INSTITUTO DE TECNOLOGIA - UFPA
FACULDADE DE ENG. MECÂNICA

DISCIPLINA: MECÂNICA DOS SÓLIDOS I

Parte 6: Cisalhamento por cargas transversais

Professor: Leonardo Dantas Rodrigues

Força cortante na face horizontal de um elemento de viga e fluxo de cisalhamento

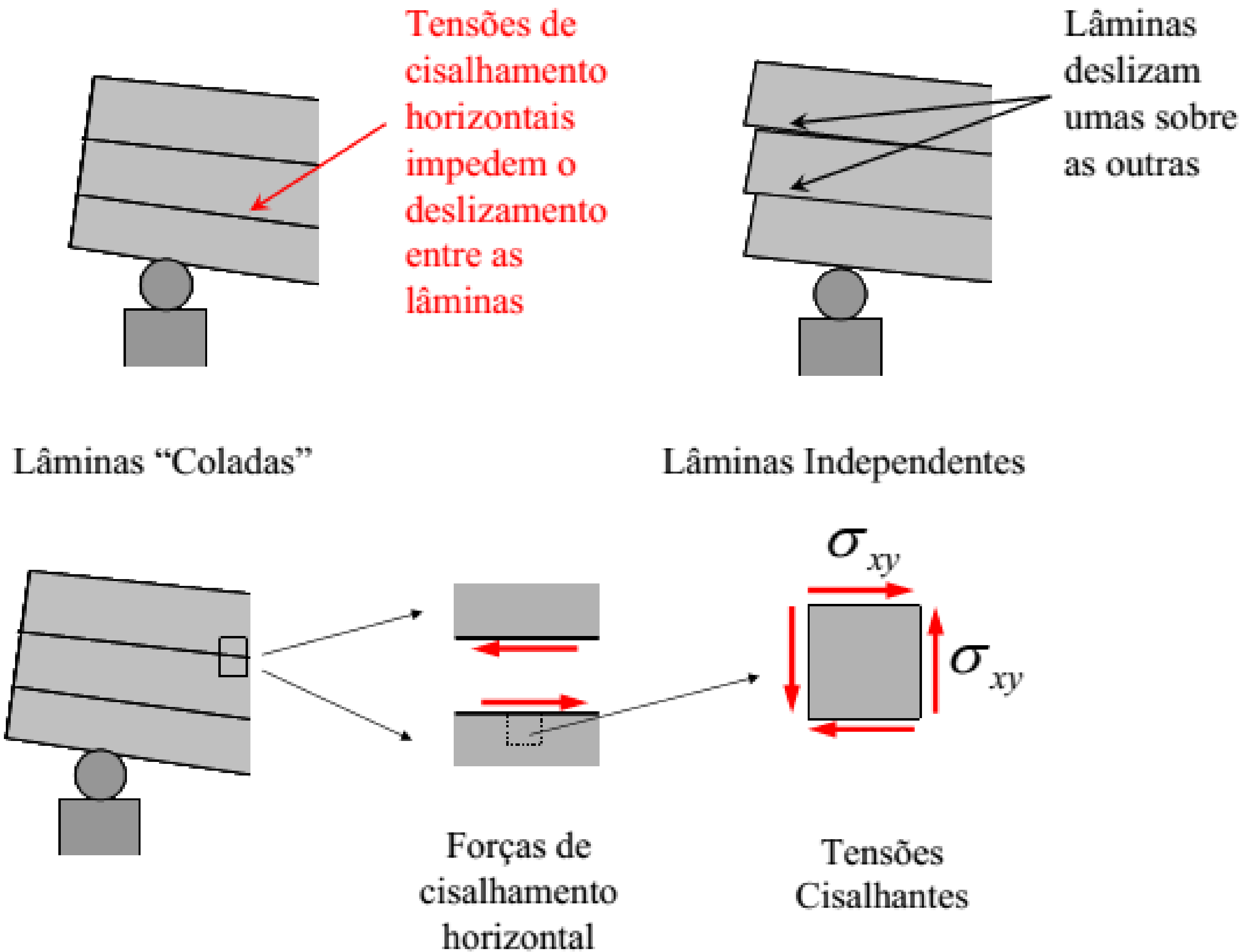


Figura 6.1

Força cortante na face horizontal de um elemento de viga e fluxo de cisalhamento

Carregamento transversal aplicado em uma viga resultará em tensões normais e de cisalhamento nas seções transversais.

A distribuição de tensões normais e de cisalhamento satisfazem:

$$F_x = \int \sigma_x dA = 0 \qquad (6.1) \qquad M_x = \int \left(y\tau_{xz} - z\tau_{xy} \right) dA = 0 \qquad (6.4)$$

$$F_y = \int \tau_{xy} dA = -V \qquad (6.2) \qquad M_y = \int z\sigma_x dA = 0 \qquad (6.5)$$

$$F_z = \int \tau_{xz} dA = 0 \qquad (6.3) \qquad M_z = \int \left(-y\sigma_x \right) = M \qquad (6.6)$$

Quando tensões de cisalhamento são exercidas sobre as faces verticais de um elemento, tensões iguais devem ser exercidas sobre as outras faces horizontais. Cisalhamento longitudinal deve existir em qualquer elemento submetido a uma carga transversal.

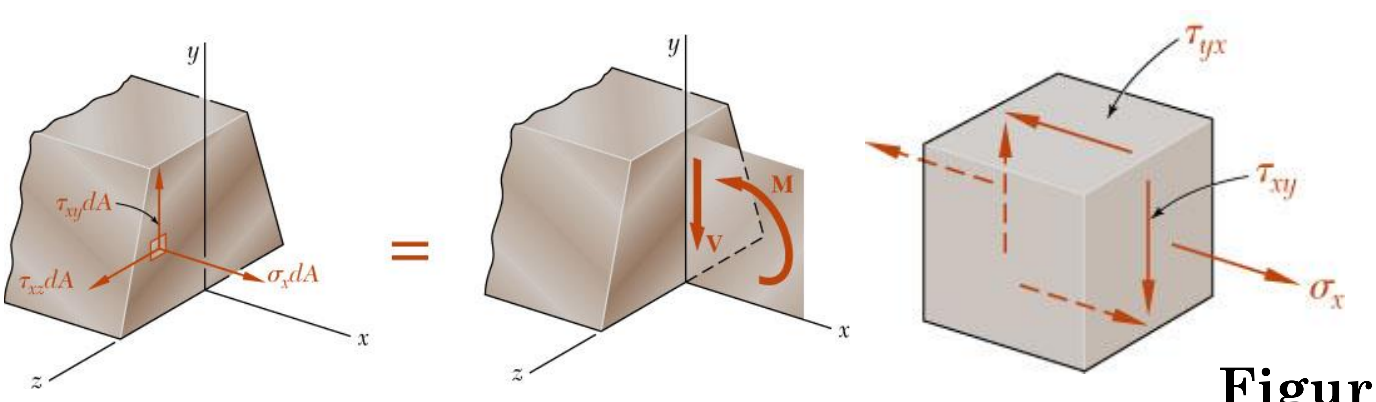


Figura 6.2

Força cortante na face horizontal de um elemento de viga e fluxo de cisalhamento

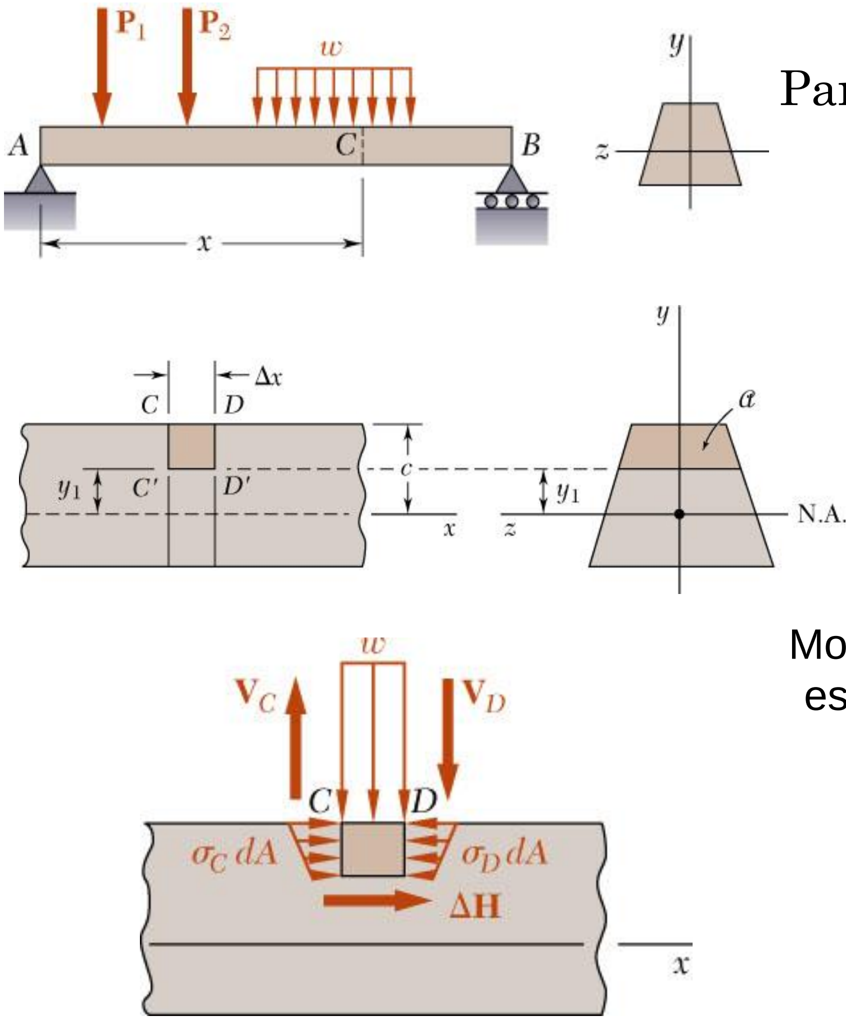


Figura 6.3

Considere a viga prismática da fig. 6.3.

Para o equilíbrio do elemento de viga, tem-se:

$$\sum F_x = 0 = \Delta H + \int_A (\sigma_C - \sigma_D)\, dA$$

$$\Delta H = \frac{M_D - M_C}{I} \int_A y\, dA \qquad (6.7)$$

Sendo:

$$Q = \int_A y\, dA \qquad (6.8)$$

Momento estático

$$M_D - M_C = \frac{dM}{dx} \Delta x = V\, \Delta x \qquad (6.9)$$

Substitutindo,

$$\Delta H = \frac{VQ}{I} \Delta x$$

$$\boxed{q = \frac{\Delta H}{\Delta x} = \frac{VQ}{I} = \textit{fluxo de cisalhamento}} \qquad (6.10)$$

Força cortante na face horizontal de um elemento de viga e fluxo de cisalhamento

Exemplo 6.1: Uma viga é feita de três pranchas, pregadas juntas (figura 6.4). Sabendo que o espaçamento entre os pregos é de 25 mm e que o cisalhamento vertical da viga é V = 500 N, determine a força cortante em cada prego.

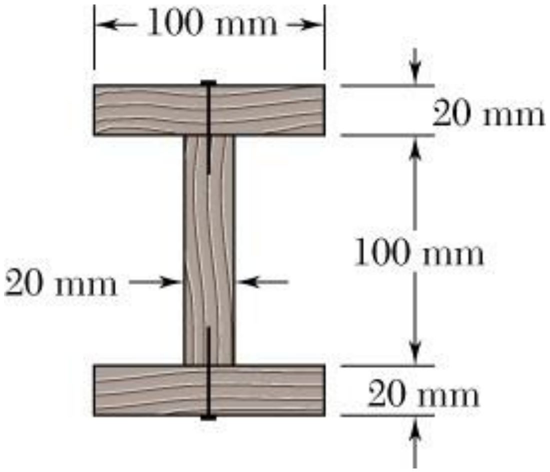


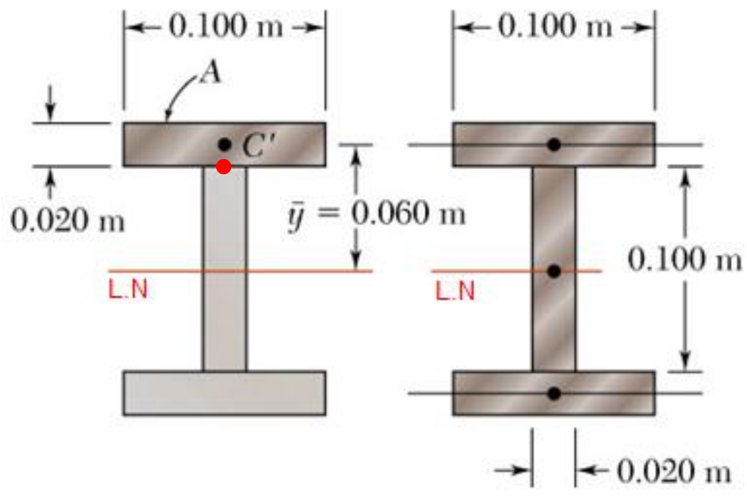
Figura 6.4

Etapas para solução:

- Determine a força horizontal por unidade de comprimento ou o fluxo de cisalhamento (q) na superfície inferior da prancha superior.
- Calcular a força cortante correspondente em cada prego.

Força cortante na face horizontal de um elemento de viga e fluxo de cisalhamento

Exemplo 6.1: SOLUÇÃO



$$Q = A\bar{y}\ (momento\ estático)$$
$$= (0.020\,\text{m} \times 0.100\,\text{m})(0.060\,\text{m})$$
$$Q = 120 \times 10^{-6}\,\text{m}^3$$
$$I = \tfrac{1}{12}(0.020\,\text{m})(0.100\,\text{m})^3$$
$$+2[\tfrac{1}{12}(0.100\,\text{m})(0.020\,\text{m})^3$$
$$+(0.020\,\text{m} \times 0.100\,\text{m})(0.060\,\text{m})^2]$$
$$I = 16.20 \times 10^{-6}\,\text{m}^4$$

A **força horizontal por unidade de comprimento ou o fluxo de cisalhamento (*q*)** na superfície inferior da prancha superior é:

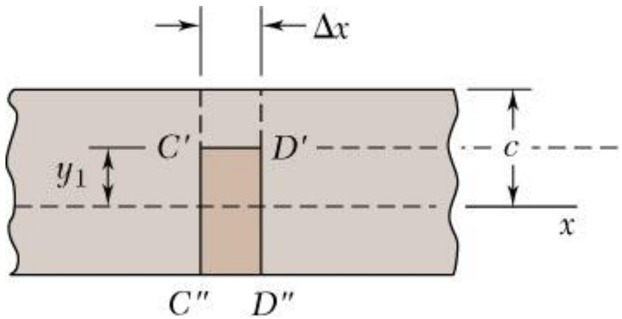
$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{(500\text{N})(120 \times 10^{-6}\text{m}^3)}{16.20 \times 10^{-6}\text{m}^4}$$
$$= 3704 \,\text{N/m}$$

Cálculo da **força de cisalhamento** correspondente em cada prego para um espaçamento de 25 mm:

$$F = (0.025\,\text{m})q = (0.025\,\text{m})(3704\,N/m)$$

$$\boxed{F = 92.6\,\text{N}}$$

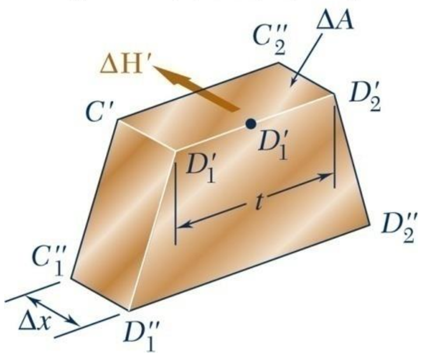
Tensões de Cisalhamento em uma viga

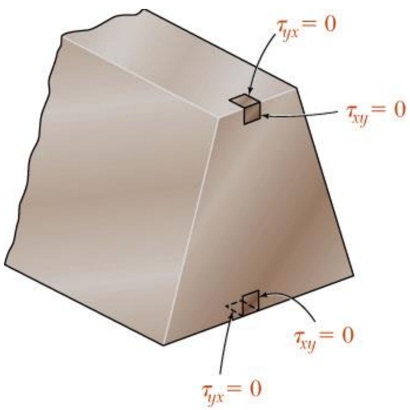


A tensão de cisalhamento média (ao longo da largura) na face horizontal do elemento é obtida dividindo a força de cisalhamento no elemento pela área da face.

$$\tau_{méd} = \frac{\Delta H}{\Delta A} = \frac{q\,\Delta x}{\Delta A} = \frac{VQ}{I}\,\frac{\cancel{\Delta x}}{t\,\cancel{\Delta x}}$$

$$\tau_{méd} = \frac{VQ}{It} \qquad (6.11)$$





Nas superfícies superior e inferior da viga, $\tau_{yx} = 0$.

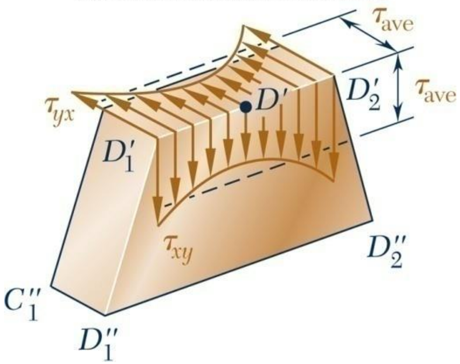


Figura 6.5

Se a largura da viga é relativamente pequena comparável com à altura, a tensão de cisalhamento varia muito pouco ao longo da largura. E o valor médio pode ser usado sem problemas.

Tensões de Cisalhamento em uma viga
(seções comuns)

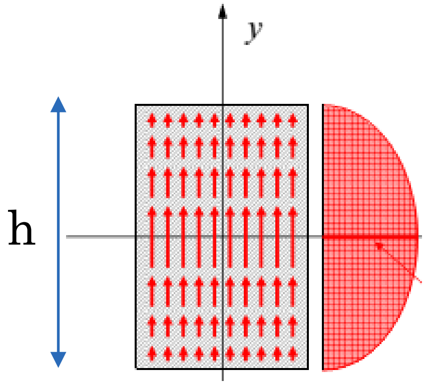


Figura 6.6

Seção retangular:

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right), sendo\ c = \frac{h}{2} \qquad (6.12)$$

$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A} \qquad (6.13)$$

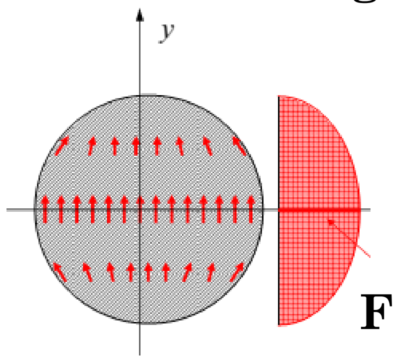


Figura 6.7

Seção circular:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3}\frac{V}{A} \qquad (6.14)$$

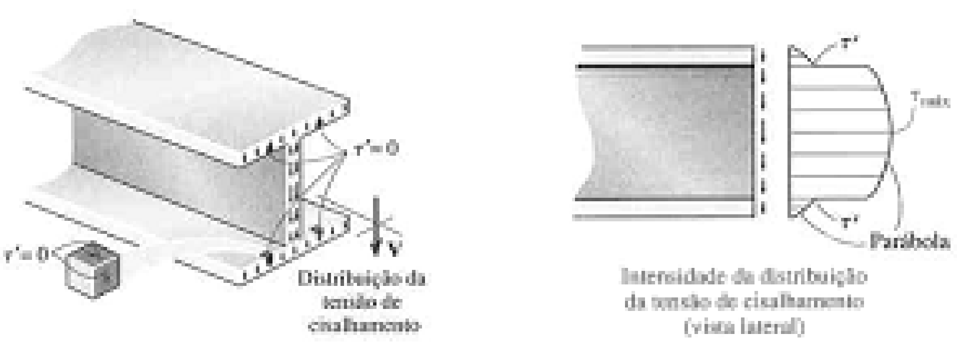


Figura 6.8

Tensões de Cisalhamento em uma Viga

Exemplo 6.2: Uma viga de madeira deve suportar três forças concentradas mostradas. Sabendo que para o tipo de madeira utilizada,

$$\sigma_{adm} = 12\,\text{MPa} \qquad \tau_{adm} = 0{,}82\,\text{MPa}$$

determinar a altura d mínima necessária para a viga.

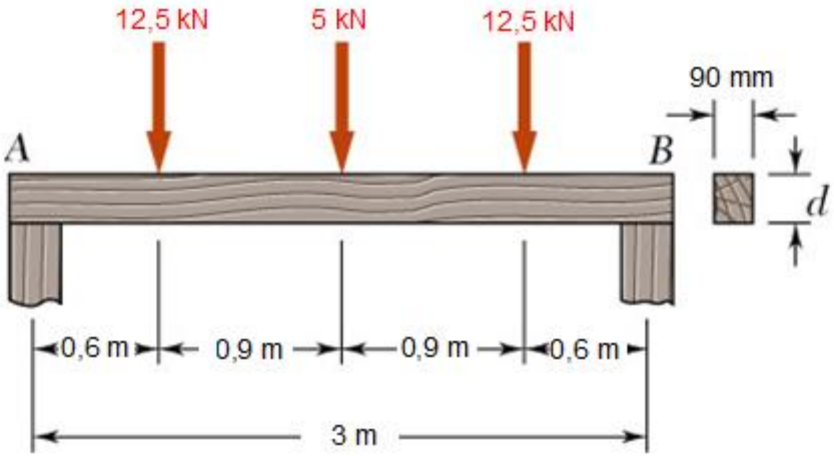


Figura 6.9

SOLUÇÃO:
Desenvolver diagramas de força cortante e momento fletor. Identificar os valores máximos.

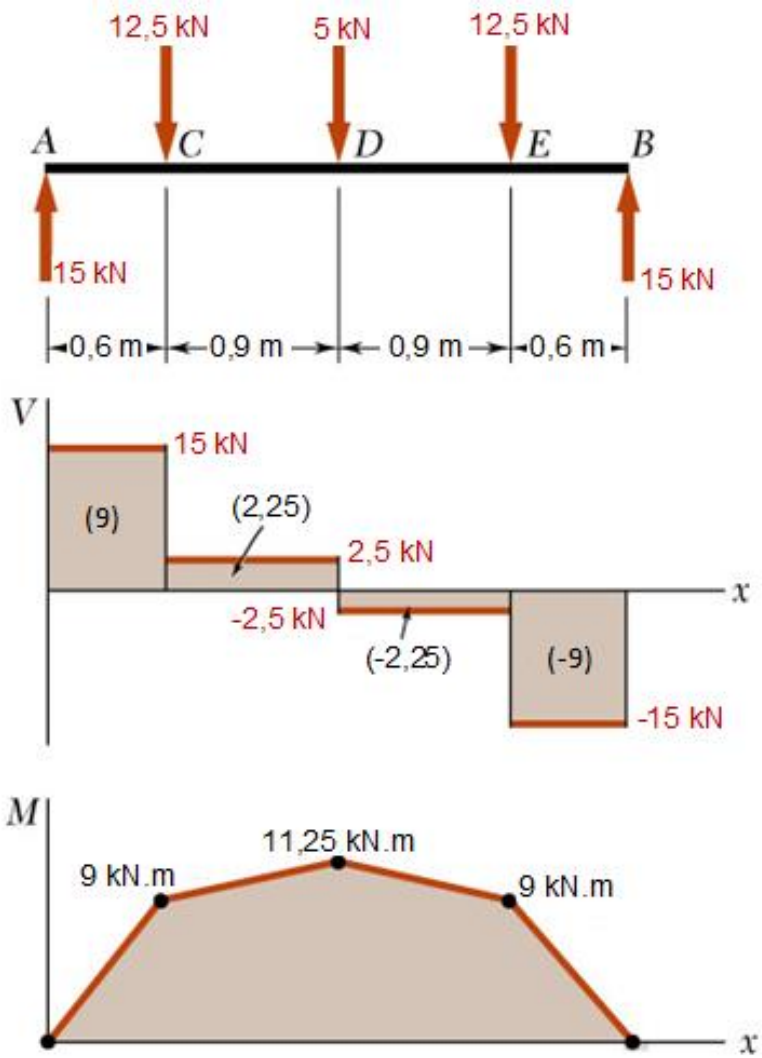
Determinar a altura da viga com base na tensão normal admissível.

Determinar a altura da viga com base na tensão de cisalhamento admissível.

Altura da viga exigida é igual à maior das duas alturas encontradas.

Tensões de Cisalhamento em uma viga

Exemplo 6.2: solução.



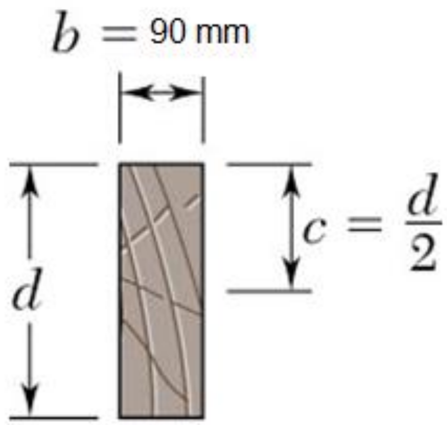
SOLUÇÃO:
Desenvolvendo os diagramas de força cortante e momento fletor, chegamos a:

$$V_{max} = 15\,\text{kN}$$

$$M_{max} = 11{,}25\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

Tensões de Cisalhamento em uma viga

Exemplo 6.2: solução.



Determina-se a altura da viga com base na tensão normal admissível.

$$\sigma_{adm} = \frac{M_{\max} c}{I}$$

$$12 \times 10^3 \text{kN/m}^2 = \frac{11,25 \text{ kN}\cdot\text{m.(d/2)}}{\dfrac{0.09m.(d)^3}{12}}$$

$$d = 0,25\,\text{m}$$

$$I = \frac{1}{12} bd^3$$

Determina-se agora a altura da viga com base na tensão de cisalhamento admissível.

$$\tau_{adm} = \frac{3}{2}\frac{V_{max}}{A}$$

$$0,82 \times 10^3 \text{ kN/m}^2 = \frac{3}{2}\frac{15\,\text{kN}}{(0,090\,\text{m})d}$$

$$d = 0,305\,\text{m}$$

Altura da viga exigida é igual ao maior dos dois valores.

$$\boxed{d = 305\,\text{mm}}$$

EXERCÍCIOS

EXERCÍCIOS

Exercício 6.1: A viga mostrada na figura 6.9 é feita de madeira e está submetida a uma força cortante interna $V = 3 \times 10^3$ lbf. Determine a tensão de cisalhamento no ponto P e máxima tensão de cisalhamento.

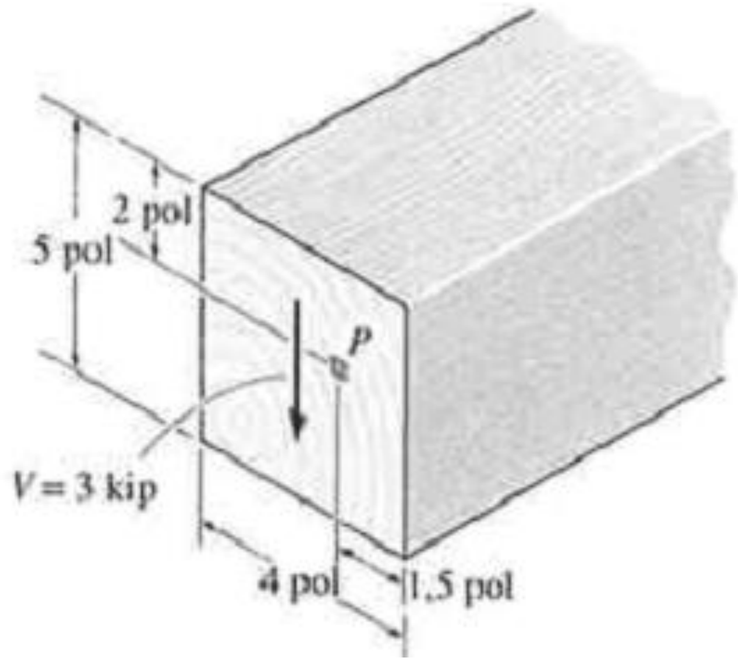


Figura 6.9

EXERCÍCIOS

Exercício 6.2: A viga é composta por quatro tábuas pregadas. Se os pregos estiverem de ambos os lados da viga e cada um puder resistir a um cisalhamento de 2 kN, determine a carga máxima P que pode ser aplicada à extremidade da viga.

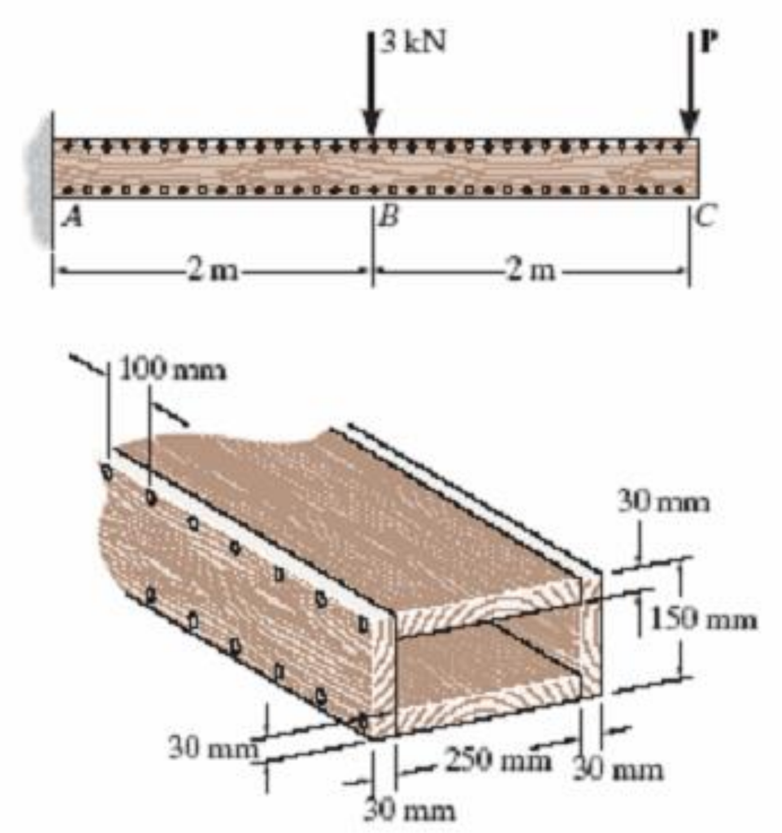


Figura 6.10

EXERCÍCIOS

Exercício 6.3: A viga mostrada na figura 6.11 é feita de duas tábuas coladas. Determinar a tensão de cisalhamento máxima que correrá na junção entre as tábuas e a máxima absoluta na viga. Os apoios em B e C exercem somente reações verticais sobre a viga.

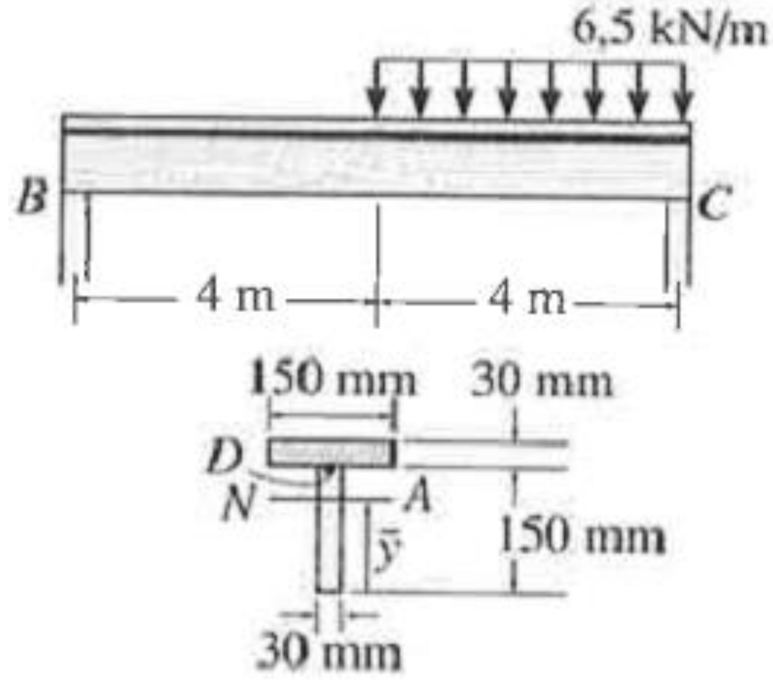


Figura 6.11

EXERCÍCIOS

Exercício 6.4: A viga AB é feita de três pranchas coladas entre si e está submetida, em seu plano de simetria, ao carregamento mostrado na figura 6.12. Na seção D, determine as tensões de cisalhamento nas juntas a e b, a máxima de cisalhamento e as máximas de tração e compressão.

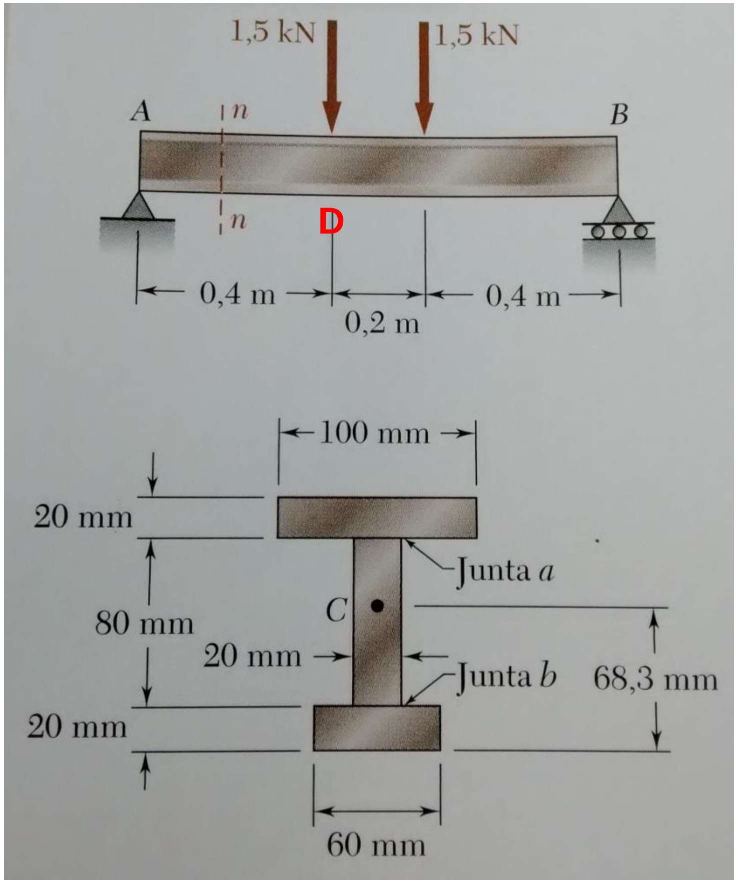


Figura 6.12