



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

ELETROTÉCNICA

Características da corrente alternada
Prof. Roger Cruz

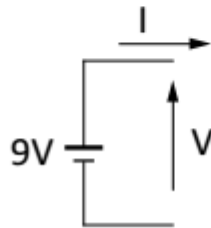
INTRODUÇÃO

- Até agora analisamos apenas circuitos de corrente contínua, nos quais as tensões e correntes não variam com o tempo, exceto durante os transientes.
- Vamos agora dirigir nossa atenção para análise de circuitos nos quais a intensidade das fonte variam com tempo.
- É particularmente interessante estudar a tensão variante no tempo fornecida pelas ***empresas geradores de energia elétrica (concessionárias)***, a qual é denominada **CA** (abreviação de **Corrente Alternada**).

TENSÃO CONTÍNUA

Uma tensão é chamada de contínua ou constante quando o seu valor não se altera com o tempo.

Exemplo de geradores de tensão contínua são as pilhas e baterias.



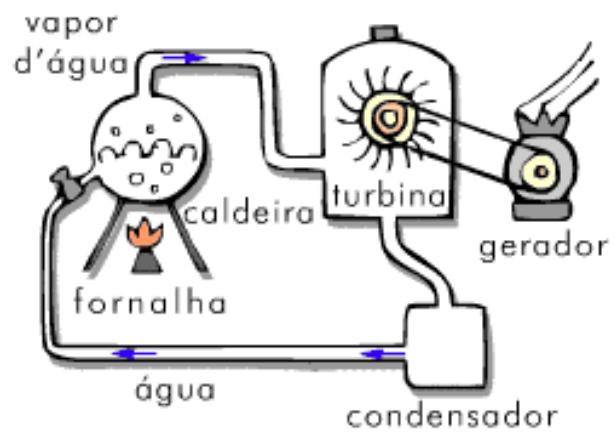
Exemplo de fonte de tensão contínua

TENSÃO ALTERNADA

A tensão alternada tem *intensidade e polaridade* que variam com o tempo. De acordo com a forma da variação da tensão, há diferentes tipos de tensão como: **senoidal, quadrada, triangular entre outras.**

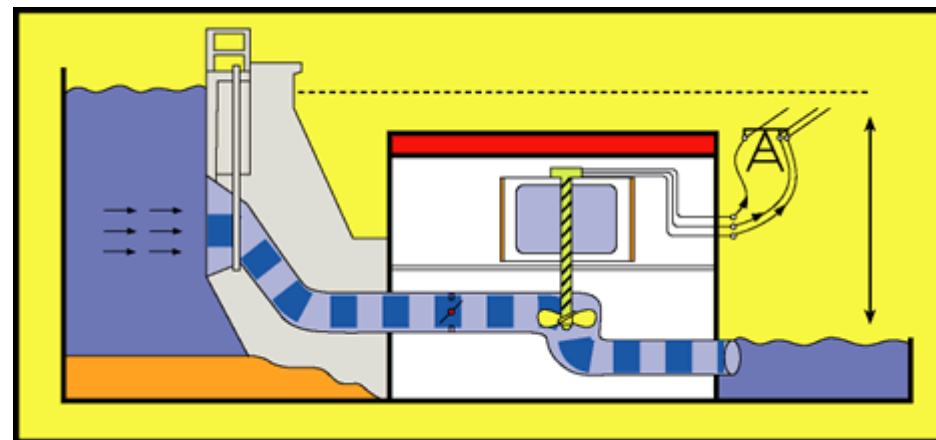
Nesse estudo iremos analisar a *função senoidal* pois é a tensão fornecida nas fontes geradoras que alimentam as indústrias e residências.

TENSÃO ALTERNADA – FONTES GERADORAS



Esquema de geração de energia elétrica numa usina termelétrica

Gerador termoelétrico



Gerador hidroelétrico



Gerador eólico

TENSÃO SENOIDAL

É uma tensão que varia com o tempo de acordo com uma função senoidal. A expressão matemática é dada pela função:

$$v(t) = A_m \text{sen}(\omega t) = A_m \text{sen}(\alpha)$$

- A_m : é o valor máximo (ou valor de pico) da tensão em volts
- ω : é a frequência angular dada em rad/s
- $\alpha = \omega t$ em graus ou radianos

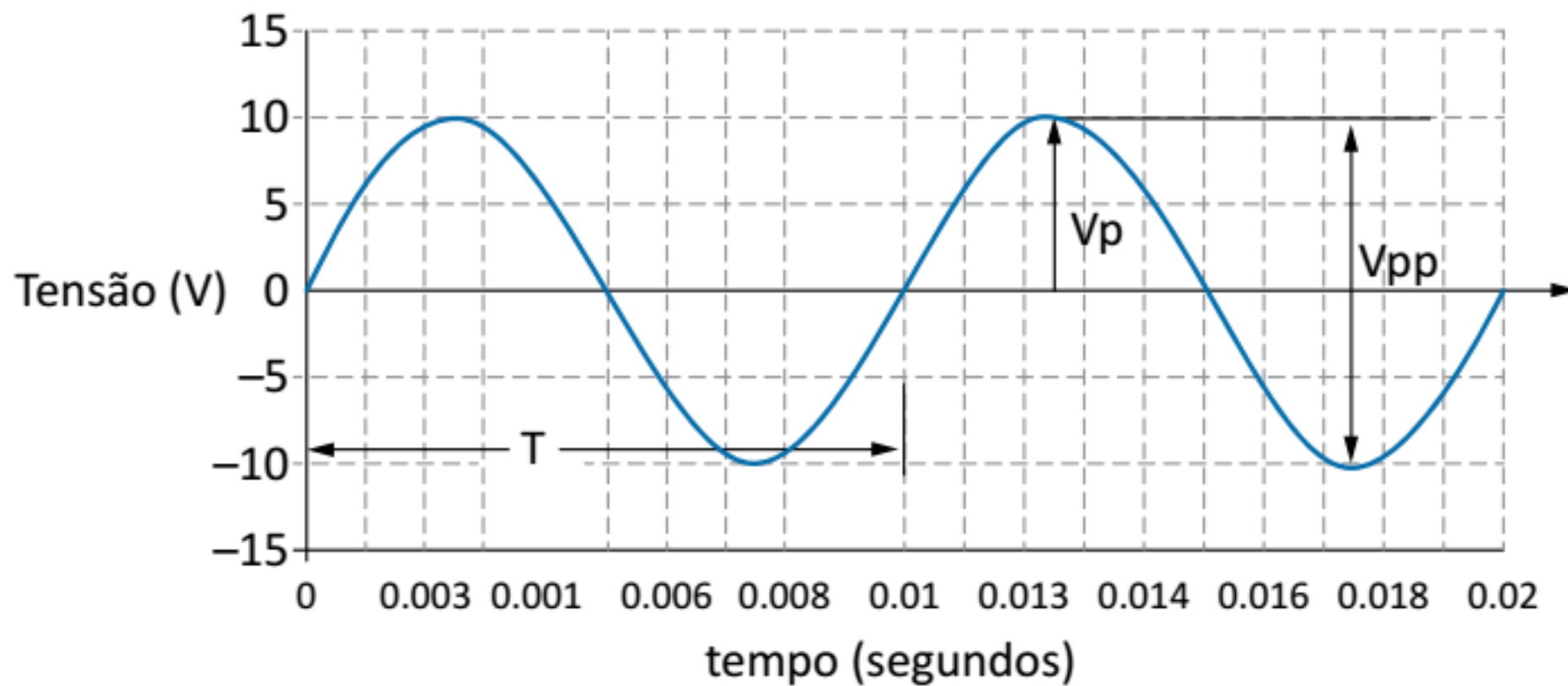
TENSÃO SENOIDAL

No caso de grandezas elétricas como a tensão e a corrente, as expressões gerais são:

$$\begin{aligned}i &= I_m \text{sen}(\omega t) = I_m \text{sen}(\alpha) \\e &= E_m \text{sen}(\omega t) = E_m \text{sen}(\alpha)\end{aligned}$$

Onde as letras maiúsculas com índice m representam amplitudes e as letras minúsculas i e e representam os valores instantâneos da corrente e da tensão, respectivamente, em um instante t qualquer.

TENSÃO SENOIDAL



Representação gráfica da função senoidal

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO Sabendo que $e = 5 \operatorname{sen}(\alpha)$, determine e para $\alpha = 40^\circ$ e $\alpha = 0.8\pi$ rad.

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO 7.1 Sabendo que $e = 5 \operatorname{sen}(\alpha)$, determine e para $\alpha = 40^\circ$ e $\alpha = 0.8\pi$ rad.

SOLUÇÃO:

Para $\alpha = 40^\circ$,

$$e = 5 \operatorname{sen}(40^\circ) = 5(0.6428) = \mathbf{3.2139 \text{ V}}$$

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO Sabendo que $e = 5 \text{ sen}(\alpha)$, determine e para $\alpha = 40^\circ$ e $\alpha = 0.8\pi \text{ rad}$.

SOLUÇÃO:

$$\alpha_{\text{radianos}} = \frac{\alpha^\circ \times \pi}{180}$$
$$\alpha^\circ = \frac{\alpha_{\text{radianos}} \times 180}{\pi}$$

$$\text{Para } \alpha = 0.8\pi, \alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} (0.8\pi) = 144^\circ$$

$$e = 5 \text{ sen}(144^\circ) = 5(0.5878) = \mathbf{2.939 \text{ V}}$$

TENSÃO SENOIDAL

O ângulo associado a um valor particular da tensão pode ser obtido a partir da manipulação da equação:

$$e = E_m \text{sen}(\alpha)$$

Da seguinte forma:

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{e}{E_m}$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{e}{E_m}\right)$$

TENSÃO SENOIDAL

O ângulo associado a um valor particular da tensão pode ser obtido a partir da manipulação da equação:

$$e = E_m \text{sen}(\alpha)$$

Da seguinte forma:

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{e}{E_m}$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left(\frac{e}{E_m} \right)$$

Da mesma maneira para a corrente:

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left(\frac{i}{I_m} \right)$$

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO

- a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10\text{sen}(377 t)$ é 4V
- b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item a)

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO :

- a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10\text{sen}(377 t)$ é 4V
- b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item a)

SOLUÇÃO

a)

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{e}{E_m}\right)$$

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO

- a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10\text{sen}(377 t)$ é 4V
- b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item a)

SOLUÇÃO

a)

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{e}{E_m}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{4}{10}\right) = 23.578^\circ$$

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO

- a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10\text{sen}(377 t)$ é 4V
- b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item a)

SOLUÇÃO

$$\alpha = 23.578^{\circ}$$

b)

$$\alpha = \omega t \rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega}$$

Vamos transformar α de graus para radianos pois ω está em rad/s.

$$\alpha(rad) = \frac{\pi}{180^{\circ}} (23.578^{\circ}) = 0.411 \text{ rad}$$

TENSÃO SENOIDAL

EXEMPLO

- a) Determine o ângulo para o qual o valor da função $v = 10\text{sen}(377 t)$ é 4V
- b) Determine o momento em que a função assume o valor dado no item a)

SOLUÇÃO

$$\alpha = 23.578^\circ$$

b)

Assim temos que:

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{0.411 \text{ rad}}{377 \text{ rad/s}} = 1,09 \text{ ms}$$

EXEMPLO – Dado $i = 6 \times 10^{-3} \text{sen}(1000t)$, calcule i para $t = 2 \text{ ms}$.

$$i = 6 \times 10^{-3} \text{sen}(1000 \times 2 \times 10^{-3}) = 6 \times 10^{-3} \text{sen}(2 \text{ rad}) = 5.45 \text{ mA},$$

Obs.: 2 radianos = 114,59 graus

RELAÇÕES DE FASE

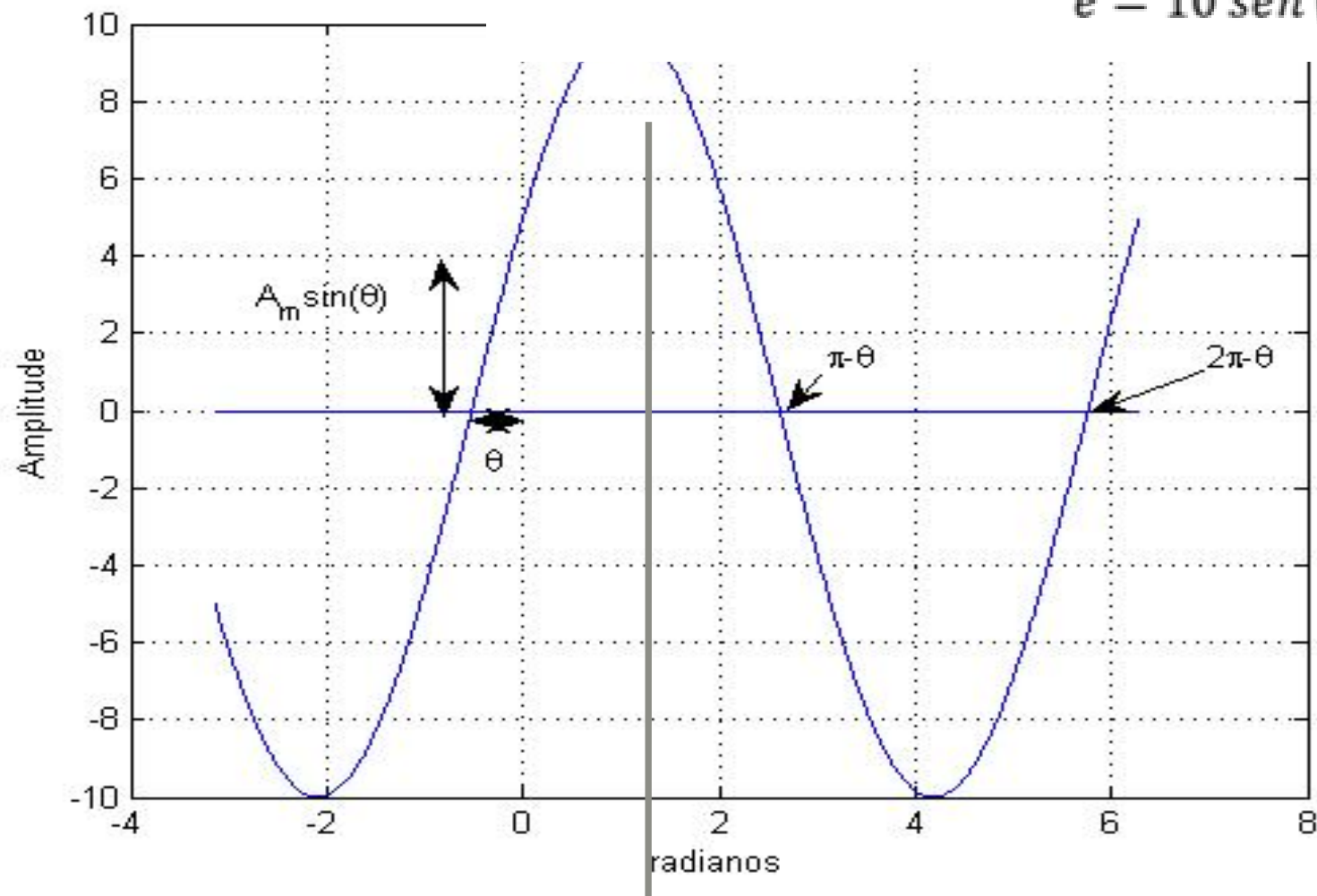
Até aqui temos considerando apenas ondas senoidais com máximo e mínimos em $\pi/2$ e $3\pi/2$, e zeros em 0, π e 2π . Se a forma de onda for deslocada para a esquerda ou para a direita de 0° , a expressão passa a ser:

$$A_m \text{sen}(\omega t \pm \theta)$$

Onde θ é o ângulo, em graus ou radianos, que a forma da onda foi deslocada.

RELAÇÕES DE FASE

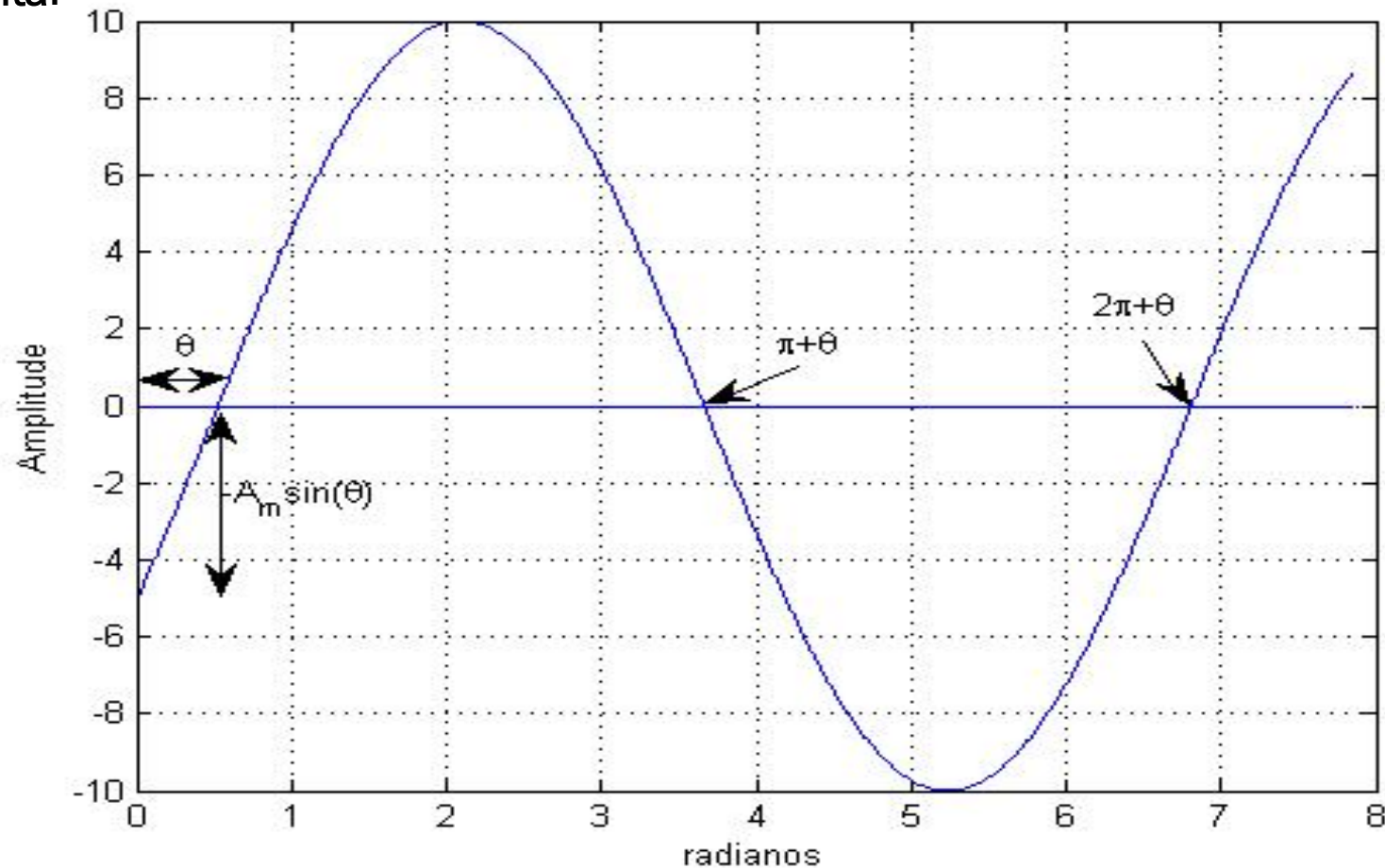
$$e = 10 \operatorname{sen} \left(314 t + \frac{\pi}{6} \right)$$



RELAÇÕES DE FASE

$$e = 10 \operatorname{sen}\left(314 t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Nesse caso, no qual foi subtraído um ângulo (fase), a função será deslocada para a direita.



RELAÇÕES DE FASE

A **relação de fase** entre duas formas de onda indica qual delas está **adiantada** ou **atrasada** e de quantos graus ou radianos.

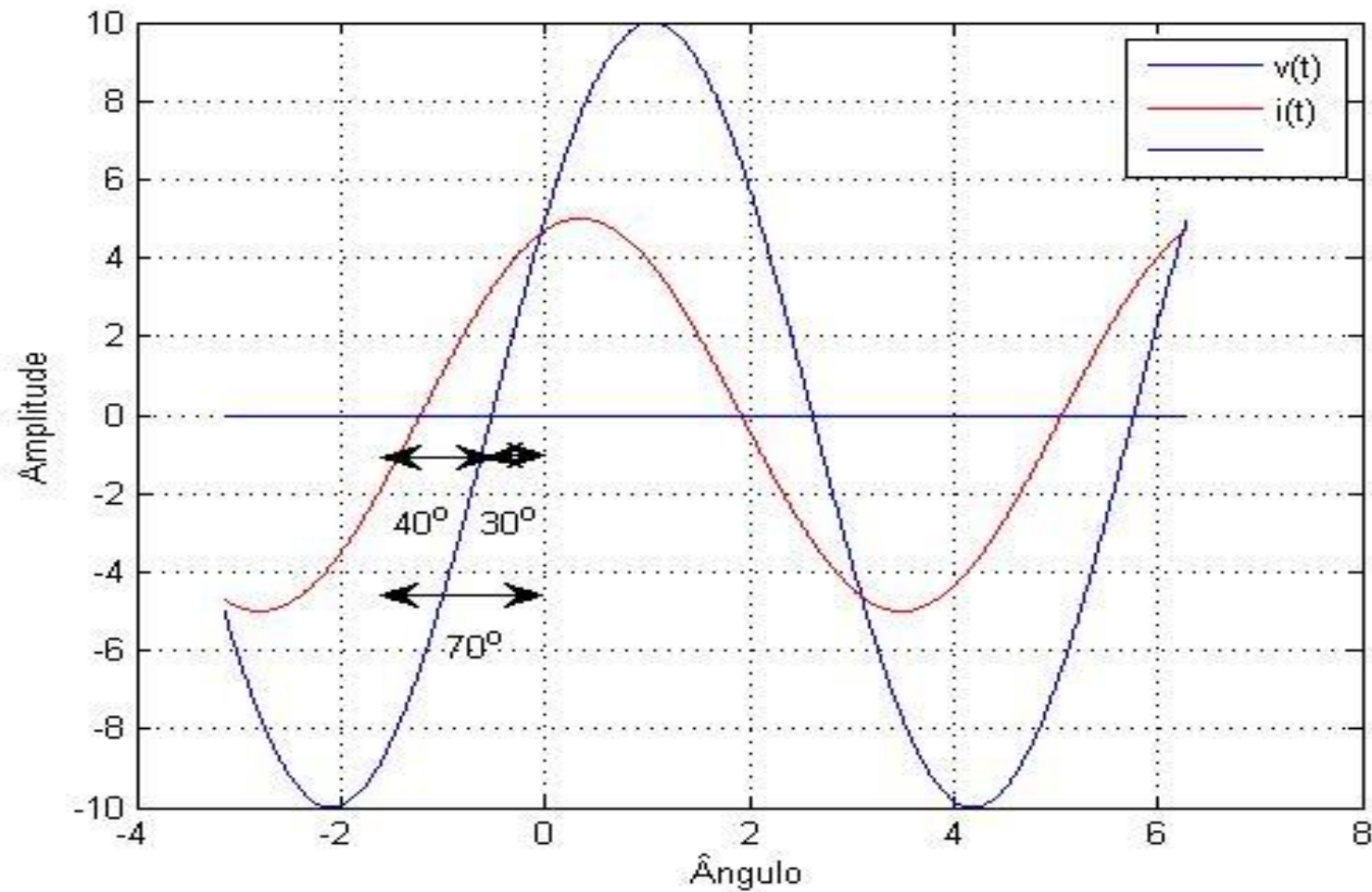
EXEMPLO Qual a relação de fase entre as formas de onda senoidais em cada um dos seguintes pares:

a) $v = 10\text{sen}(\omega t + 30^\circ)$ e $i = 5\text{sen}(\omega t + 70^\circ)$

Neste caso podemos dizer que i está adianta **40°** em relação a v . Podemos visualizar melhor essa relação no gráfico das curvas mostrados a seguir:

RELAÇÕES DE FASE

a) $v = 10\text{sen}(\omega t + 30^\circ)$ e $i = 5\text{sen}(\omega t + 70^\circ)$



RELAÇÕES DE FASE

$$b) v = 15\text{sen}(\omega t + 60^\circ) \text{ e } i = 10\text{sen}(\omega t - 20^\circ)$$

Nesse caso a curva i estará atrasada 20° enquanto que a curva v estará adiantada de 60° , ou seja, a defasagem de fase entre as curvas será de 80° .

RELAÇÕES DE FASE

$$b) v = 15\text{sen}(\omega t + 60^\circ) \text{ e } i = 10\text{sen}(\omega t - 20^\circ)$$

Nesse caso a curva i estará atrasada 20° enquanto que a curva v estará adiantada de 60° , ou seja, a defasagem de fase entre as curvas será de 80° .

VALOR MÉDIO

- O **valor de pico** é o máximo A_m que a tensão ou corrente podem assumir
- O **valor de pico a pico** é igual ao **dobro** do valor de pico, quando os picos positivos e negativos são simétricos.
- O **valor médio** corresponde à média aritmética de todos os valores numa onda senoidal, seja de tensão ou de corrente, considerando-se meio ciclo.

VALOR MÉDIO

- Prova-se matematicamente que o valor médio é **0.637xvalor de pico**. Essa relação vale para valores de tensão e corrente.

VALOR EFICAZ

- O valor eficaz ou *rms* de **uma forma de onda senoidal de tensão ou de corrente** corresponde à mesma quantidade de tensão ou corrente contínua capaz de produzir a mesma potência dissipada.
- Prova-se matematicamente que:

$$V_{rms} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad I_{rms} = \frac{I_p}{\sqrt{2}}$$

VALOR EFICAZ

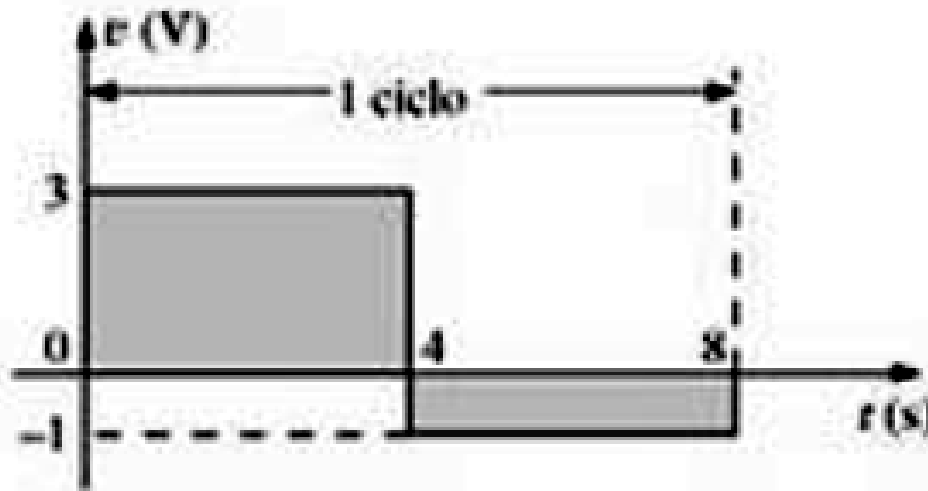
- O valor eficaz de qualquer grandeza, cuja a variação com o tempo é conhecida, pode ser calculado a partir da seguinte equação:

$$A_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^T i^2(t) dt}{T}}$$

Ou

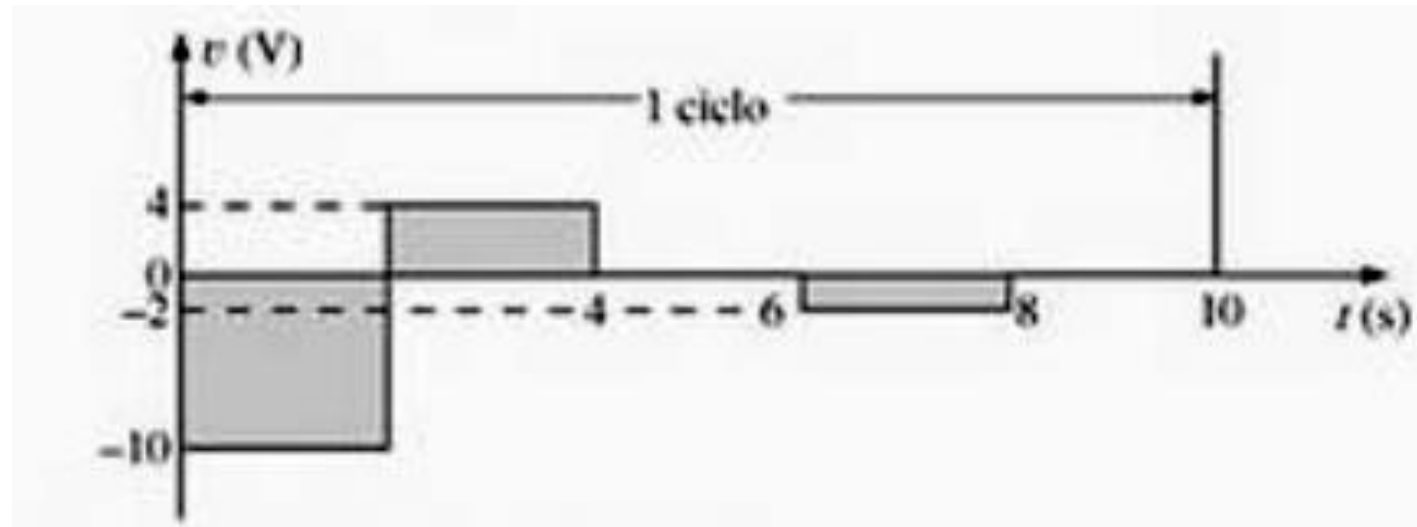
$$A_{rms} = \sqrt{\frac{\text{área}(i^2(t))}{T}}$$

EXEMPLO Calcule o valor eficaz da forma de onda vista abaixo:



$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3^2 \times 4 + (-1)^2 \times 4}{8}} = \sqrt{\frac{40}{8}} = 2.236 \text{ V}$$

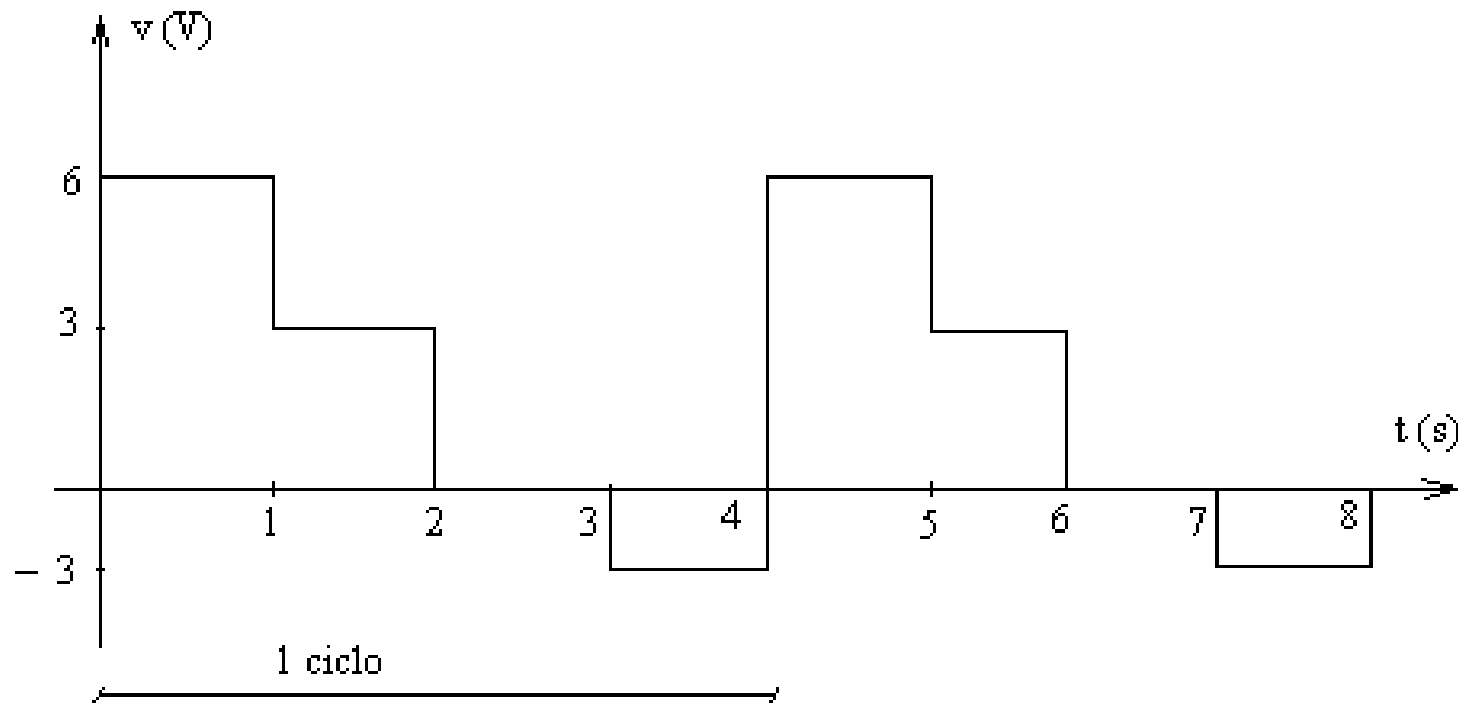
EXEMPLO Calcule o valor eficaz da forma de onda vista abaixo:



$$V_{rms} = \sqrt{\frac{(-10)^2 \times 2 + (4)^2 \times 2 + 0^2 \times 2 + (-2)^2 \times 2 + 0^2 \times 2}{10}} = \sqrt{\frac{240}{10}} = 4.899 \text{ V}$$

ATIVIDADE ESTRUTURADA Nº 1

Para a forma de onda mostrada na figura abaixo, determine o valor eficaz da tensão:



Bibliografia

Boylestad, Robert L. **Introdução a Análise de Circuitos**. São Paulo, . 10^a Ed. LTC, 2014.

DOS SANTOS, Alex Ferreira. **Eletricidade Aplicada**. 1 ed, 2016.