

任何矩陣乘上線性獨立集
是否還是線性獨立集
86 台大資工

sjLin

March 23, 2022

題目:

3-16 Let $W = \{v_1, v_2, \dots, v_k\} \subseteq \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, If W is a linearly independent set, then $\{Av_1, Av_2, \dots, Av_k\}$ is a linearly independent set. (86 台大資工)(94 交大電機聯招)

解:

題目說 W 為線性獨立集， A 為方陣， A 乘上 W 內的所有向量，得出來的集合還是線性獨立集。

假設有一線性獨立集 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ，獨立的條件是符合 n 個純量積， $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 相加得 $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_n v_n = 0$ ，且只有唯一解 $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0$ 。

題目沒有說 A 為可逆矩陣，所以 A 可能是不可逆的，那乘上 W 的向量，得出新的向量集，假設這個向量集為 N ，那就會發生裡頭的某一向量可以被其他向量產生出來。那 N 就不是線性獨立集了。