

T 相對於 β 及 γ 的矩陣表示法: $[T]_{\beta}^{\gamma}$

$T \in \mathcal{L}\{V, V'\}$, $\dim(V) = n$, $\dim(V') = m$. $T: R^n \rightarrow R^m$

現在有 β, γ , $\beta = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 為 V 的一組有序基底

$\gamma = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 為 V' 的一組有序基底。

$$T(v_1) = a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_3 u_3 + \dots + a_m u_m$$

$$\Rightarrow [T(v_1)]_{\gamma} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

$$T(v_2) = b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3 + \dots + b_m u_m$$

$$\Rightarrow [T(v_2)]_{\gamma} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

\vdots

$$T(v_n) = n_1 u_1 + n_2 u_2 + \dots + n_m u_m$$

$$\Rightarrow [T(v_n)]_{\gamma} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{bmatrix}$$

現在定義 $A \in F^{m \times n}$

$$A = \left[[T(v_1)]_\gamma \quad [T(v_2)]_\gamma \quad \cdots \quad [T(v_n)]_\gamma \right]$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & \cdots & n_1 \\ a_2 & b_2 & & n_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_m & b_m & \cdots & n_m \end{bmatrix}$$

\Rightarrow 稱 T 相對於 β 及 γ 的矩陣表示法

(matrix representation of T relative to β and γ)

記作 $[T]_{\beta}^{\gamma}$,

當 $V = V'$ 且 $\beta = \gamma$ 時, $[T]_{\beta}^{\beta}$ 簡稱 $[T]_{\beta}$ 。