UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE TECNOLOGIA

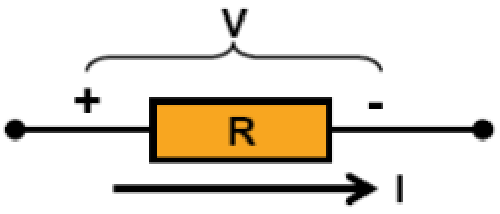
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA

RESISTÊNCIA, REATÂNCIA CAPACITIVA, REATÂNCIA INDUTIVA E IMPEDÂNCIA

Prof. Roger Cruz

ELETROTÉCNICA

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS RESISTORES

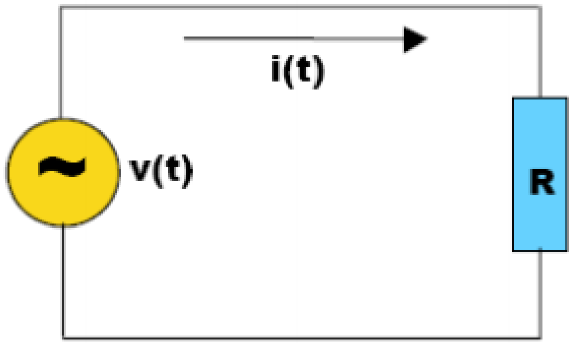


$$R = \frac{V}{I}$$

R - resistência do resistor (Ω);

V - tensão nos terminais do resistor (V);

I - corrente que atravessa o resistor (A);



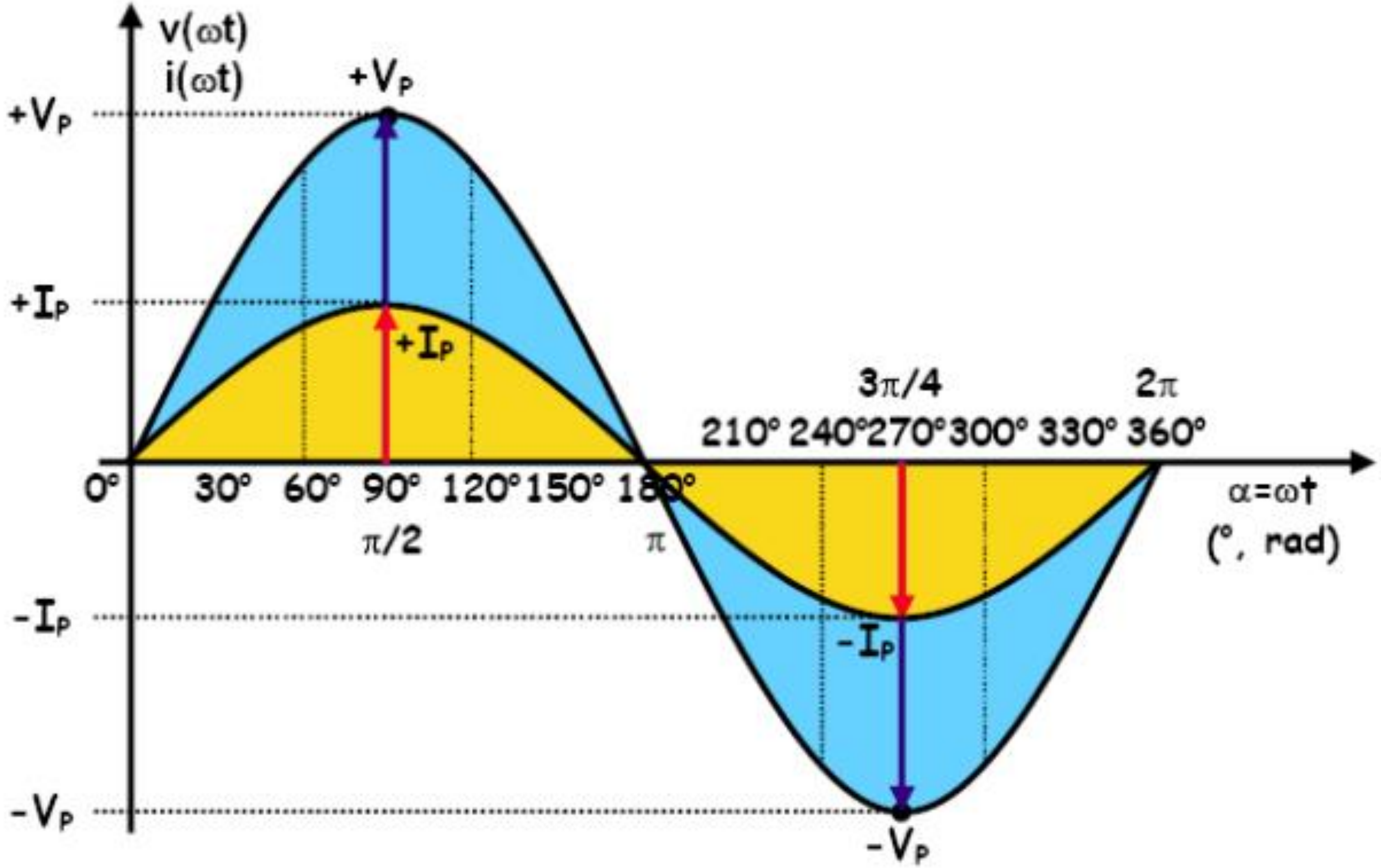
$$R = \frac{v(t)}{i(t)}$$

$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_p \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_v)}{R} = \frac{V_p}{R} \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_v)$$

$$I_p = \frac{V_p}{R}$$

$$i_R(t) = I_p \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_V)$$

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS RESISTORES



RESISTOR EM CORRENTE ALTERNADA

$$R = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}_R}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{V}_R}{R}$$

$$\dot{I}_R = \frac{V_{Ref}\angle\theta_V}{R\angle 0^\circ} = \frac{V_{Ref}}{R}\angle(\theta_V - 0^\circ)$$

$$I_{Ref} = \frac{V_{Ref}}{R}$$

$$\dot{I}_R = I_{Ref}\angle\theta_V$$

$$\dot{I}_R = I_{Ref}\angle\theta_I$$

EXEMPLO: A um resistor de 6Ω é aplicada uma tensão de 12Vef, 60 Hz e ângulo de fase inicial 0^0. Determine:

a) A expressão trigonométrica e o fasor para tensão

b) A expressão trigonométrica e o fasor para corrente

c) Trace as formas de onda para a) e b)

d) Trace o diagrama fasorial para tensão e corrente.

$$\omega = 2\pi f$$

$$V(t) = Vp.sen(\omega.t + \theta) \qquad I(t) = Ir\ .sen(\omega.t + \theta)$$

$$Vef = \frac{Vp}{\sqrt{2}} \Rightarrow Vp = Vef.\sqrt{2}$$

RESISTOR EM CORRENTE ALTERNADA

RESISTOR EM CORRENTE ALTERNADA

SOLUÇÃO:

Como a freqüência é 60Hz, então a freqüência angular é determinada por:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 60 = 377 \quad \text{rad/s}$$

Assim, podemos determinar a expressão da tensão instantânea:

$$v(t) = 12 \cdot \sqrt{2} \cdot sen(377 \cdot t + 0) = 16{,}97 \cdot sen(377 \cdot t) \quad V$$

E o fasor tensão:

$$\dot{V} = 12\angle 0^\circ \quad V$$

O fasor corrente é determinado pela relação:

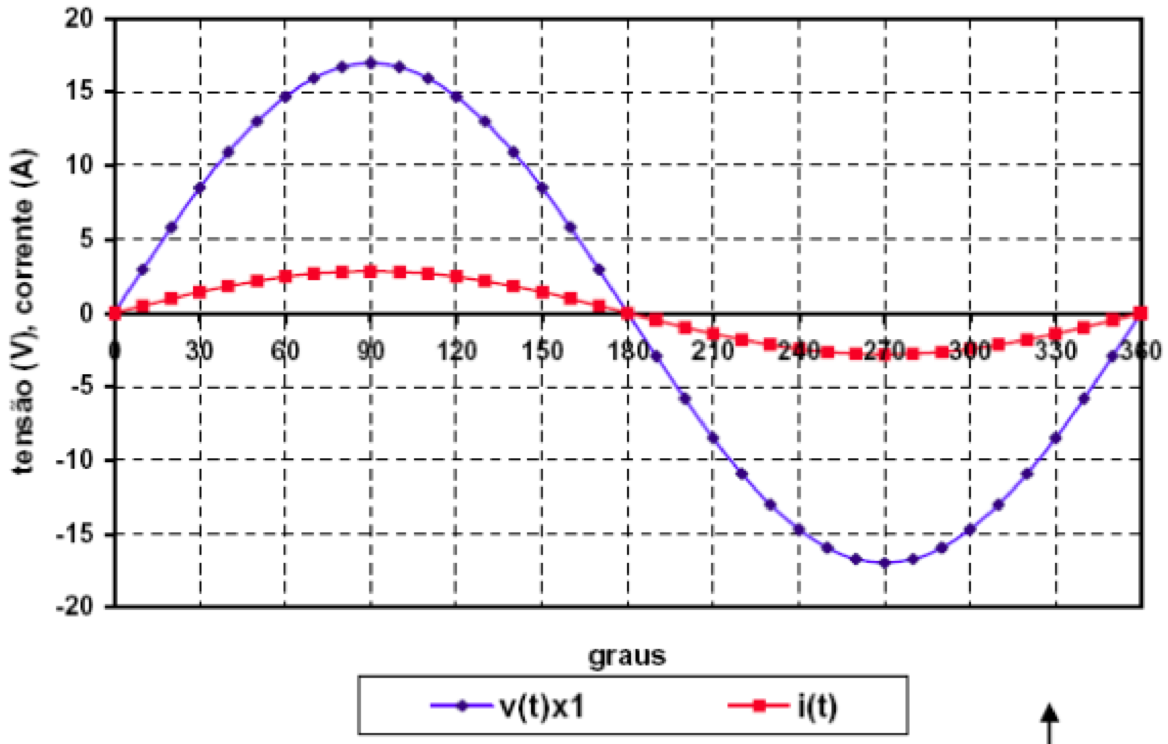
$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R} = \frac{12\angle 0^\circ}{6} = 2\angle 0^\circ \quad A$$

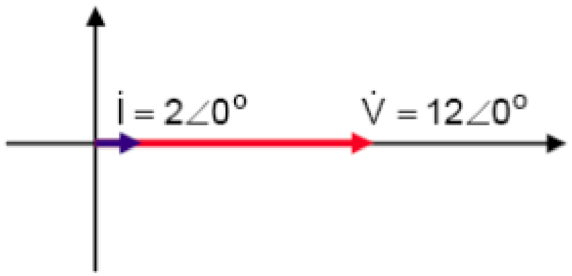
A corrente instantânea é:

$$i(t) = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot sen(377 \cdot t + 0) = 2{,}83 \cdot sen(377 \cdot t) \quad A$$

RESISTOR EM CORRENTE ALTERNADA

SOLUÇÃO:





RESISTOR EM CORRENTE ALTERNADA
EXERCÍCIOS:

Dados os circuitos da figura 6.1.5, determine:

a. O fasor tensão da fonte;

b. a corrente fornecida pela fonte na forma trigonométrica e fasorial;

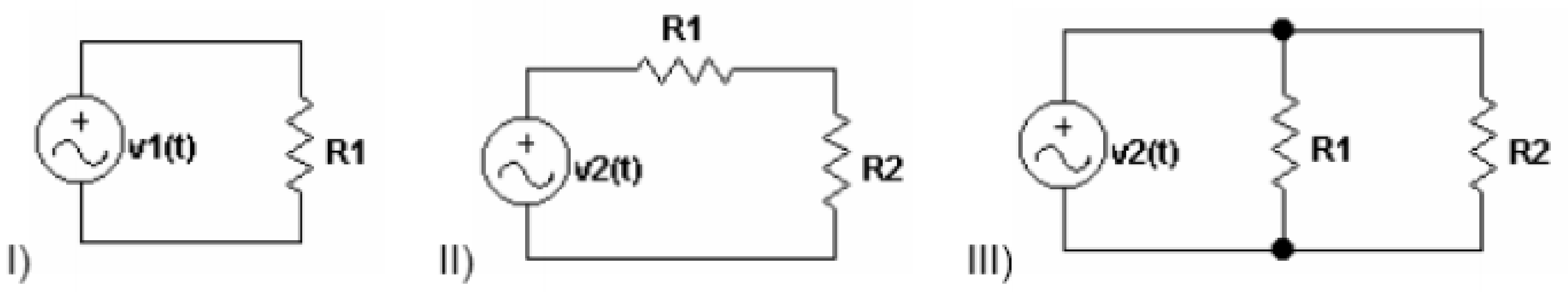
c. a tensão e a corrente em cada resistor (forma trigonométrica e fasorial)

d. formas de onda da tensão e corrente da fonte e em cada resistor em função do tempo num mesmo gráfico

e. diagrama fasorial completo.

Dados: $v1(t) = 220.sen(377.t+90^o)$; $v2(t) = 100.sen(1000.t+0^o)$; $v3(t) = 100.sen(1000.t-60^o)$

$R1=20\Omega$; $R2=30\Omega$



RELAÇÃO TENSÃO E CORRENTE NOS CAPACITORES

$$C = \frac{Q}{V} \qquad [\text{Farad}]$$

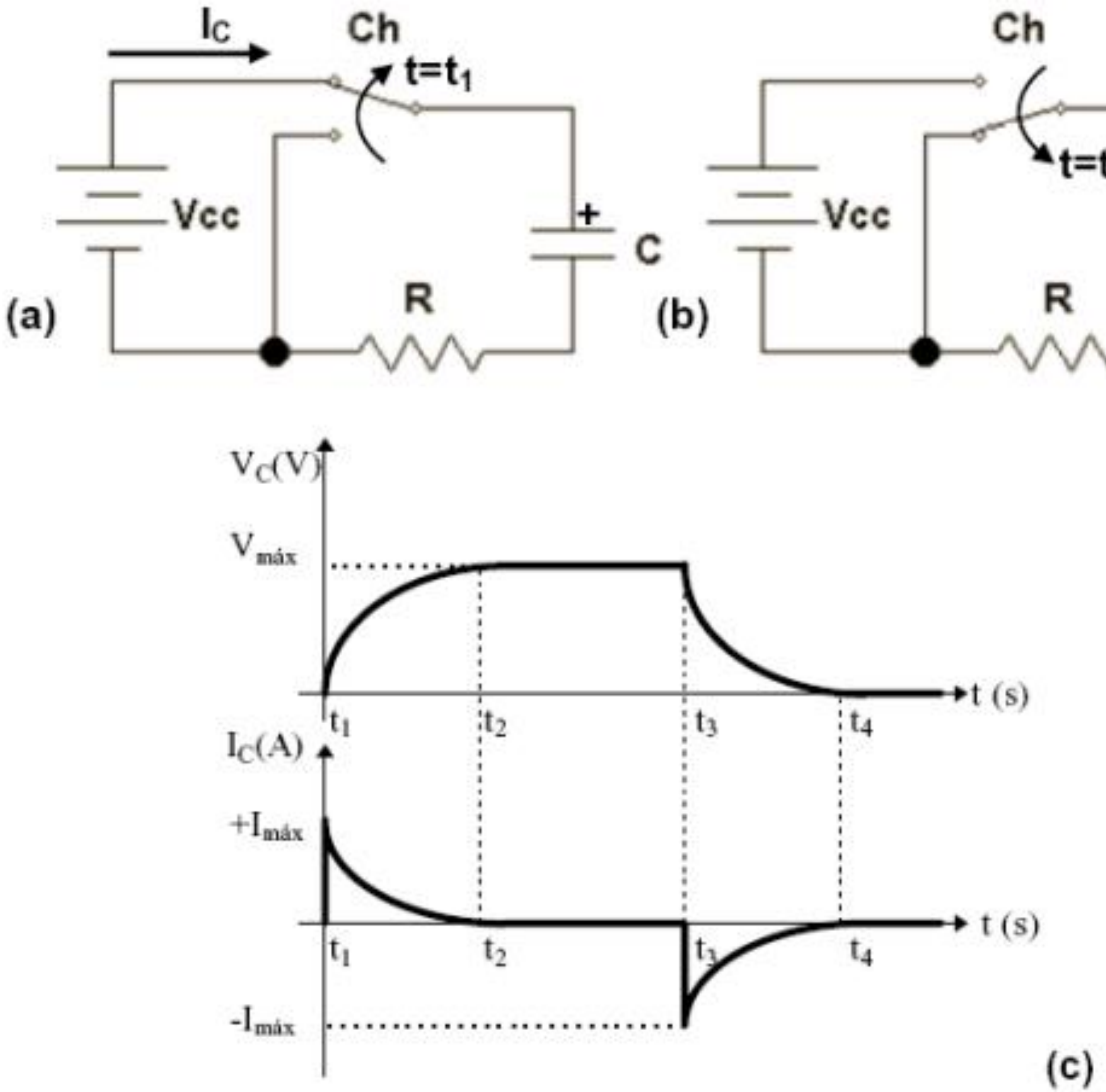
$$En = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \qquad [\text{Joule}]$$

$$C = \frac{dQ}{dv}$$

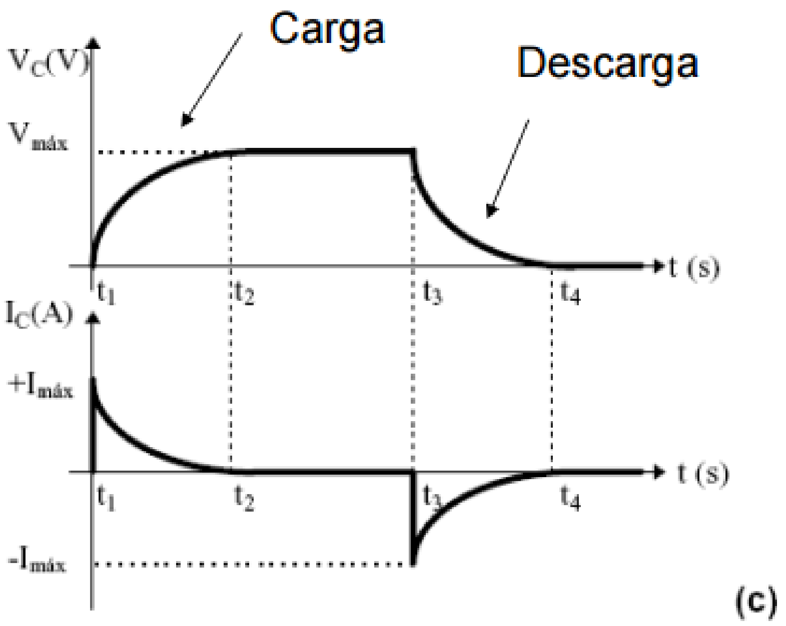
$$C = \frac{dQ}{dv} \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dt}{dv} = i(t) \cdot \frac{dt}{dv}$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{dv_C}{dt} \qquad v_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C \cdot dt$$

CAPACITOR EM CORRENTE CONTÍNUA



CAPACITOR EM CORRENTE CONTÍNUA



Descarga:

$$v_R(t) = -Vcc \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v_C(t) = Vcc \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i_C(t) = -\frac{Vcc}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Carga:

$$v_R(t) = Vcc \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad i_C(t) = +\frac{Vcc}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v_C(t) = Vcc \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

CAPACITOR EM CORRENTE ALTERNADA

Nos terminais de um capacitor num circuito CA, a corrente sempre estará adiantada de 90° em relação à tensão.

$v_c(t) = V_p \,.\, \text{sen}\,(\omega.t + 0^o)$ ou $\dot{V}_c = V_{ef}\angle 0^o$

$i_c(t) = I_p \,.\, \text{sen}\,(\omega.t + 90^o)$ ou $\dot{I}_c = I_{ef}\angle 90^o$

$$v_C(t) = V_P \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$i_C = C \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{d(V_p \cdot \text{sen}\,\omega t)}{dt} = \omega \cdot V_p \cdot \cos\omega t$$

$$i_C = C \cdot \frac{dv_C}{dt} = C \cdot \omega \cdot V_p \cdot \cos\omega t$$

$$i_C = \omega \cdot C \cdot V_p \cdot \cos\omega t$$

$$I_p = \omega \cdot C \cdot V_p$$

$$\cos(\omega t) = \text{sen}(\omega t + 90^o)$$

$$i_C(t) = I_p \cdot \text{sen}(\omega t + 90^o)$$

CAPACITOR EM CORRENTE ALTERNADA

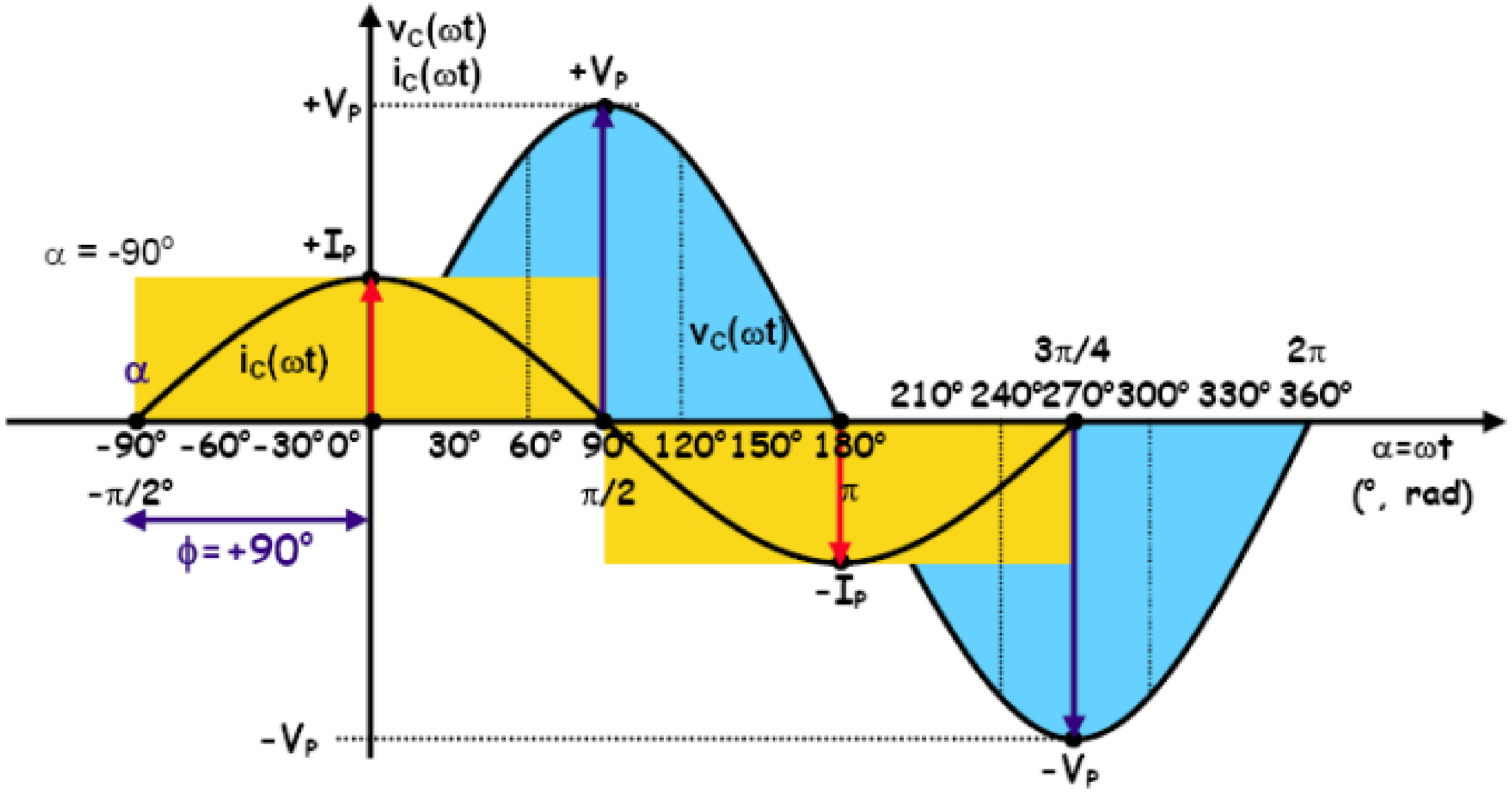
$$v_C(t) = V_p \cdot sen(\omega t \pm \theta_v)$$

$$i_C(t) = \omega \cdot C \cdot V_p \cdot sen(\omega t \pm \theta_v + 90^o)$$

$$i_C(t) = I_p \cdot sen(\omega t + \theta_I)$$

$$\theta_I = \theta_V + 90^o$$

CAPACITOR EM CORRENTE ALTERNADA



REATÂNCIA CAPACITIVA

$$|X_C| = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$|X_C| = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$|X_c| = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} = \frac{V_p/\sqrt{2}}{I_p/\sqrt{2}} = \frac{V_p}{I_p} = \frac{V_p}{\omega \cdot C \cdot V_p} = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$|X_c|$ - módulo da Reatância Capacitiva (Ω)

C - capacitância (F)

f - freqüência do sinal (Hz)

ω - freqüência angular (rad/s)

A Reatância Capacitiva X_c é a medida da oposição que um capacitor oferece à variação da tensão entre seus terminais.

REATÂNCIA CAPACITIVA

$$|X_C| = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

O capacitor ideal comporta-se como um circuito aberto em corrente contínua (freqüência nula) e como uma reatância elétrica (X_c) em corrente alternada, pois se opõe à variação de tensão. Para freqüências muito altas, o capacitor comporta-se praticamente como um curto-circuito.

- Em CC a freqüência é nula (f = 0Hz), então a reatância capacitiva tende a infinito ($X_C \rightarrow \infty\Omega$): o capacitor se comporta como um circuito aberto.
- Em CA quando a freqüência for muito alta ($f \rightarrow \infty$), a reatância capacitiva tende a zero ($X_L \rightarrow 0\Omega$): o capacitor se comporta como um curto-circuito.

LEI DE OHM PARA O CAPACITOR EM CORRENTE ALTERNADA

$$X_C = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}_C}$$

X_C – reatância capacitiva (Ω);

$\dot{V}_C$ - fasor tensão no capacitor (V);

$\dot{I}_C$ - fasor corrente no capacitor (A).

$$v_C(t) = V_p \cdot \text{sen}(\omega t \pm \theta_v) \longrightarrow \dot{V}_C = V_{Cef}\angle\theta_V$$

$$i_C(t) = I_p \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_v + 90^\circ) \longrightarrow \dot{I}_C = I_{Cef}\angle\theta_I = I_{Cef}\angle(\theta_V + 90^\circ)$$

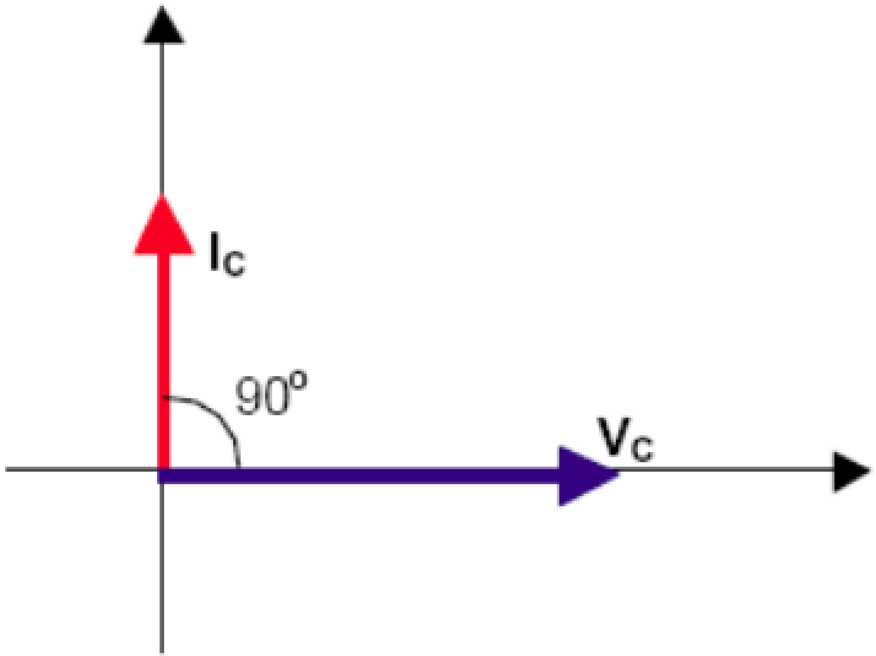
$$X_C = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}_C} = \frac{V_{Cef}\angle\theta_V}{I_{Cef}\angle(\theta_V + 90^\circ)} = \frac{V_{Cef}}{I_{Cef}}\angle[\theta_V - (\theta_V + 90^\circ)] = |X_c|\angle -90^\circ = -j \cdot |X_C|$$

LEI DE OHM PARA O CAPACITOR EM CORRENTE ALTERNADA

$$X_C = -j|X_C| = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$-j = \frac{1}{+j}$$

$$X_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = \frac{1}{j \cdot (2\pi f) \cdot C}$$



RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

$$v_L = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

v_L – tensão induzida nos terminais do indutor (V);

N – número de espiras da bobina indutora;

$d\phi/dt$ – taxa de variação do fluxo magnético no tempo (Wb/s);

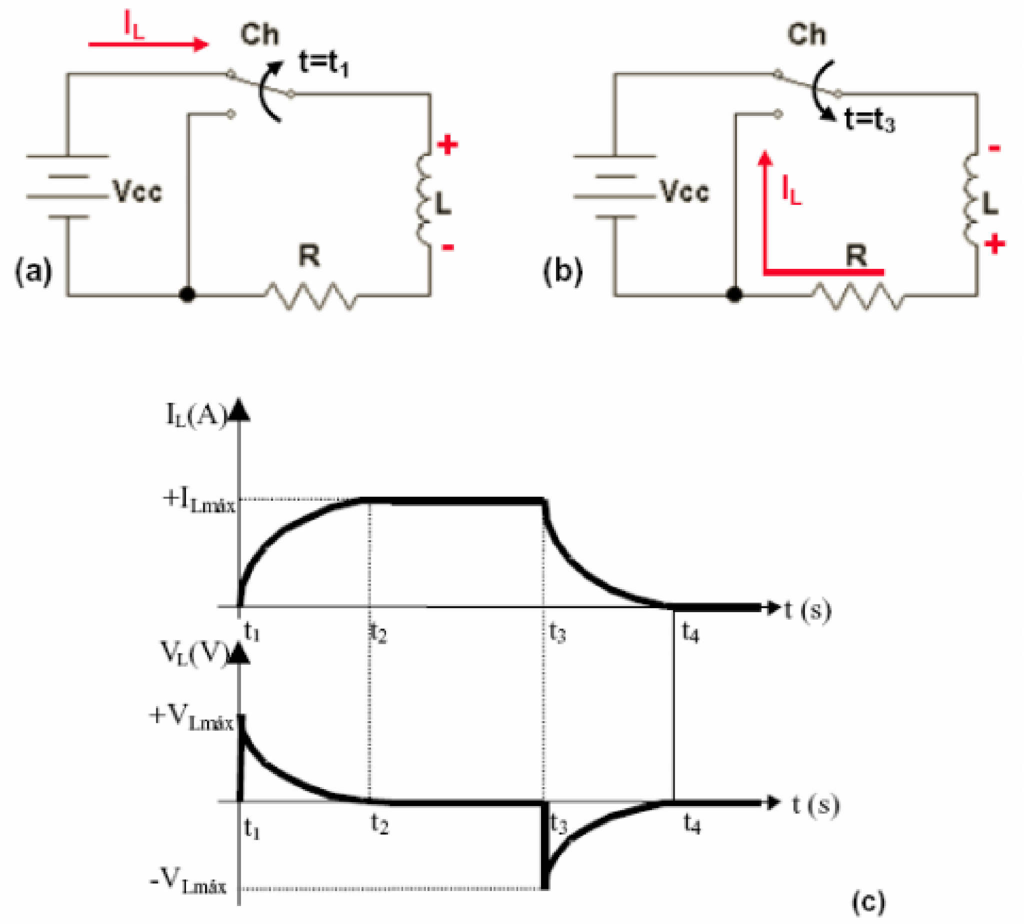
$$L = N \cdot \frac{d\phi}{dI}$$

$$v_L = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{\frac{L \cdot dI}{N}}{dt} = -N \cdot \frac{L \cdot dI}{N} \cdot \frac{1}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt} \longrightarrow v_L = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

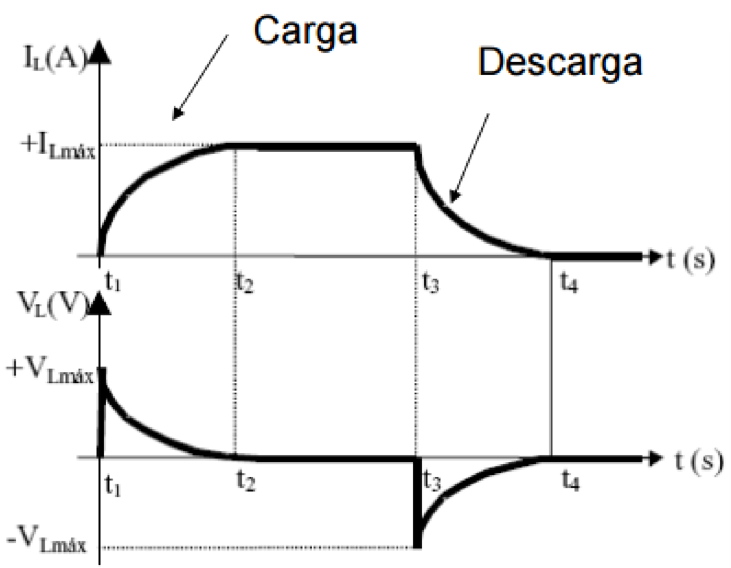
$$En = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$ Joules

$$v_L(t) = -L \cdot \frac{dI}{dt} \longleftrightarrow i_L = \frac{1}{L} \cdot \int v_L \cdot dt$$

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES



RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES



Carga:

$$v_R(t) = Vcc \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$$

$$v_L(t) = Vcc \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \quad i_L(t) = \frac{Vcc}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$$

Descarga:

$$v_R(t) = Vcc \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$v_L(t) = -Vcc \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$i_L(t) = \frac{Vcc}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

Nos terminais de um indutor num circuito CA, a tensão sempre estará adiantada de 90º em relação à corrente.

$v_L(t) = V_p \,.\, \text{sen}\,(\omega.t + 0^\circ)$ ou $\dot{V}_L = V_{ef}\angle 0^\circ$

$i_L(t) = I_p \,.\, \text{sen}\,(\omega.t - 90^\circ)$ ou $\dot{I}_L = V_{ef}\angle -90^\circ$

$$v_L(t) = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$i_L(t) = I_p \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{d(I_p \cdot \text{sen}\,\omega t)}{dt} = \omega \cdot I_p \cdot \cos \omega t$$

$$v_L(t) = L \cdot \frac{di_L}{dt} = L \cdot (\omega \cdot I_p \cdot \cos \omega t) = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot \cos \omega t$$

$$v_L(t) = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot \cos(\omega t)$$

$$v_L(t) = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

$$V_p = \omega \cdot L \cdot I$$

$$v_L(t) = V_p \cdot \cos(\omega t)$$

$$v_L(t) = V_p \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ)$$

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

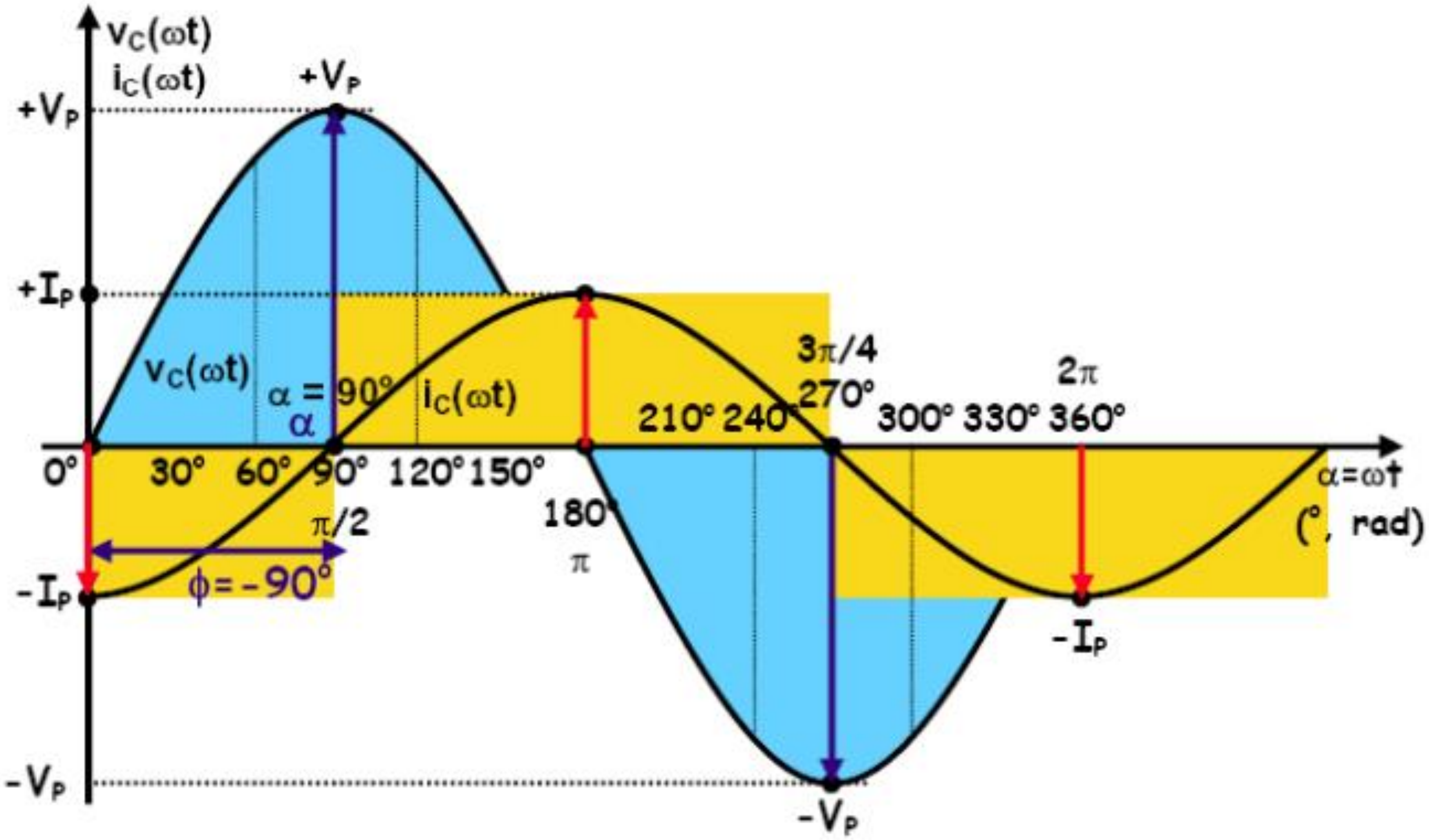
$$i_L(t) = I_p \cdot sen(\omega t \pm \theta_I)$$

$$v_L(t) = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot sen(\omega t \pm \theta_I + 90^\circ)$$

$$v_L(t) = V_p \cdot sen\left(\omega t \pm \theta_I + 90^\circ\right)$$

$$\theta_V = \theta_I + 90^\circ \quad \text{ou} \quad \theta_I = \theta_{VI} - 90^\circ$$

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES



RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

$$|X_L| = \omega \cdot L$$

$$|X_L| = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$|X_L| = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} = \frac{V_p/\sqrt{2}}{I_p/\sqrt{2}} = \frac{V_p}{I_p} = \frac{\omega \cdot L \cdot I_p}{I_p} = \omega \cdot L$$

$|X_L|$ - módulo da Reatância Indutiva (Ω)

L - indutância (H)

f - freqüência do sinal (Hz)

ω - freqüência angular (rad/s)

A Reatância Indutiva X_L é a medida da oposição que um indutor oferece à variação da corrente em seus terminais.

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

$$|X_L| = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

O **indutor ideal** comporta-se como um **curto-circuito em corrente contínua** e como uma reatância elétrica em corrente alternada - X_L (se opõe à variação de corrente). Para **freqüências muito altas**, o indutor comporta-se praticamente como um **circuito aberto**.

- Em corrente contínua constante a freqüência é nula ($f = 0Hz$) e a reatância indutiva também é nula ($X_L = 0\Omega$) e o indutor se comporta como um curto-circuito.
- Em corrente alternada, quando a freqüência tende a um valor muito alto ($f \rightarrow \infty$), a reatância indutiva também aumenta muito ($X_L \rightarrow \infty\Omega$) e o indutor se comporta como um circuito aberto.

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

$$X_L = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}_L}$$

X_L – reatância indutiva (Ω);

$\dot{V}_L$ - fasor tensão no indutor (V);

$\dot{I}_L$ - fasor corrente no indutor (A).

$$i_L(t) = I_p \cdot sen(\omega t \pm \theta_I) \longrightarrow \dot{I}_L = \frac{I_p}{\sqrt{2}} \angle \theta_I = I_{Lef} \angle \theta_I$$

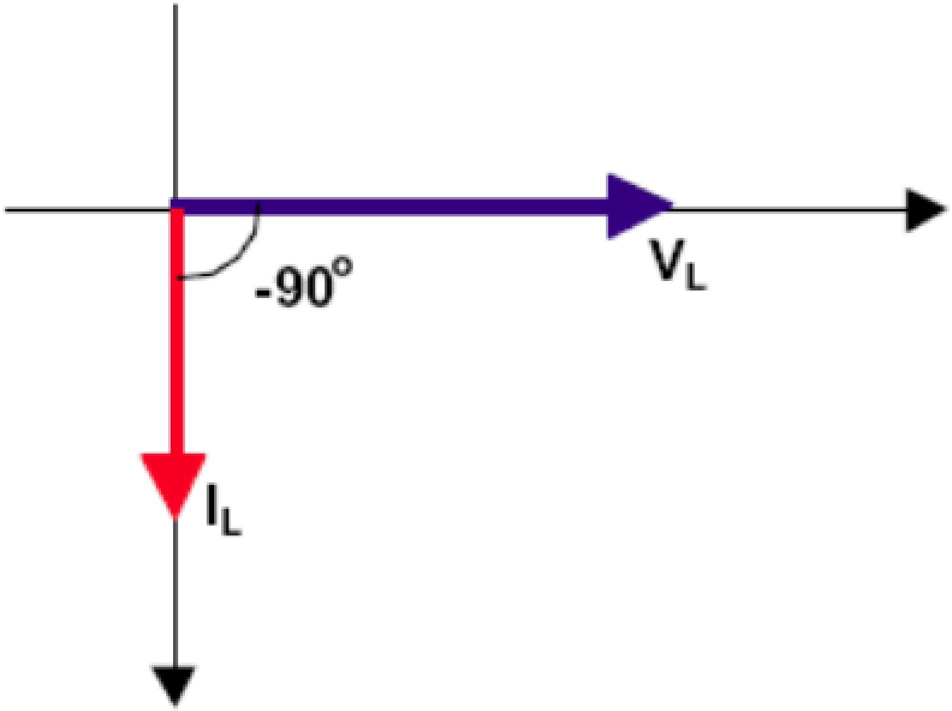
$$v_L(t) = \omega \cdot L \cdot I_p \cdot sen(\omega t \pm \theta_I + 90^o) \longrightarrow \dot{V}_L = \frac{V_p}{\sqrt{2}} \angle(\theta_I + 90^o) = V_{Lef} \angle(\theta_I + 90^o)$$

$$X_L = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}_L} = \frac{V_{Lef} \angle(\theta_I + 90^o)}{I_{Lef} \angle \theta_I} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} \angle \left[\theta_I + 90^o - \theta_I\right] = |X_L| \angle + 90^o = +j \cdot |X_L|$$

$$X_L = j|X_L| = j \cdot \omega \cdot L = \omega \cdot L \angle 90^o \qquad |X_L| = \omega \cdot L \quad \text{ou} \quad |X_L| = (2 \cdot \pi \cdot f) \cdot L$$

RELAÇÃO TENSÃO CORRENTE NOS INDUTORES

$$X_L = j|X_L| = j \cdot \omega \cdot L = \omega \cdot L\angle 90^\circ$$



Bibliografia

- Boylestad, Robert L. **Introdução a Análise de Circuitos**. São Paulo, . 10ª Ed. LTC, 2014.
- DOS SANTOS, Alex Ferreira. **Eletricidade Aplicada.** 1 ed, 2016.