Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Faculdade de Engenharia Mecânica

MECÂNICA GERAL

PROFESSOR: IGOR DOS SANTOS GOMES
E-MAIL: IGOR.GOMES@ITEC.UFPA.BR

FORÇA, MOMENTO E SISTEMAS EQUIVALENTES

Parte 1:

2.1. Formulação escalar do momento de uma força
2.2. Produto vetorial
2.3. Formulação vetorial do momento de uma força

Parte 2:

2.4. Princípios dos momentos
2.5. Momento de uma força em relação a um eixo específico
2.6. Momento de um binário
2.7. Sistemas equivalentes

FORÇA, MOMENTO E SISTEMAS EQUIVALENTES

Parte 2:

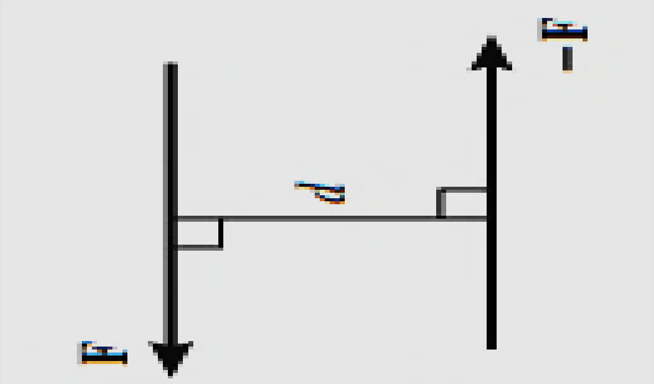
2.6. Momento de um binário
2.7. Sistemas equivalentes

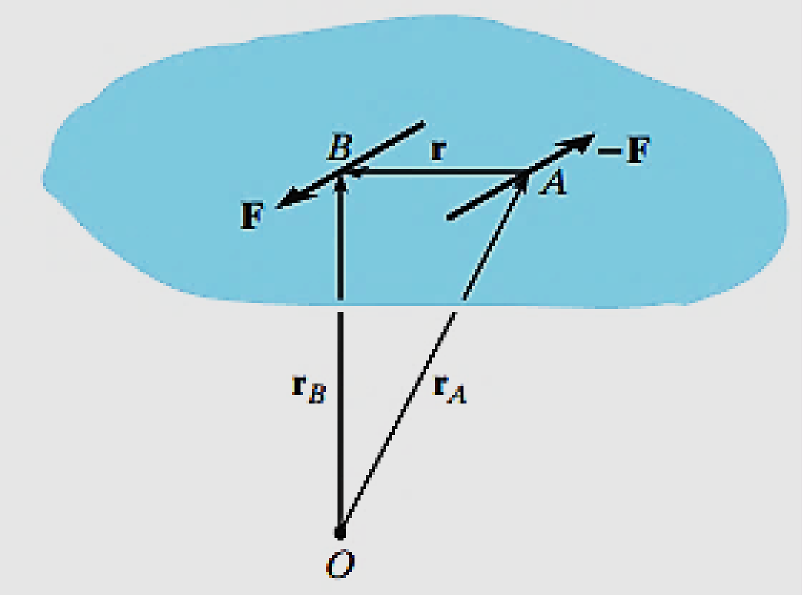
2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

- Um binário é definido como duas forças paralelas de mesma intensidade, sentidos opostos e separadas por uma distância perpendicular *d*;

- Devido a força resultante ser nula, o único efeito de um binário é produzir rotação ou tendência de rotação em determinada direção;

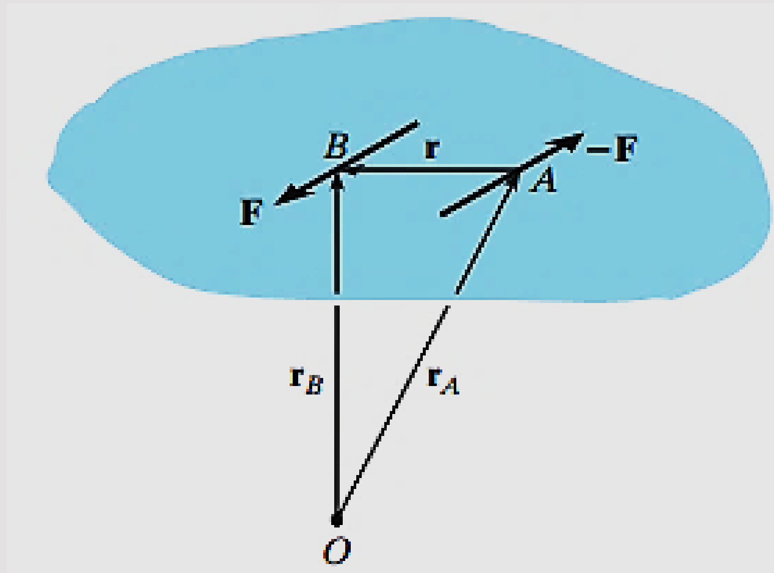
- O momento produzido por um binário é chamado de *momento de um binário;*





2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

- Podemos determinar o momento de um binário calculando a soma dos momentos das forças que compõem o binário em relação a qualquer ponto arbitrário;



$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_B \times \mathbf{F} + \mathbf{r}_A \times -\mathbf{F} = (\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A) \times \mathbf{F}$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

- O momento de um binário é um *vetor livre*, ou seja, que pode atuar em qualquer ponto, uma vez que **M** depende apenas do vetor posição **r**, o qual é orientado entre as forças, não se encontrando ligado ao ponto arbitrário *O;*

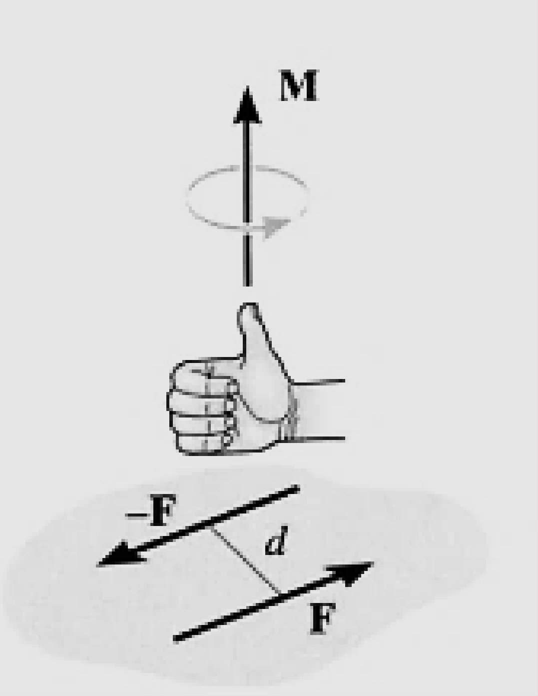
- Isso não acontece com os vetores posição $\boldsymbol{r}_A$ e $\boldsymbol{r}_B$, que possuem origem no ponto *O* e extremidade nas forças, e requer um ponto (ou eixo) definido em relação ao qual o momento é determinado;

Formulação escalar:

$$\boxed{M = Fd}$$

Formulação vetorial:

$$\boxed{\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}}$$



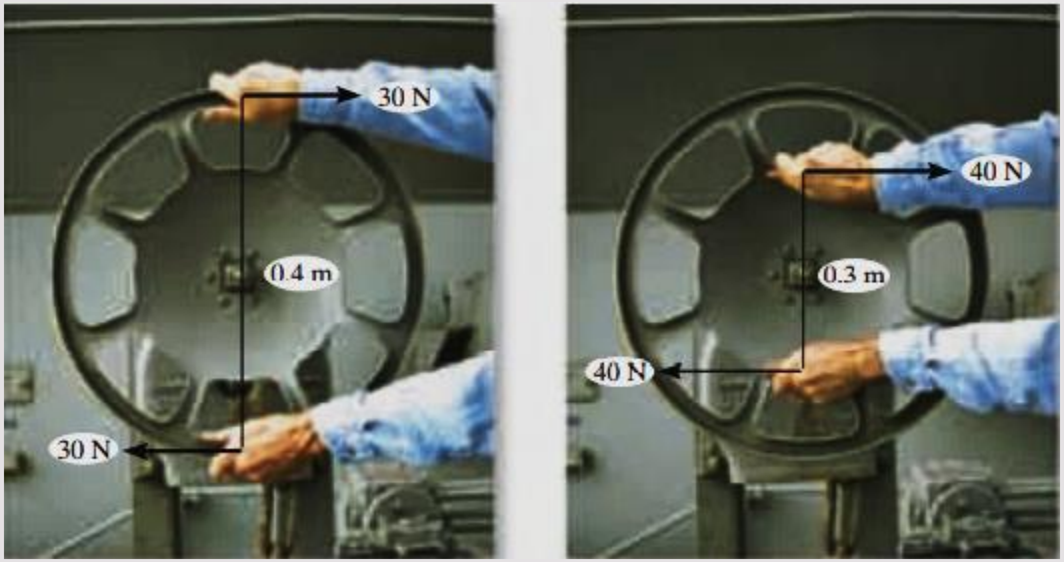
2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

Binários equivalentes:

- Dois binários são ditos equivalentes se produzem o mesmo momento;

- Como o momento produzido por um binário é sempre perpendicular ao plano que contém as forças desse binário, é necessário que as forças de binários iguais estejam ou no mesmo plano ou em planos paralelos entre si;

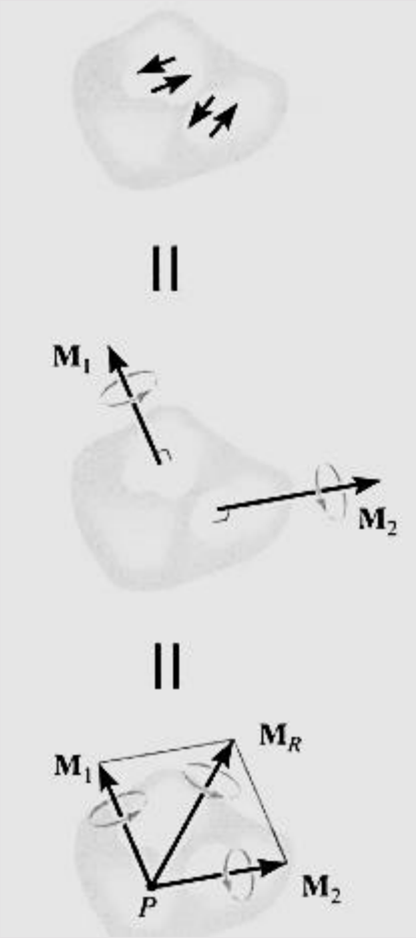
- Com isso, as direções dos momentos gerados por esses binários serão as mesmas, ou seja, perpendiculares aos planos paralelos.



2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

Momento de binários resultante:

- Como os momentos de binários são vetores livres, podem ser aplicados a qualquer ponto *P* de um corpo e somados vetorialmente;



$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$$

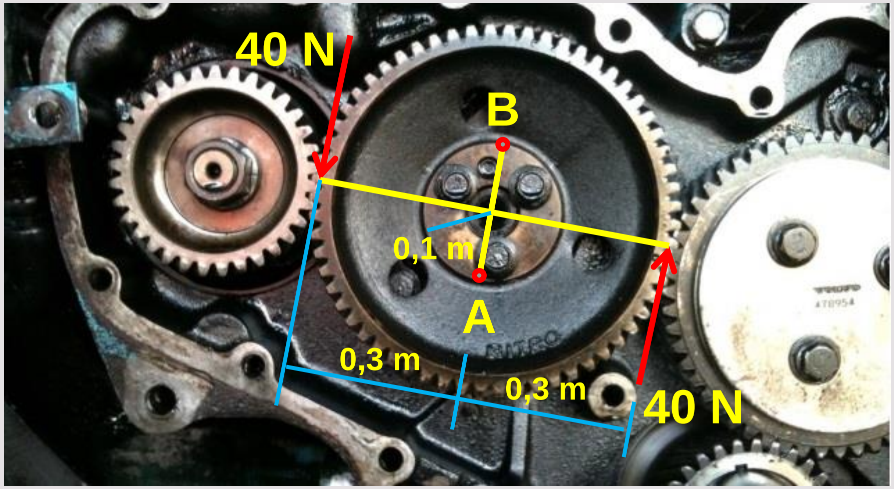
$$\mathbf{M}_R = \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

Exercício 14:

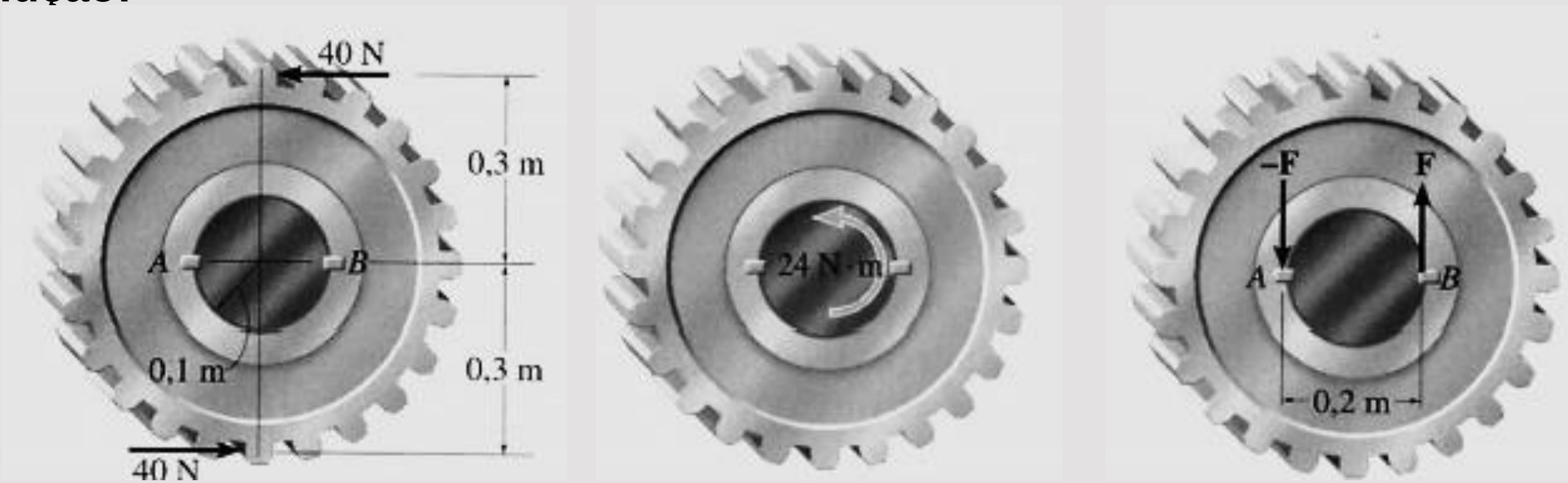
- Um binário atua em uma engrenagem intermediária de um trem de engrenagens.

- Substitua esse binário por um equivalente, composto por um par de forças que atuem nos pontos A e B.



2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

Solução:

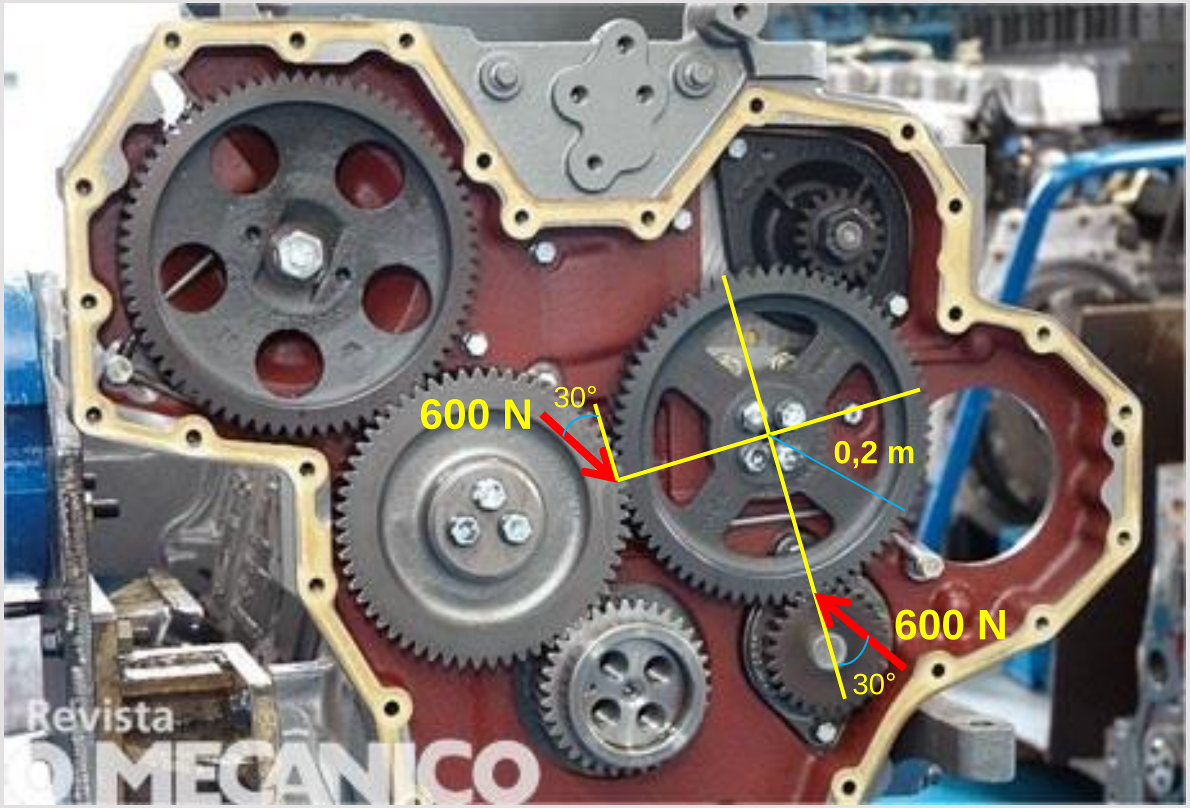


- A intensidade do momento binário é M = Fd = 40(0,6) = 24 N.m;
- O vetor **M** é um vetor livre, portanto pode ser aplicado em qualquer ponto da engrenagem;
- Para preservar o sentido de rotação de **M**, forças verticais atuam pelos pontos A e B;
- A intensidade de cada uma das forçar é dada por M = Fd ∴ 24 = F(0,2) ∴ F = 120 N.

2.6. MOMENTO DE UM BINÁRIO

Exercício 15:

➢ Determine a magnitude e a direção da força atuando na engrenagem indicada no trem de engrenagem mostrado na figura abaixo.



2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Solução:

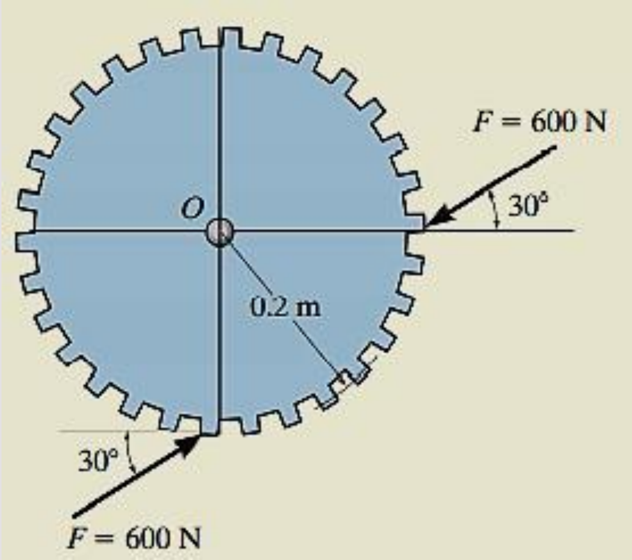
- A solução mais fácil requer a resolução de cada força em seus componentes;

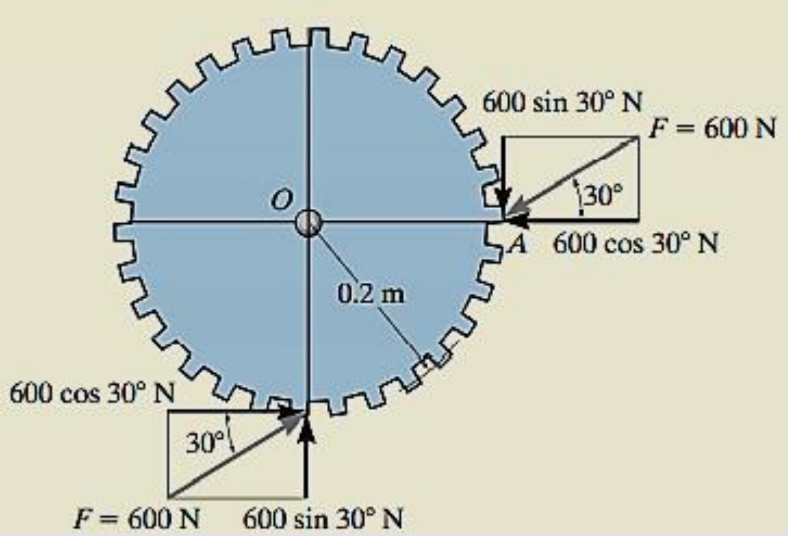
- O momento do binário pode ser determinado somando os momentos desses componentes de força sobre qualquer ponto, como o centro *O* da engrenagem ou ponto A;

- Se considerarmos momentos anti-horário como positivos, temos:

$$\circlearrowleft + M = \Sigma M_O$$

$$\begin{aligned} M &= (600 \cos 30^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m}) - (600 \sin 30^\circ \text{ N})(0.2 \text{ m}) \\ &= 43.9 \text{ N} \cdot \text{m} \circlearrowleft \end{aligned}$$

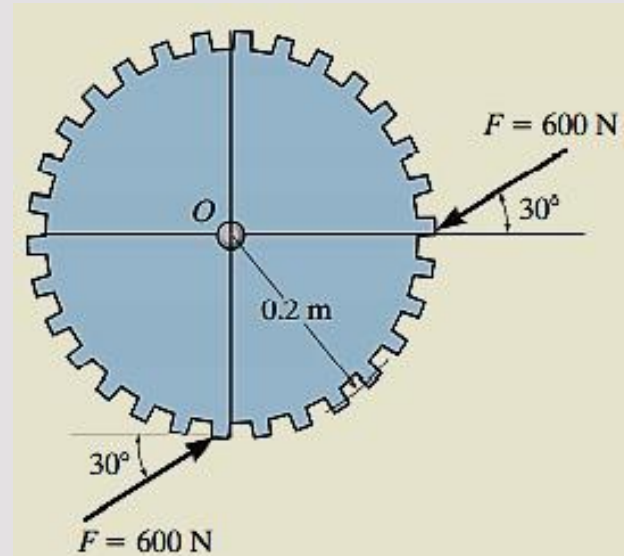




2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

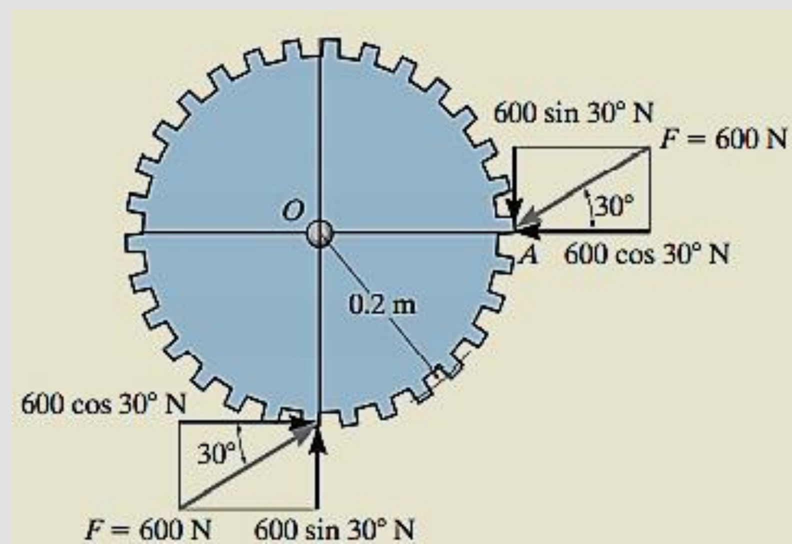
Solução:

- Ou:



$$\circlearrowleft + M = \Sigma M_A$$

$$M = (600 \cos 30° \text{ N})(0.2 \text{ m}) - (600 \sin 30° \text{ N})(0.2 \text{ m})$$
$$= 43.9 \text{ N} \cdot \text{m} \circlearrowleft$$



2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

- Uma força aplicada sobre um corpo tem a capacidade de provocar tanto a sua translação quanto sua rotação, com intensidade que depende do ponto de aplicação e de como essa força é aplicada;

- Para tanto, é necessário que o sistema de força e momento de binário produza o mesmo efeito externo de translação e rotação do corpo que suas resultantes;

- Quando isto ocorre, esses dois conjuntos de cargas são chamados de equivalentes;

- Como manter essa equivalência quando uma única força é aplicada em um ponto específico do corpo e quando a força está localizada em outro ponto *O*?

- Dois casos serão analisados em relação à localização do ponto *O.*

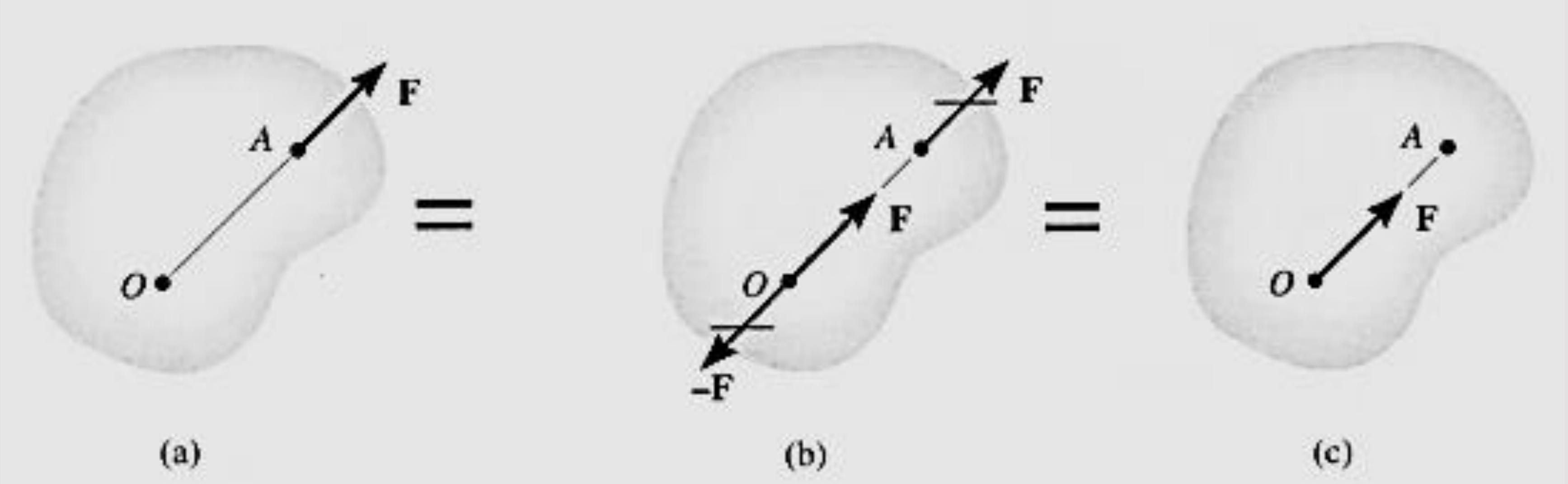
2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Primeiro caso: **O ponto *O* está sobre a linha de ação da força.**

- O vetor força pode ser considerado como um **vetor deslizante**, uma vez que atua sobre qualquer ponto de sua linha de ação, tal como indica o *princípio da transmissibilidade*;

- É importante entender que quando isso ocorre, apenas os efeitos externos, como o movimento do corpo ou as forças necessárias para sustentá-lo caso esteja imóvel, permanecem inalterados após o deslocamento de **F**;

- Os efeitos internos podem ser alterados;

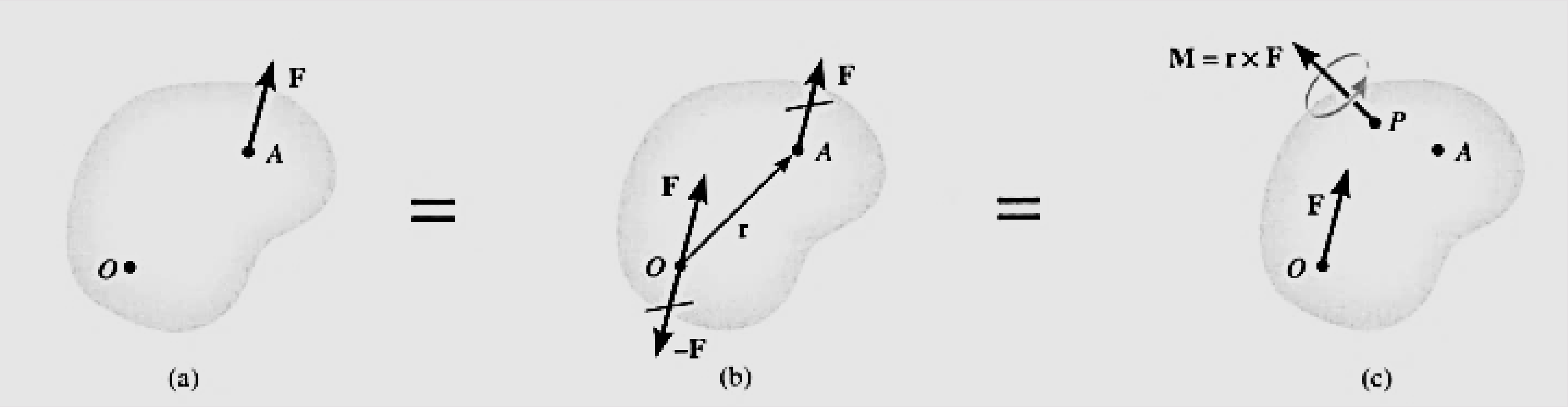


2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Segundo caso: **O ponto *O* não está sobre a linha de ação da força.**

- Nesse caso, as duas forças **F** e –**F** formam um binário que tem momento perpendicular a **F** e é definido como o produto vetorial **M** = **r** x **F**;

- Considerando que o momento de binário é um vetor livre, pode ser aplicado a qualquer ponto *P* do corpo;



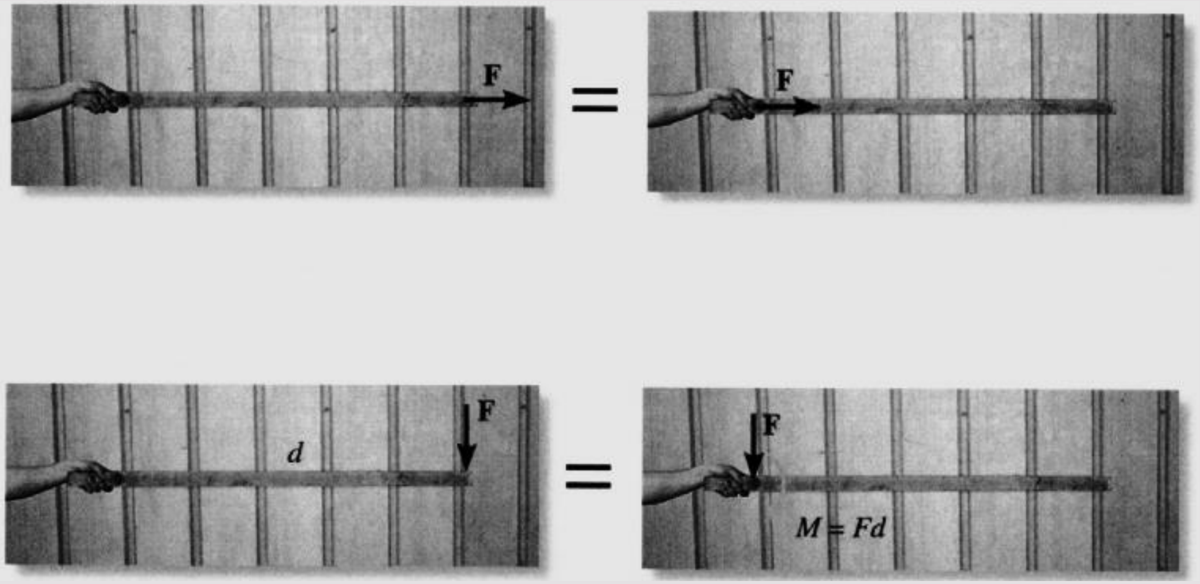
2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Resumindo:

- Quando o ponto no corpo *está sobre a linha de ação da força*, simplesmente deslize ou desloque a força ao longo de sua linha de ação até o ponto;

- Quando o ponto *não estão sobre a linha de ação da força*, mova a força até o ponto desejado e introduza o momento de binário num ponto qualquer do corpo;

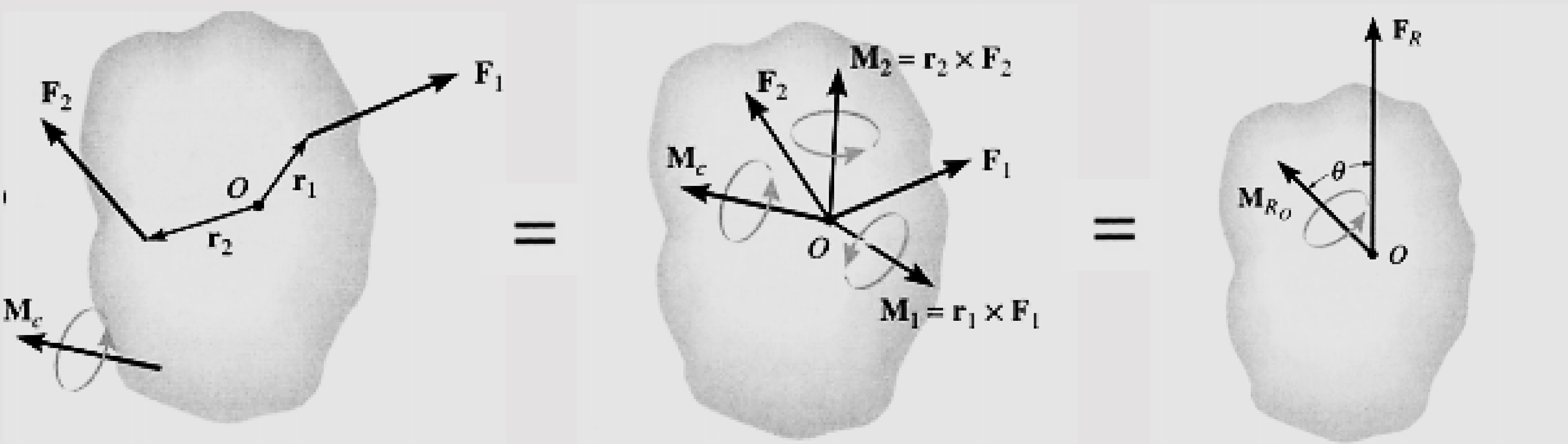
- Quando essas regras são aplicadas, os *efeitos externos equivalentes* são produzidos.



2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Resultantes de um sistema de forças e momentos binários:

- Quando um corpo rígido está sujeito a um sistema de forças e momentos binários, geralmente é mais simples estudar os efeitos externos sobre ele substituindo o sistema por uma única força resultante equivalente, atuando em um ponto específico *O*, e um momento resultante;



$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F}$$

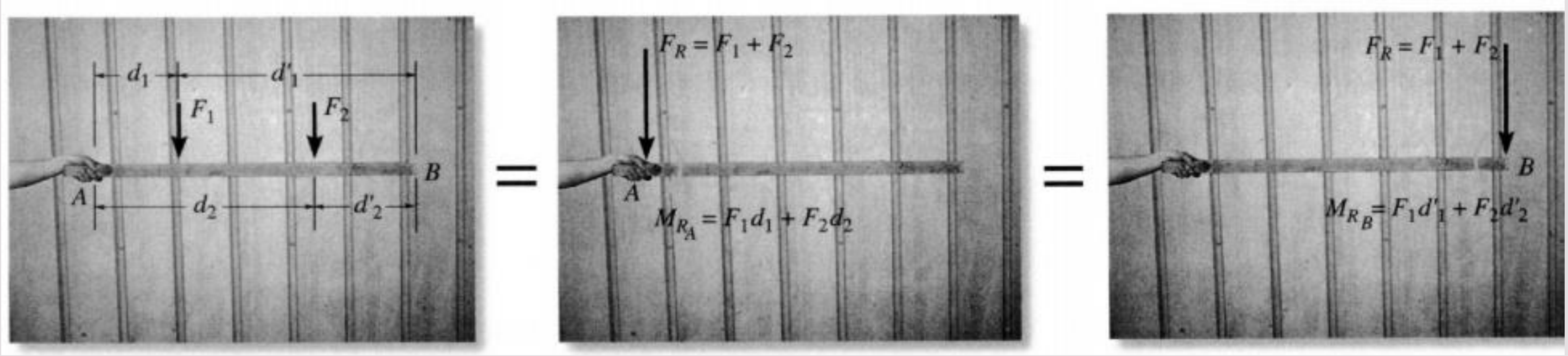
$$\mathbf{M}_{R_O} = \Sigma \mathbf{M}_c + \Sigma \mathbf{M}_O$$

2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Resultantes de um sistema de forças e momentos binários:

- Se duas forças atuam em um bastão e são substituídas por uma força resultante um binário equivalentes, no ponto A, ou pela sua força resultante e momento de binário equivalentes, no ponto B, então, em casa caso, a mão pode fornecer a mesma resistência à translação e rotação para manter o bastão na posição horizontal;

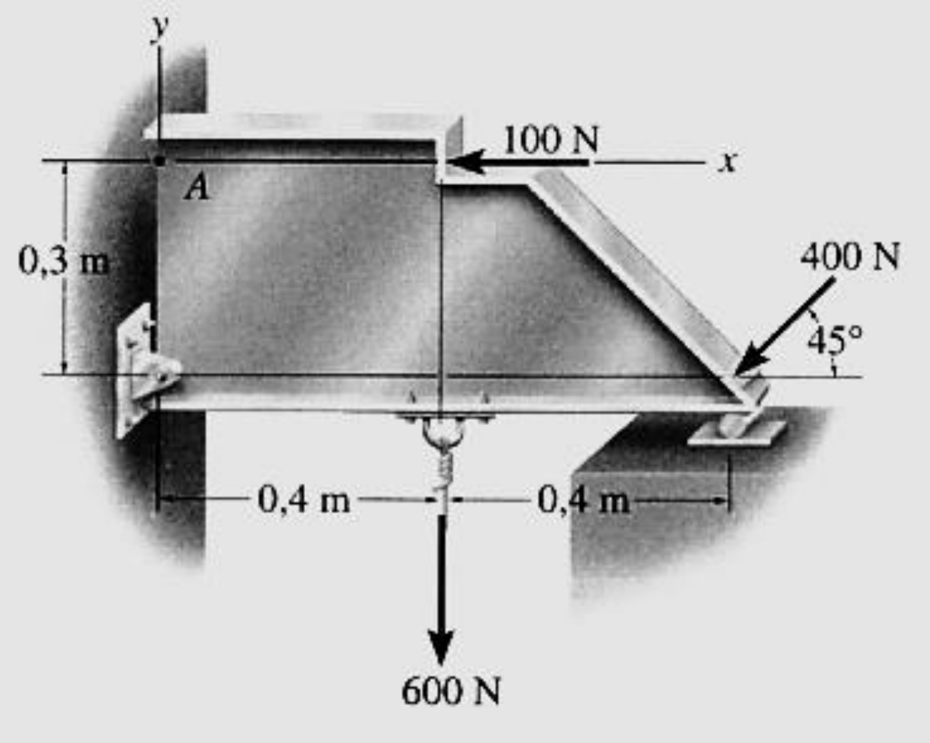
- Em outras palavras, os efeitos externos sobre o bastão são os mesmos em cada caso.



2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Exercício 16:

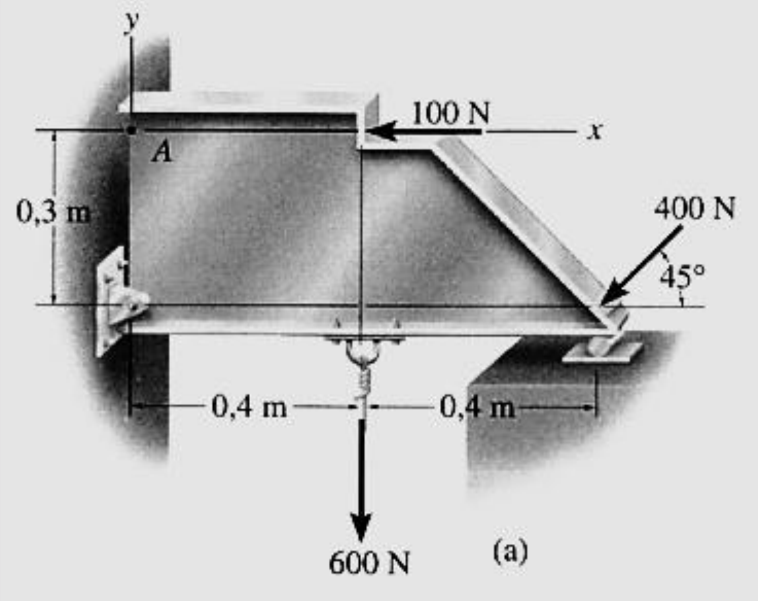
- Substitua as forças atuantes no suporte mostrado na figura abaixo por uma força resultante e um momento atuante no ponto A.



2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Solução:

➢ Substitui-se as forças atuantes no suporte mostrado na figura abaixo por uma força resultante e um momento atuante no ponto A.



➢ Somatório das forças, para determinar as componentes da resultante em x e y:

$$\xrightarrow{+} F_{R_x} = \Sigma F_x; \qquad F_{R_x} = -100\text{ N} - 400\cos 45°\text{N} = -382{,}8\text{ N} = 382{,}8\text{ N} \leftarrow$$

$$+\uparrow F_{R_y} = \Sigma F_y; \qquad F_{R_y} = -600\text{ N} - 400\,\text{sen}\,45°\text{N} = -882{,}8\text{ N} = 882{,}8\text{ N}\downarrow$$

➢ A intensidade da força resultante:

$$F_R = \sqrt{(F_{R_x})^2 + (F_{R_y})^2} = \sqrt{(382{,}8)^2 + (882{,}8)^2} = 962\text{ N}$$

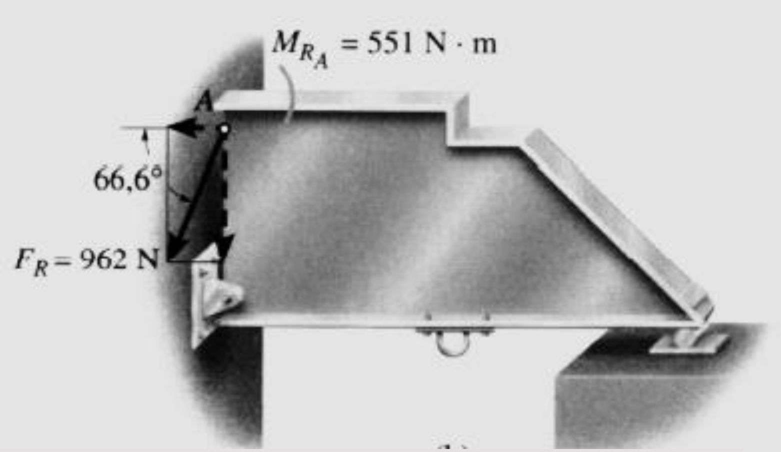
➢ A direção é dada por:

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}\right) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{882{,}8}{382{,}8}\right) = 66{,}6°$$

2.7. SISTEMAS EQUIVALENTES

Solução:

- Substitui-se as forças atuantes no suporte mostrado na figura abaixo por uma força resultante e um momento atuante no ponto A.



- Somatório dos momentos, onde o momento resultante é obtido a partir da soma dos momentos das forças em relação ao ponto A:

$$\circlearrowright + M_{R_A} = \Sigma M_A;$$

$$M_{R_A} = 100\,\text{N}(0) - 600\,\text{N}(0{,}4\,\text{m}) - (400 \text{ sen } 45°\text{N})(0{,}8\,\text{m}) - (400 \cos 45°\text{N})(0{,}3\,\text{m})$$

$$= -551\,\text{N}\cdot\text{m} = 551\,\text{N}\cdot\text{m} \circlearrowright$$

OBRIGADO PELA ATENÇÃO!