

完全  $m$ -元樹 (complete  $m$ -ary tree), 平衡樹 (balanced tree)

定義:

假設  $T=(V, E)$  為一個高度  $h$  的有根樹, 其中  $h=0, 1, 2, \dots$ ,

1. 若  $T$  為滿  $m$ -元樹且所有樹葉的階層數皆為  $h$  時, 稱  $T$  為一完全  $m$ -元樹 (complete  $m$ -ary tree)。

當  $m=2$  時, 稱  $T$  為完全二元樹 (complete binary tree)。

2. 若  $T$  中樹葉的階層數皆為  $h$  或  $h-1$  時, 則稱  $T$  為平衡樹 (balanced tree)。

例題:

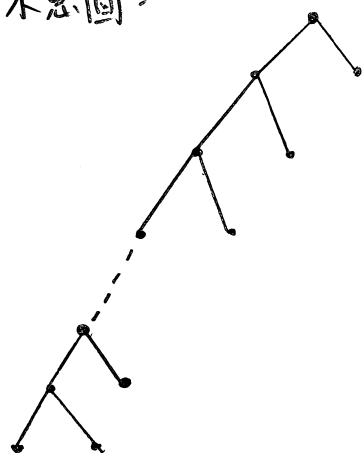
Let  $n(T)$  denote the number of vertices in a full binary tree  $T$  and  $h(T)$  the height of  $T$ . Find the value range of  $n(T)$  in terms of  $h(T)$ .

Ans.

Complete full binary tree 的點數為  $2^{h(T)+1} - 1$ 。

Minimal full binary tree

示意圖:



$\Rightarrow$  點的總數為  $2h(T)+1$

$$\therefore 2h(T)+1 \leq n(T) \leq 2^{h(T)+1} - 1$$

#

定理:

假設  $T=(V, E)$  為一個高度  $h$  的  $m$ -元樹, 其中  $h=0, 1, 2, \dots$ ,  $l$  表樹葉的個數, 則  $l \leq m^h$ .

---

推廣:

假設  $T=(V, E)$  為一個高度  $h$  的滿  $m$ -元樹,  $l$  表示樹葉的個數, 則

1.  $h \geq \lceil \log_m l \rceil$

2. 若  $T$  為平衡樹  $h = \lceil \log_m l \rceil$