集合的表示法有二種

1. 將集合的所有元素列在大括號裡:

ex.
$A=\{1,3,5,7,9\}$

$N=Z^{+}=\{1,2,3,\ldots\}$

2. 描述集合中元素的特定性質

$A=\{x \mid x \geq 3$ 且 $x \in Z\}$

表示A為所有大於等於3的整數所成的集合

一個集合A的元素個數記作$|A|$，稱為集合A的基數(cardinality)。

子集合 & 真子集

子集合：A中所有元素皆為B的元素，則稱A為B的子集合(subset)，
記作$A \subseteq B$。

真子集：假設A, B為二集合，若$A \subseteq B$且$A \neq B$，則稱
A為B的一個真子集(proper subset)，
記作$A \subset B$。

ex.

$\{1,2\} \subseteq \{1,2,6,8\}$, $N \subseteq Q \subseteq R \subseteq C$

---

1. 二個集合 A, B 相等的充要條件為 $A \subseteq B$ 且 $A \supseteq B$，這是最常用來證明二個集合相等的方法。

2. 證 $A \subseteq B$：

首先給 $x \in A$，著手證 $x \in B$，即

"$\forall x \in A \rightarrow x \in B$"

集合的運算：

假設 A, B 為二個集合，定義

1. $A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$ 稱為 A 與 B 的交集 (intersection)。
2. $A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$ 稱為 A 與 B 的聯集 (union)。
3. $A - B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \notin B\}$ 稱為 A 與 B 的差集 (difference)。
4. $\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}$ 稱為 A 的補集 (complement)。

集合的運算

$$\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \{x \mid x \in A_i, \text{ for all } i = 1, 2, \ldots n\}$$

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \{x \mid x \in A_i, \text{ for some } i = 1, 2, \cdots, n\}$$

指標集 (index set) 且 $\{A_\alpha \mid \alpha \in \Lambda\}$

$$\bigcap_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha = \{x \mid x \in A_\alpha, \text{ for all } \alpha \in \Lambda\}$$

$$\bigcup_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha = \{x \mid x \in A_\alpha, \text{ for some } \alpha \in \Lambda\}$$

---

ex.

假設宇集合 $U = \mathbb{R}$, $\Lambda = \mathbb{R}^+$,

$A_\alpha = [-\alpha, \alpha] = \{x \in \mathbb{R} \mid -\alpha \le x \le \alpha\}$, $\forall \alpha \in \Lambda$,

求 $\bigcap_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha$ 及 $\bigcup_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha$

Ans.

$$\bigcap_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha = [-0, 0] \cap [-1, 1] \cap [-2, 2], \cdots = \{0\}.$$

$$\bigcup_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha = [-0, 0] \cup [-1, 1] \cup [-2, 2], \cdots = \mathbb{R}.$$