

109 交大

偏序 (反身, 反對稱, 遞移)

Question:

Which of these relation on $\{0, 1, 2, 3\}$ are partial orderings?

Note that a partial ordering relation is reflexive, antisymmetric, and transitive. If not a partial ordering relation, explain why it is not.

(a) $\{(0,0), (1,1), (2,0), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$

Ans.

不具反對稱, 因有 $(2,3)$ 和 $(3,2)$, 但 $2 \neq 3$;

不具遞移, 因有 $(3,2)$ 和 $(2,0)$, 但沒有 $(3,0)$.

\therefore 不是偏序

(b) $\{(0,0), (1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3)\}$

具反身 因有 $(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)$;

具反對稱, 因有 $(1,2), (1,3), (2,3)$;

具遞移, 因有 $(1,2)$ 和 $(2,3)$ 和 $(1,3)$

\therefore 為偏序

(c) $\{(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2), (3,3)\}$

Ans.

具反身 $(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)$.

不具反對稱, 因有 $(0,1)$ 和 $(1,0)$, 但 $0 \neq 1$;

有 $(0,2)$ 和 $(2,0)$, 但 $0 \neq 2$.