

Similar matrix 判斷

1. eigenvalues 是否相等

2. (跡) Trace 是否相等

3. (行列式) Determinant 是否相等

4. (秩) rank 是否相等

Spectral decomposed (頻譜分解)

$$A = \lambda_1 u_1 u_1^T + \lambda_2 u_2 u_2^T + \dots + \lambda_m u_m u_m^T$$

1. A 可正交對角化

2. A 為對稱矩陣

3. 有足夠的 eigenvectors.

* u_i 為 orthonormal

$A^T A$ is invertible $\rightarrow A$ is linearly-independent.

A is an invertible and diagonalized $n \times n$ matrix

1. A, A^T have the same eigenvalues

3. A^T, A^{-1} is diagonalizable

2. A, A^{-1} have the same eigenvectors.

sufficient but not necessary.

(\rightarrow)

反之亦然

(\leftarrow)

相似矩阵特性： \sim 特征值相同，特征向量不一定。

1. $\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$

2. $\det(A) = \det(B)$

3. $\text{tr}(A) = \text{tr}(B) \Rightarrow \text{tr}(AP) = \text{tr}(PB)$

4. $A - \lambda I$ 和 $B - \lambda I$ 相似

$\Rightarrow \det(A - \lambda I) = \det(B - \lambda I)$ 

5. A^T, B^T 相似

A^k, B^k 相似

6. 若 B, C 相似, A, B 相似
则 A, C 相似

7. 若可对角化, 可检查相似