

計算相異生成樹的方法

定理

假設 $G=(V,E)$ 為一個無向圖, $e=\{a,b\} \in E$,

$N(G)$ 表示 G 的相異生成樹個數, 則

$$N(G) = N(G-e) + N(G \cdot e)$$

hint:

$G-e \Rightarrow$ 減去那一邊

$G \cdot e \Rightarrow$ 兩端點黏合

例題:

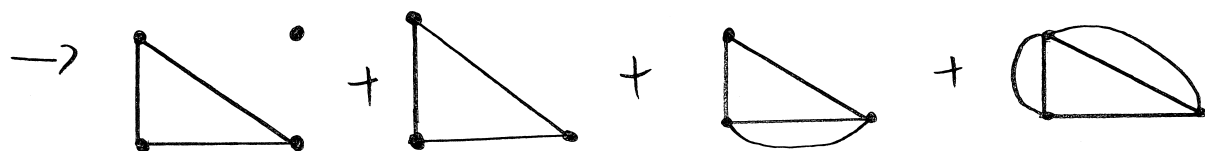
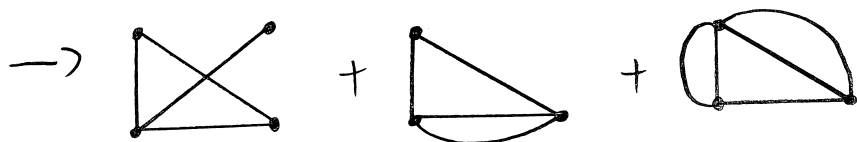
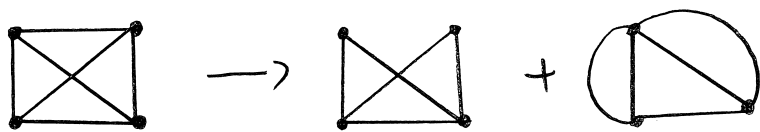
求 K_4 的生成樹個數

Ans.

思路:

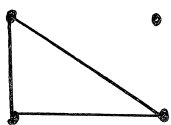
重覆作 $G-e$ 到剩 $v-1$ 為止.

ex. K_4 的生成樹有 3 條邊



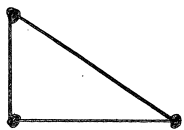
討論 4 個圖的生成樹個數

1.



為不連通圖，所以它的生成樹個數為 0。

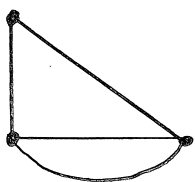
2.



要形成生成樹，需 2 個邊，

$\therefore \binom{3}{2} = 3$ 種 spanning tree.

3.

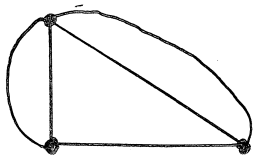


(a) 上面 2 條取一條和下面 2 條取一條


(b) 只取上面 2 條

$\therefore \binom{2}{1} \binom{2}{1} + 1 = 4 + 1 = 5$ 種 spanning tree


4.



有 3 類型圖

(a)  $\Rightarrow \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 4$

(b)  $\Rightarrow \binom{2}{1} \cdot 1 = 2$

(c)  $\Rightarrow \binom{2}{1} \cdot 1 = 2$

$\therefore 4 + 2 + 2 = 8$ 種 spanning tree

將 4 個討論的結果加總, 可得出 K_4 的生成樹
個數

$$0 + 3 + 5 + 8 = 16 \text{ 種 spanning tree } \#$$

