সানোয়ার ভাই

Phy-1st

Chapter-7

পদার্থের গাঠনিক ধর্ম
(Structural Properties of Matter)

Topic-01:

(Basic Introduction)

পদার্থের প্রধান অবস্থা ৩টি:

কঠিন (Solid) | তরল (Liquid) | বায়বীয় (Gas)

Solid Mechanics | Fluid Mechanics

অণুসমূহের মধ্যে
আন্তঃআণবিক দূরত্ব ($10^{-7} \sim 10^{-10}$ m)

□ স্থিতিস্থাপকতা বা স্থিতিস্থাপক ধর্ম (Elasticity):
পদার্থের যে ধর্মের জন্য বল প্রয়োগে বিকৃত বস্তু থেকে বল অপসারণ করলে বস্তুটি তার আদি আকারে বা আদি অবস্থানে ফিরে যায় সেই ধর্মকে স্থিতিস্থাপক ধর্ম বা

স্থিতিস্থাপকতা বলা হয়।

⊞ স্থিতিস্থাপক বস্তু (Elastic body): যে সকল বস্তু স্থিতিস্থা ধর্ম প্রদর্শন করে তাকে স্থিতিস্থাপক বস্তু বলা হয়। যেমন: রাবার, স্টিল ইত্যাদি।

⊞ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু (Perfect Elastic Body): যে সকল বস্তু সম্পূর্ণভাবে স্থিতিস্থাপক ধর্ম প্রদর্শন করে অর্থা বল প্রয়োগে বিকৃত বস্তু হতে বল অপসারণ করলে বস্তুটি সঠিকভাবে তার আদি আকারে ফিরে আসে তাকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলা হয়।

* পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বাস্তবে পাওয়া সম্ভব নয়, তবে উদাহরণস্বরূপ স্টিল বলা যেতে পারে।

⊞ পূর্ণ দৃঢ় বস্তু (Perfect rigid body): যে সকল বস্তু একেবারেই স্থিতিস্থাপকতা প্রদর্শন করে না তাদেরকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলা হয়।

* পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বাস্তবে পাওয়া সম্ভব নয়। তবে উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে- কাচ, কাঠ ইত্যাদি

■ পূর্ণ প্লাস্টিক বস্তু (Perfect plastic body): যে সমস্ত বস্তুতে বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুতে স্থায়ী বিকৃতি ঘটে তাদেরকে পূর্ণ প্লাস্টিক বস্তু বলা হয়।

* পূর্ণ প্লাস্টিক বস্তু বাস্তবে পাওয়া সম্ভব নয়, তবে উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে - উত্তপ্ত কাচ, এটেল মাটি, PVC, PMC

↳ Polymer Matrix Composite

■ স্থিতিস্থাপক সীমা (Elastic Limit): যে সীমার মধ্যে বল প্রয়োগ করলে বস্তু স্থিতিস্থাপক ধর্ম প্রদর্শন করে সে সীমাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলা হয়।

* বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বিভিন্ন হয়।

* স্থিতিস্থাপক সীমার বাইরে বল প্রয়োগ করলে বস্তুতে স্থায়ী বিকৃতি ঘটে।

*** ⊞ স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি (Elastic Fatigue): কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তুর বারবার বিকৃতি ঘটানোর ফলে এর স্থিতিস্থাপক সীমা কমে যায় ফলে স্থিতিস্থাপক ধর্ম হ্রাস পায়, এ ঘটনাকে বলা হয় স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি।

স্থিতিস্থাপক বস্তু

- সমদিকধর্মী বস্তু
  (Equidirectional body)
  যে সকল বস্তুর সব জায়গায় স্থিতিস্থাপক ধর্ম সমান
- অসমধর্মী
  অসমদিকধর্মী বস্তু
  (Inequidirectional body)
  সব জায়গায় স্থিতিস্থাপক ধর্ম সমান নয়

Topic – 2 : বিকৃতি ও পীড়ন (strain & stress) :

* বিকৃতি (strain) (ε): বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় (1D, 2D or 3D) মাত্রার যে পরিবর্তন তাকে বিকৃতি বলা হয়।

কোনো বস্তুর আদি মাত্রা $= x$ (1D, 2D or 3D)

বল প্রয়োগে " পরিবর্তিত মাত্রা $= y$

$\therefore$ মাত্রার পরিবর্তন $= (y-x)$ or $(y \sim x)$

x মাত্রায় মাত্রার পরিবর্তন $(y-x)$

$\therefore 1$ " " " $\left(\frac{y-x}{x}\right)$

$\therefore$ বিকৃতি, $\varepsilon = \left(\frac{y-x}{x}\right)$ or $\left(\frac{y \sim x}{x}\right)$

Unit : নেই

Dimension : নেই

সুতরাং বিকৃতি একটি একক ও মাত্রাবিহীন রাশি।

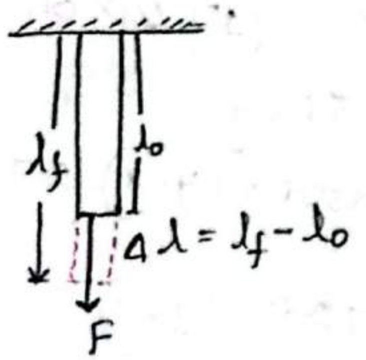
বিকৃতি ৩ প্রকার :

- দৈর্ঘ্য বিকৃতি (longitudinal strain) : (ε_l)
- ব্যবর্তন / কৃন্তন / আকার / মোচড় বিকৃতি (shear strain) : (ε_s)
- আয়তন বিকৃতি

CamScanner

দৈর্ঘ্য বিকৃতি (longitudinal strain): (ε_l):

বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।



l_0 দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন Δl

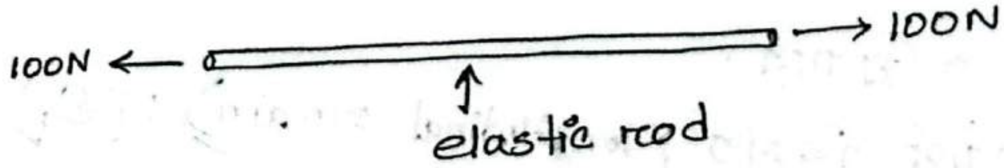
$\therefore 1$ " " $\frac{\Delta l}{l_0}$

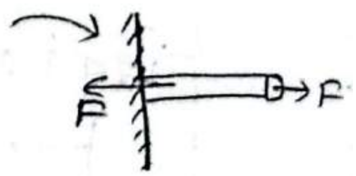
$\therefore$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0}$

$$\boxed{\varepsilon_l = \frac{l_f - l_0}{l_0}}$$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি (2 types):

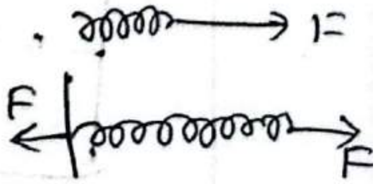
- → টান বিকৃতি (Tensional strain); $\Delta l = (+ve)$
- → সংকোচন বিকৃতি (compressional strain); $\Delta l(-ve)$



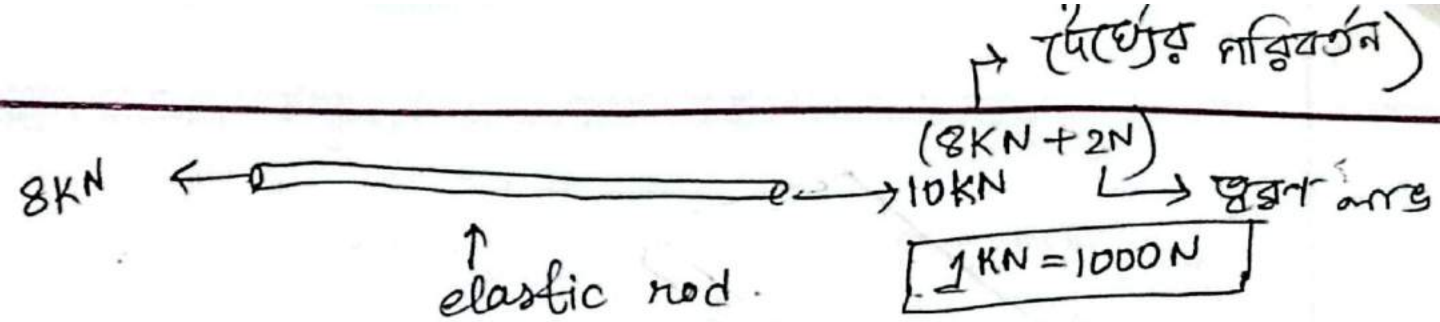


রডটির দৈর্ঘ্য প্রসারণে কার্যকরী বল কত?

Ans: 100N



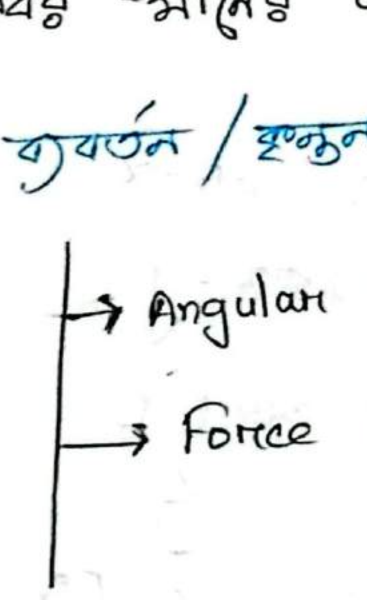
* স্থিতিস্থাপক কোনো বস্তুর দুই বিপরীত পার্শ্বে সমান মানের দুটি বল ক্রিয়া করলে যেকোনো একটি মানের বলের জন্য বস্তুটির দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটবে।



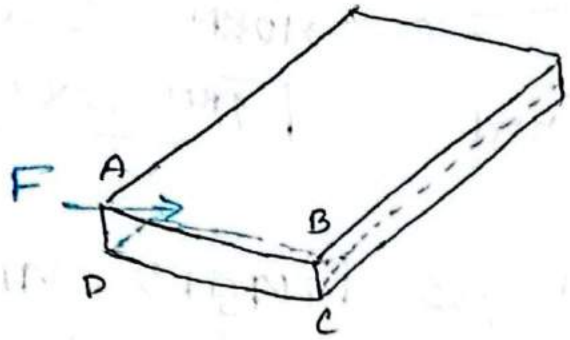
কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তুর দুই বিপরীত পার্শ্বে দুটি অসমান মানের বল ক্রিয়া করলে, ছোট মানের বলের জন্য বস্তুটির দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটবে এবং বলদ্বয়ের লব্ধির মানের জন্য বস্তুটি ত্বরণ লাভ করবে।

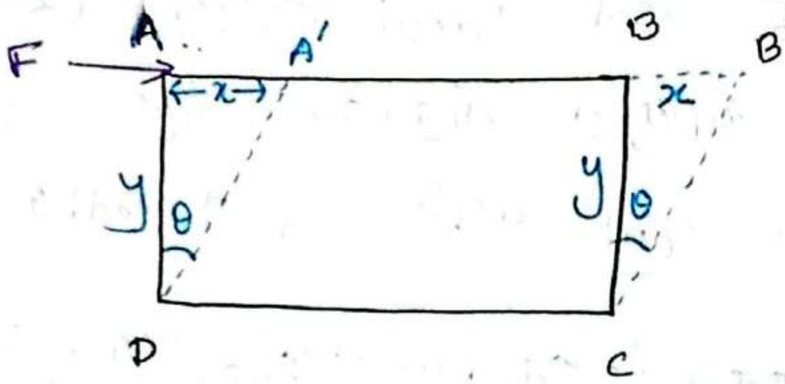
ব্যবর্তন / কৃন্তন / আকার / মোচড় বিকৃতি: (shear strain): (ε_s)

- → Angular impact
- → Force must be tangential to the surface



কোনো বস্তুর তলে স্পর্শকীয় বল প্রয়োগে বস্তুর আকারের পরিবর্তন করা হলে, বস্তুটির দুইটি সমান্তরাল তলে মধ্যবর্তী একক দূরত্বের সাপেক্ষে তলদ্বয়ের আপেক্ষিক সরণকে ব্যবর্তন বিকৃতি বলা হয়





∴ তলদ্বয়ের আপেক্ষিক সরণ $AA' = BB' = x$.

দুই সমান্তরাল তলের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= y$.

y দূরত্বে তলদ্বয়ের আপেক্ষিক সরণ x

∴ 1 " " " " $\frac{x}{y}$

∴ ব্যবর্তন বিকৃতি, $\varepsilon_s = \frac{x}{y}$ [in $\Delta ADA'$ $\tan\theta = \frac{x}{y}$

$$\therefore \boxed{\varepsilon_s = \frac{x}{y} = \tan\theta = \theta \text{ radian} \quad [\theta \to 0]}$$

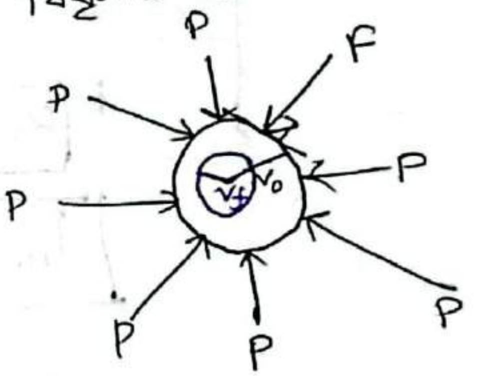
9/11/23
Thursday

আয়তন বিকৃতি (Volumetric strain) (ε_V)

→ Mostly applicable for gas

→ প্রযুক্ত বল তলের সাথে লম্ব

চাপ প্রয়োগে কোনো বস্তু একক আয়তনে আয়তনের যে পরিবর্তন তাকে আয়তন বিকৃতি বলা হয়।



আদি আয়তন $= V_0$
শেষ " $= V_f$

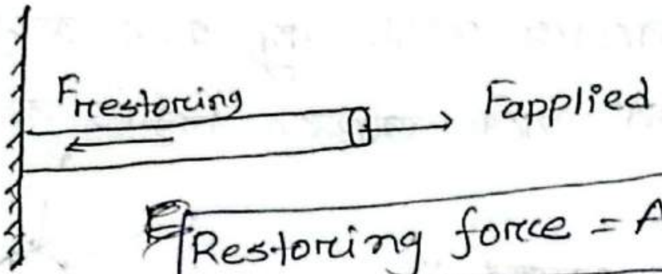
আয়তনের পরিবর্তন
$\therefore \Delta V = V_f - V_0$

V_0 আয়তনের আয়তনের পরিবর্তন ΔV
1 " " " $\frac{\Delta V}{V_0}$

$\therefore$ আয়তনের বিকৃতি $\boxed{\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_f - V_0}{V_0}}$

পীড়ন (stress) :

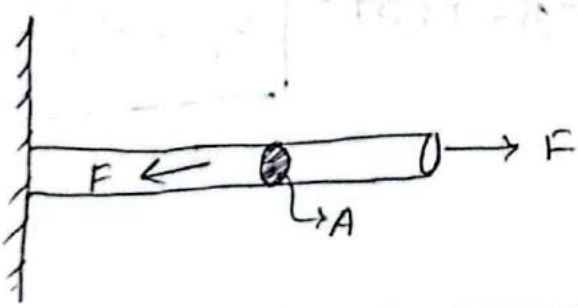
* প্রত্যয়নী বল (Restoring force) : যে বল দ্বারা কাজ করে কোনো স্থিতিস্থাপকধর্ম বিশিষ্ট বস্তু বা স্প্রিং তার আদি অবস্থানে বা আদি আকারে ফিরে আসে সে বলকে প্রত্যয়নী বল বলা হয়।



$$\boxed{\text{Restoring force} = \text{Applied Force}}$$

$$\boxed{F_{restoring} = F_{applied}}$$

বল প্রয়োগে কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তুর বিকৃতি ঘটানোর ফলে বস্তুটির একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে যে পরিমাণ প্রত্যয়নী বল অনুভূত হয় তাকে পীড়ন বলা হয়।



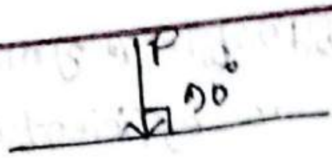
A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে প্রত্যয়নী বল F

1 " " " " $\frac{F}{A}$

পীড়ন, $\boxed{\tau = \frac{F}{A}}$ Unit : $\frac{N}{m^2} = Nm^{-2}$ or Pa

Dimension : $[\tau] = \left[\frac{MLT^{-2}}{L^2}\right] = [ML^{-1}T^{-2}]$

চাপ:



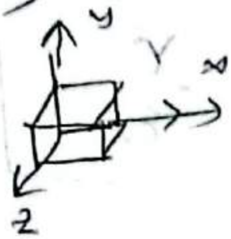
$$P = \frac{F_\perp}{|\vec{A}|}$$

$F_\perp = F\cos\theta$

$$P = \frac{F\cos\theta}{A}$$

$P \rightarrow$ 3D (impact)

* চাপ হচ্ছে ত্রিমাত্রিক পীড়ন।
* পীড়ন হচ্ছে টেনসর (Tensor) → ভেক্টর + স্কেলার



$$\begin{bmatrix} \cancel{\tau_{xx} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz}} \\ \cdot \end{bmatrix}$$

পীড়ন ৩ প্রকার

→ দৈর্ঘ্য পীড়ন (longitudical stress): $\tau_l = \frac{F}{A}$

→ ব্যবর্তন/ কৃন্তন/ আকার/ আচড় পীড়ন (shear stress)

$$\tau_s = \frac{F}{A}$$

→ আয়তন পীড়ন (Volumetrical stress):

$$\tau_v = \frac{F}{A} = P$$

Topic-3 হুকের সূত্র ও স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (Hok's law & co-efficient of elasticity)

Hok's law: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে,

$$\text{পীড়ন} \propto \text{বিকৃতি}$$

$$\Rightarrow \text{পীড়ন} = E \times \text{বিকৃতি}$$

→ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (co-efficient of elasticity / elasticity modulus)

$$E = \frac{\text{পীড়ন} (\Upsilon)}{\text{বিকৃতি} (\varepsilon)}$$

$$\boxed{E = \frac{\Upsilon}{\varepsilon}}$$

বিকৃতি $= 1$, $E =$ পীড়ন

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক: কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তু একক বিকৃতির ফলে ঐ স্থিতিস্থাপক বস্তুতে যে পরিমাণ পীড়ন অনুভূত হয় তাকে ঐ স্থিতিস্থাপক বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

$$E = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

Unit: $\frac{Nm^{-2}}{1} = Nm^{-1}$ OR ~~বা~~ Pa

Dimension: $[E] = [ML^{-1}T^{-2}]$

কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তুর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $4\times10^{8}\ Nm^{-2}$ বলতে কী বুঝ?

Ans: স্থিতিস্থাপক বস্তুটির একক বিকৃতির ফলে বস্তুতে অনুভূত পীড়ন $4\times10^{8}\ Nm^{-2}$.

স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তিন প্রকার:

→ দৈর্ঘ্য গুণাঙ্ক বা ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Young's modulus): (Y)

→ ব্যবর্তন/ কৃন্তন/ আকার/মোচড় গুণাঙ্ক (shear modulus): (n/s/η)

* দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক (modulus of rigidity)

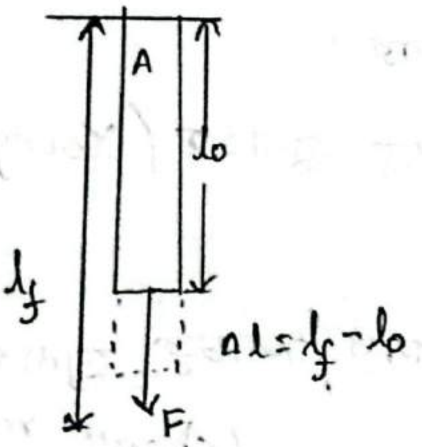
→ আয়তন গুণাঙ্ক → (Bulk modulus): (B)

15/11/23

ইয়ং এর গুনাঙ্ক (Young's modulus):

দৈর্ঘ্য গুনাঙ্ক বা ইয়ং এর গুনাঙ্ক,

$$Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$



$\therefore$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0}$

" পীড়ন, $\tau_l = \frac{F}{A}$

$\Delta l = l_f - l_0$

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\boxed{Y = \frac{F l_0}{A \Delta l}}$$

$$\boxed{Y = \frac{F l_0}{A(l_f - l_0)}}$$

Math: $1 mm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কোনো ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য দ্বিগুন করতে এর দৈর্ঘ্য বরাবর কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুনাঙ্ক $2\times10^{11} Nm^{-2}$ or pa]

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{AY(l_f - l_0)}{l_0} = \frac{2\times10^{11} \times (2L - L) \times 10^{-6}}{L}$$

$$= 2\times10^{5} N$$

Math:2 একটি ইস্পাতের তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2mm^2$, তারটির দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করতে এর দৈর্ঘ্য বরাবর কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2\times10^{11}\ Nm^{-2}$]

দেওয়া আছে,
$l_0 = l$
$\Delta l = 0.1 l$
$A = 2\times10^{-6}\ m^2$

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\cancel{\Rightarrow F = \frac{Y l_0}{A\Delta l}}$$

$$\cancel{\Rightarrow F = 2\times10^{-11}}$$

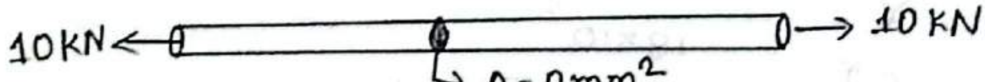
$$\Rightarrow F = \frac{Y\times A\times 0.1 l}{l}$$

$$\Rightarrow F = 2\times10^{11}\times2\times10^{-6}\times0.1$$

$$\Rightarrow F = 4\times10^{4}\ N$$

(Ans)

M-3:



চিত্রে স্থিতিস্থাপক তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক $10^{11}\ Nm^{-2}$। চিত্র অনুযায়ী তারটির উপর বল প্রয়োগ করা হলে তারটির দৈর্ঘ্য শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

$$Y = \frac{F l_0}{A\Delta l}$$

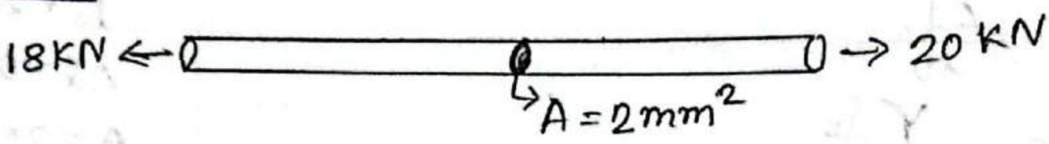
$$\Rightarrow \Delta l = \frac{F l_0}{AY} \Rightarrow \frac{10\times l\times10^3}{2\times10^{-6}\times10^{11}} = \Delta l$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{10^4}{2\times10^{-6}\times10^{11}} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = 0.05$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\% = 5\%$$

∴ তারটির দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি পাবে।

M-4:



চিত্রের ইস্পাতের তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক $2\times10^{11}\ Nm^{-2}$, চিত্রানুযায়ী তারটির উপর বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্যের শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে।

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}}$$

$F = 18\times10^{3}$
$A = 2mm^{2}$
$= 2\times10^{-6}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{\frac{F}{A}}{Y}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{AY} = \frac{18\times10^{3}}{2\times10^{-6}\times2\times10^{11}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l}\times100\% = 4.5\%$$

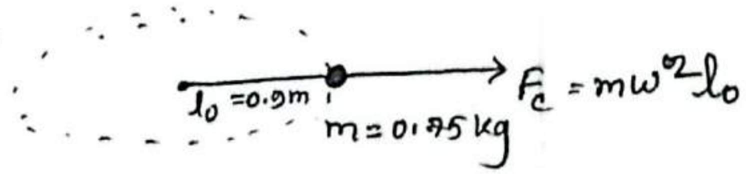
M-5: কোনো স্থিতিস্থাপক দড়ির মাথায় 750g ভরের একটি বস্তু বেঁধে বস্তুটিকে ভূমির সাথে সমান্তরালে ঘুরালে দড়ির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়। দড়ির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $1 mm^2$ এবং আদি দৈর্ঘ্য 90 cm। দড়িটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 10^7 Nm^{-2} হলে এর দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করতে বস্তুটিকে মিনিটে কত বার ঘুরাতে হবে?

$Y = 10^7 Nm^{-2}$

$A = 10^{-6} m^2$

$l_0 = 0.9 m$

$\Delta l = 0.05 \cdot l$



$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{YA\Delta l}{l_0}$$

$$= \frac{10^7 \times 10^{-6} \times 0.05 l}{l}$$

$$F = 0.5 N$$

এখানে,

$$F = m\omega^2 l$$

$$\Rightarrow 0.5 = 0.75 \times \omega^2 \times 0.9$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{0.5}{0.75 \times 0.9}}$$

$$\Rightarrow \omega = 0.86$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi N}{60} = 0.86$$

$$\Rightarrow N = \frac{0.86 \times 60}{2\pi}$$

$$\Rightarrow N = 8.21$$

$N \approx 8$ বার

কোনো বস্তু বা তারের ইয়ং এর গুনাঙ্ক নির্ণয় :

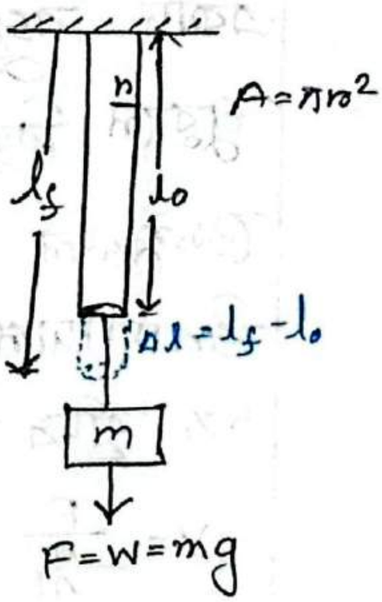
Young's modulus,

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

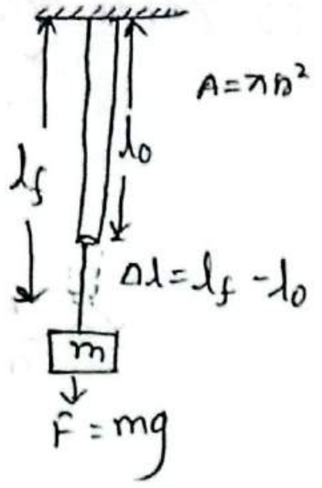
$$\Rightarrow Y = \frac{F l_0}{A \Delta l}$$

$$\Rightarrow \boxed{Y = \frac{mg\, l_0}{A \Delta l}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Y = \frac{mg\, l_0}{\pi r^2 (l_f - l_0)}}$$

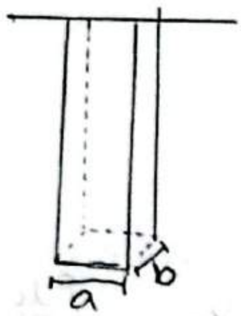


Topic-3:



$$Y = \frac{F l_0}{A \Delta l}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{m g l_0}{\pi r^2 \Delta l}$$



$\boxed{A = ab}$

$$\boxed{Y = \frac{m g l_0}{a b \Delta l}}$$

Math: 2 mm ব্যাসার্ধ ও 100 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কোনো স্থিতিস্থাপক তারের দৈর্ঘ্য বরাবর 50 kg ভরের বস্তু ঝুলালে তারটির দৈর্ঘ্য 125 cm হয়। তারটির উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক কত?

দেওয়া আছে, $m = 50\ kg$

$l_0 = 1\ m$

$r = 2\times10^{-6}\ m$

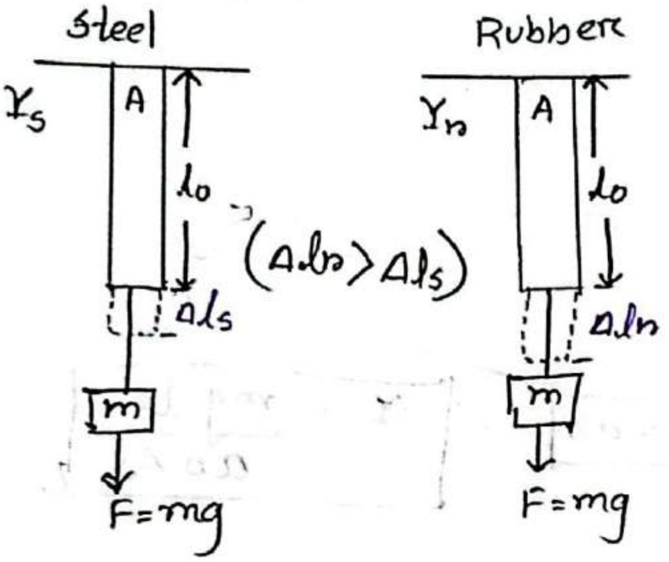
$\Delta l = 25\times10^{-2}\ m$

$$Y = \frac{50\times9.8\times1}{\pi\times(2\times10^{-3})^2\times0.25}$$

$$Y = 1.56\times10^{8}\ N/m^2$$

***** রাবর ও স্টিলের মধ্যে কে বেশী স্থিতিস্থাপক :**

* যেই পদার্থের ইয়ং এর গুনাঙ্ক যত বেশি সেই পদার্থ তত বেশি স্থিতিস্থাপক।



$$Y = \frac{F l_0}{A \Delta l}$$

For steel:

$$Y_s = \frac{F l_0}{A \Delta l_s} \quad \text{--- (i)}$$

For rubber:

$$Y_r = \frac{F l_0}{A \Delta l_r} \quad \text{--- (ii)}$$

(i) ÷ (ii)

$$\frac{Y_s}{Y_r} = \frac{\frac{F l_0}{A \Delta l_s}}{\frac{F l_0}{A \Delta l_r}}$$

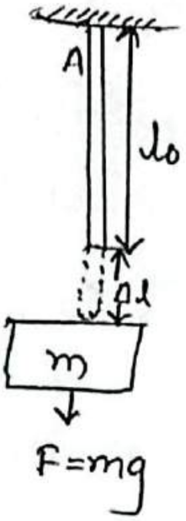
$$\Rightarrow \frac{Y_s}{Y_r} = \frac{\Delta l_r}{\Delta l_s}$$

যেহেতু $\Delta l_r > \Delta l_s$

$\therefore (Y_s > Y_r)$

যেহেতু স্টিলের ইয়ং এর গুনাঙ্ক রাবারের থেকে বেশি তাই স্টিলের স্থিতিস্থাপকতা রাবারের থেকে বেশি।

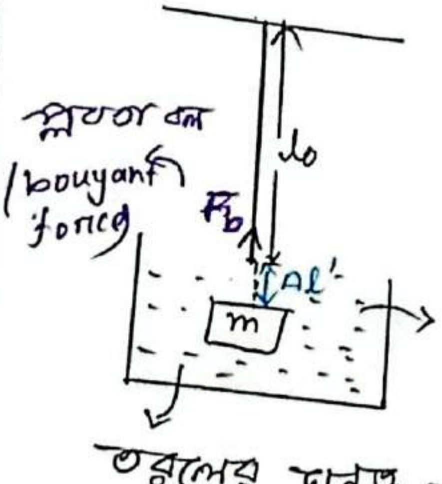
কোনো স্থিতিস্থাপক বস্তুর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনে প্লবতা বলের প্রভাব :



$$Y = \frac{F l_0}{A \Delta l}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{mg\, l_0}{A \Delta l}$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg\, l_0}{A Y}$$



$$F' = W' = mg'$$

$$\therefore F' = W - F_b$$

$$\Rightarrow mg' = mg - F_b$$

$$\Rightarrow \rho_b V g' = \rho_b V g - \rho_l V g$$

$$\Rightarrow \rho_b g' = (\rho_b - \rho_l) g$$

$$\Rightarrow g' = \left(\frac{\rho_b - \rho_l}{\rho_b}\right) g$$

[F_b = অপসারিত তরলের ওজনের সমান $= \rho_l V g$]

$$\Rightarrow \boxed{g' = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right) g}$$

$$\therefore g' = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right) g$$

এখানে, $(\rho_l < \rho_b)$

$$\therefore 0 < \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right) < 1$$

$$\therefore \boxed{g' < g}$$

$$\therefore \Delta l' = \frac{mg' l_0}{AY}$$

$$\Rightarrow \Delta l' = \frac{m l_0}{AY}\left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right) g$$

$$\Rightarrow \Delta l' = \frac{mg l_0}{AY}\left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta l' = \Delta l \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right) \quad [\text{using (i)}]$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta l'}{\Delta l} = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right)}$$

বায়ু মাধ্যমে

Math

একটি স্থিতিস্থাপক তারের মাথায় ব্লক ঝুলালে তারটির দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয়। কিন্তু ব্লকটিকে পানিতে নিমজ্জিত করলে তারটির দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন 2% হ্রাস পায়। তারটির মাথায় যে ব্লক ঝুলানো হয়েছিল তার উপাদানের ঘনত্ব নির্ণয় কর।

Sol^n: দেওয়া আছে, $\Delta l = l$

$\Delta l' = 0.98\, l$

আমরা জানি,

$$\frac{\Delta l'}{\Delta l} = \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}\right)$$

$$\Rightarrow 0.98 = 1 - \frac{\rho_l}{\rho_b}$$

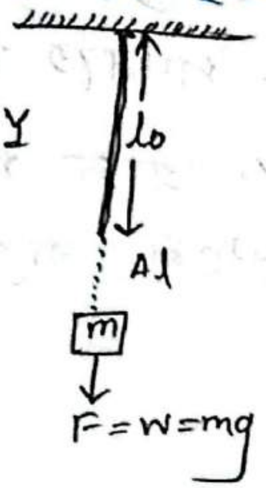
$$\Rightarrow \frac{\rho_l}{\rho_b} = 1 - 0.98$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_l}{\rho_b} = 0.02$$

$$\Rightarrow \rho_b = \frac{1000}{0.02}$$

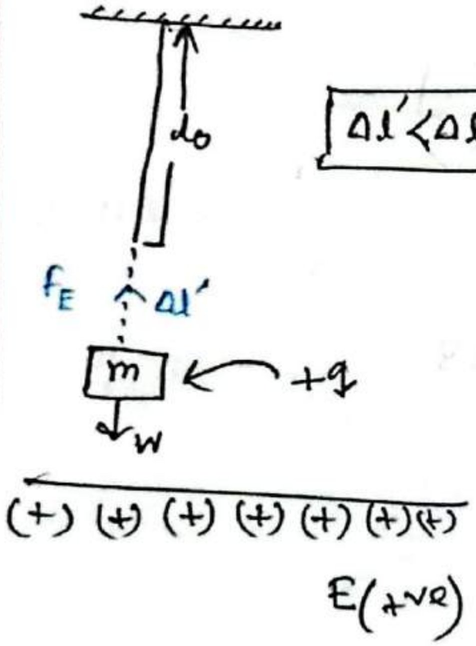
$$\Rightarrow \rho_b = 5\times10^4\ \text{Kg/m}^3$$

দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধিতে তড়িৎ বলের প্রভাব:



$$\Delta l = \frac{F l_0}{AY}$$

$$\Delta l = \frac{mg\, l_0}{AY} \quad \text{——} \ (1)$$



$$\boxed{\Delta l' < \Delta l}$$

$$F' = W - F_E$$

$$\Rightarrow mg' = mg - qE$$

$$\Rightarrow g' = \left(g - \frac{qE}{m}\right)$$

$$\Rightarrow g' = g\left(1 - \frac{qE}{mg}\right)$$

$$\Rightarrow g' = g\left(1 - \frac{qE}{W}\right)$$

$$\therefore \Delta l' = \frac{mg' l_0}{AY}$$

$$\Rightarrow \Delta l' = \frac{m l_0}{AY} g'$$

$$\Rightarrow \Delta l' = \frac{m l_0}{AY} \cdot g\left(1 - \frac{qE}{W}\right)$$

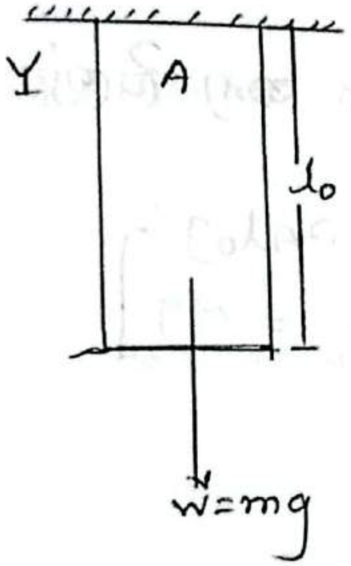
$$\Rightarrow \Delta l' = \frac{mg l_0}{AY}\left(1 - \frac{qE}{W}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta l' = \Delta l\left(1 - \frac{F_e}{W}\right) \quad [F_e = qE]$$

$$\cancel{\Rightarrow \Delta l' =}$$

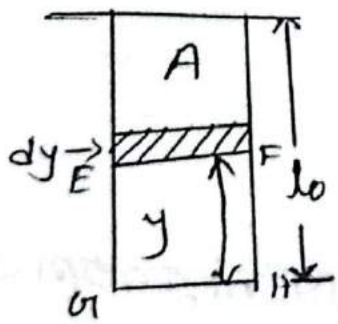
$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta l'}{\Delta l} = \left(1 - \frac{F_e}{W}\right)}$$

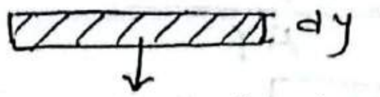
কোনো সুষম স্থিতিস্থাপক বস্তুর নিজ ওজনের জন্য দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন: (Deflection of bar due to it's self weight):



বস্তুর উপাদানের ঘনত্ব $= \rho$

$$W = mg$$
$$= (\rho V)g$$
$$\boxed{W = \rho A l_0 g}$$





F = weight of (EFGH)

$$= (\rho A y)\, g$$
$$\boxed{F = \rho A y g}$$

$$d\Delta l = \frac{F\,dy}{AY} \qquad \left[\Delta l = \frac{F l_0}{AY}\right]$$

$$\Rightarrow d(\Delta l) = \frac{F\,dy}{AY}$$

$$\Rightarrow d(\Delta l) = \frac{\rho A y g}{AY} \cdot dy$$

$$\Rightarrow \int_0^{\Delta l} d(\Delta l) = \frac{\rho g}{Y} \int_0^{l_0} y \, dy$$

$$\Rightarrow [\Delta l]_0^{\Delta l} = \frac{\rho g}{Y} \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{l_0}$$

$$\Rightarrow [\Delta l - 0] = \frac{\rho g}{Y} \left[\frac{l_0^2}{2}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta l = \frac{\rho g l_0^2}{2Y}}$$ $\Delta l \to$ নিজ ওজনের জন্য দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{\frac{W}{A l_0} l_0^2}{2Y} \qquad \left[\begin{array}{l} W = \rho A l_0 g \\ \Rightarrow \frac{W}{A l_0} = \rho g \end{array}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta l = \frac{W l_0}{2AY}} \ **$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{\left(\frac{W}{2}\right) l_0}{AY}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta l = \frac{F' l_0}{AY}} \qquad \left[F' = \frac{W}{2}\right]$$

কোনো বস্তু নিজ ওজন দ্বারা দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের ক্ষেত্রে মোট ওজনের অর্ধেক ওজন ক্রিয়া করে।

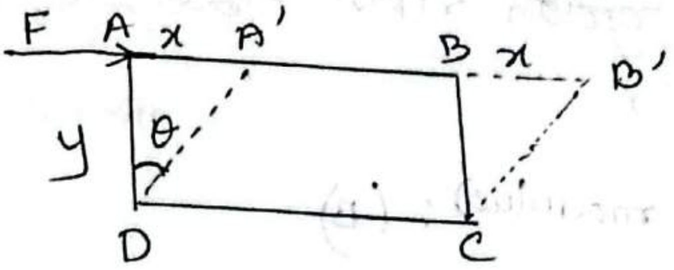
$$\Delta l = \frac{F l_0}{AY} + \cancel{\frac{W l_0}{2AY}} \to 0$$

অনেক বেশি

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{F l_0}{AY}$$

ব্যবর্তন / কৃন্তন / আকার / মোচড় গুণাঙ্ক: (shear modulus).

* দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক (modulus of rigidity):



ব্যবর্তন বিকৃতি, $\varepsilon_s = \frac{x}{y} = \tan\theta = \theta \quad [\theta \to 0]$

" পীড়ন, $\tau_v = \frac{F}{A}$

ব্যবর্তন গুণাঙ্ক, $\eta = \frac{\text{ব্যবর্তন পীড়ন}}{\text{ব্যবর্তন বিকৃতি}}$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{x}{y}} = \frac{Fy}{Ax}}$$

$$\eta = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{x}{y}}$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{\frac{F}{A}}{\tan\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = \frac{F}{A\tan\theta}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta = \frac{F}{A\theta}} \quad [\theta \to 0]$$

কোনো বস্তুর তলে সার্বদিকীয় বল প্রয়োগে আকার পরিবর্তন করে 1° কোণ উৎপন্ন করা হলে বস্তুতে যে পরিমাণ ব্যবর্তন পীড়ন অনুভূত হয় তাকে ব্যবর্তন গুনাঙ্ক বলা হয়।

আয়তন গুনাঙ্ক (Bulk modulus) : (B)

আয়তন বিকৃতি $= \frac{\Delta V}{V_0}$

আয়তন পীড়ন $= \frac{F}{A} = P$

$\therefore$ আয়তন গুনাঙ্ক, $B = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_0}} \Rightarrow \boxed{B = \frac{FV_0}{A\Delta V}}$$

আবার, $B = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_0}}$

$$\Rightarrow B = \frac{P}{\frac{\Delta V}{V_0}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{PV_0}{\Delta V}$$

For gas, $B = -\frac{PV_0}{\Delta V}$. [আয়তন হ্রাস পায়]

আবার, $B = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta V}{V_0}}$

if, $\frac{\Delta V}{V_0} = 1$ $\quad B = \frac{F}{A} =$ আয়তন পীড়ন

কোনো বস্তুর উপর লম্ব বল প্রয়োগে বস্তুটির একক আয়তন ঘটানোর ফলে ঐ বস্তুতে যেই পরিমাণ আয়তন পীড়ন অনুভূত হয় তাকে ঐ বস্তুর আয়তন গুণাঙ্ক বলে।

কোনো গ্যাসের জন্য রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক $PV^{\gamma} = const$ যেখানে P, V, γ প্রচলিত অর্থ বহন করে, দেখাও যে, রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় গ্যাসটির আয়তন গুণাঙ্ক γP এর সমান।

$$PV^{\gamma} = const$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dV}(PV^{\gamma}) = const.$$

$$\Rightarrow P\frac{d}{dV}(V^{\gamma}) + V^{\gamma}\frac{dP}{dV} = 0$$

$$\Rightarrow P\gamma V^{\gamma-1} + V^{\gamma}\frac{dP}{dV} = 0$$

$$\Rightarrow P\gamma\frac{\cancel{V^{\gamma}}}{V} + \cancel{V^{\gamma}}\frac{dP}{dV} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{dP}{dV} = \frac{P\gamma}{V}$$

$$\Rightarrow -\frac{V\,dP}{dV} = \gamma P$$

$$\Rightarrow \left[-\frac{dP}{\frac{dV}{V}}\right] = \gamma P$$

$$\Rightarrow B = \gamma P$$

$$\left[B = -\frac{P}{\frac{\Delta V}{V_0}} \quad \Rightarrow B = -\frac{dP}{\frac{dV}{V}}\right]$$

সংনম্যতা : (compressibility) : (K)

যে বৈশিষ্ট্যের কোনো বস্তুর চারপাশ থেকে চাপ প্রয়োগ করা হলে । তার বস্তুটির আয়তন কমে যায় তাকে সংনম্যতা বলে।

আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশি সংনম্যতা।

$$\therefore K = \frac{1}{B}$$

Unit : $\frac{1}{Nm^{-2}} = N^{-1}m^{2}$ or $(Pa)^{-1}$

Dimension = $[K] = [M^{-1}LT^{2}]$

$$K = \frac{1}{B}$$

$$\Rightarrow K = -\frac{1}{\frac{PV_0}{\Delta V}} \qquad \left[B = -\frac{PV_0}{\Delta V}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{K = -\frac{\Delta V}{PV_0}}$$

if, $P = 1\,Pa$

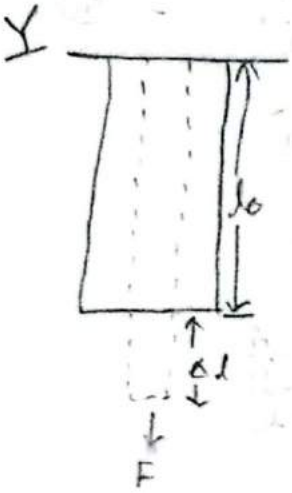
$K = \left(-\frac{\Delta V}{V_0}\right) = \varepsilon_v$ [আয়তন বিকৃতি]

কোনো গ্যাসের উপর 1 Pa চাপ প্রয়োগে ঐ গ্যাসের যে পরিমাণ আয়তন বিকৃতি ঘটে তাকে ঐ গ্যাসের সংনম্যতা বলে।

Topic-4

পয়সনের অনুপাত (poission's ratio):

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি ও পার্শ্ব বিকৃতির অনুপাতকে বলা হয় পয়সনের অনুপাত,



পার্শ্ব বিকৃতি (Transversal strain or lateral strain)

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta r}{r_0} = \frac{\Delta d}{d_0}$$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0}$

Under elastic limit:

পয়সনের অনুপাত $\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

$$\sigma = \frac{-\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} = -\frac{\frac{\Delta d}{d_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\sigma = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$\sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\boxed{\sigma = -\frac{\Delta r\, l_0}{\Delta l\, r_0}}$$

Range:

Theoritically : $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$

Practically : $0 < \sigma < \frac{1}{2}$

Most of the case : $(0.2 \sim 0.4)$

Math করার ক্ষেত্রে,

$$\boxed{\sigma = \frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}}$$

Ques: কোনো স্থিতিস্থাপক পদার্থের পয়সনের অনুপাত 0.25 এর দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি পেলে ব্যাসার্ধ শতকরা কত হ্রাস পাবে?

Soln: Method-1

$$\sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta r}{r_0} = -\frac{\Delta l}{l_0} \times \sigma$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta r}{r_0} = -(0.2 \times 0.25)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta r}{r_0} = -0.05 \times 100\%$$

$$= 5\%$$

∴ ব্যাসার্ধ 5% হ্রাস পাবে। (Ans)

Method-2

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

[চিহ্ন বাদ দিয়ে]

Ques: কোনো স্থিতিস্থাপক তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করে এর ব্যাসার্ধ 8% হ্রাস করা সম্ভব কি?

Soln: $\sigma = \frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\frac{\Delta l}{l_0} = 0.1$

ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি, $\frac{\Delta r}{r_0} = 0.08$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{0.08}{0.1} = 0.8$$

এখানে পয়সনের অনুপাত 0.8 হওয়া সম্ভব নয়। কারণ এর সীমা $(-1 < \sigma < \frac{1}{2})$। সুতরাং উক্ত তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করে ব্যাসার্ধ 8% হ্রাস পাওয়া সম্ভব নয়।

Special Observation:

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}} \quad \frac{F}{A} \rightarrow \tau, \quad \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \varepsilon_l$$

$$\Rightarrow Y = \frac{\tau}{\varepsilon_l}$$

∴ দৈর্ঘ্য বিকৃতি,

$$\boxed{\varepsilon_l = \frac{\tau}{Y}}$$

আবার,

$$\sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} \quad \frac{\Delta r}{r_0} \rightarrow \varepsilon_T, \quad \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow \varepsilon_l$$

$$\Rightarrow \sigma = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_l}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_T = -\sigma \varepsilon_l$$

$$\Rightarrow \varepsilon_T = -\sigma \frac{\tau}{Y}$$

∴ পার্শ্ব বিকৃতি, $\boxed{\varepsilon_T = \frac{-\sigma \tau}{Y}}$

10^9 ইয়ং এর গুনাঙ্ক বিশিষ্ট কোনো স্থিতিস্থাপক তারের পয়সনের অনুপাত 0.25। তারটির ব্যাসার্ধ 5% হ্রাস করলে এর দৈর্ঘ্য বরাবর কত পীড়ন প্রয়োগ করতে হবে?

soln: Method-1

We know,

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$\sigma = 0.25$

$\frac{\Delta r}{r_0} = 0.05$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\frac{\Delta r}{r_0}}{\sigma}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = 0.2$$

আমরা জানি,

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{A} = Y \times \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{A} = 10^9 \times 0.2$$

$$\Rightarrow \frac{F}{A} = 2 \times 10^8 \ N/m^2$$

(Ans)

Method-2

আমরা জানি,

$$\varepsilon_T = -\frac{\sigma \tau}{Y}$$

$\varepsilon_T = 0.05$
$\sigma = 0.25$
$Y = 10^9$

শুধু মান নিয়ে,

$$\varepsilon_T = \frac{\sigma \tau}{Y}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{\varepsilon_T Y}{\sigma}$$

$$= \frac{0.05 \times 10^9}{0.25}$$

$$= 2 \times 10^8 \ N/m^2$$

(Ans).

Topic-5 স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কসমূহের মধ্যে পার্থক্য:

Relation bet^n co-efficients of elasticity

ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y), আয়তন গুণাঙ্ক (B) এবং পয়সনের অনুপাতের মধ্যে সম্পর্ক –

$$\boxed{\begin{aligned} Y &= 3B(1-2\sigma) \\ \therefore B &= \frac{Y}{3(1-2\sigma)} \end{aligned}}$$

Proof :

ঘনকের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য l

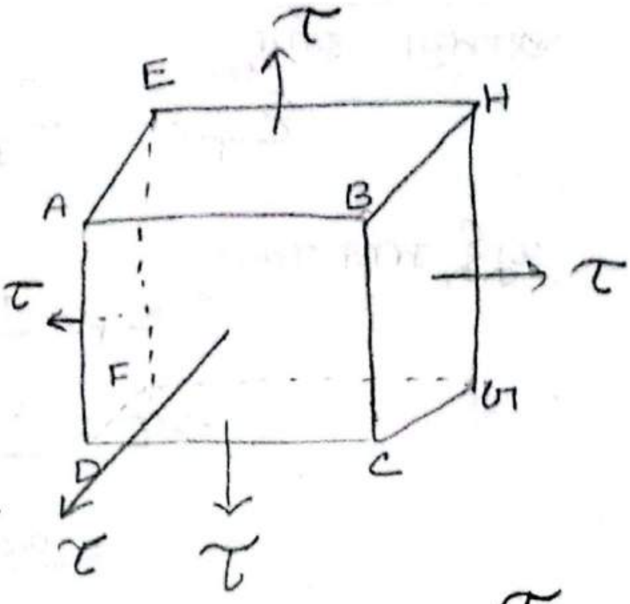
$\therefore$ আয়তন, $V = l^3$

এবং ইয়ং এর গুনাঙ্ক $= Y$

পয়সনের অনুপাত $= \sigma$

ঘনকের আয়তন বিকৃতি, $\varepsilon_V = \frac{dV}{V}$

" দৈর্ঘ্য " , $\varepsilon_l = \frac{dl}{l}$



এখানে,

আয়তন গুনাঙ্ক B হলে,

$$B = \frac{\tau}{\frac{dV}{V}}$$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\varepsilon_l = \frac{\tau}{Y}$

পার্শ্ব বিকৃতি, $\varepsilon_T = -\frac{\sigma\tau}{Y}$

আয়তন, $V = l^3$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dl} = 3l^2$$

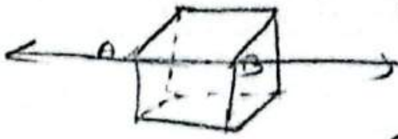
$$\Rightarrow dV = 3l^2\, dl$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{3l^2\, dl}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{3l^2\, dl}{l^3}$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = 3\frac{dl}{l} \quad \text{--- (ii)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_V = 3\varepsilon_l}$$



AB বরাবর দিলে দৈর্ঘ্য প্রসারণে AB বরাবর দৈর্ঘ্য বাড়ে কিন্তু অন্য দুই পাশে দৈর্ঘ্য কমে বা পার্শ্ব বিকৃতি হ্রাস পায়

এখানে,

AB বরাবর দৈর্ঘ্য বিকৃতি

$$\frac{dl}{l} = E_{AB} = \frac{\tau}{Y} - \frac{\sigma\tau}{Y} - \frac{\sigma\tau}{Y}$$

$$\Rightarrow \frac{dl}{l} = \frac{\tau}{Y} - 2\sigma\frac{\tau}{Y}$$

$$\Rightarrow \frac{dl}{l} = \frac{\tau}{Y}(1-2\sigma) \quad \text{--- (iii)}$$

Using (iii) in (ii)

$$\frac{dv}{v} = 3\frac{dl}{l}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{3\tau}{Y}(1-2\sigma) \quad \text{--- (iv)}$$

Using (iv) in (i)

$$B = \frac{\tau}{\frac{dv}{v}}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\tau}{\frac{3\tau}{Y}(1-2\sigma)} \quad \text{[using iv]}$$

$$\Rightarrow B = \frac{Y}{3(1-2\sigma)}$$

$$\Rightarrow \boxed{Y = 3B(1-2\sigma)}$$

5.12.23
Tuesday.

Topic-5

$$Y = 3B(1-2\sigma) \quad \text{— (i)}$$

$$Y = 2\eta(1+\sigma) \quad \text{— (ii)}$$

from (i) & (ii)

$$3B(1-2\sigma) = 2\eta(1+\sigma)$$

$$\Rightarrow 3B - 6B\sigma = 2\eta + 2\eta\sigma$$

$$\Rightarrow 3B - 2\eta = 6B\sigma + 2\eta\sigma$$

$$\Rightarrow 3B - 2\eta = \sigma(6B + 2\eta)$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{3B-2\eta}{6B+2\eta}} \quad \text{— (iii)}$$

$\sigma = \dfrac{3B-2\eta}{6B+2\eta}$, (ii) নং এ বসাই,

$$Y = 2\eta\left[1 + \frac{3B-2\eta}{6B+2\eta}\right]$$

$$\Rightarrow Y = 2\eta\left[\frac{6B+2\eta+3B-2\eta}{2\eta+6B}\right]$$

$$\Rightarrow Y = \frac{18\eta B}{6B+2\eta}$$

$$\Rightarrow 6BY + 2\eta Y = 18\eta B$$

$\Rightarrow 3BY + \eta Y = 9\eta B$ [2 দ্বারা ভাগ করে]

$\Rightarrow \dfrac{3BY}{\eta BY} + \dfrac{\eta Y}{\eta BY} = \dfrac{9\eta B}{\eta BY}$ [(ηBY) দ্বারা ভাগ করে]

$$\Rightarrow \frac{3}{\eta} + \frac{1}{B} = \frac{9}{Y}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{9}{Y} = \frac{3}{\eta} + \frac{1}{B}}$$

পয়সনের অনুপাতের সীমা:

$$Y = 3B(1-2\sigma) \quad \text{---}(i)$$

$$Y = 2\eta(1+\sigma) \quad \text{---}(ii)$$

স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক সমূহের মান কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore (Y, \eta, B) \rightarrow$ Always (+ve)

From (i)

$$\underset{(+ve)}{\underset{\downarrow}{Y}} = \underset{(+ve)}{\underset{\downarrow}{3B}}(1-2\sigma)$$

$\therefore$ শর্তানুসারে, $1-2\sigma > 0$

$$\Rightarrow 1 > 2\sigma$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} > \sigma$$

$$\Rightarrow \sigma < \frac{1}{2}$$

আবার, From (ii)

$$\underset{(+ve)}{\underset{\downarrow}{Y}} = \underset{(+ve)}{\underset{\downarrow}{2\eta}}(1+\sigma)$$

শর্তানুসারে, $1+\sigma > 0$

$$\Rightarrow \sigma > -1$$

$\therefore \sigma > -1$ or $\sigma < \frac{1}{2}$

$\therefore -1 < \sigma$ or $\sigma < \frac{1}{2}$

$\therefore \boxed{-1 < \sigma < \frac{1}{2}}$

Theoritically: $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$

Practically: $0 < \sigma < \frac{1}{2}$

Most of the cases:

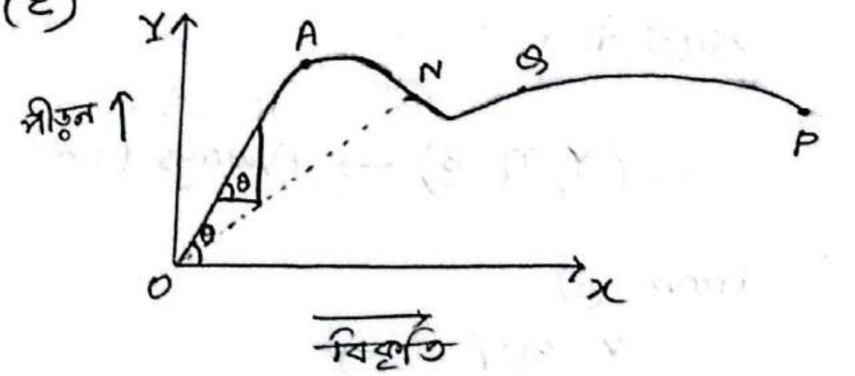
(0.2 ~ 0

UTM (machine)
Universal Testing "

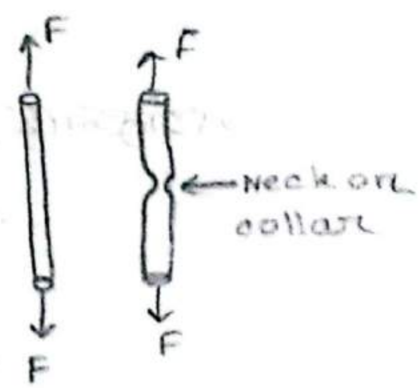
MAT
Imp. Topic-6 : পীড়ন বনাম বিকৃতি লেখচিত্র {stress Vs strain graph}

Under elastic limit,
পীড়ন ∝ বিকৃতি
⇒ পীড়ন (τ) = E × বিকৃতি (ε)
⇒ $\tau = E\varepsilon$
$\downarrow \quad \downarrow \downarrow$
$Y = m\ x$

YX-graph → পীড়ন- বিকৃতি লেখচিত্র



N → স্থিতিস্থাপক সীমা বিন্দু
(elastic Limit point)
Q → সমর্পন বিন্দু (Yielding point)
P → ভাঙ্গন বিন্দু (Breaking point)



O থেকে A (O → A):

এই অংশে পীড়ন ∝ বিকৃতি । অর্থাৎ সরল রৈখিক বৈশিষ্ট্য । তাই মূল বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ পাওয়া যায় । এই অংশে সরলরেখার ঢাল নিলে স্থিতিস্থাপক গুনাঙ্ক পাওয়া যায় ।

$\boxed{\text{slope} = \tan\theta = m = E}$

A → N এই অংশে পীড়ন, বিকৃতির সমানুপাতিক নয় বিন্দু বস্তু স্থিতিস্থাপক ধর্ম প্রদর্শন করে। অর্থাৎ বল প্রয়োগে বিকৃত বস্তু হতে বল অপসারণ করলে বস্তুটি তার পূর্বের আকারে ফিরে যায়।

এই ঘটনা N বিন্দু পর্যন্ত চলে। তাই N বিন্দুকে বলা হয় স্থিতিস্থাপক সীমা বিন্দু।

ON হচ্ছে বস্তুটির স্থিতিস্থাপক সীমা,

N-Q: এই অংশে বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুতে স্থায়ী বিকৃতি ঘটে। অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক ধর্ম হ্রাস পায়। তাই Q বিন্দুকে বলা হয় সমর্পন বিন্দু।

S→P: এই অংশে বস্তুতে বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুর দ্রুত বিকৃতি ঘটতে থাকে। এক পর্যায়ে P বিন্দুতে এসে বস্তুটি ভেঙে যায় বা ছিড়ে যায়। তাই P বিন্দুকে বলা হয় ভাঙন বিন্দু।

* যে সমস্ত বস্তুর জন্য PQ অংশের বিকৃতি অনেক সময় ধরে ঘটে তাদেরকে বলা হয় নম্য বস্তু বা নমনীয় বস্তু (Ductile body) Ex-steel.

* যে সমস্ত বস্তুর জন্য PQ অংশের বিকৃতি অনেক কম সময় ধরে ঘটে তাদেরকে বলা হয় ভঙ্গুর বস্তু (Brittle body) Ex - শুকনো কাঠ, কাচ ইত্যাদি.

* P বিন্দুতে বস্তুর যে পীড়ন তাকে বলা হয় অসহ পীড়ন (Breaking stress)

* অসহ পীড়নকে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ করলে অসহ বল বা ওজন (Breaking force/Breaking weight)

* অসহ বল বা ওজনকে অভিকর্ষজ ত্বরণ দিয়ে ভাগ করলে অসহ ভর (Breaking mass) পাওয়া যায়।

সংজ্ঞা ** **অসহ পীড়নঃ (Breaking stress): (τ_b)**

কোনো বস্তু বা তারের একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে যে পরিমাণ বল অনুভূত হলে বস্তুটি ভেঙে যায়, বা ছিঁড়ে যায় অথবা ভেঙে বা ছিঁড়ে যাওয়ার উপক্রম হয় তাকে অসহ পীড়ন বলা হয়।

$\therefore$ Breaking stress,

$$\tau_b = \frac{F}{A}$$

500 Psi এর তড়

$$\Rightarrow \tau_b A = F$$

F → অসহ বল বা ওজন

$m = \frac{F}{g}$ ↓ অসহ ভর

$A = \pi r^2$

$A = \frac{1}{4}\pi d^2$

Math : $1\,cm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো স্থিতিস্থাপক তারের পীড়ন $9.8 \times 10^6\ N/m^2$, তারটির জন্য অসহ বল ও অসহ ভর নির্ণয় কর।

Soln:

$A = 1\,cm^2$
$= 10^{-4}\,m^2$

$\tau_b = 9.8 \times 10^6\ N/m^2$

$\therefore F = \tau_b \times A$
$= 9.8 \times 10^6 \times 10^{-4}$
$= 980\,N$

$\therefore m = \frac{F}{g}$
$= \frac{980}{9.8} = 100\,kg$

Math: 5000 kg ভর বিশিষ্ট একটি লিফট $25 cm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি cable দ্বারা যুক্ত। যদি cable এর অসহ পীড়ন 2.6×10^7 N/m^2 হয় তবে লিফটটি সর্বোচ্চ কত ত্বরণে উপরে উঠতে পারবে?

Sol^n:

$\uparrow a \quad g' = g+a$

$m = 5000 kg$

$A = 25 cm^2 = 25\times10^{-4} m^2$

$\tau_b = 2.6\times10^7 \ N/m^2$

$\therefore F = \tau_b \times A$

$= 2.6\times10^7\times25\times10^{-4}$

$= 6.5\times10^4 N$

$F = 65000 N$

$\Rightarrow m(g+a) = 65000$

$\Rightarrow g+a = \frac{65000}{5000}$

$\Rightarrow g+a = 13$

$\Rightarrow a = 13 - 9.8$

$\Rightarrow a = 3.2 ms^{-2}$

*** # 90 cm দৈর্ঘ্য ও $0.5 cm^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো স্থিতিস্থাপক তারের মাথায় 200 gm ভরের একটি বস্তু বেঁধে ভূমির সাথে সমান্তরালে ঘুরানো হচ্ছে। যদিও তারটির অসহ পীড়ন 9.8×10^5 N/m^2 হয়। তবে বস্তুটিকে মিনিটে সর্বোচ্চ কতবার ঘুরানো যাবে যেন তারটি ছিঁড়ে না যায়।

$\omega = \frac{2\pi N}{t}$

Sol^n:

$m = 200 gm = 0.2 kg$

$r = 90 cm = 0.9 m$

$A = 0.5 cm^2 = 0.5\times10^{-4} m^2$

$\tau_b = 9.8\times10^5$

$\therefore F = \tau_b \times A$

$= 9.8\times10^5\times0.5\times10^{-4}$

$= 49 N$

$F = m\omega^2 r$

$\frac{F}{mr} = \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2$

$\therefore N = \frac{t}{2\pi}\sqrt{\frac{F}{mr}}$

$= \frac{60}{2\pi}\sqrt{\frac{49}{0.2\times0.9}}$

≈ 158 (প্রায়)

20/22/25

Topic-7

স্থিতিস্থাপক বস্তুতে সঞ্চিত শক্তি / বিভব শক্তি :
(Stored / Potential energy in elastic body)

দৈর্ঘ্য বিকৃতির জন্য সঞ্চিত শক্তি:

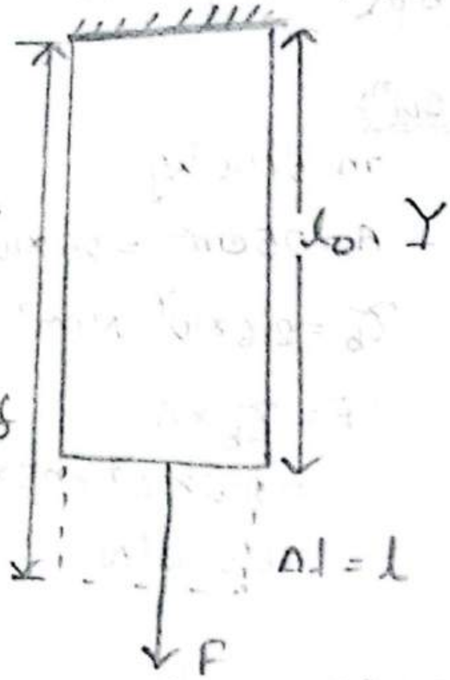
$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{l_0}}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{Yl}{l_0}$$

$$\boxed{F = \frac{YAl}{l_0}}$$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $\varepsilon_l = \frac{l}{l_0}$

দৈর্ঘ্য পীড়ন, $\tau_l = \frac{F}{A}$

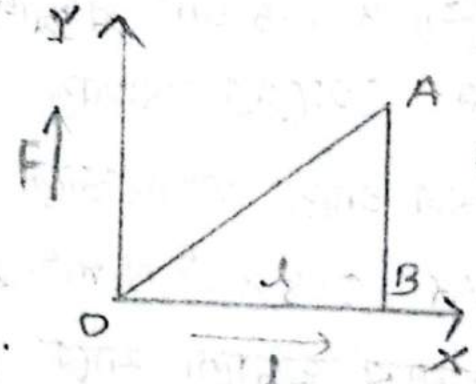


Method-01:

$$F = \frac{YAl}{l_0}$$

$$\Rightarrow F = \frac{YA}{l_0} \cdot l$$

$\downarrow$ Y $\downarrow$ m $\downarrow$ x



$F = \frac{YAl}{l_0}$

l দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনে কৃতকাজ, $W = \frac{1}{2} OB \times AB$

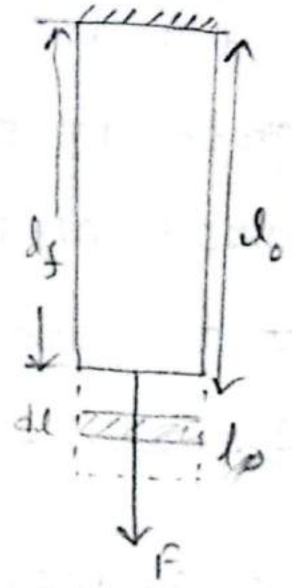
$$\boxed{W = \frac{1}{2} l \times F}$$ ***

$$\therefore W = \frac{1}{2} Fl$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} \frac{YAl^2}{l_0}}$$

Method-2 :

$$F = \frac{YAl}{l_0}$$



$\therefore$ dl দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনে ক্ষুদ্র কৃতকাজ

$$dW = F\,dl$$

$$\Rightarrow dW = \frac{YAl}{l_0}\,dl$$

$$\Rightarrow \int_0^W dW = \frac{YA}{l_0}\int_0^l l\,dl$$

$$\Rightarrow [W]_0^W = \frac{YA}{l_0}\left[\frac{l^2}{2}\right]_0^l$$

$$\Rightarrow [W-0] = \frac{YA}{l_0}\left[\frac{l^2}{2} - 0\right]$$

$$\boxed{\therefore W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{l_0}}$$

$\because$ সঞ্চিত শক্তি = কৃতকাজ

$$U = W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{l_0}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{l_0}}$$

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি: $U_v = \frac{U}{V} = \frac{\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{l_0}}{Al_0}$ [আয়তন, $V = Al_0$]

$\frac{l}{l_0}$ = দৈর্ঘ্য বিকৃতি

$$\Rightarrow U_v = \frac{1}{2}\frac{Yl^2}{l_0^2}$$

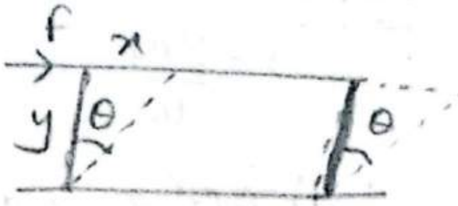
$Y = \frac{F/A}{l/l_0}$

$$\Rightarrow U_v = \frac{1}{2}\frac{Yl}{l_0} \times \frac{l}{l_0}$$

$\frac{Yl}{l_0} = \frac{F}{A}$ = দৈর্ঘ্য পীড়ন

$$\Rightarrow \boxed{U_v = \frac{1}{2} \times \text{দৈর্ঘ্য পীড়ন} \times \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

ব্যবর্তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত শক্তি :



ব্যবর্তন বিকৃতি, $\varepsilon_s = \frac{x}{y}$

ব্যবর্তন পীড়ন, $\tau_s = \frac{F}{A}$

ব্যবর্তন গুনাঙ্ক $= \eta$

দৈর্ঘ্য বিকৃতির ক্ষেত্রে, $U = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{l_0}$

$Y \to \eta$
$l_0 \to y$
$l \to x$

ব্যবর্তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত শক্তি, $\boxed{U = \frac{1}{2}\frac{\eta A x^2}{y}}$

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, $\boxed{U_V = \frac{1}{2} \times \text{ব্যবর্তন পীড়ন} \times \text{ব্যবর্তন বিকৃতি}}$

আয়তন বিকৃতির জন্য সঞ্চিত শক্তি:

আয়তন বিকৃতি, $\varepsilon_V = \frac{dV}{V_0} = \frac{V}{V_0}$

" পীড়ন, $\tau_V = \frac{F}{A} = P$

" গুনাঙ্ক $= B$

দৈর্ঘ্য বিকৃতির ক্ষেত্রে, $U = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{l_0}$

$Y \to B$
$l_0 \to V_0$
$l \to V$

∴ আয়তন " জন্য সঞ্চিত শক্তি, $U = \boxed{\frac{1}{2}\frac{BAV^2}{V_0} = U}$

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, $U_V = \frac{1}{2} \times \text{আয়তন পীড়ন} \times \text{আয়তন বিকৃতি}$.

Topic-8
Special case:

*** ☐ r ব্যাসার্ধ ও l দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কোনো স্থিতিস্থাপক তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতি e এবং পয়সনের অনুপাত σ হলে দেখাও যে তারটির আয়তন বিকৃতি $e(1-2\sigma)$

Sol^n:

দৈর্ঘ্য বিকৃতি,
$$e = \frac{dl}{l}$$
পয়সনের অনুপাত,
$$\sigma = -\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}$$

$$V = \pi r^2 l \ldots$$

Diff^n with respect to l

$$\frac{dV}{dl} = \pi \frac{d}{dl}(r^2 l)$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dl} = \pi\left[r^2 \frac{dl}{dl} + l \cdot 2r \frac{dr}{dl}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dl} = \pi r^2 + 2\pi r l \cdot \frac{dr}{dl}$$

$$\Rightarrow dV = \pi r^2 \, dl + 2\pi r l \, dr$$

$$\Rightarrow dV = \pi r^2 l \left[\frac{dl}{l} + 2\frac{dr}{r}\right]$$

$$\Rightarrow dV = V\left[\frac{dl}{l} + \frac{2dr}{r}\right] \quad [V = \pi r^2 l]$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{dl}{l}\left[1 + 2\,\frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}}\right] \quad \left[\frac{dl}{l} = e,\ \frac{\frac{dr}{r}}{\frac{dl}{l}} = -\sigma\right]$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = e\left(1 + 2(-\sigma)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dV}{V} = e(1-2\sigma)}$$

Wednesday

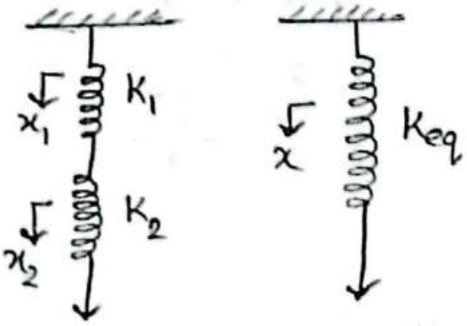
Topic-08 :

স্প্রিং এর সমবায় (combination of spring):

- → শ্রেণি সমবায়
- → সমান্তরাল সমবায়
- → মিশ্র সমবায়

} Aim → তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক (K_{eq})

শ্রেণি সমবায়:



এখানে,

$$x = x_1 + x_2$$

$$\Rightarrow \frac{F}{K_{eq}} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

$$\left[\begin{array}{l} F = K_{eq} \cdot x \\ \therefore x = \frac{F}{K_{eq}} \\ x_1 = \frac{F}{K_1} \\ x_2 = \frac{F}{K_2} \end{array}\right.$$

$\therefore$ n সংখ্যক ($K_1, K_2, \ldots K_n$) স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিং কে শ্রেণিতে যুক্ত করলে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক

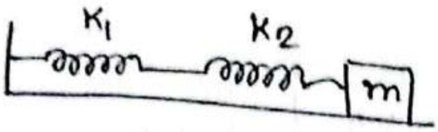
$$\Rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \cdots + \frac{1}{K_n}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{K_i} \qquad [K_{eq} < K_i]$$

$n = 2$,

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

$$\boxed{\therefore K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$$

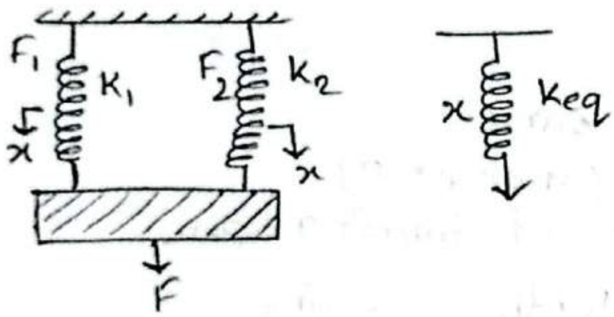


$$K_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_{eq}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}}$$

সমান্তরাল সমবায়ঃ



$$F = K_{eq} x$$
$$F_1 = K_1 x$$
$$F_2 = K_2 x$$

$$F = F_1 + F_2$$

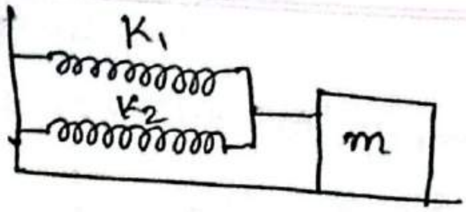
এখানে, $F = F_1 + F_2$

$$\Rightarrow K_{eq} x = k_1 x + k_2 x$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{eq} = k_1 + k_2}$$

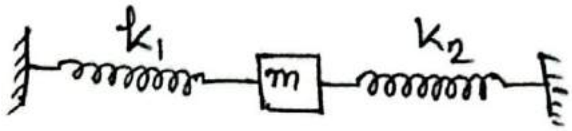
$\therefore$ $(K_1, K_2 \cdots\cdots K_n)$ বিশিষ্ট n সংখ্যক স্প্রিংকে সমান্তরালে যুক্ত করলে তুল্য স্প্রিং ধ্রুবক, $K_{eq} = k_1 + k_2 + \cdots + k_n$

$$\Rightarrow K_{eq} = \sum_{i=1}^{n} k_i \quad [K_{eq} > k_i]$$



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1+K_2}}$$

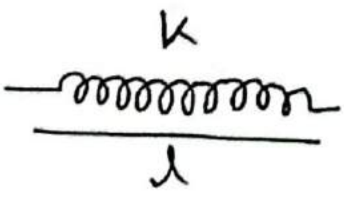
$$K_{eq} = k_1 + k_2$$



$$K_{eq} = k_1 + k_2 \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_1+K_2}}$$

স্প্রিংয়ের বিভাজন বা কর্তন : (Division of spring)

- Material same
- (পাক সংখ্যা) Number of turning per unit lenth is same



$$\boxed{\therefore K \propto \frac{1}{l}}$$

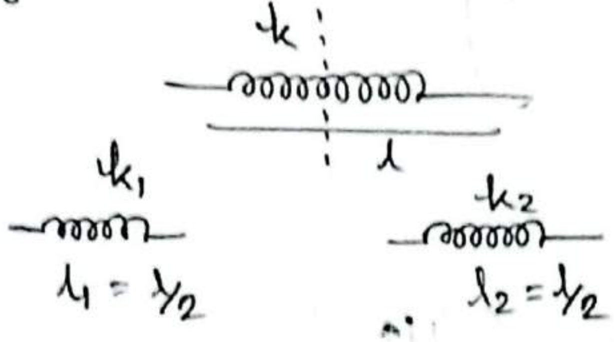
যেকোনো স্প্রিংয়ের স্প্রিং ধ্রুবক এর দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতিক

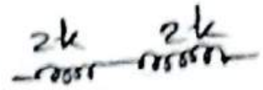
$$\therefore Kl = \text{const}$$

$$\boxed{\therefore k_1 l_1 = k_2 l_2}$$

প্রশ্ন K মানের স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে কেটে সমান দুই টুকরা করা হলো। প্রতিটি টুকরার স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর।

soln:





$K_{eq} = \frac{4k^2}{4k} = k.$

$kl = k_1 l_1$

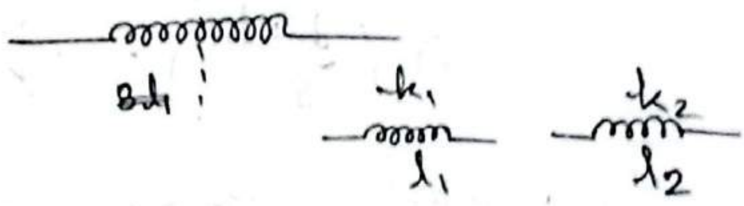
$\Rightarrow \boxed{k_1 = 2k}$

$kl = k_2 \, l/2$

$\Rightarrow \boxed{k_2 = 2k}$

N.B ⇒ ∴ k স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট কোনো স্প্রিংকে n সংখ্যক সমান টুকরায় বিভক্ত করা হলে প্রতিটি টুকরার স্প্রিং ধ্রুবক $\boxed{nk.}$

প্রশ্ন K মানের স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে 3:4 অনুপাতে কেটে দুই টুকরা করা হলো। প্রতিটি টুকরার স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর।



$l_1 = l$ এর $\frac{3}{7} = \frac{3l}{7}$

$l_2 = l$ এবং $\frac{4}{7} = \frac{4l}{7}.$

$kl = k_1 l_1$

$\Rightarrow k_1 = \frac{kl}{\frac{3l}{7}}$

$\Rightarrow k_1 = \frac{7}{3}k$

$kl = k_2 l_2$

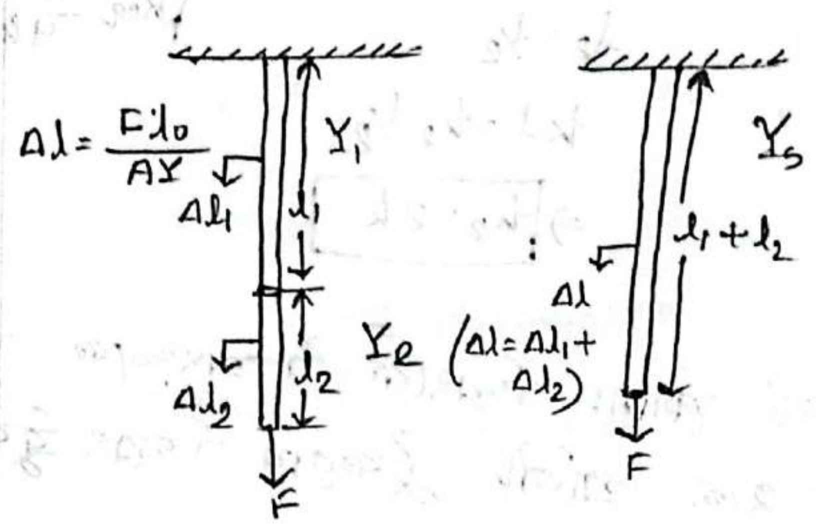
$k_2 = \frac{7}{4}k$

ইয়ং এর গুণাঙ্কের সমবায় : (combination of Young's modulus).

- শ্রেণি সমবায়
- সমান্তরাল সমবায়
- মিশ্র সমবায়

} Aim → তুল্য ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y_{eq})

শ্রেণি সমবায় :



এখানে, $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

$$\Rightarrow \frac{F(l_1+l_2)}{AY_s} = \frac{Fl_1}{AY_1} + \frac{Fl_2}{AY_2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{l_1+l_2}{Y_s}\right) = \frac{l_1}{Y_1} + \frac{l_2}{Y_2}$$

∴ একই প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল ও ($Y_1, Y_2 \cdots Y_n$) ইয়ং এর গুণাঙ্ক বিশিষ্ট n সংখ্যক রড বা তারকে শ্রেণিতে যুক্ত করলে তুল্য ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$\frac{(l_1+l_2+\cdots\, l_n)}{Y_s} = \frac{l_1}{Y_1} + \frac{l_2}{Y_2} + \cdots \frac{l_n}{Y_n}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{Y_s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{Y_i} \qquad [Y_s < Y_i]$$

$n=2,$

$$\frac{l_1+l_2}{Y_s} = \frac{l_1}{Y_1} + \frac{l_2}{Y_2}$$

যদি, $l_1 = l_2$

$$l_1 + l_2 = 2l_1$$

$$\therefore \frac{2l_1}{Y_s} = \frac{l_1}{Y_1} + \frac{l_2}{Y_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{2}{Y_s} = \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2}}$$

একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট এবং $(Y_1, Y_2 \ldots Y_n)$ ইয়ং এর গুণাঙ্ক বিশিষ্ট n সংখ্যক রড বা তারকে শ্রেণিতে যুক্ত করলে তুল্য ইয়ং এর গুণাঙ্ক,

$$\frac{n}{Y_s} = \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2} + \cdots + \frac{1}{Y_n}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n}{Y_s} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Y_i}}$$

$\therefore Y_1 = Y_2 = \cdots = Y_n = Y$

$$\frac{n}{Y_s} = \frac{1}{Y} + \frac{1}{Y} + \cdots \text{ n সংখ্যক,}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{Y_s} = n \cdot \frac{1}{Y}$$

$$\boxed{\therefore Y_s = Y}$$

সমান্তরাল সমবায় :

CamScanner