011

chapter-5

Work, power & energy

কাজ, ক্ষমতা ও শক্তি

1

Topic: 01: Basic Introduction:

* কাজ কী? ~~কাজ~~

উ: কোনো বস্তুর উপর শক্তি স্থানান্তর করার প্রক্রিয়াকে কাজ বলে।

Hypothesis:

Workdone, W

$$W \propto F \text{ --- (i)}$$
$$W \propto S \text{ --- (ii)}$$

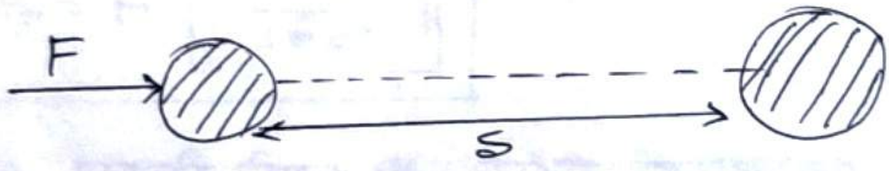
from (i) & (ii), $W \propto FS$

$$\Rightarrow W = \underbrace{K}_{\text{(const)}} F \cdot S$$

$F = 1N$, $S = 1m$, $W = 1$ Joule $\boxed{K = 1}$

$\therefore \boxed{W = FS}$ → বলের দিকে সরণ।

* কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে বল ও বলের দিকে বস্তুর সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলা হয়।



$W = FS$

Unit: Nm = Joule

Dimension: $[W] = [MLT^{-2}L] = [ML^2T^{-2}]$

$\boxed{W = FS\cos\theta}$ $\boxed{\therefore W = \vec{F}\cdot\vec{S}}$ $\boxed{\vec{F}\,\hat{}\,\vec{S} = \theta}$

∴ কাজ হচ্ছে একটি স্কেলার রাশি। কারণ এটি বল ও সরণের ডট গুণফল যা স্কেলার গুণন।

$W = FS$

$\Rightarrow W = FS.1$

$\Rightarrow W = FS.\cos 0^\circ$

$\Rightarrow W = \vec{F}\cdot\vec{S}$

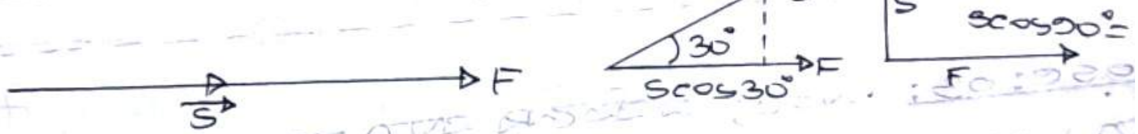
* ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোনো বস্তুর উপর $\vec{F} = 100\hat{i} + 200\hat{j} + 300\hat{k}$ N বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি $(1,1,1)$ বিন্দু হতে $(7,7,7)$ বিন্দুতে যায়। উক্ত ক্ষেত্রে বস্তুর উপর কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উঃ $\vec{S} = (7-1)\hat{i} + (7-1)\hat{j} + (7-1)\hat{k}$

$\vec{S} = 6\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}$

$W = \vec{F}\cdot\vec{S} = 600 + 1200 + 1800 = 3600$ Joule

case:01: $W > 0$, এ ধরনের কাজকে বলা হয় ধনাত্মক কাজ। অর্থাৎ, বল ও সরণের উপাংশ একই দিকে থাকে।



এক্ষেত্রে, বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

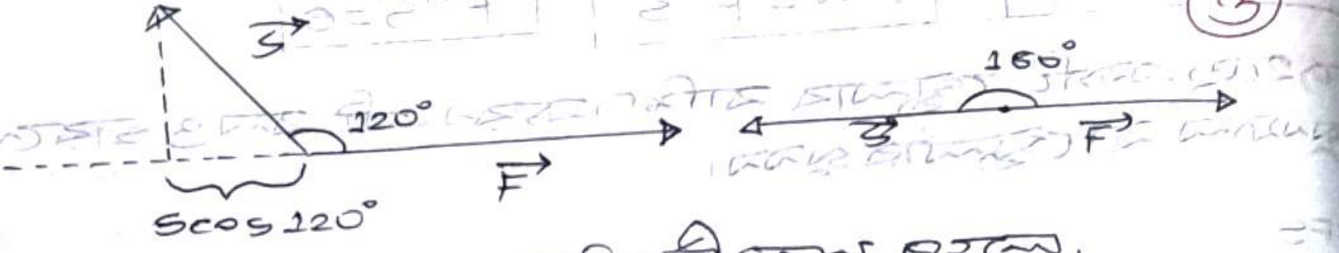
$$0^\circ \le \theta < 90^\circ$$

$$0 \le \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = [0^\circ, 90^\circ)$$

$$\theta = [0, \frac{\pi}{2})$$

case:02: $w<0$, এধরনের কাজকে ঋণাত্মক কাজ বলা হয়, অর্থাৎ, বল ও সরণের উপাংশ পরস্পর বিপরীতমুখী।



এক্ষেত্রে, বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$90° < \theta \leq 180°$$

$$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$$

$$\theta = \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

$$\theta = \left(90°, 180°\right]$$

* কাজ ঋণাত্মক/ধনাত্মক হয় প্রযুক্ত বলের সাপেক্ষে,

* অভিকর্ষ বলের সাপেক্ষে কাজ ঋণাত্মক

* আমার হাতের সাপেক্ষে বা আমার বলের সাপেক্ষে কাজ ধনাত্মক।

$$\boxed{W_{agent} = mgh \ (+ve)}$$

$$\boxed{W_{Gravity} = -mgh}$$

case:03: $w=0$; এধরনের কাজকে শূন্য কাজ বলা হয়। এক্ষেত্রে, বল ও সরণ পরস্পর লম্ব এবং বলের দিকে সরণের উপাংশ 0 হয়।

$\vec{F} \wedge \vec{s} = \theta$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ শক্তি ০ না। কাজ ০।

কাজ ০ মানে শক্তি রূপান্তরিত করতে আমরা অক্ষম হচ্ছি।

★ কোনো বস্তুর উপর কৃতকাজ ০ হওয়ার অর্থ হচ্ছে ঐ বস্তুতে কোনো শক্তি স্থানান্তর করা সম্ভব হয় নাই।

4

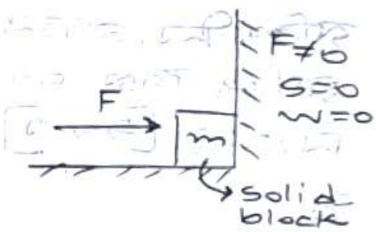
$W = Fs$ → const. force (ধ্রুব বল)

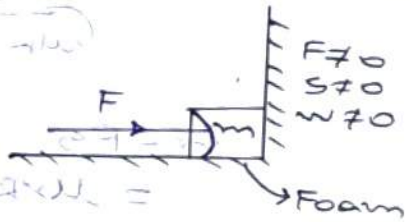
$W = Fs$ → পরিবর্তনশীল বল (variable force)

→ বল সরণের সাপেক্ষে পরিবর্তিত হয়।

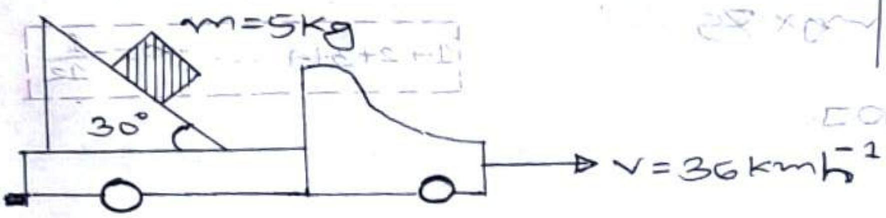
মহাকর্ষ বল, স্থিতিস্থাপক বল, তড়িৎবল,
($F \propto \frac{1}{r^2}$) ($F \propto -x$) ($F \propto \frac{1}{r^2}$)
চিম্বুং বল ($F \propto -x$)

* $W = Fs$ → বস্তুর সরণ
→ বস্তুর ভরকেন্দ্রের সরণ
→ বলের ক্রিয়াবিন্দুর সরণ।
(Displacement of point of application of force)





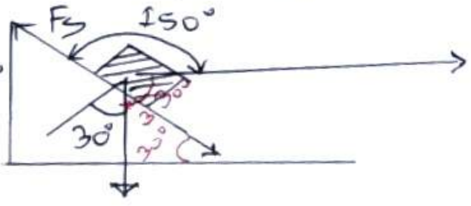
*



চিত্রে, একটি ট্রাক 36km/h সমবেগে গতিশীল, ট্রাকটির পিছনে 30° আনত কোণ বিশিষ্ট ঘর্ষণযুক্ত তলে 5kg ভরের একটি ব্লক স্থির অবস্থায় আছে, ব্লকটির উপর ঘর্ষণবল দ্বারা 3s. এ কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উঃ

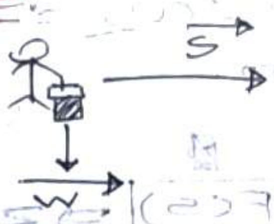
$F_s = mg\sin 30°$
$= 24.5$



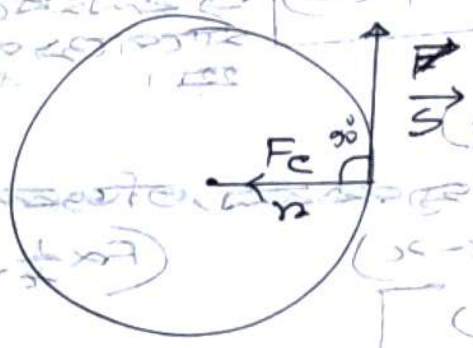
$S = 30$

$W = F_s\, s \cos 150°$
$= 24.5 \times 30 \times -\frac{\sqrt{3}}{2}$
$W = -636.53$ Joule

Example:



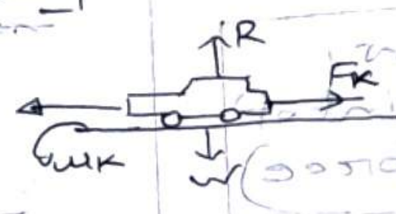
* উভয়ের ক্ষেত্রে কাজ 0



* কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ 0 যদি বৃত্তাকার পথে বস্তুটি ঘূর্ণায়মান থাকে।

* কোনো সমতল ঘর্ষণযুক্ত রাস্তায় 1500kg একটি গাড়ি সমবেগে গতিশীল, গাড়ির চাকার সাথে রাস্তার ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0.2 এবং গাড়ির বেগ 54 km/h হলে গাড়ির ইঞ্জিন কর্তৃক কৃতকাজ নির্ণয় কর। [5s এ]

উঃ



$s = vt$

$\Rightarrow s = \frac{54 \times 1000}{3600} \times 5$

$\Rightarrow s = 75m$

$\mu = \frac{F_k}{R}$

$W = Fs$

$= \mu \times R \times s$

$= 0.2 \times mg \times 75$

$= 220500 J.$

$\boxed{1+2+3+4 \cdots \infty = -\frac{1}{12}}$

* কাজের লেখচিত্র (Graphical representation of work):

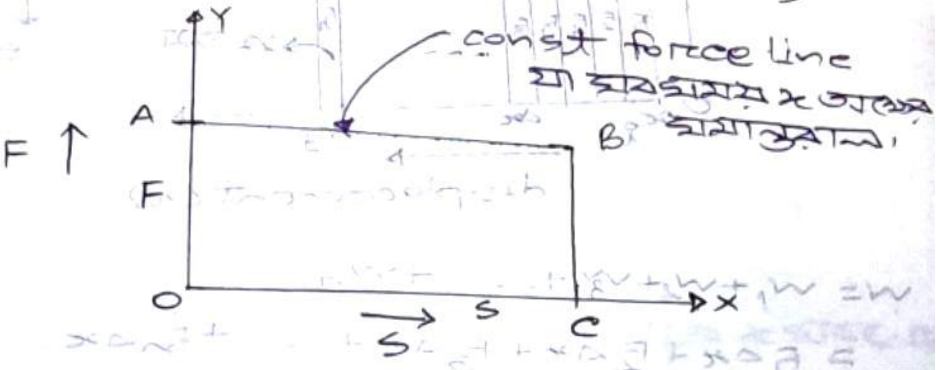
$W = F\,S$; $F \to Y$, $S \to x$

Y-x-graph → বল-সরণ → কাজ

$W = FS$ → ধ্রুব বল, পরিবর্তনশীল বল $F(S)$

ধ্রুব বল দ্বারা কাজ:

$W = FS$; $F \to Y$, $S \to x$



$F = const$

$OA = F$

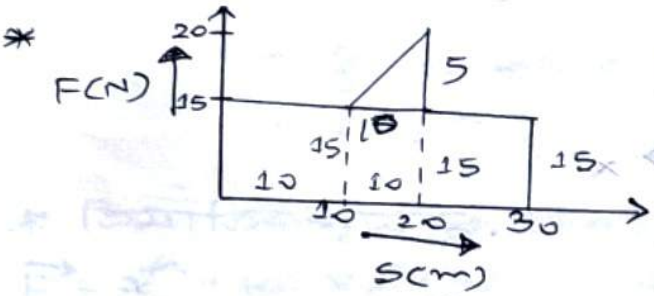
$OC = C$

কৃতকাজ, $W = OA \times OC$

$\boxed{W = (OABC)}$ workdone = Area

∴ বলবনাম সরণ লেখ হতে যে আবদ্ধ ক্ষেত্রফল পাওয়া যায় তাই হচ্ছে কৃতকাজ।

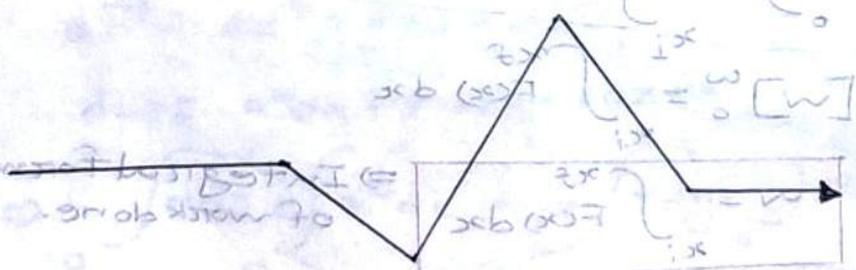
*



চিত্রে, কোনো বস্তুর জন্য বল বনাম সরণ এর লেখচিত্র দেওয়া আছে, বস্তুটির 30m সরণে মোট কৃতকাজ নির্ণয় কর

$W = 3(10 \times 15) + \frac{1}{2} \times 10 \times 5$

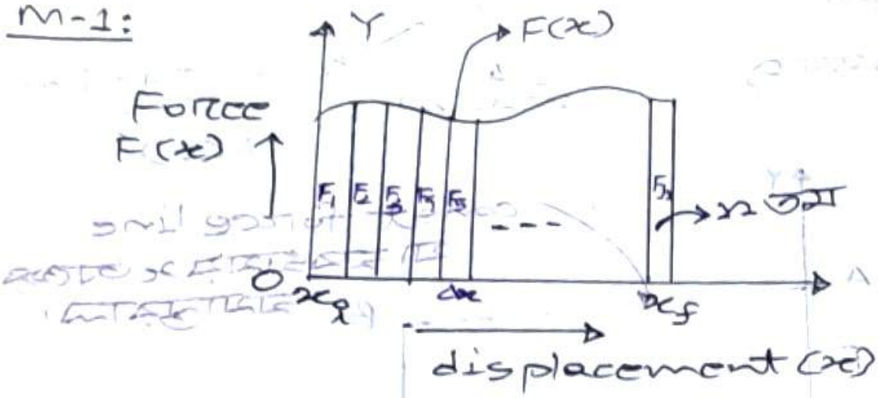
$= 475$ Joule



☐ পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ:

7

M-1:



$$\Delta x = \frac{x_f - x_i}{n}$$

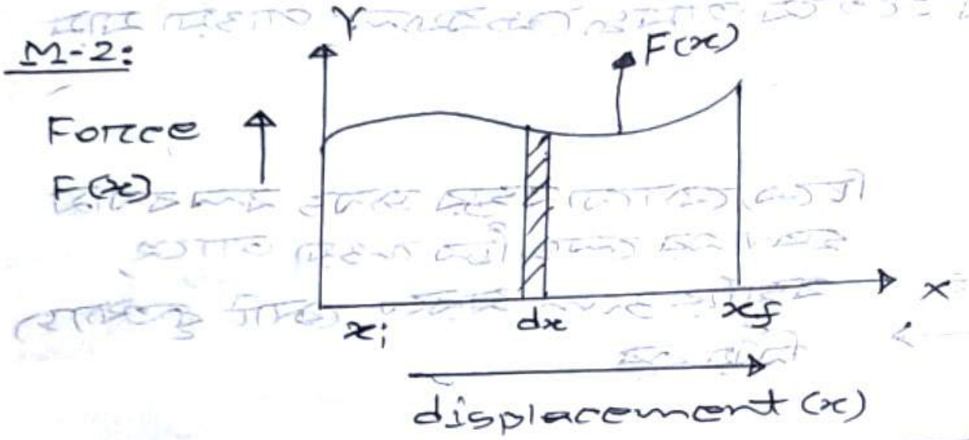
↓ spacing/Meshing

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n$$

$$= F_1 \Delta x + F_2 \Delta x + F_3 \Delta x + \dots + F_n \Delta x$$

$$\boxed{W = \sum_{i=1}^{n} F_i \Delta x}$$

M-2:

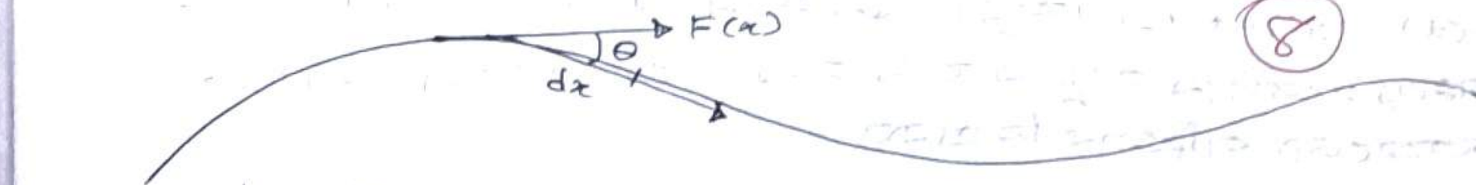


∴ "dx" সরণে কৃতকাজ, $\boxed{dW = F(x)\, dx}$ ⇒ differential form of work done

$$\Rightarrow \int_0^{W} dW = \int_{x_i}^{x_f} F(x).\, dx$$

$$\Rightarrow [W]_0^{W} = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx}$$ ⇒ Integral form of work done.



$$dw = F(x)\,dx\cos\theta$$

$$\Rightarrow dw = \vec{F(x)} \cdot \vec{dx}$$

$$\Rightarrow \boxed{w = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F}(x) \cdot \vec{dx}}$$

* কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল $F(x) = 5x+3$ যেখানে x সরণকে নির্দেশ করে। $x=0$ হতে $x=5$ পর্যন্ত বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উ: $w = \int_0^5 (5x+3)\, d(x)$

$= 5 \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^5 + 3\left[x\right]_0^5$

$= \frac{5}{2} \times 25 + 3 \times 5$ Joule

$= 77.5$ Joule

* ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় মূলবিন্দুতে অবস্থিত বস্তুটির উপর $\vec{F} = x^2\hat{i} + \cancel{10j}\, 7y\hat{j} + 10z\hat{k}$ N বল প্রয়োগ করায় (4,5,6) বিন্দুতে পৌঁছায়। উক্ত বস্তুর উপর মোট কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উ: $\cancel{4x+35y+60z}$ $\cancel{s=4\hat{i}}$ $\cancel{s=\sqrt{4^2+5^2+6^2}} =$

$d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$ (0,0,0) (4,5,6)

$dw = x^2dx + 7y\,dy + 10z\,dz$

$\Rightarrow \int_0^w dw = \int_0^4 x^2dx + 7\int_0^5 y\,dy + 10\int_0^6 z\,dz$

$\Rightarrow w = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^4 + 7\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^5 + 10\left[\frac{z^2}{2}\right]_0^6$

$= \frac{1}{3}\times 4^3 + 7 \cdot \frac{1}{2}\times 25 + 10 \times \frac{1}{2} \times 36$

$= 288.83$J

* কোনো বস্তুর সরণ (x), সময় (t) এর উপর নির্ভরশীল। বস্তুটির সরণ $x(t) = 2t^2+4t+10$। বস্তুটির ভর 10kg। $t = 0s$ থেকে $t = 7s$ এই সময় ব্যবধানে বস্তুটির উপর বল প্রয়োগ করা হলে মোট কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উ: $x(t) = 2t^2+4t+10$

$\Rightarrow x = 2t^2+4t+10$

$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 4t+4$

$\Rightarrow dx = (4t+4)\,dt$

$v = 4t+4$

$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 4$

$\Rightarrow a = 4$

$\therefore F = ma = (10\times4)\,N = 40N$

$dW = F\cdot dx$

$\Rightarrow dW = 40\,(4t+4)\,dt$

$\Rightarrow \int_0^W dW = \int_0^7 (160t+160)\,dt$

$\therefore W = 160\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^7 + 160\left[t\right]_0^7$

$= 3800+1120 = 4920J$

* $x(t) = t^3+t^2+t+2$ হলে, ... same question

উ: $\frac{dx}{dt} = 3t^2+2t+1$

$\Rightarrow dx = (3t^2+2t+1)\,dt$

$\frac{dx}{dt} = (3t^2+2t+1)$

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = 6t+2$

$\Rightarrow a = 6t+2$

$F = ma$

$\Rightarrow F = 10\,(6t+2)$

$\Rightarrow F = 60t+20$

$dw = F \cdot dx$

$\Rightarrow dw = (6t+20) \cdot (3t^2+2t+1)\, dt$

$\Rightarrow dw = (180t^3+120t^2+60t+60t^2+40t+20)\, dt$

$\Rightarrow dw = (180t^3+180t^2+100t+20)\, dt$

$\Rightarrow \int_0^w dw = \int_0^x (180t^3+180t^2+100t+20)\, dt$

$\Rightarrow [w]_0^w = 180\left[\frac{t^4}{4}\right]_0^x + 180\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^x + 100\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^x + 20[t]_0^x$

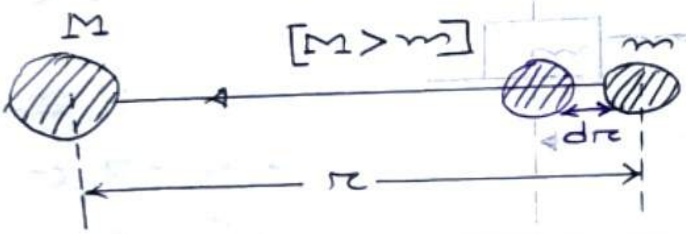
$\Rightarrow w = 180\left[\frac{x^4}{4}\right] + 180\left[\frac{x^3}{3}\right] + 100\left[\frac{x^2}{2}\right] + 20 \times [x]$

$\Rightarrow w = 1312\ 15$ Joule

Topic:02: পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃতকাজ এর উদাহরণ:-

case:01: বল সরণের বর্গের ~~সমানু~~ ব্যস্তানুপাতিক। $\left(F \propto \frac{1}{x^2}\right)$

মহাকর্ষ বল, তড়িৎ বল



$F = G\frac{Mm}{r^2}$

এখানে, dr সরণে কৃতকাজ,

$$dw = F\,dr \cos 0^\circ$$

$$\Rightarrow dw = F\,dr$$

$$\Rightarrow dw = G.\frac{Mm}{r^2}\,dr$$

$$\Rightarrow \int_0^w dw = \int_\infty^r GMm \cdot \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$\Rightarrow [w]_0^w = GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^r$$

$$\Rightarrow w - 0 = -GMm\left[\frac{1}{r} - \cancel{\frac{1}{\infty}}^{\,0}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{w = -\frac{GMm}{r}}$$

$$W = -\frac{GMm}{r}$$

$(GMm) \to \text{const}$

$$\boxed{W \propto -\frac{1}{r}}$$

$r = 10m$; $W = -0.1$

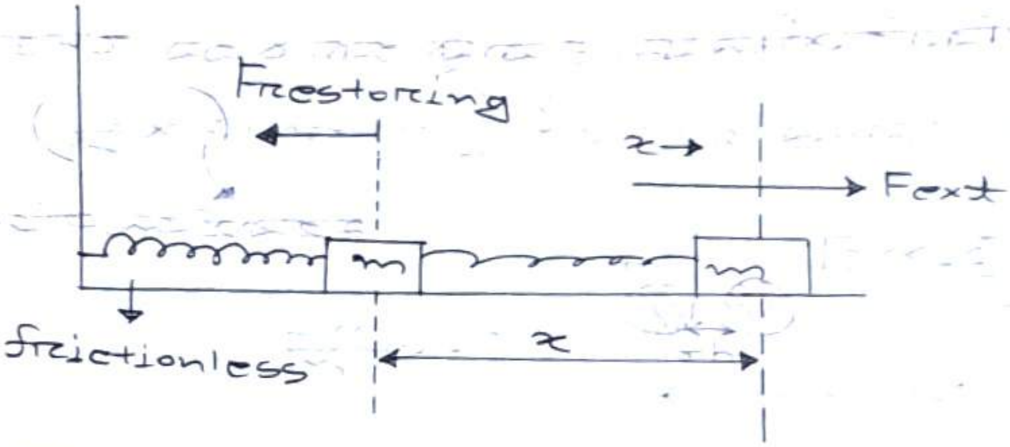
$r = 5m$; $W = -0.2$

$r = 4m$; $W = -0.25$

$r = 2m$; $W = -0.5$

case:02: বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী

$(F \propto -x)$ → [স্প্রিং এর বল]



প্রত্যয়নী বল (Restoring Force): যে বল দ্বারা কাজ করে কোনো স্প্রিং বা স্থিতিস্থাপক ধর্ম বিশিষ্ট বস্তু তার আদি অবস্থানে বা আদি আকারে ফিরে আসে তাকে প্রত্যয়নী বল বলা হয়।

Hook's law (হুকের সূত্র): নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে কোনো স্প্রিং এর প্রত্যয়নী বল এর সংকোচন ও প্রসারণের সমানুপাতিক বা বিপরীতমুখী।

$\therefore F \propto -x$

$\Rightarrow F = -\boxed{k}x$

k → স্প্রিং ধ্রুবক (Spring const/ spring modulus)

k → বল ধ্রুবক (Force const)

$F = -kx$

$\Rightarrow k = -\frac{F}{x}$

$x = 1m,\ k = -F$

স্প্রিং ধ্রুবক: কোনো স্প্রিং এর 1m সংকোচন বা প্রসারণে ঐ স্প্রিং এ যে পরিমাণ প্রত্যায়নী বল অনুভূত হয় তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলা হয়।

$$k = -\frac{F}{x}$$

unit:- $\frac{N}{m} = Nm^{-1}$

Dimension:- $[k] = \left[\frac{MLT^{-2}}{L}\right] = [MT^{-2}]$

* কোনো স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক 200 Nm^{-1} বলতে কী বুঝ?

উ: বোঝায় যে, স্প্রিংটির 1m সংকোচন বা প্রসারণে অনুভূত প্রত্যায়নী বল হল 200 N।

আবার,

$F = -kx$

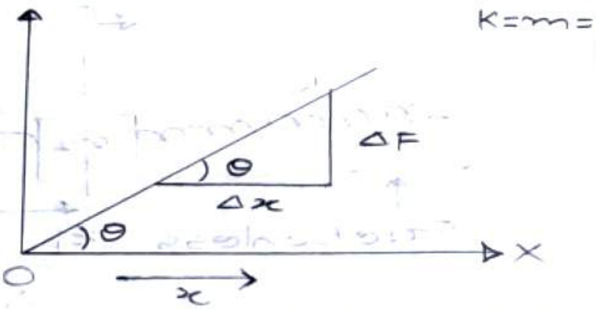
$\Rightarrow |F| = |-kx|$

$\Rightarrow F = kx$

$\downarrow \quad \downarrow \ \downarrow$

$Y = m\, x$

Spring const, $k = m = \tan\theta$ (slope)



spring const, $k = m = \tan\theta = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta x}$

$\boxed{k = m = \tan\theta = \frac{dF}{dx}}$ $F(x)$

Observation-1: স্প্রিং এর ক্ষেত্রে বল বনাম সরণ লেখ থেকে যে ঢাল পাওয়া যায় তাই হচ্ছে স্প্রিং ধ্রুবক।

Observation-2: স্প্রিং এর প্রত্যায়নী বলকে স্প্রিং এর সরণের সাপেক্ষে একবার অন্তরীকরণ করলে, স্প্রিং ধ্রুবক পাওয়া যাবে

(*) কোনো স্প্রিং এর প্রত্যয়নী বল $F(x) = 300x+30$ স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর। 13

উ: Method 1: $F(x) = 300x+30$

$Y = m x + c$ → x_i থেকে Integration করে c আসছে।

$\therefore K = m = 300\ Nm^{-1}$

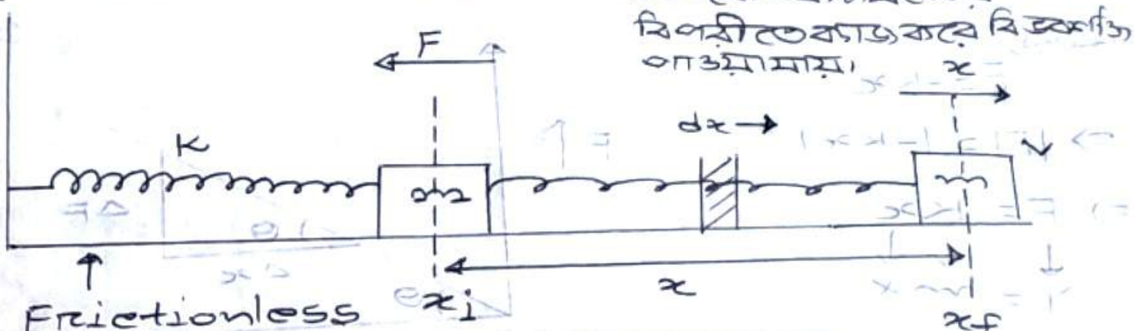
M-2: $K = \frac{d}{dx}(300x+30)$

$$K = 300\ Nm^{-1}$$

স্প্রিং এর সঞ্চিত স্থিতিশক্তি/বিভবশক্তি (stored energy or potential energy of spring):

⇒ শুধুমাত্র সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের জন্য বিভবশক্তি নির্ণয় করা যায়।

Method-1:



$\therefore \boxed{x_f - x_i = x}$

এখানে, $F = -kx$

$\therefore$ "dx" সরণে প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃতকাজ,

$$dw = F.dx \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow dw = -F.dx$$

$$\Rightarrow dw = -(-kx)\,dx$$

$$\Rightarrow dw = kx\,dx$$

$$\Rightarrow \int_0^w dw = k\int_{x_i}^{x_f} x\,dx$$

$$\Rightarrow [W]_0^W = k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_i}^{x_f}$$

$$\Rightarrow W - 0 = \frac{1}{2}k\left[x_f^2 - x_i^2\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right)}$$

সঞ্চিত শক্তি বা বিভব শক্তি, $U = W = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right)$

$$\therefore \boxed{U = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - x_i^2\right)}$$

এখন, স্প্রিংটি যদি সাম্যাবস্থায় থাকে, $x_i = 0$

$$\therefore x_f - \cancel{x_i}^{\to 0} = x$$

$$\therefore \boxed{x_f = x}$$

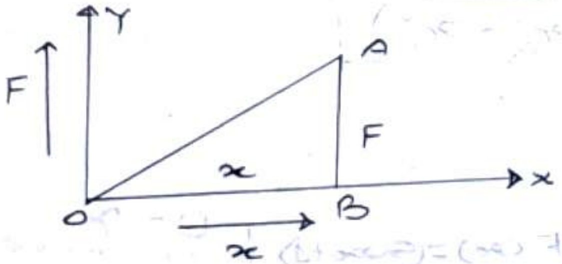
$$\therefore U = \frac{1}{2}k\left(x_f^2 - \cancel{x_i}^{\to 0}\right) \qquad \boxed{\therefore U = \frac{1}{2}kx^2}$$

M: 2:

$F = -kx$

$\Rightarrow F = kx$

$\Rightarrow Y = mx$



$\therefore$ x সরণে কৃতকাজ, $W = (OAB)$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \times OB \times AB$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2}Fx} \qquad \left[\cancel{W = \frac{F}{2}x = Fx}\right]$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}kx \cdot x \quad [F = kx]$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2}kx^2}$$

$$\therefore \boxed{U = W = \frac{1}{2}kx^2}$$

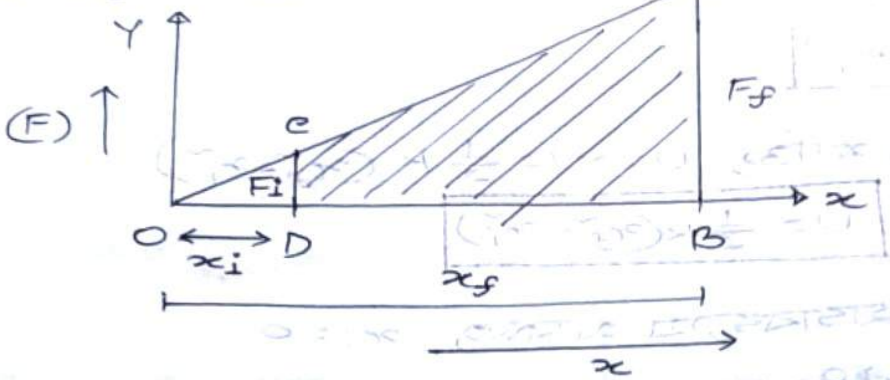
$U = \underbrace{\tfrac{1}{2}k}_{m}\underbrace{(x_f^2 - x_i^2)}_{x}$

$\cancel{Y = mx}$

$F_i = kx_i$

$F_f = kx_f$

15

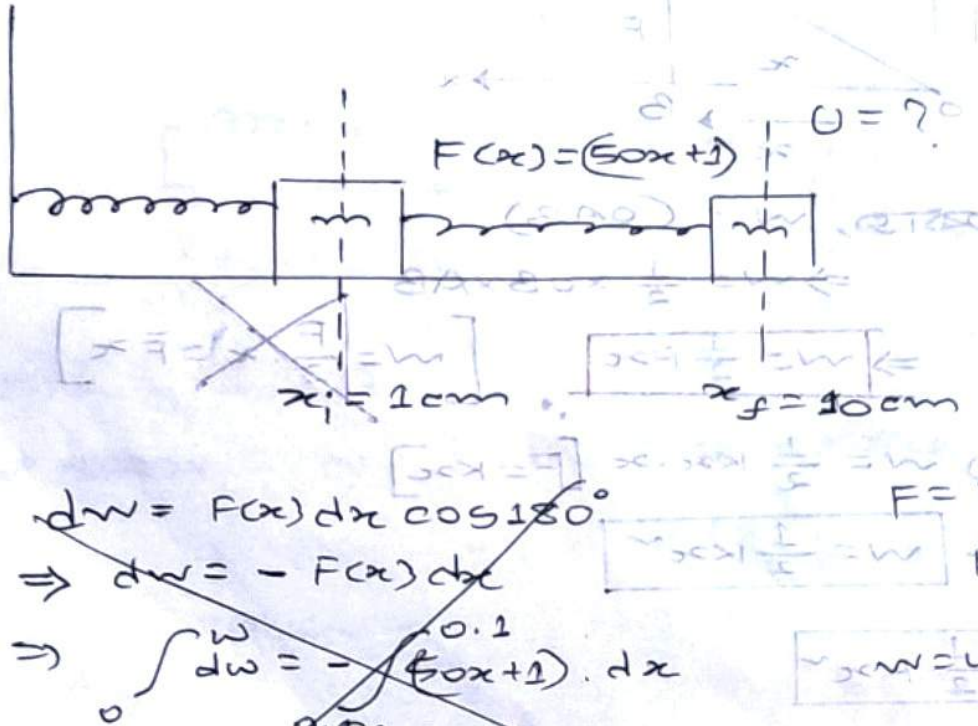


$W = (ABDC) = (OAB) - (OCD) = \frac{1}{2}F_f \cdot x_f - \frac{1}{2}F_i \cdot x_i$

$W = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$

$\therefore \boxed{U = W = \frac{1}{2}k\,(x_f^2 - x_i^2)}$

*



উ: $\cancel{dW = F(x)\,dx \cos 180^\circ}$

$\cancel{\Rightarrow dW = -F(x)\,dx}$

$\cancel{\Rightarrow \int_0^W dW = -\int_{0.01}^{0.1}(50x+1)\,dx}$

$\cancel{\Rightarrow W = -50 \times \frac{1}{2}[x^2]_{0.01}^{0.1} + [x]_{0.01}^{0.1}}$

$\cancel{\Rightarrow W = 2.16}$

$F = 50x+1$

$\downarrow$

$k = 50$

$W = U = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$

$= \frac{1}{2} \times 50\{(0.1)^2 - (0.01)^2\}$

$= 0.25$ J.

সঞ্চিত শক্তি $U = \frac{1}{2}kx^2$

$\therefore \frac{1}{2}k = const$

$\therefore \boxed{U \propto x^2}$

16

∴ নির্দিষ্ট স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট কোনো স্প্রিং এর সঞ্চিত শক্তি এর সংকোচন ~~বা~~ প্রসারণের বর্গের সমানুপাতিক।

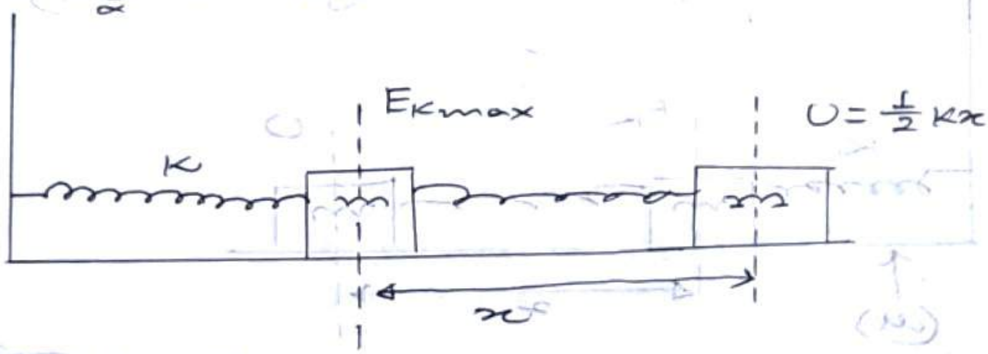
$$\therefore \frac{U_1}{x_1^2} = \frac{U_2}{x_2^2}$$

$$\therefore \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{x_1^2}{x_2^2}}$$

special observation: (Frictionless)

case:01: স্প্রিং এর সাম্যাবস্থায় ব্লক এর সর্বোচ্চ বেগ।

* ~~পৃথিবীর সকল~~ মহাবিশ্বের বস্তু সবসময় শক্তির সর্বনিম্ন স্তরে যেতে চায়। অর্থাৎ, প্রতিটি বস্তু সর্বনিম্ন বিভবে যেতে চায়।



সাম্যাবস্থায়,

$$U = E_{K max}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$\Rightarrow v_{max}^2 = \frac{k}{m} \cdot x^2$$

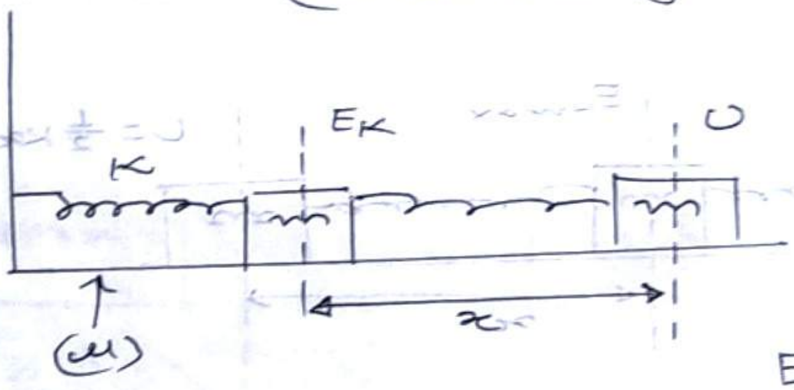
$$\Rightarrow \boxed{v_{max} = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot x}$$ ⇒ ব্লক এর

* $200 Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট কোনো আনুভূমিক স্প্রিং এর মাথায় 2kg ভরের বস্তু লাগিয়ে স্প্রিংটিকে 30cm প্রসারিত করে ছেড়ে দিলে সাম্যাবস্থায় বস্তুর বেগ নির্ণয় কর। (তলের ঘর্ষণ নাই)

17

উ:
$$U = E_K$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{kx^2}{m}$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$
$$= \sqrt{\frac{200\times(0.3)^2}{2}} = 3 ms^{-1}$$

case:02: স্প্রিং এর সাম্যাবস্থায় বস্তুর সর্বোচ্চ বেগ (considering friction)



E_{loss} = ঘর্ষণবল দ্বারা হ্রাসকৃত

সাম্যাবস্থায়, $E_K = U - E_{loss}$
↳ due to friction

$$E_{loss} = (F_K \cdot x) \qquad [F_K = \mu mg]$$
$$= \mu mgx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 - \mu mgx$$

$$\Rightarrow mv^2 = kx^2 - 2\mu mgx$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{k}{m}x^2 - 2\mu mgx$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{k}{m}x^2 - 2\mu gx}}$$

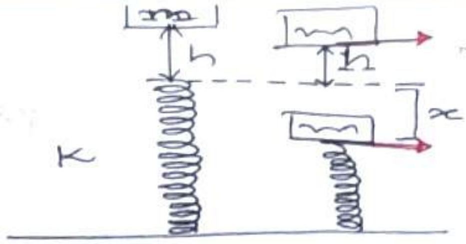
18

* 300 Nm^{-1} স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট কোনো আনুভূমিক স্প্রিং এর মাথায় 1.5kg ভরের একটি ব্লক লাগিয়ে 30cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হলো।

(i) তলের ঘর্ষণ উপেক্ষা করে সাম্যাবস্থায় ব্লক এর বেগ নির্ণয় কর।

(ii) যদি তলের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0.2 হয় তবে সাম্যাবস্থায় ব্লকের বেগ ঘর্ষণে কত হ্রাস বা বৃদ্ধি পাবে? শতকরা হ্রাস বা বৃদ্ধি কত

case: 03:



শর্তানুযায়ী, $E_p = U$

$\Rightarrow mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2$

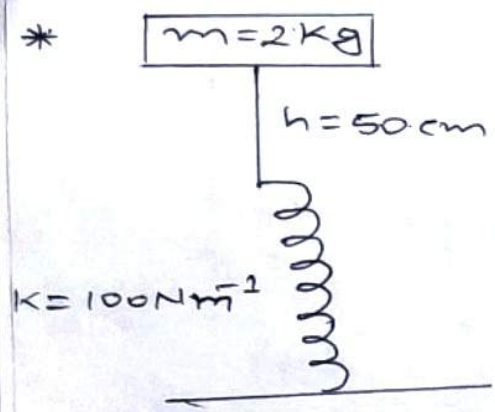
x-এর দ্বিঘাত সমীকরণ

$|x_1| > |x_2|$

x_1 (+ve) — সংকোচনের পরিমাণ

x_2 (−ve) — সংকোচনের পর প্রসারণ

*



বস্তুটি স্প্রিং-এর উপর পড়লে স্প্রিংটির সংকোচন এবং সংকোচনের পর প্রসারণ কত?

উঃ $E_p = U$

$\Rightarrow mg(h+x) = \frac{1}{2}kx^2$

$\Rightarrow 2\times 9.8\,(0.5 + x) = \frac{1}{2}\times 100\times x^2$

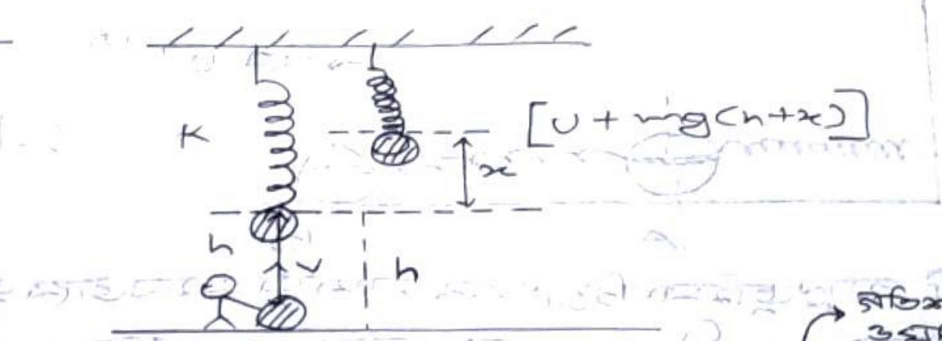
$\Rightarrow 50x^2 - 19.6x - 9.8 = 0$

$x_1 = 0.68$ $\qquad x_2 = -0.288$

$\therefore$ সংকোচনের পরিমাণ $x_1 = 0.68m = 68\,cm$

$\therefore$ " পর প্রসারণের পরিমাণ $|x_2| = 0.288m$

case:-4:



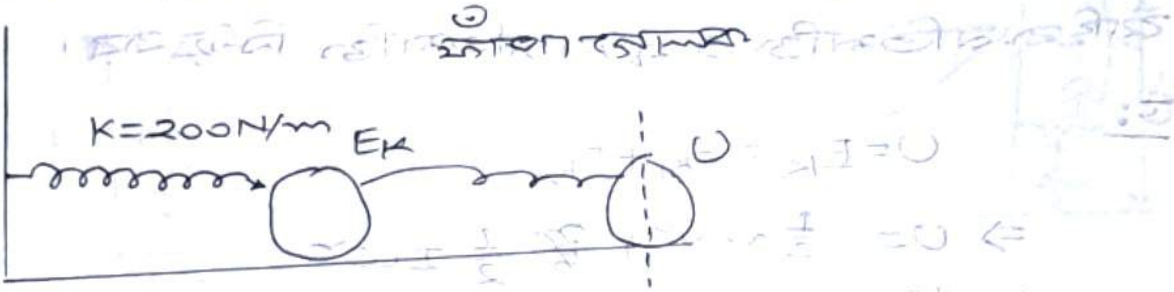
শর্তমতে, $E_K = U + mg(h+x)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 + mg(h+x)}$$

প্রতিক্রিয়াটা বিভবশক্তি ও স্থিতিস্থাপকশক্তিতে রূপান্তর হবে।

$$\left[U = E_K - mg(h+x)\right]$$

*



চিত্রে স্প্রিং এর মাথায় 50g ভরের ফাঁপা গোলক লাগানো। যদি স্প্রিংটিকে 30cm প্রসারিত করে ছেড়ে দেওয়া হয়, তবে ফাঁপা গোলকটির বেগ নির্ণয় কর। [তলের সাম্যাবস্থায় ঘর্ষণ উপেক্ষণীয়]

উ: $U = E_K$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

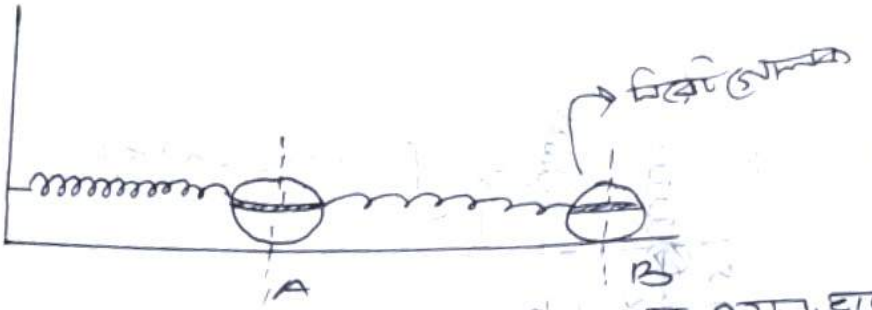
$$\Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}mr^2\frac{v^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow kx^2 = \frac{5}{3}mv^2$$

$$\Rightarrow 5mv^2 = 3kx^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{3k}{5m}}\,x \Rightarrow v = 4.65\ ms^{-1}$$

*



21

চিত্রে, একটি অনুভূমিক স্প্রিং এর মাথায় এমনভাবে সংযুক্ত যেন এটি ভরকেন্দ্রগামী অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরতে পারে। স্প্রিংটিকে প্রসারিত করে A হতে B বিন্দুতে নেওয়া হলে স্প্রিংটিতে 12j শক্তি জমা হয়। স্প্রিং টিকে ছেড়ে দেওয়া হলে সাম্যাবস্থায় সঞ্চিত শক্তির শতকরা কত অংশ রৈখিক গতিশক্তি ও ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর।

উঃ

$$U = E_K = E_{K_1} + E_{K_A}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{1}{2}(mv^2 + I\omega^2)$$

$$\Rightarrow 24 = mv^2 + \frac{2}{3}Mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{3}mv^2$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{3}mv^2$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{7}{10}mv^2$$

$$\Rightarrow mv^2 = 17.14$$

$\therefore$ রৈখিক গতিশক্তি $E_{K_1} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times(17.14) = 8.57$ Joule

$\therefore \frac{8.57}{12}\times 100\% = 71.41\%$

$\therefore$ ঘূর্ণন গতিশক্তি $= \frac{3.43}{12}\times 100\%$

$= 28.58\%$

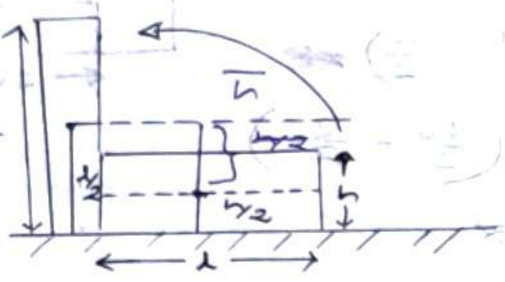
Topic 02: বস্তুর ভরকেন্দ্রের সরণ (Displacement of center of mass):

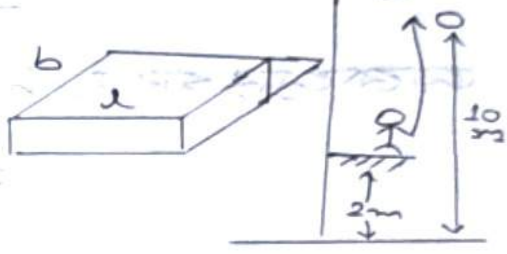
$W = FS$

→ বস্তুর সরণ

→ " ভরকেন্দ্রের সরণ।

কঠিন বস্তুর ভরকেন্দ্রের সরণ: কোনো সুষম আয়তাকার ঘনবস্তুর ভরকেন্দ্র ভূমি থেকে এর উচ্চতার অর্ধেক দূরত্বে অবস্থান করে। এবং ভরকেন্দ্রটি বস্তুটির কেন্দ্রে অবস্থিত।





∴ ভরকেন্দ্রের সরণ, $\boxed{\bar{h} = \frac{l}{2} - \frac{h}{2}}$

* 12 cm × 8 cm × 4 cm মাত্রা বিশিষ্ট 4 kg ভরের কোনো আয়তাকার ঘনবস্তুকে ভূমির সাথে উলম্বভাবে দাঁড়া করাতে কৃতকাজ নির্ণয় কর।

উঃ ভরকেন্দ্রের সরণ, $\bar{h} = \frac{l}{2} - \frac{h}{2}$

$$= \left(\frac{12}{2} - \frac{4}{2}\right) cm$$

$$= 4\ cm$$

$$= 0.04\ m$$

$\therefore W = mg\bar{h}$

$$= (4 \times 9.8 \times 0.04)\ J$$

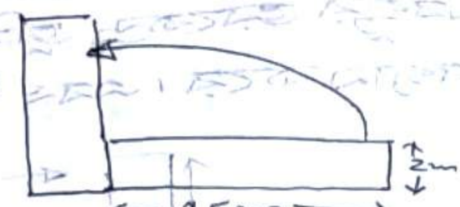
$$= 1.568\ J.$$

* 800 kg এর ও 8 m³ আয়তন বিশিষ্ট ৪টি ঘনবাক্স আনুভূমিকবরাবর পরপর জোড়া লাগিয়ে একটি ক্রেন দ্বারা 3s এ ভূমির সাথে উলম্বভাবে দাড়া করানো হলো।

(i) ব্লকগুলোকে একত্রে ভূমির সাথে উলম্বভাবে দাড়া করাতে ক্রেনকর্তৃক কৃতকাজের পরিমাণ কর।

23

(ii) ক্রেনটির ক্ষমতা hp-একককে নির্ণয় কর।



(i) ভরকেন্দ্রের সরণ, $\bar{h} = \left(\frac{l}{2} - \frac{h}{2}\right)$

$$= \left(\frac{16}{2} - \frac{2}{2}\right)$$

$$= 7$$

$$\therefore \text{কৃতকাজ} = mg\bar{h}$$

$$= (800 \times 9.8 \times 7)\,J$$

$$= 4.4 \times 10^5\,J$$

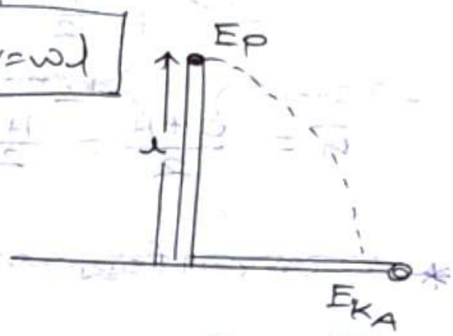
(ii) $P = \frac{W}{t}$

$$\Rightarrow P = \frac{4.4 \times 10^5}{3}\,W$$

$$\Rightarrow P = 1.4 \times 10^5\,W$$

* 1m দৈর্ঘ্যের একটি লাঠি ভূমির সাথে উলম্বভাবে দাঁড় করানো। লাঠিটিকে ছেড়ে দিলে এটি ভূমিতে আঘাত করার আগ মুহূর্তে এর কৌণিকবেগ নির্ণয় কর।

$\boxed{v=\omega l}$



উ: $E_p = E_{KA}$

$$\Rightarrow mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\Rightarrow mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot ml^2\omega^2$$

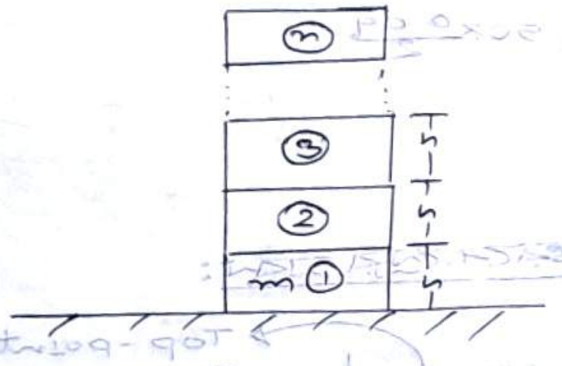
$$\Rightarrow 3g = l\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3g}{l}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}} = \sqrt{\frac{3\times 9.8}{1}} = 5.42 \text{ rad/s}$$

special obseravation:

n সংখ্যক একই জাতীয় আয়তাকার বস্তুকে একটির উপর আরেকটি রেখে উলম্ব বরাবর সাজাতে কৃতকাজের পরিমাণ।



$$w = w_1 + w_2 + w_3 + \cdots + w_n$$

$$= 0 + mgh + mg2h + \cdots + mg(n-1)h$$

$$= mgh\,[1+2+3+\cdots+(n-1)]$$

$$= mgh\,\frac{(n-1)(n-1+1)}{2}$$

$$w = mgh\,\frac{(n-1)n}{2}$$

$$\boxed{w = (n-1)\,mg\,\frac{nh}{2}}$$

* $W = (n-1)mg\dfrac{nh}{2}$

$\dfrac{nh}{2} = \dfrac{H}{2} \Rightarrow$ নং গ্রহণ $\xrightarrow[\text{ক্ষেত্রে}]{\text{পানির}}$ $(6.023\times10^{23}-1) \approx 6.023\times10^{+23}$

1st Item, 2nd/last Item

$\bar{h} = \dfrac{0+H}{2} = \dfrac{H}{2}$

25

* যেকোনো স্প্রিং-এর ক্ষেত্রে, $mg = kl$

* $10cm \times 7cm \times 4cm$ মাত্রাবিশিষ্ট 50টি আয়তাকার বস্তুকে পর পর একটির উপর আরেকটি উল্লম্বভাবে সাজাতে কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [প্রতিটি বস্তুর ভর $m = 5kg$]

উ:

$h = 4cm = 0.04m$

$m = 5kg$

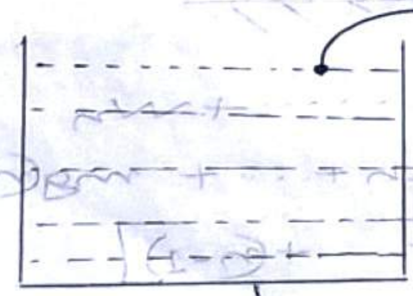
$n = 50$

$W = (n-1)mg\dfrac{nh}{2}$

$= 49\times5\times9.8\times\dfrac{50\times0.04}{2}$

$W = 2401J.$

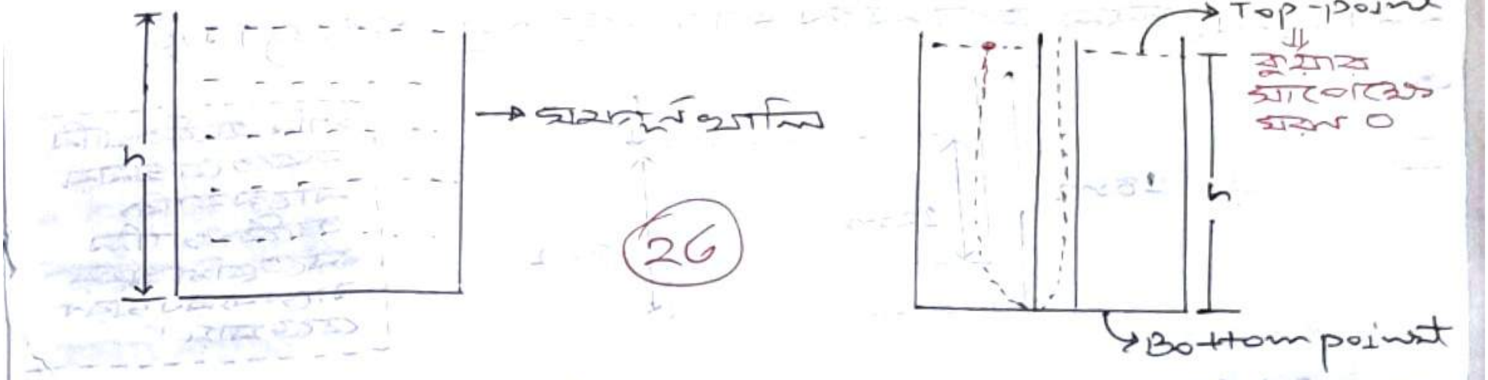
তরলের মধ্য স্থান বা ভরকেন্দ্রের স্থান:



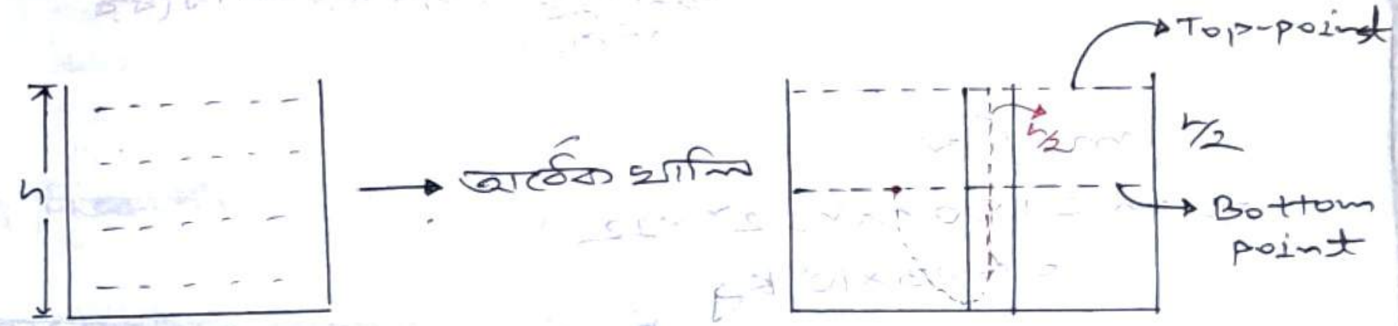
Top-point (শুরুতে তরল যে level এ থাকে)

Bottom-Point: (তরল উত্তোলন করার পর অবশিষ্ট তরল যে level এ যায়)

* এবার কুয়ার সাপেক্ষে top point ও bottom point এ থাকা যেকোনো কণার সরণ নিয়ে উভয়সরণদ্বয়ের গড় নির্ণয় করলে তরলের গড় সরণ বা ভরকেন্দ্রের সরণ পাওয়া যাবে।

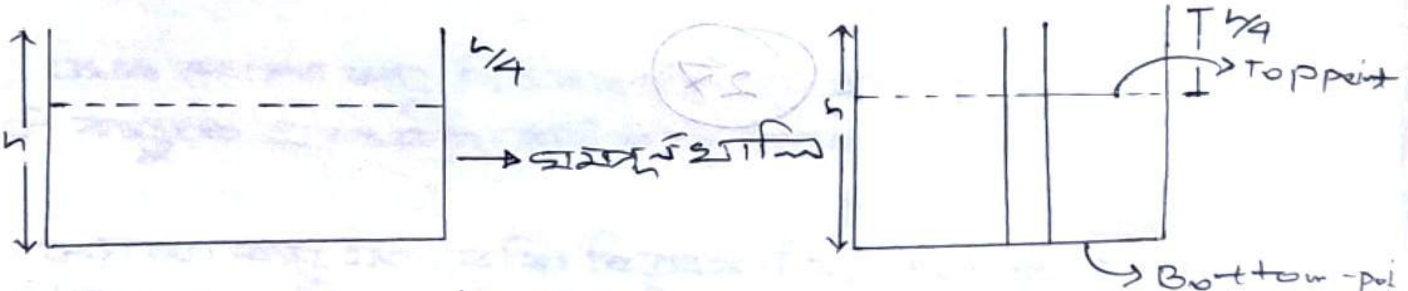


$$\bar{h} = \frac{0+h}{2}$$



$$\bar{h} = \frac{0+\frac{h}{2}}{2}$$

$$= \frac{h}{4}$$

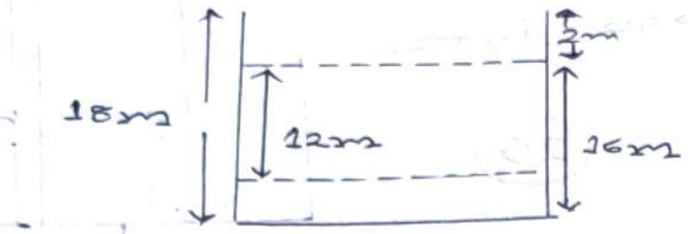


$$\bar{h} = \frac{h/4+h}{2}$$

$$\bar{h} = \frac{5h}{2}$$

* একটি কূয়ার ব্যাসার্ধ 1.2m এবং গভীরতা 18m। কূয়াটির $1/9$ অংশ খালি এবং অবশিষ্ট অংশ পানি দ্বারা পরিপূর্ণ। একটি পাম্প দ্বারা অবশিষ্ট পানির $3/4$ অংশ উত্তোলন করা হলে, তবে উত্তোলনে পাম্প কর্তৃক কৃতকাজ নির্ণয় কর।

উ:



পানি অর্ধেক খালি করতে যে সময় লাগে বাকি অর্ধেক খালি করতে বেশি সময় লাগে কারণ গভীরতা বেড়ে যায়।

$\bar{h} = \frac{2+14}{2} = 8m$; $W = mg\bar{h}$

যতটুকু গভীরতার পানি বের হয়েছে।

$m = \rho V$

$\Rightarrow m = 1000 \times \pi \times 1.2^2 \times 12$

$= 5.43 \times 10^4 kg$

$\therefore W = mg\bar{h} = (5.43 \times 10^4 \times 9.8 \times 8) = 4.26 \times 10^6$ Joule

27

Topic: 04: শক্তি (Energy): কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

Energy = workdone

Unit: Joule (SI)

c.g.s: (erg)

$\boxed{1\ erg = 10^{-7}\ Joule}$

28

Dimension: $[E] = [ML^2T^{-2}]$

★ কোনো বস্তুর মোট শক্তি কখনো পরিমাপ করা যায় না। শুধুমাত্র শক্তির পরিবর্তন পরিমাপ করা যায়।

মোট শক্তি $E_T = E_p + E_K$

$\therefore$ মোট শক্তির পরিবর্তন $\Delta E_T = \Delta E_p + \Delta E_K$

শক্তির পরিবর্তন parameter এর উপর নির্ভর করে।

$E_p \rightarrow$ potential energy

$E_K \rightarrow$ kinetic energy

বিভবশক্তি/স্থিতিশক্তি/সঞ্চিত শক্তি (Potential energy) E_p:

কোনো বস্তুর অবস্থান পরিবর্তনের জন্য ঐ বস্তুতে যে শক্তি জমা হয় তাকে বিভবশক্তি বলে।

(১) শুধুমাত্র সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের জন্য বিভবশক্তি নির্ণয় করা যায়।

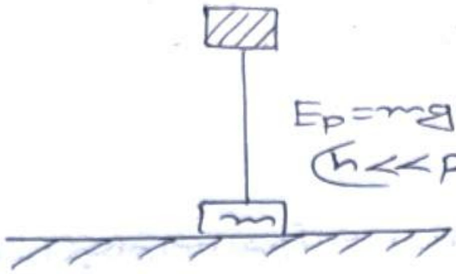
(২) যখন কোনো বস্তু বিভবশক্তি লাভ করে, তখন অবশ্যই ঐ বস্তুতে প্রতিযোগী বল কাজ করে।

(৩) কোনো বস্তু যত বেশি বিভবশক্তি লাভ করে, ঐ বস্তু তত বেশি অস্থিতিশীল হয়।

(৪) পৃথিবীর সব বস্তু সবসময় শক্তির সর্বনিম্ন বিন্দুতে যেতে চায়।

(৫) কোনো বস্তুর বিভবশক্তির পরিবর্তন কোনো নির্দিষ্ট প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে নির্ণয় করতে হয়।

একই বস্তুর জন্য প্রসঙ্গ কাঠামো অনুযায়ী বিভবশক্তি বিভিন্ন হয়।



$E_p = mgh$
$(h << R)$

$E_p = GMm\left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right]$

$E_p = GMm\left[\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_f}\right]$

29

<u>Spring:</u>

$U = \frac{1}{2}kx^2$

$U = \frac{1}{2}k(x_f^2 - x_i^2)$

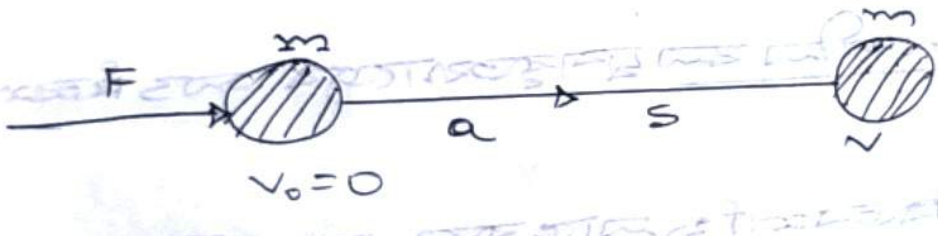
<u>Electricity:</u>

$U_E = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_f}\right]$

যেই মাধ্যমের জন্য অভিক্ষেত্র পাওয়া যায়।

<u>গতিশক্তি (kinetic energy)</u>: (E_K)

কোনো বস্তু গতিশীল অবস্থায় যে শক্তি লাভ করে তাকে গতিশক্তি বলে।



Kinetic energy, $E_K = W = Fs\cos 0^\circ$

$\Rightarrow E_K = Fs$

$\Rightarrow E_K = ma \cdot s$

$\Rightarrow E_K = m \cdot \frac{v^2}{2}$

$\left[\begin{array}{l} v^2 = 0^2 + 2as \\ \Rightarrow as = \frac{v^2}{2} \end{array}\right.$

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2}mv^2$

$\frac{1}{2}m = const$

$\therefore \frac{E_{K_1}}{E_{K_2}} = \frac{v_1^2}{v_2^2}$

$\boxed{\therefore E_K \propto v^2}$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2$

$\Rightarrow E_K = \frac{1}{2}\,\frac{m^2v^2}{m}$

$\Rightarrow E_K = \frac{(mv)^2}{2m}$

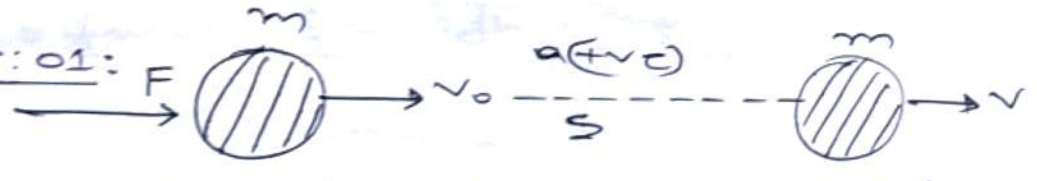
30

$\therefore \boxed{E_K = \frac{P^2}{2m}}$ $[P=mv]$

Linear	Circular/Angular
S	θ
F	τ
$W = FS$	$\boxed{W = \tau\theta}$
m	I
v	ω
$P = mv$	তরবেগ, $\boxed{L = I\omega}$
$E_K = \frac{1}{2}mv^2$	$\boxed{E_K = \frac{1}{2}I\omega^2}$
$E_K = \frac{P^2}{2m}$	$\boxed{E_K = \frac{L^2}{2I}}$

■ কাজ শক্তি উপপাদ্য (work-energy theorem):
কোনো বস্তুর উপর কৃতকাজ এর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

case: 01:



$E_{K_0} = \frac{1}{2}mv_0^2$ $\qquad$ $E_{K_f} = \frac{1}{2}mv^2$

$\boxed{W = \Delta E_K}$

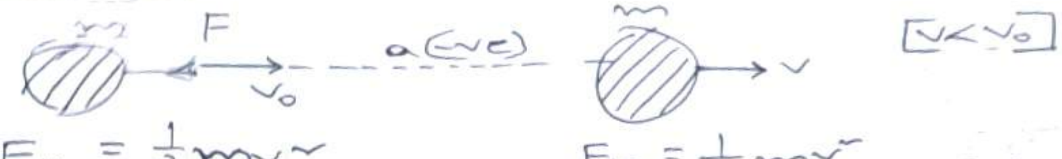
$v^2 = v_0^2 + 2as$

$\Rightarrow as = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2$

$\Rightarrow mas = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

$\Rightarrow \boxed{W = E_{K_f} - E_{K_0}}$

Case-2:



$E_{K_0}=\frac{1}{2}mv_0^2$ $\qquad$ $E_{K_f}=\frac{1}{2}mv^2$

3।

$$v^2=v_0^2+2as$$

$$\Rightarrow as=\frac{1}{2}v^2-\frac{1}{2}v_0^2$$

$$\Rightarrow mas=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Rightarrow FS=-\left(\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$$\Rightarrow -FS=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow FS\cos 180^\circ=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow W=E_{K_0}-E_{K_f}$$

$$\boxed{W=\Delta E_K}$$

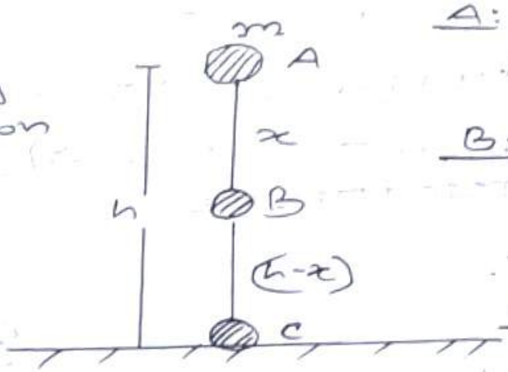
$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ $v\to c$

$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি (Conservation Law of Energy):-

এই মহাবিশ্বে শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট, শক্তির কোনো সৃষ্টি বিনাশ নেই, এটি শুধু একরূপ থেকে অন্যরূপে পরিবর্তিত হয়।

Neglecting Air friction



A: $E_p = mgh, E_K = 0$

$\therefore E_T = mgh$

B: $E_p = mg(h-x)$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\{0^2+2gx\}$

$= mgx$

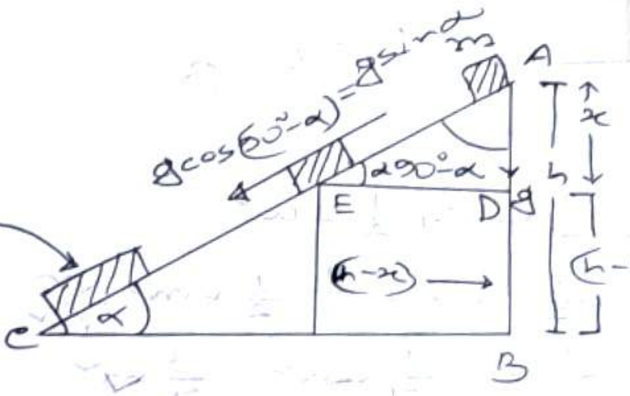
$\therefore E_T = mgh$

C: $E_p = 0$ $\quad E_K = \frac{1}{2}m(0^2+2gh)$

$\therefore E_T = mgh$

case: 02:

32



A: $E_p = mgh$

$E_K = 0$

$E_T = mgh$

E: $E_p = mg(h-x)$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m \times 2gx$

$= mgx$

$E_T = mgh$

$v^2 = 0^2 + 2g\sin\alpha \, AE$

$= 2g\sin\alpha \cdot AE$

$= 2g\frac{x}{AE} \cdot AE$ $\quad$ [in $\triangle AED$, $\sin\alpha = \frac{x}{AE}$]

$= 2gx$

$\therefore E_T = mgh$

C: $E_p = 0$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \cdot 2gh = mgh$

$v^2 = 0^2 + 2g\sin\alpha \cdot AC$

$= 2g\sin\alpha \cdot AC$

$= 2g\frac{h}{AC} \cdot AC$

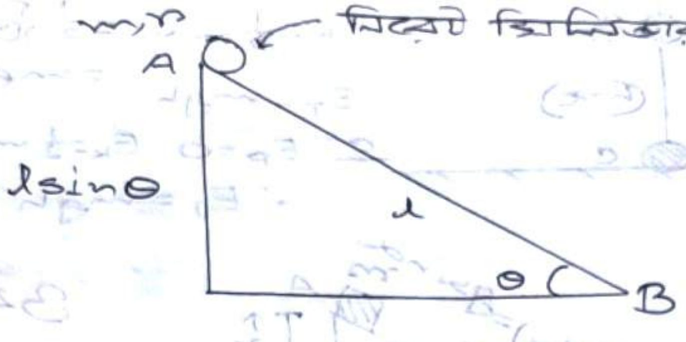
$= 2gh$

in $\triangle ABC$

$\sin\alpha = \frac{h}{AC}$

* θ আনতকোণ বিশিষ্ট কোনো ঘর্ষণবিহীন আনত তল বরাবর একটি নিরেট সিলিন্ডার মুক্তভাবে গড়াতে শুরু করলে, দেখাও সিলিন্ডারটির উপর কার্যকরী ত্বরণ $\frac{2g\sin\theta}{3}$

উঃ



33

$E_A = E_B$

$\Rightarrow mgl\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$\Rightarrow mgl\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mr^2\cdot\frac{v^2}{r^2}$

$\Rightarrow gl\sin\theta = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{4}v^2 = \frac{3}{4}v^2$

M-1: $gl\sin\theta = \frac{3}{4}v^2$

$\Rightarrow g\sin\theta\frac{dl}{dt} = \frac{3}{4}\frac{d}{dt}v^2$

$\Rightarrow g\sin\theta\cdot v = \frac{3}{4}\times 2\times v\times\frac{dv}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{a = \frac{2g\sin\theta}{3}}$

I

$\frac{1}{2}$, 2 হলে নিচে(2+1)

M-2: $gl\sin\theta = \frac{3}{4}v^2$

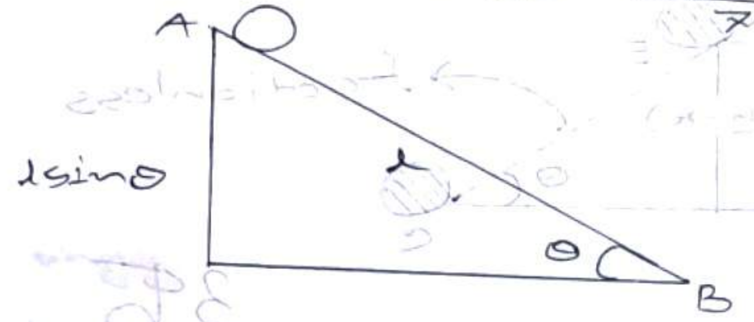
$\Rightarrow gl\sin\theta = \frac{3}{4}\{0^2 + 2al\}$

$\Rightarrow gl\sin\theta = \frac{3}{4}\cdot 2al$

$\Rightarrow a = \frac{2g\sin\theta}{3}$

* θ আনত কোণ বিশিষ্ট কোনো ঘর্ষণবিহীন আনত তল বরাবর একটি নিরেট গোলকের ক্ষেত্রে গড়াতে শুরু করলে, দেখাও যে, এর কার্যকরী ত্বরণ $\frac{5g\sin\theta}{7}$।

উ:



34

$$E_A = E_B$$

$$\Rightarrow mgl\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\Rightarrow \cancel{m}gl\sin\theta = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{r^2}\frac{v^2}{\cancel{r^2}}$$

$$\Rightarrow gl\sin\theta = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2$$

$$\Rightarrow gl\sin\theta = \frac{7}{10}v^2$$

$$\Rightarrow g\sin\theta\frac{dl}{dt} = \frac{7}{10}2v\cdot\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow g\sin\theta\cdot\cancel{v} = \frac{7}{\cancel{10}_{5}}\cancel{2}\cancel{v}\cdot a$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{5g\sin\theta}{7}}$$

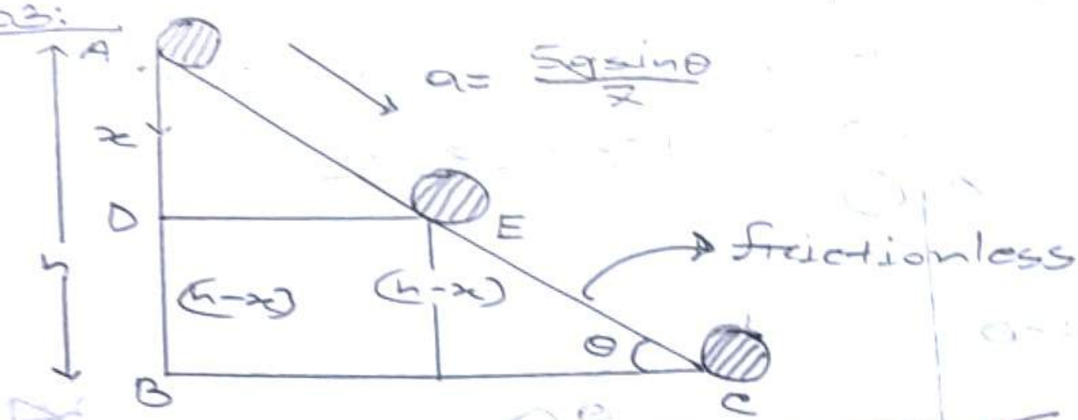
→ $\overset{I}{\frac{2}{5}}$, 5 উপরে, নিচে (2+5)

similarly: ফাঁপা গোলকের জন্য,

$$\boxed{a = \frac{3g\sin\theta}{5}}$$

⇒ $\overset{I}{\frac{2}{3}}$, 3 উপরে, নিচে (2+3)

Case: 03:



35

A: $E_p = mgh$

$E_k = 0$

$E_T = mgh + 0 = mgh$

E: $E_p = mg(h-x)$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$= \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}$

$= \frac{7}{10}mv^2$

$= \frac{7}{10} \cdot m \cdot \frac{10gx}{7}$

$= mgx$

$v^2 = (0)^2 + 2a \cdot AE$

$= 2 \cdot \frac{5g\sin\theta}{7} \cdot AE$

$= \frac{10g}{7} \cdot \frac{x}{AE} \cdot AE$

[$\triangle AED$, $\sin\theta = \frac{x}{AE}$]

$= \frac{10gx}{7}$

$E_T = mg(h-x) + mgx$

$= mgh - mgx + mgx$

$= mgh$

$\therefore E_T = mgh$

C: $E_p = 0$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2}$

$= \frac{7}{10}mv^2$

$= \frac{7}{10} \times m \times \frac{10g}{7}h$

$= mgh$

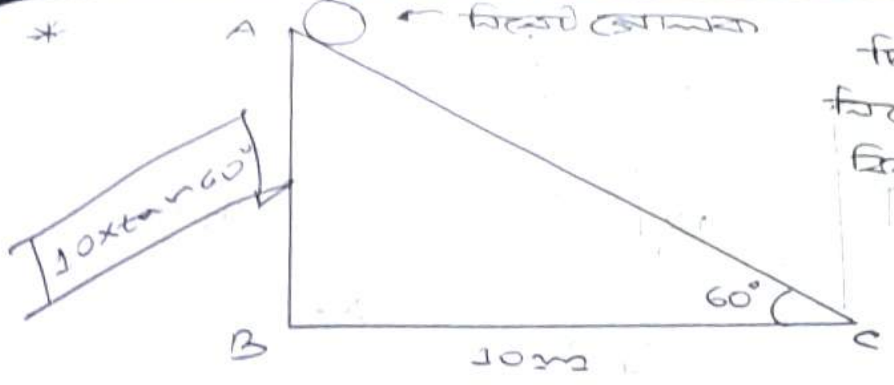
$v^2 = (0)^2 + 2a \cdot AC$

$= 2 \cdot \frac{5g\sin\theta}{7} AC$

$= \frac{10}{7} g \frac{h}{AC} \cdot AC$

$= \frac{10g}{7} h$

$\triangle ABC$, $\sin\theta = \frac{h}{AC}$

* 

চিত্রে, AC তলটি ঘর্ষণবিহীন নিরেট গোলক যখন C বিন্দুতে পৌঁছাবে, তখন এর বেগ নির্ণয়কর।

36

ঘ: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2$

$\Rightarrow gh = \frac{7}{10}v^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{\frac{10\times 9.8\times 10\sqrt{3}}{7}} = 15.57\ m/s$

Topic:05: ক্ষমতা (Power):

* কোনো বস্তু বা যন্ত্র কর্তৃক একক সময়ে সম্পাদিত কাজের পরিমাণকে ক্ষমতা বলে।

কোনো যন্ত্র কর্তৃক t সময়ে কৃতকাজ W

∴ একক " 1 " " " $\frac{W}{t}$

Power, $P = \frac{W}{t}$

Unit: $\frac{1J}{1s} = 1Js^{-1} = 1\,watt$

Dimention: $[P] = \left[\frac{ML^2T^{-2}}{T}\right] = [ML^2T^{-3}]$

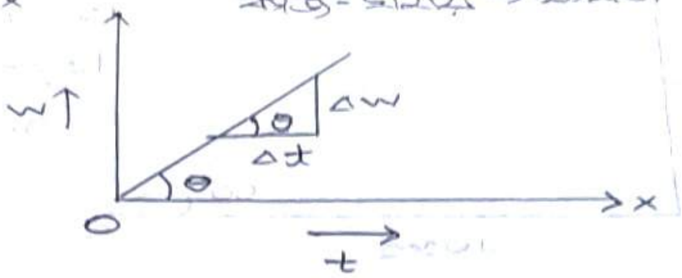
Horse power unit (h.p unit) (H.P)

$\boxed{1\ H.P\ \text{or}\ 1\ h.P = 746\ watt}$

Power, $P=\frac{W}{t}\begin{matrix}\to Y\\ \to x\end{matrix}$

Yx-graph

ঢাল - ঢালের → ক্ষমতা



$\therefore W = pt$

$\Rightarrow Y = m x$

37

সরলরেখার ঢাল,

$$m = P = \tan\theta = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}} \quad \omega(t)$$

(*) কাজ বনাম সময় লেখ হতে যে ঢাল পাওয়া যায় তাই হচ্ছে ক্ষমতা।

(*) কাজকে সময়ের সাপেক্ষে একবার differentiate করলে ক্ষমতা পাওয়া যায়।

* কোনো একটি যন্ত্রের ক্ষমতা $P(t)=400t+3$ যেখানে, t হলো সময়। $t=0$ s থেকে $t=5$s. সময় ব্যবধানে, যন্ত্রটি কর্তৃক কৃতকাজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উ: $P = \frac{d\omega}{dt}$

$\Rightarrow d\omega = P\,dt$

$\Rightarrow W = \int_0^5 P\,dt = \int_0^5 (400t+3)\,dt$

⊞ power,

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\Rightarrow P = \frac{Fs}{t}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = Fv}$$

→ const. velocity

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\Rightarrow P = \frac{Fs\cos\theta}{t} \quad [\vec{F} \wedge \vec{S} = \theta]$$

$$\Rightarrow \boxed{P = Fv\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \vec{F}\cdot\vec{v}}$$

38

* একটি ক্রেন দ্বারা 10টন ভরের একটি container, 0.5m/s বেগে উপরে উঠানো হচ্ছে, ক্রেনটির ক্ষমতা h.p এককে নির্ণয় কর।

উ: $P = Fv$

$$\Rightarrow P = mg.v = (10\times10^3\times9.8\times0.5)\,\text{watt}$$

$$= 49000\,\text{Watt}$$

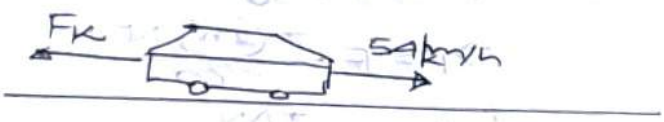
$$= 65.683\ \text{h.p (Ans.)}$$

* কোনো যন্ত্র দ্বারা একটি বস্তুর উপর $F = 200\hat{i} + 400\hat{j} + 600\hat{k}$ N বল প্রয়োগে, বস্তুটিকে $v = 2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}\ ms^{-1}$ বেগে গতিশীল রাখা হলে, ক্ষমতা নির্ণয় কর

উ: $P = 5600\,J = 7.51\ \text{h.p.}$

* 2000kg ভরের একটি গাড়ি কোনো ঘর্ষণযুক্ত রাস্তায় $54\ kmh^{-1}$ সমবেগে গতিশীল, গাড়ির চাকার সাথে রাস্তার ঘর্ষণগুণাঙ্ক 0.4 হলে গাড়িটির ইঞ্জিনের ক্ষমতা, hP এককে নির্ণয় কর।

উ:



$$F_K = \mu_K R$$

$$= 0.4\times2000\times9.8$$

$$= 7840$$

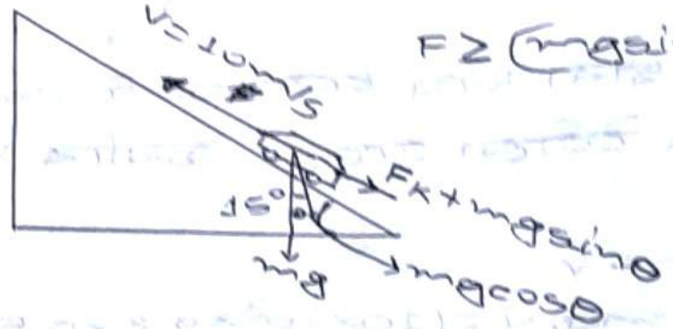
$$F = F_K$$

$$\Rightarrow P = Fv$$

$$= (7840\times15)\,W = 117600\,W$$

একটি মালবাহী ট্রাক, 15° আনত কোণ বিশিষ্ট কোনো ঘর্ষণযুক্ত আনত তল বরাবর, 36 km/h সমবেগে উপরের দিকে উঠছে, ট্রাকটির ভর 10 টন এবং প্রতি 100 kg ভরের জন্য ট্রাকটির উপর কার্যকরী ঘর্ষণ বল 10 N হলে ট্রাকটির ক্ষমতা hp এককে নির্ণয় কর। 39

উঃ:



$F \geq (mg\sin\theta + F_k)$

$F = mg\sin\theta + F_k$

$= 10^4 \times 9.8 \times \sin 15^\circ + 10^3$

100 kg — 10 N
10^4 kg → 10^3 N

$F = 2.64 \times 10^4$ N

$P = Fv = 2.6 \times 10^5$ watt

special observation:

Linear	Circular
F	τ
v	ω
$P = Fv$	$\boxed{P = \tau\omega}$

$$\boxed{P = \tau \frac{2\pi N}{60}}$$

$$P = Fr \frac{2\pi N}{60}$$

$$\Rightarrow P = F \frac{\pi (2r) N}{60}$$

$$\boxed{P = F \frac{\pi D N}{60}}$$

Topic: 06: কর্মদক্ষতা (efficiency): (η):

কোনো ইঞ্জিন বা যন্ত্রের কৃতকাজ এবং এতে প্রদত্ত শক্তির অনুপাতকে, ঐ ইঞ্জিন বা যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলা হয়।

$$E_{in} \longrightarrow \boxed{Engine} \longrightarrow E_{loss}$$

40

$$W = E_{in} - E_{loss}$$

$$\boxed{\eta = \frac{W}{E_{in}}} \quad (0<\eta<1)$$

শতকরায়, $\boxed{\eta = \frac{W}{E_{in}} \times 100\%}$

$$\eta = \frac{W}{E_{in}} = \frac{W/t}{E_{in}/t} \qquad \boxed{\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}}$$

$$\boxed{\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%}$$

P_{active} (কার্যকরী ক্ষমতা)

P_{actual} (প্রকৃত ক্ষমতা)

$$\boxed{\eta = \frac{P_{active}}{P_{actual}} \times 100\%}$$

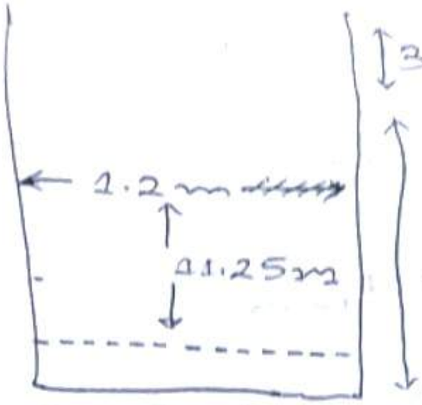
* 1.2m ব্যাসার্ধ ও 18m গভীরতা বিশিষ্ট একটি কুয়ার $\frac{1}{6}$ অংশ খালি এবং অবশিষ্ট অংশ পানি দ্বারা পরিপূর্ণ, অবশিষ্ট পানির $\frac{3}{4}$ অংশ একটি পাম্প দ্বারা 30 minit এ খালি করা হলো। পাম্পটির কর্মদক্ষতা 30%। পানি উত্তোলনে পাম্প কর্তৃক কৃতকাজ নির্ণয় কর।

(i) পাম্পটির কার্যকরী ক্ষমতা নির্ণয় কর।

(ii) পাম্পটির প্রকৃত ক্ষমতা নির্ণয় কর।

(iii) পাম্পটির নির্গমন মুখের ব্যাসার্ধ 5 cm হলে কত বেগে পানি বাইরে নির্গত হবে?

(iv) পাম্প হতে নির্গত পানি ভূমি বরাবর কত দূরে নিক্ষিপ্ত হবে যেখানে পাম্পটির নির্গমন মুখ ভূমি হতে 90 cm উপরে?



(i)

91

$15m \times \frac{3}{4} = 11.25$

এখানে, $\bar{s} = \frac{3 + 11.25 + 3}{2} = 8.625\,m$

$m = \rho V = \rho \times \pi r^2 \times 11.25$

$= \left(1000 \times \underset{3.1416}{\cancel{9.8}} \times (1.2^2 \times 11.25)\right) kg$

$= 50893.92$

$= 5.1 \times 10^4\, kg$

$W = mg\bar{s} = (5.1 \times 10^4 \times 9.8)\, J$

$= 4.3 \times 10^6\, J$

(ii)

∴ কার্যকরী ক্ষমতা, $P_{active} = \frac{W}{t} = \frac{4.3 \times 10^6}{30 \times 60}$

$= 2388.89$ watt

(iii)

$\eta = \frac{P_{active}}{P_{actual}}$

$\Rightarrow P_{actual} = \frac{P_{active}}{\eta}$ $\boxed{\eta = 0.3}$ $= 10.7\, hp$

$\underline{1^{\sim} B}$

$\cancel{\dot{m} = \rho A v}$

$\cancel{\Rightarrow \frac{dm}{dt} = \rho . A v}$

$\cancel{\Rightarrow}$

$r = 5cm$

$A = \pi r^2 = 25\pi cm^2$

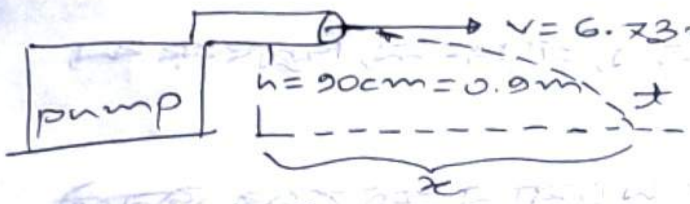
$= 25 \times 10^{-4} m^2$

42

$P_{active} = \rho A v^3$

$\Rightarrow v = \sqrt[3]{\frac{P_{active}}{\rho A}} = \sqrt[3]{\frac{2394.44}{1000 \times \pi \times 10^{-4}}}$ $\quad v = 6.73 \ ms^{-1}$

$\underline{2^{\sim} B}$



$v_{x_0} = v\cos 0° = v$

$= 6.73 ms^{-1}$

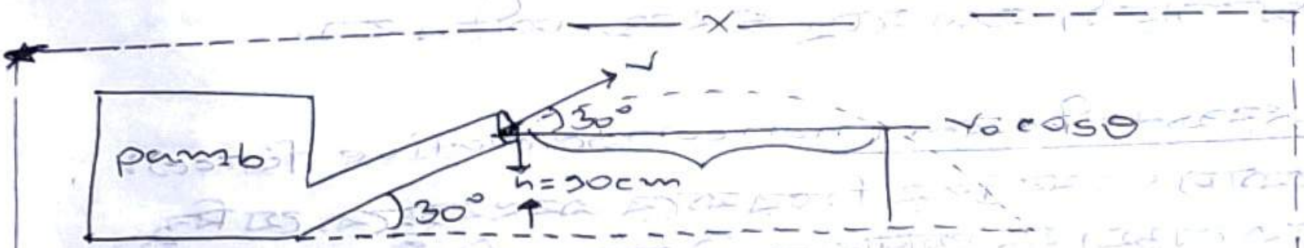
$h = \frac{1}{2} g t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.9}{9.8}} = 0.43 \ sec$

$x = v_{x_0} \times t$

$= 0.43 \times 6.73$

$x = 2.9m$

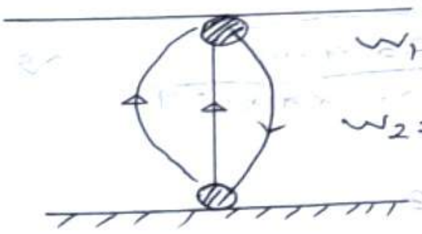


$-h = (v_0 \sin\theta) t - \frac{1}{2} g t^2$

$\boxed{x = (v_0 \cos\theta) t}$

Topic: 7:

সংরক্ষণশীল বল (conservative force): যে বল দ্বারা কৃতকাজ পথের উপর নির্ভর করে না এবং যে বিন্দু থেকে নেওয়া হয় আবার সেই বিন্দুতে ফিরিয়ে আনলে মোট কৃতকাজ শূন্য হয়, তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।



$W_1 = -mgh$, $W_T = -mgh + mgh$

$W_2 = mgh$

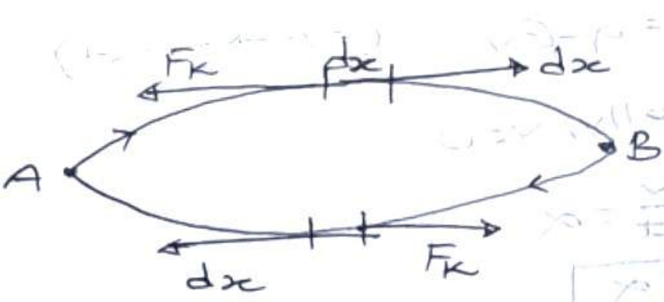
উদা: মহাকর্ষ বল, অভিকর্ষ বল, তড়িৎবল, স্প্রিং-এর বল, স্থিতিস্থাপক বল,

★ শুধুমাত্র সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজের জন্যই বিভবশক্তি/ যান্ত্রিকশক্তি নির্ণয় করা যায়। কিন্তু শক্তির অপচয় হয় না (Ideal case)

★ প্রত্যয়নী বল হচ্ছে সংরক্ষণশীল বল।

অসংরক্ষণশীল বল (non conservative force): কৃতকাজ পথের উপর নির্ভর করে এবং বস্তুকে যে বিন্দু থেকে নেওয়া হয় আবার, সেই বিন্দুতে ফিরিয়ে আনলে মোট কৃতকাজ 0 হয় না, তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়। যেমন:- ঘর্ষণবল, সান্দ্র বল (প্রবাহী ঘর্ষণ)

★ অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজে শক্তির অপচয় ঘটে। অপচয়কৃত শক্তির অধিকাংশ তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।



99

$A \to B$: $dW_1 = F_k \cdot dx \cos 180^\circ$

$\Rightarrow dW_1 = -F_k \cdot dx$

$\Rightarrow W_1 = -\int F_k \cdot dx$ ——— (i)

$B \to A$: $dW_2 = F_k \cdot dx \cos 180^\circ$

$\Rightarrow dW_2 = -F_k\, dx$

$\Rightarrow W_2 = -\int F_k \cdot dx$

$\therefore W_T = W_1 + W_2$

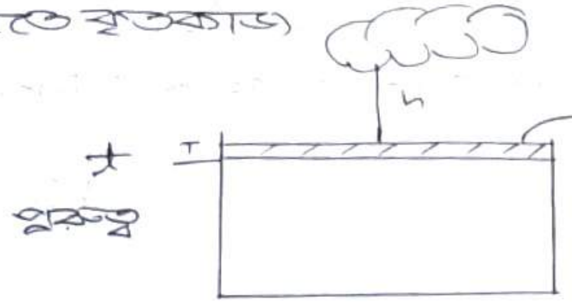
$= -\int F_k dx - \int F_k dx$

$$\boxed{W_T = -2\int F_k dx \neq 0}$$

Topic: 08: special kind of workdone:

case:01: পুকুরের পৃষ্ঠ হতে পানি বাষ্পীভূত হয়ে মেঘে পরিণত হতে কৃতকাজ।

45

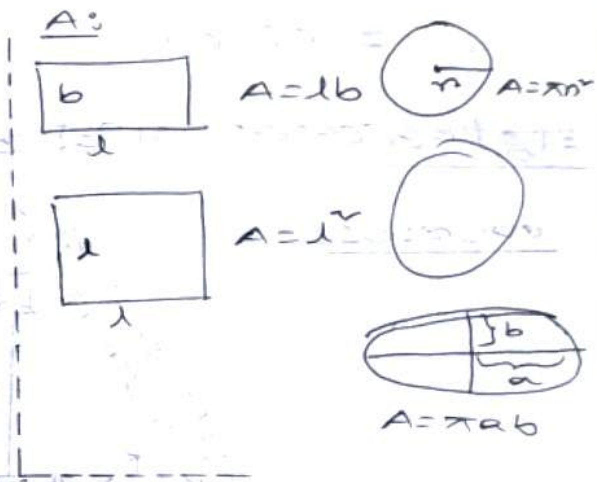


∴ মেঘে পরিণত হতে কৃতকাজ, $W=mgh$

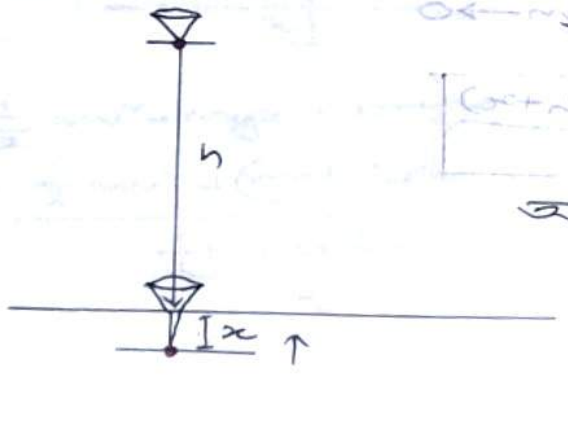
$$\left[\begin{aligned} m &= \rho V \\ &= \rho A t \quad (V=At) \end{aligned}\right.$$

$$\therefore \boxed{W = \rho A t g h}$$

A:



case:02: হাতুড়ির উপর খাঁদা কর্তৃক বাধাদানকারী গড় বল।



এখানে,

$$mg(h+x) = Fx$$

সঞ্চিত শক্তি = কৃতকাজ তাই।

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{mg(h+x)}{x}}$$

অথবা,

$$mgh + mgx = Fx$$

$$\Rightarrow mg(h+x) = Fx$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{mg(h+x)}{x}}$$

* কোনো কাঁদা মাটি তলের 170cm উপর হতে কোনো স্থির মাধ্যাযুক্ত 200gm ভরের একটি পেরেককে মুক্তভাবে পড়তে দিলে, পেরেকটি মাটির 5cm গভীরে ঢুকে যায়। কাদামাটি কর্তৃক পেরেকের উপর বাধাদানকারী গড় বল নির্ণয় কর।

06

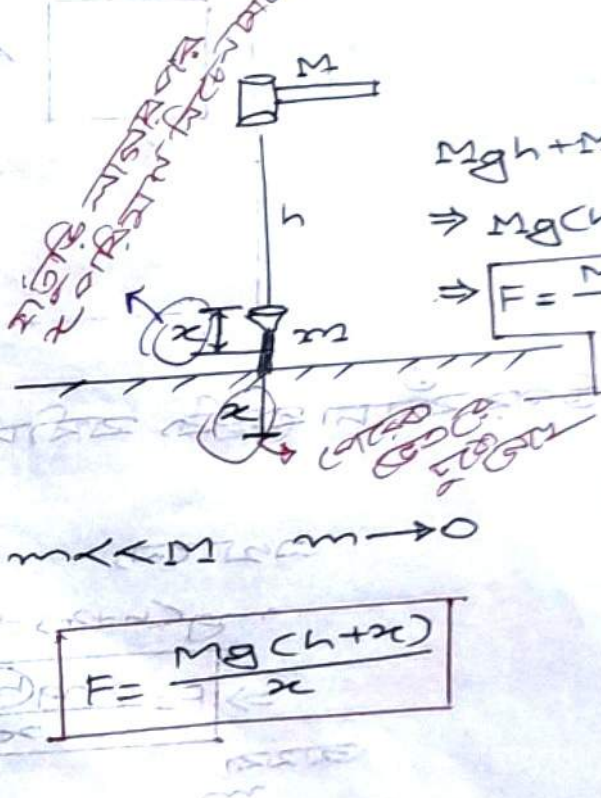
উ: $F = \dfrac{mg(h+x)}{x}$

$= \dfrac{0.2\times 9.8(1.7+0.05)}{0.05}$ N.

$= 68.6$ N

হাতুড়ি ও পেরেক সংক্রান্ত সমস্যা:-

case: 01:



$Mgh + Mgx + mgx = Fx$

$\Rightarrow Mg(h+x) + mgx = Fx$

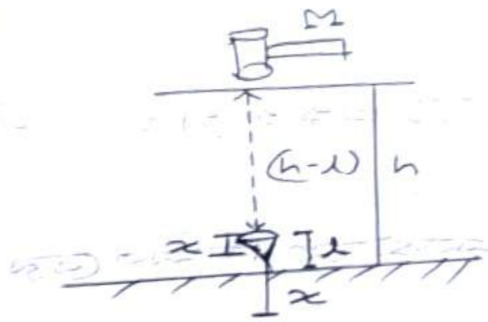
$\Rightarrow \boxed{F = \dfrac{Mg(h+x)+mgx}{x}}$

এখানে $m << M$ $\quad m \to 0$

$\boxed{F = \dfrac{Mg(h+x)}{x}}$

47

case: 02:



$$Mg(h-l) + Mgx + mgx = Fx$$

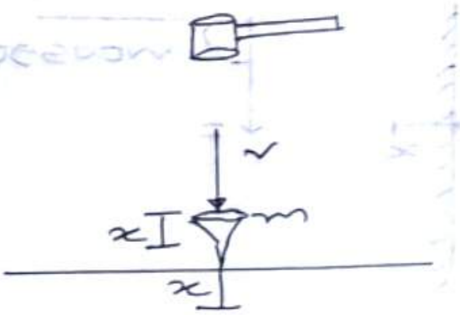
$$\Rightarrow Mg(h-l) + (M+m)gx = Fx$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{Mg(h-l) + (M+m)gx}{x}}$$

আবার, $m << M$ $\quad M+m \simeq M$

$$\boxed{F = \frac{Mg(h-l) + Mgx}{x}}$$

case: 03:



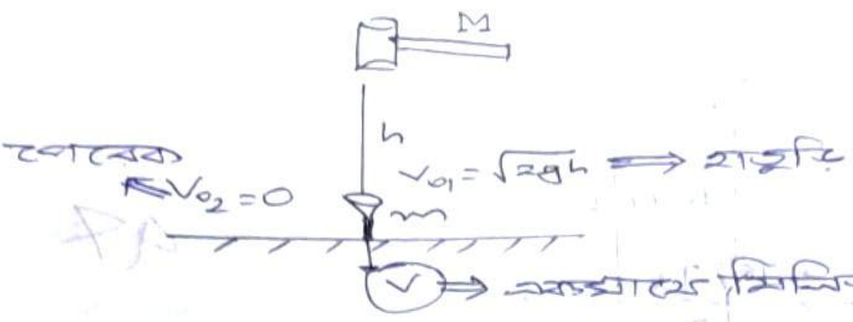
$$\frac{1}{2}Mv^2 + Mgx + mgx = Fx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}Mv^2 + (m+M)gx = Fx$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{\frac{1}{2}Mv^2 + (m+M)gx}{x}}$$

যদি $m << M$, $M+m \simeq M$

$$\boxed{\therefore F = \frac{\frac{1}{2}Mv^2 + Mgx}{x}}$$



98

$$M v_{01} + \cancel{m v_{02}}^{\,0} = (m+M)v$$

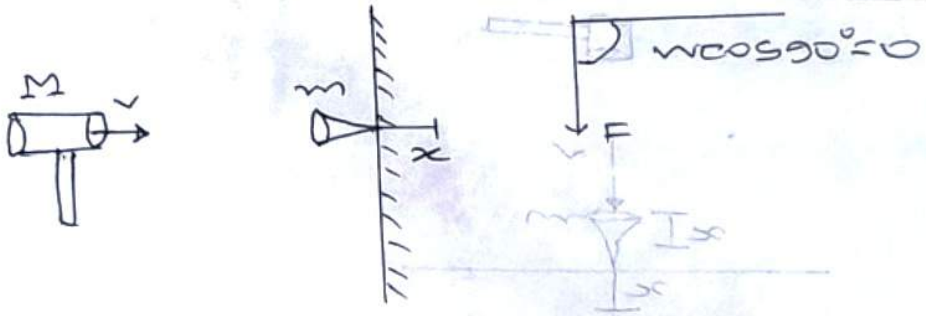
$$\Rightarrow v = \frac{M v_{01}}{M+m}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \frac{M\sqrt{2gh}}{(M+m)}}$$

Let, $m \ll M \quad M+m \approx M$

$$v = \frac{M\sqrt{2gh}}{M} = \sqrt{2gh}$$

case:04:



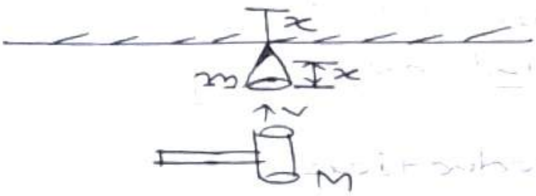
$$\frac{1}{2}(M+m)v^2 = Fx$$

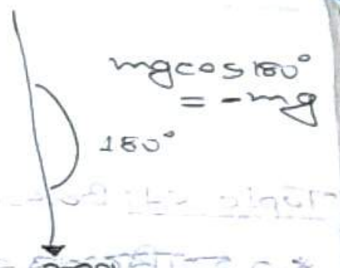
$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{\frac{1}{2}(M+m)v^2}{x}}$$

আবার যদি, $m \ll M,\ m+M \approx M$

$$\boxed{F = \frac{\frac{1}{2}Mv^2}{x}}$$

case: 05:





$$\frac{1}{2}Mv^2 - Mgx - mgx = Fx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}Mv^2 - (M+m)gx = Fx$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - (M+m)gx}{x}}$$

49

আবার, $m << M \quad M+m \simeq M$

$$\boxed{F = \frac{\frac{1}{2}Mv^2 - Mgx}{x}}$$