

尤拉迴路 (Euler circuit), 尤拉路線 (Euler trail)

定義:

假設 $G=(V, E)$ 為不含孤立點的一個無向簡單或多重圖

1. 若存在一迴路經過 G 中每一邊恰一次, 則稱 G 有尤拉迴路 (Euler circuit) (起點和終點相同)
 2. 若存在一路線經過 G 中每一邊恰一次, 則稱 G 有尤拉路線 (Euler trail)
-

定理:

假設 $G=(V, E)$ 為一個無向簡單或多重圖, 則

G 具有尤拉迴路 $\iff G$ 為連通圖且 $\forall v \in V, \deg(v)$ 為偶數。

注意:

當 $n \geq 2$ 時, K_n 中每個頂點的度數皆為 $n-1$ 且為連通圖, 經定理得知具尤拉迴路, 每點的 degree 為偶數,

則

1. K_n 具尤拉迴路 $\iff n$ 為奇數
2. $K_{m,n}$ 具尤拉迴路 $\iff m, n$ 為偶數。

推廣：

假設 $G=(V,E)$ 為一個無向簡單或多重圖，則 G 有

尤拉路線 $\iff G$ 為連通圖且 G 中恰含 0 個或

2 個點的度數為奇數，其餘皆為偶數。

定理：

假設 $G=(V,E)$ 為一個有向簡單或多重圖，則

G 具有有向尤拉迴路 $\iff G$ 為強連通圖且

$$\forall v \in V, id(v) = od(v)$$