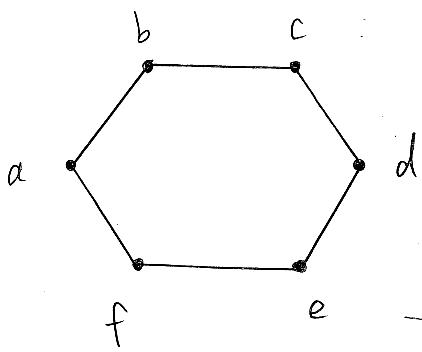
雙分圖、完全雙分圖

假設 $G=(V,E)$ 為一個無向圖

1. 若存在V的一個分割 $V=V_1\cup V_2$ 且 $V_1\cap V_2=\phi$，使得 $\forall x\in V_1$，$\forall y\in V_2$，$\exists x\exists y\{(x,y)\}\subseteq E$，則稱G為一個雙分圖(bipartite graph)，我們記作 $G=(V_1\cup V_2, E)$

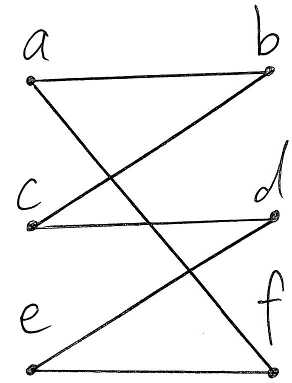
2. 若 $G=(V_1\cup V_2, E)$ 為一個雙分圖，$\forall x\in V_1$，$\forall y\in V_2$，$\forall x\forall y\{(x,y)\}=E$，則稱G為一個完全雙分圖(complete bipartite graph)，記作 $K_{m,n}$，其中 $|V_1|=m$，$|V_2|=n$。

範例：

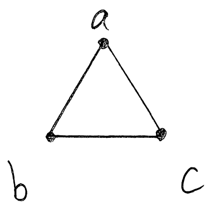


G_1

G_1為一個<u>雙分圖</u>，可將點的集合分為 $V_1=\{a,c,e\}$，$V_2=\{b,d,f\}$。



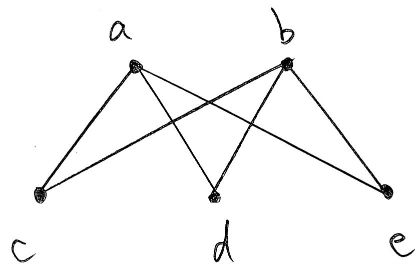
範例：



$G_2=(V,E)$

G_2不為雙分圖，利用矛盾法證，$V=V_1\cup V_2$，a點$\in V_1$，b點$\in V_2$，則$\{a,b\}\in E$，再看c點是屬於V_1還是V_2，如果存在$\{b,c\}\in E$，則c點$\in V_1$，再如果存在$\{a,c\}\in E$，則c點$\in V_2$，但是同時存在$\{a,c\},\{b,c\}\in E$，c點不屬V_1和V_2的點集，這對所有點要分割成二個點集產生矛盾，所以G_2不為雙分圖。

範例：



$G_3=(V,E)$

G_3為完全雙分圖，$V=V_1\cup V_2$，$a,b\in V_1$，$c,d,e\in V_2$，且a對c,d,e產生的邊皆$\in E$，b對c,d,e產生的邊皆$\in E$。

稱G_3為$K_{2,3}$或$K_{3,2}$。

完全雙分圖 $K_{m,n}$

點數：$m+n$

邊數：mn