Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia Mecânica

MECÂNICA GERAL

PROFESSOR: IGOR DOS SANTOS GOMES
E-MAIL: IGOR.GOMES@ITEC.UFPA.BR

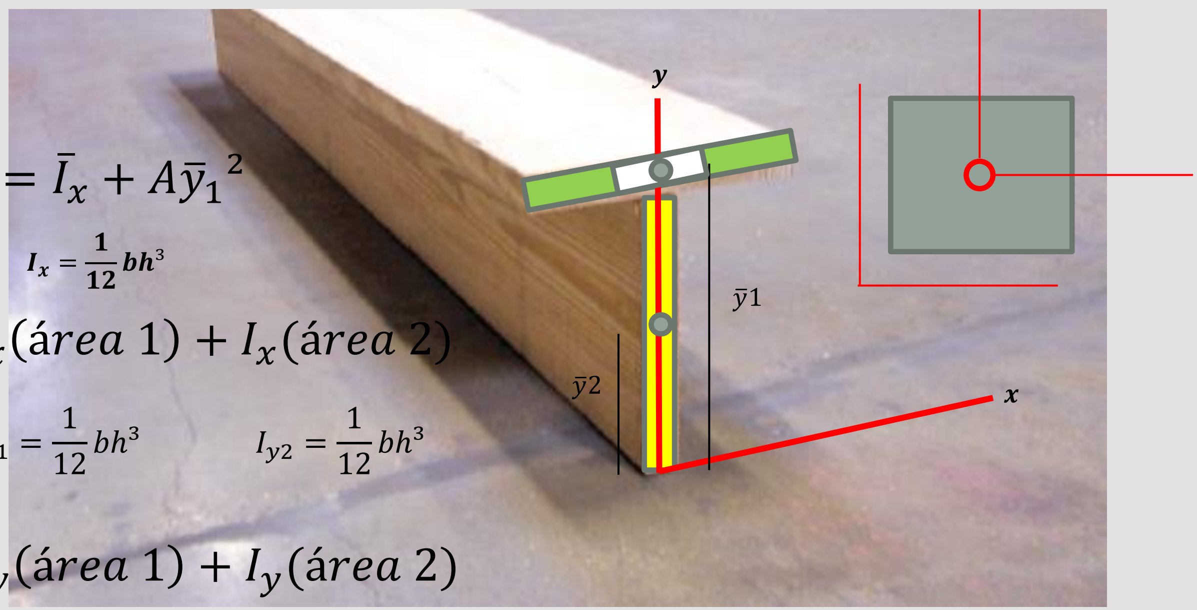
MOMENTO DE INÉRCIA DE ÁREA

7.7. Momento de inércia para áreas compostas

7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

- Uma área composta consiste em uma série de partes ou formatos “mais simples” conectados, como retângulos, triângulos e círculos;

- Se o momento de inércia de cada uma dessas partes for conhecido ou puder ser determinado em relação a um eixo comum, **o momento de inércia da área composta em relação ao eixo é igual à soma algébrica dos momentos de inércia de todas as suas partes.**



$$I_x = \bar{I}_x + A\bar{y}_1{}^2$$

$$\boldsymbol{I_x = \frac{1}{12}bh^3}$$

$$I1 = I_x(\text{área }1) + I_x(\text{área }2)$$

$$I_{y1} = \frac{1}{12}bh^3 \qquad I_{y2} = \frac{1}{12}bh^3$$

$$I2 = I_y(\text{área }1) + I_y(\text{área }2)$$

7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

Qual o procedimento de análise para determinar o momento de inércia de uma área composta?

1) Partes compostas:

- Usando um esboço, divida a área em suas partes componentes e indique a distância perpendicular do centroide de cada parte até o eixo de referência;

2) Teorema dos eixos paralelos:

- Se o eixo centroidal para cada parte não coincide com o eixo de referência, o teorema dos eixos paralelos ($\boldsymbol{I = \bar{I} + Ad^2}$) deve ser usado para determinar o momento de inércia da parte em relação ao eixo de referência.

- Para o cálculo de $\boldsymbol{\bar{I}}$, use a tabela nos apêndices.

7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

Qual o procedimento de análise para determinar o momento de inércia de uma área composta?

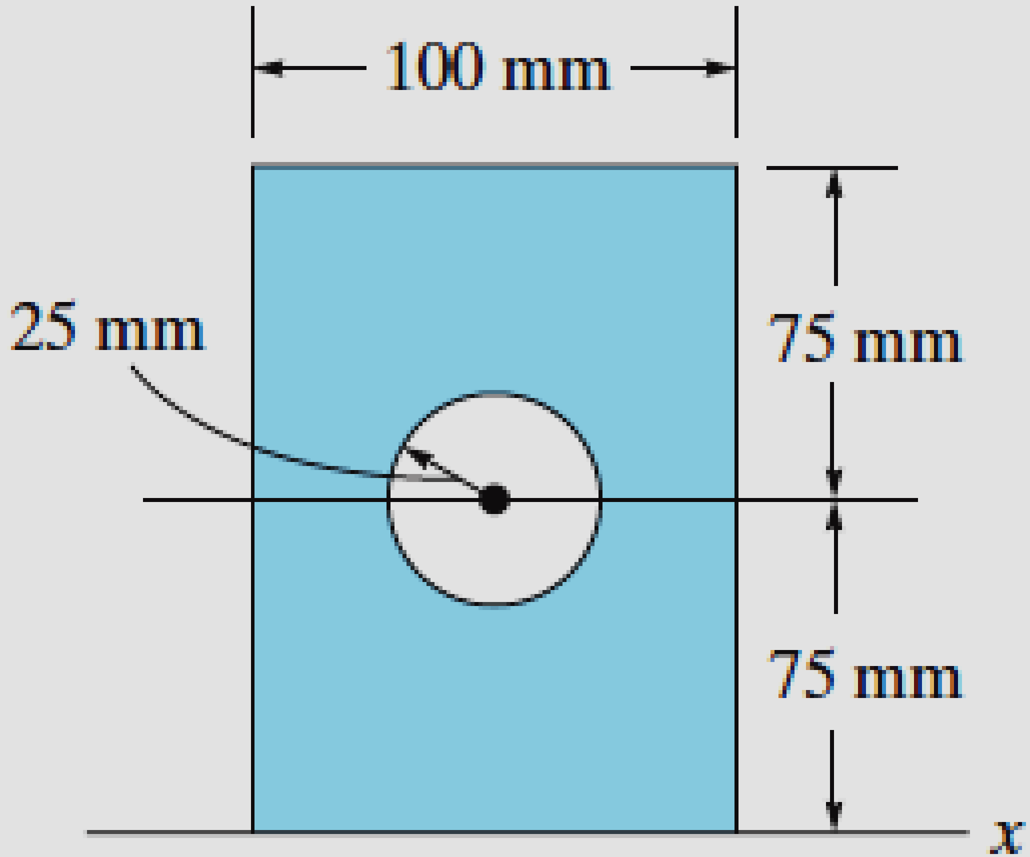
3) Somatório

- O momento de inércia da área total em relação ao eixo de referência é determinado pela soma dos resultados de suas partes componentes em relação a esse eixo;

- Se uma parte componente tem uma região vazia (furo), seu momento de inércia é encontrado subtraindo o momento de inércia do furo do momento de inércia de toda a parte, incluindo o furo.

Exercício 46:

- Determine o momento de inércia da área mostrada na figura abaixo em relação ao eixo *x*.

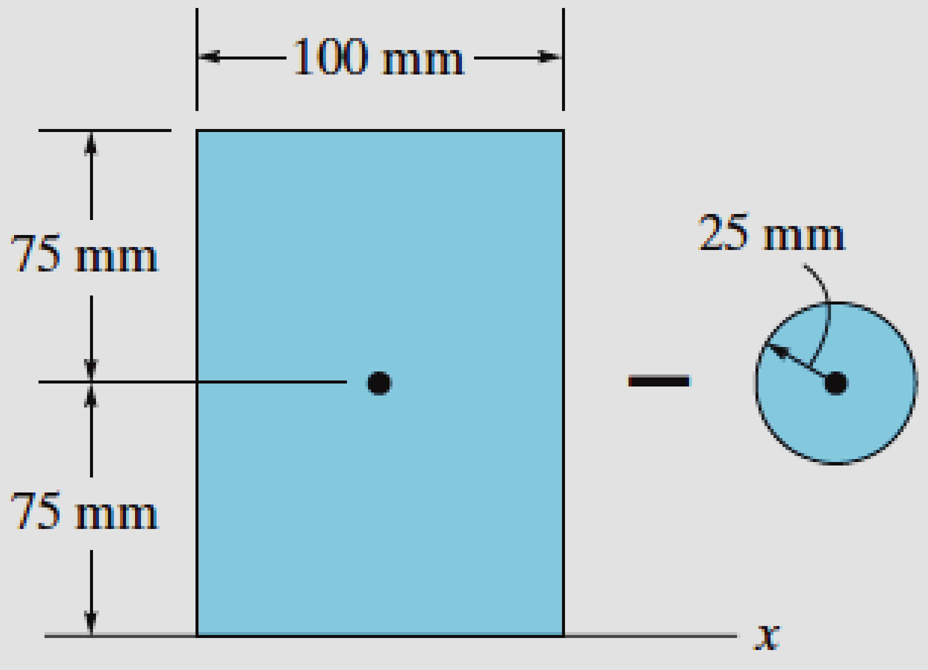


7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

Solução:

1) Partes componentes

- A área pode ser obtida *subtraindo-se* o círculo do retângulo;
- O centroide de cada área está deve ser localizado.



7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

Solução:

2) Teorema dos eixos paralelos

- Os momentos de inércia em relação ao eixo *x* são determinados usando o teorema dos eixos paralelos e as fórmulas de propriedades geométricas para áreas circulares e retangulares, respectivamente:

$$\boldsymbol{I_x = \frac{1}{4}\pi r^4}$$

$$\boldsymbol{I_x = \frac{1}{12}bh^3}$$

7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

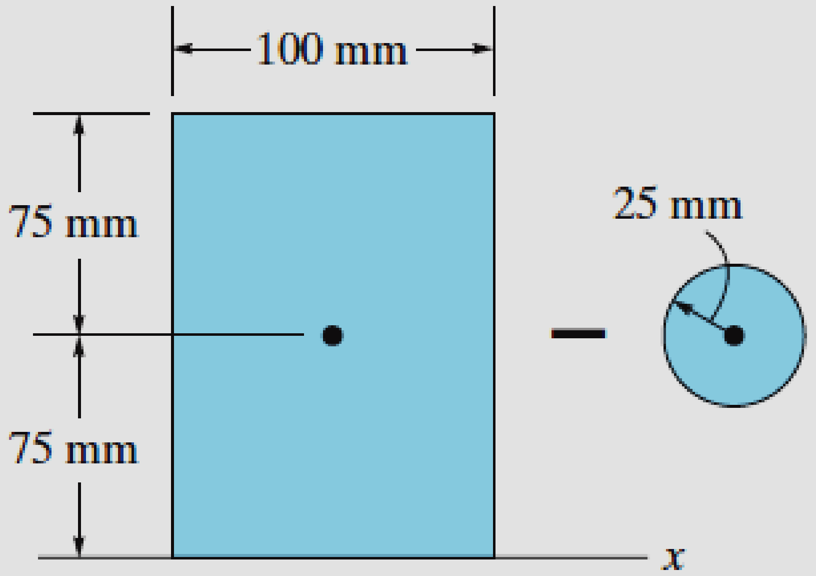
Solução:

2) Teorema dos eixos paralelos

- Para o círculo:

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$

$$= \frac{1}{4}\pi(25)^4 + \pi(25)^2(75)^2 = 11{,}4(10^6)\ \mathrm{mm}^4$$



- Para o retângulo**:**

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$

$$= \frac{1}{12}(100)(150)^3 + (100)(150)(75)^2 = 112{,}5(10^6)\ \mathrm{mm}^4$$

7.7. MOMENTO DE INÉRCIA PARA ÁREAS COMPOSTAS

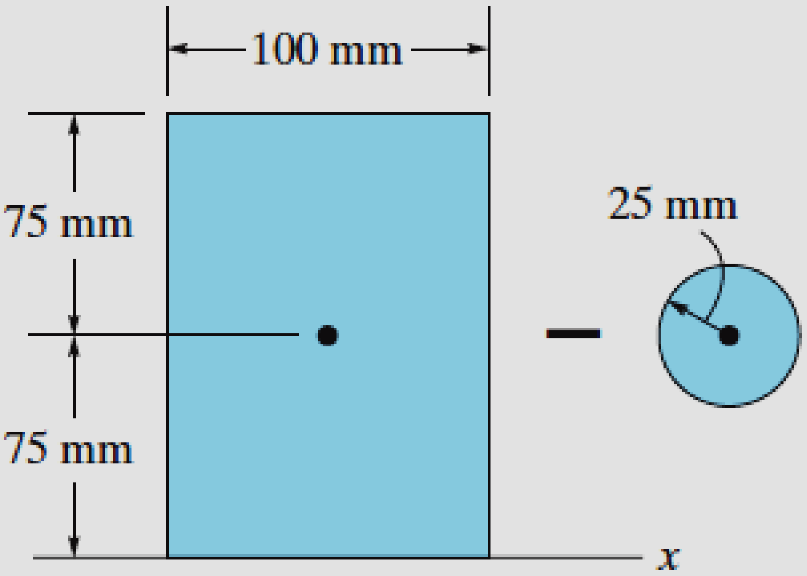
Solução:

3) Somatório

- Realizando o somatório entre o momento de inércia do círculo e do retângulo, teremos:

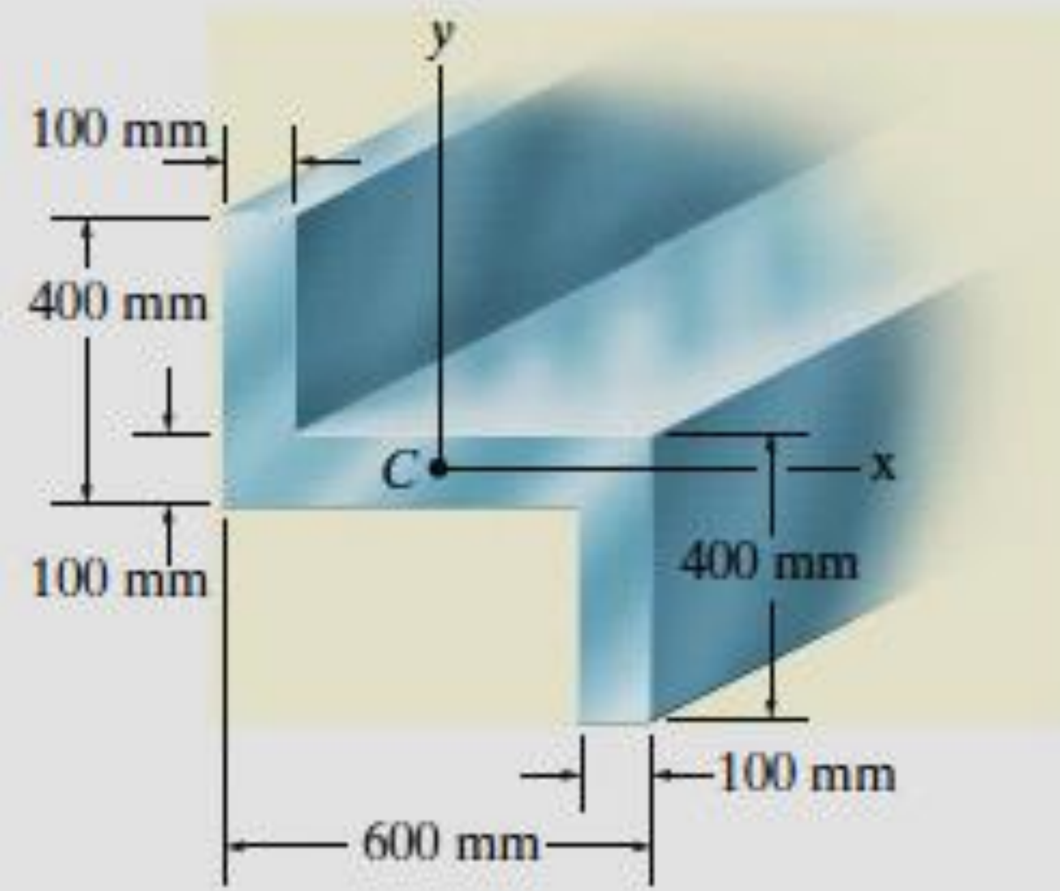
$$I_x = -11{,}4(10^6) + 112{,}5(10^6)$$

$$= 101(10^6)\ \text{mm}^4$$



Exercício 47:

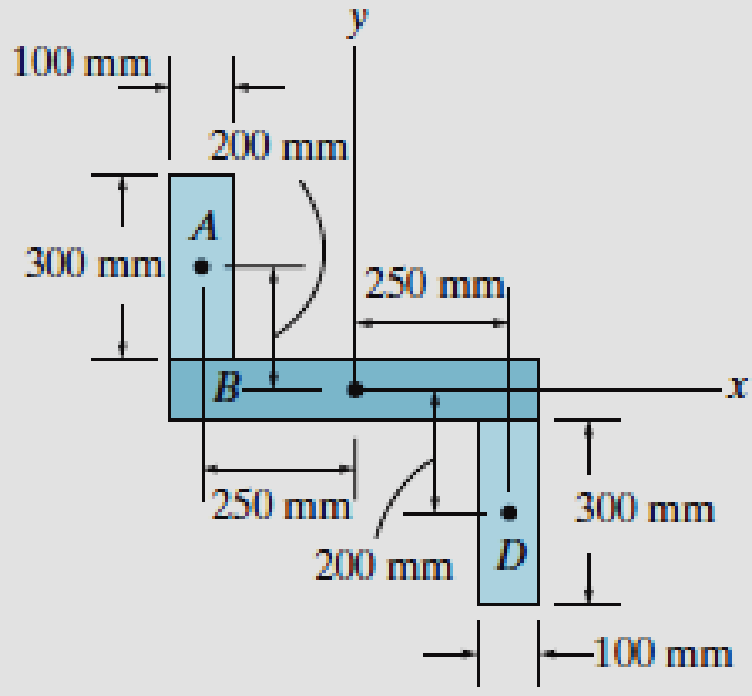
- Determine os momentos de inércia da área da seção transversal do membro mostrado na figura abaixo em relação aos eixos centroidais *x* e *y*.



Solução:

1) Partes componentes

- A seção transversal pode ser subdividida em três áreas retangulares $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ e $\boldsymbol{D}$;
- Para o cálculo, o centroide de cada um desses retângulos deve ser localizado.

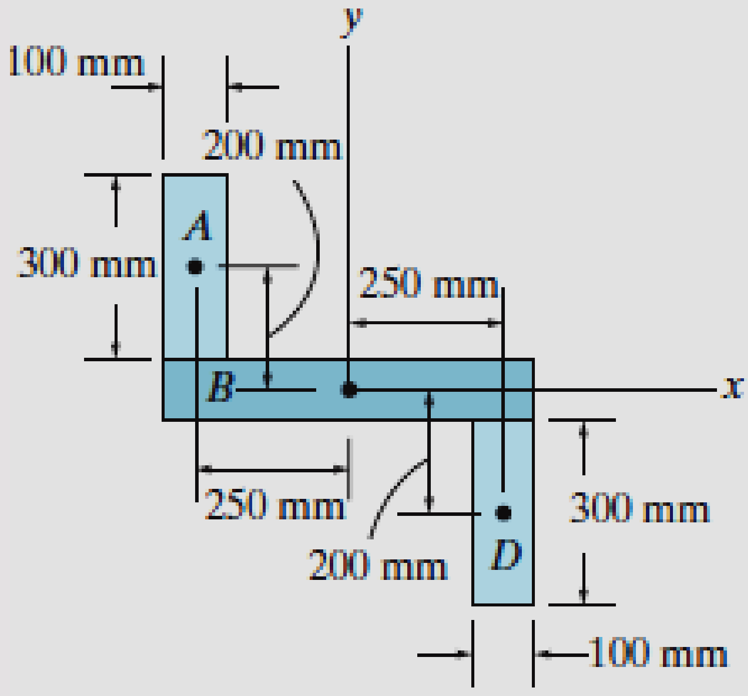


Solução:

2) Teorema dos eixos paralelos

- O momento de inércia do retângulo em relação a seu eixo centroidal é:

$$\bar{I} = \frac{1}{12} b h^3$$



Solução:

2) Teorema dos eixos paralelos

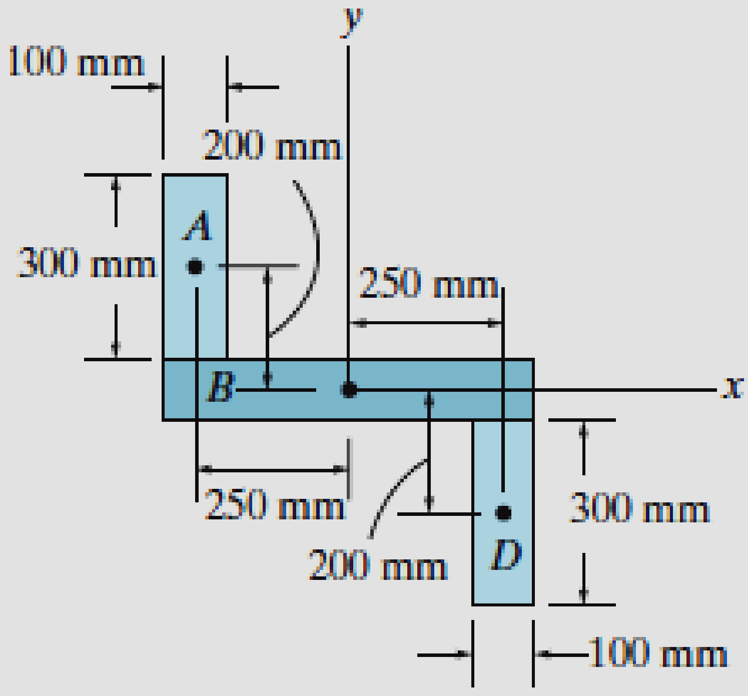
➢ Retângulos ***A*** e ***D***:

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$

$$= \frac{1}{12}(100)(300)^3 + (100)(300)(200)^2 = 1{,}425(10^9)\text{ mm}^4$$

$$I_y = \bar{I}_{y'} + Ad_x^2$$

$$= \frac{1}{12}(300)(100)^3 + (100)(300)(250)^2 = 1{,}90(10^9)\text{ mm}^4$$



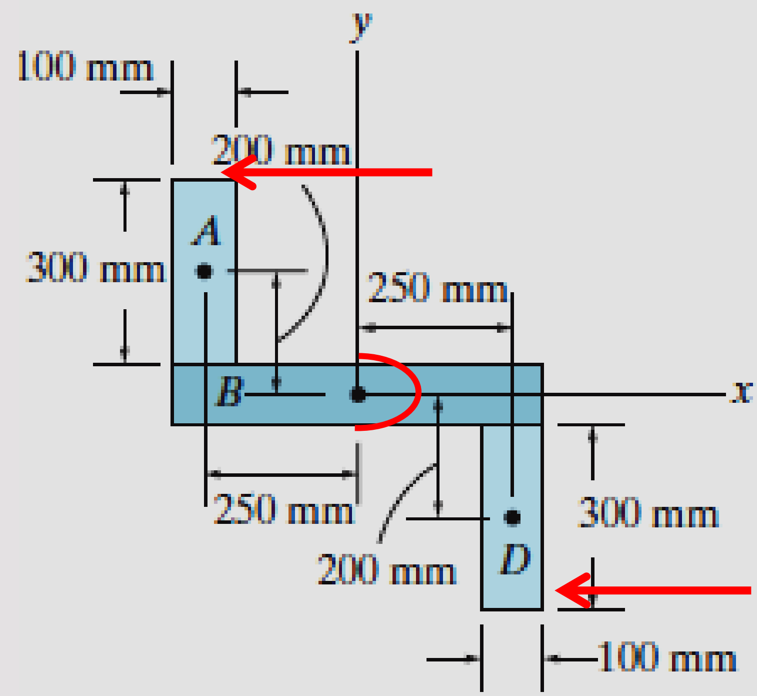
Solução:

2) Teorema dos eixos paralelos

- Retângulo ***B***:

$$I_x = \frac{1}{12}(600)(100)^3 = 0{,}05(10^9)\ \text{mm}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}(100)(600)^3 = 1{,}80(10^9)\ \text{mm}^4$$



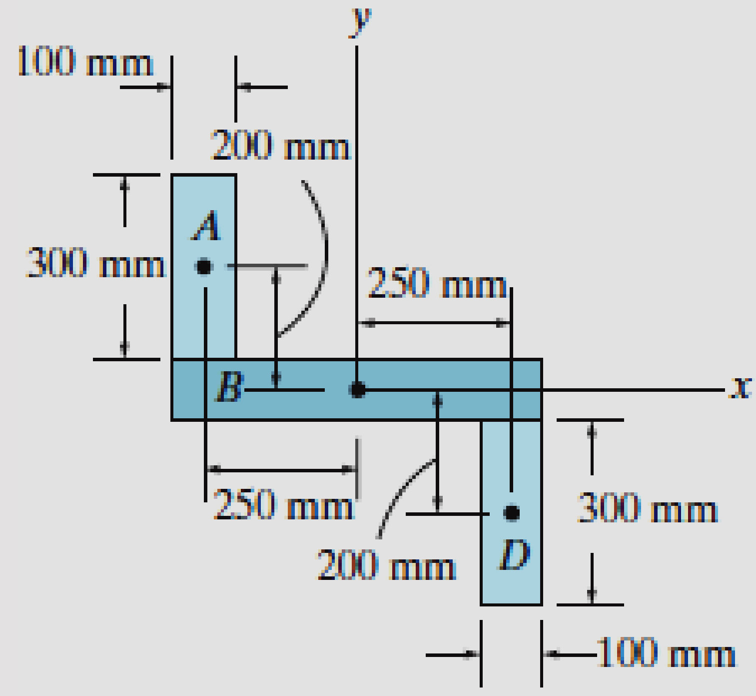
Solução:

3) Somatório

➢ Realizando o somatório entre o momento de inércia dos retângulos, teremos:

$$I_x = 2[1{,}425(10^9)] + 0{,}05(10^9) = 2{,}90(10^9)\ \text{mm}^4$$

$$I_y = 2[1{,}90(10^9)] + 1{,}80(10^9) = 5{,}60(10^9)\ \text{mm}^4$$



ATÉ A PRÓXIMA!