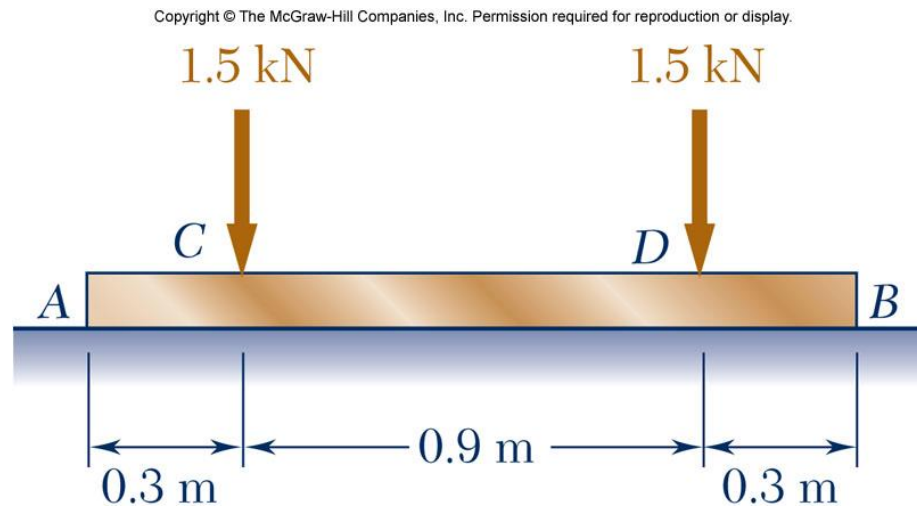


Figura 1.23



EXERCÍCIOS PARA CÁLCULO DE REAÇÕES E PLOTAGEM DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇOS

Exercício 1.6: Diagramas

