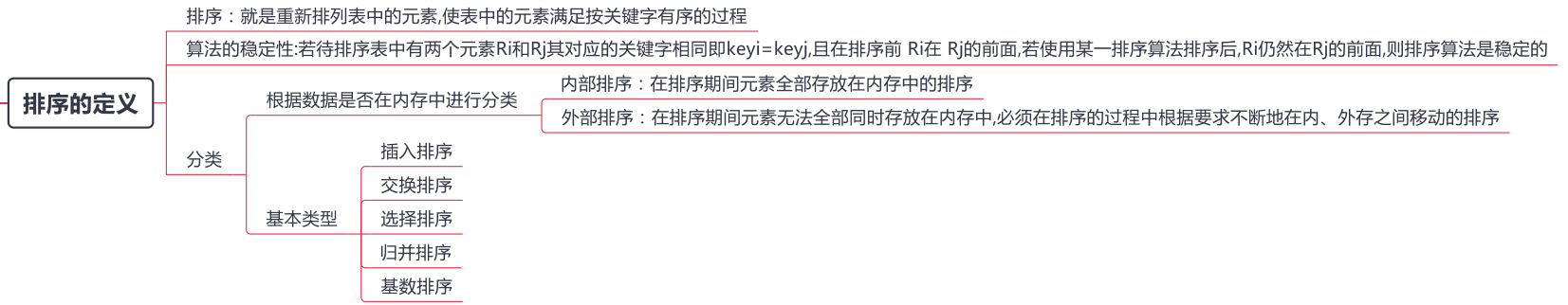
8.1排序的基本概念


排序的定义
排序：就是重新排列表中的元素,使表中的元素满足按关键字有序的过程
算法的稳定性:若待排序表中有两个元素Ri和Rj其对应的关键字相同即keyi=keyj,且在排序前 Ri在 Rj的前面,若使用某一排序算法排序后,Ri仍然在Rj的前面,则排序算法是稳定的
分类
根据数据是否在内存中进行分类
内部排序：在排序期间元素全部存放在内存中的排序
外部排序：在排序期间元素无法全部同时存放在内存中,必须在排序的过程中根据要求不断地在内、外存之间移动的排序
基本类型
插入排序
交换排序
选择排序
归并排序
基数排序

8.2 插入排序

- 概述
  - 基本思想：每次将一个待排序的记录按其关键字大小插入到前面已排好序的子序列中,直到全部记录插入完成
  - 引申出的算法
    - 直接插入排序
    - 折半插入排序
    - 希尔排序
- 直接插入排序
  - 实现过程
    - 将整个序列分为两部分
      - 有序序列
      - 无序序列
    - 每次从无序序列中取出一个元素，然后在有序序列中遍历，寻找合适的位置将该元素插入有序序列中
    - 自插入的位置开始有序序列向后移动一个元素位置
  - 性能分析
    - 空间效率:空间复杂度为O(1)
    - 时间效率
      - 最好情况
        - 表中元素已经有序,此时每插入一个元素,都只需比较一次而不用移动元素
        - 时间复杂度为 O(n)
      - 最坏情况
        - 表中元素顺序刚好与排序结果中的元素顺序相反（逆序）
        - 总的比较次数达到最大 $\sum_{i=2}^{n} i$
        - 总的移动次数也达到最大 $\sum_{i=2}^{n} (i+1)$
      - 平均情况　时间复杂度　$O(n^2)$
    - 时间复杂度为　$O(n^2)$
  - 稳定算法
  - 适用于 顺序存储和链式存储
- 折半插入排序
  - 实现过程
    - 首先确定折半插入排序的范围
    - 然后对其进行类似于二分法定界的方式，不断缩小其范围
    - 最后对数据进行移动，对待排序算法进行插入
  - 性能分析
    - 空间效率：空间复杂度为O(1)
    - 时间效率　比较次数为　$O(n\log_2 n)$
      - 该算法比较次数仅与表中元素个数有关
  - 稳定算法
  - 适用于顺序存储
- 希尔排序
  - 实现过程
    - 先将待排序表分割成若干形如 L[i, i + d, i + 2d,..., i + kd] 的“特殊”子表，对各个子表分别进行直接插入排序。缩小增量d，重复上述过程，直到d=1为止
    - 每次排序去一定的步长，然后在选定的元素中进行直接插入排序
    - 步长逐渐减小，最后为1
  - 性能分析
    - 空间效率:空间复杂度为O(1)
    - 时间复杂度为　$O(n^2)$
  - 不稳定算法
  - 适用于顺序存储

8.3 交换排序

- **基本概述**
  - 根据序列中两个元素关键字的比较结果来对换这两个记录在序列中的位置
  - 考试涉及范围
    - 冒泡排序
    - 快速排序
- **冒泡排序**
  - 基本思想
    - 从后往前（或从前往后)两两比较相邻元素的值,若为逆序（即A[i-1]>A[i]）,则交换它们,直到序列比较完
    - 将最小的元素交换到待排序列的第一个位置(或将最大的元素交换到待排序列的最后一个位置)
    - 进行下一趟冒泡时,前一趟确定的最小元素不再参与比较,每趟冒泡的结果是把序列中的最小元素(或最大元素）放到了序列的最终位置
    - 如果某一趟排序过程中未发生"交换"，则算法可提前结束
  - 性能分析
    - 空间复杂度：O(1)
    - 时间效率
      - 最好情况　时间复杂度为O(n)
      - 最坏情况　时间复杂度 $O(n^2)$
      - 平均情况
    - 冒泡排序时间复杂度为 $O(n^2)$
  - 稳定算法
  - 适用于顺序存储
- **快速排序被认为是目前基于比较的内部排序方法中最好的方法**
- **快速排序**
  - 基本思想
    - 首先选取一个元素作为枢纽，然后以此枢轴为界分为两个部分，左面小于该枢轴值，右面大于该枢轴值
    - 然后再对这两个部分分别递归的进行上述步骤
  - 性能分析
    - 空间复杂度
      - 最好情况 $O(\log_2 n)$
      - 最坏情况　O(n)
      - 平均情况 $O(\log_2 n)$
    - 时间效率
      - 快速排序的运行时间与划分是否对称有关
      - 对应于初始排序表基本有序或基本逆序时,就得到最坏情况下的时间复杂度为O(n^2）
    - 快速排序的时间复杂度为 $O(n^2)$
  - 不稳定算法
  - 适用于顺序存储

8.4选择排序

- **基本思想**
  - 每一趟（如第i趟）在后面n-i+1（i=1,2.....n-1）个待排序元素中选取关键字最小的元素,作为有序子序列的第i个元素,直到第n-1趟做完,待排序元素只剩下1个,就不用再选
- **简单选择排序**
  - 基本思想
    - 将表分为两部分，有序部分和无序部分
    - 每次从无序部分中选取最小的元素，然后将其放入有序部分中
  - 性能分析
    - 空间效率:O(1)
    - 时间效率
      - 元素间比较的次数与序列的初始状态无关
      - 时间复杂度为 $O(n^2)$
  - 不稳定的排序算法
  - 适合顺序存储
- **堆排序**
  - 基本概述
    - 大根堆：父节点的值大于相对应的孩子结点值
    - 小跟堆：父节点的值小于相对应的孩子结点值
  - 基本思想
    - 建堆：按照大根堆或者小根堆的规则建立起相应的二叉树，那么根节点一定是最大值或者最小值
    - 调整堆：当根节点输出后，整颗二叉树可能被破坏，这是要根据相应的建堆规则，自底向上，自左向右，进行父节点与子节点交换以满足相应的建堆规则
  - 性能分析
    - 空间效率:空间复杂度为O(1)
    - 时间效率　建堆时间为O(n)　调整的时间复杂度为O(h)　h 为二叉树的高度
    - 时间复杂度 $O(n\log_2 n)$
  - 不稳定排序算法

8.5 归并排序和基数排序

归并排序

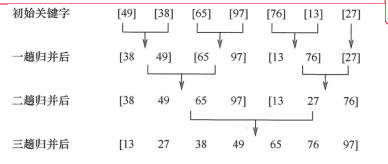
基本思想

每次选定相应的元素分别合成一个新的有序表

2路归并——二合一

k路归并——k合一

示意图



性能分析

空间复杂度为O(n)

时间复杂度为 $O(n\log_2 n)$

稳定排序算法

适用于顺序表

基数排序

排序思想

最高位优先（MSD）法：按关键字位权重递减依次逐层划分成若干更小的子序列,最后将所有子序列依次连接成一个有序序列

最低位优先（LSD）法：按关键字权重递增依次进行排序,最后形成一个有序序列

性能分析

空间效率

一趟排序需要的辅助存储空间为r(r个队列:r个队头指针和r个队尾指针）

基数排序的空间复杂度为O(r）

时间效率

基数排序需要进行d趟分配和收集,一趟分配需要O(n）,一趟收集需要O(r)

基数排序的时间复杂度为O(d(n+r)）　　与序列的初始状态无关

稳定排序算法

算法种类	时间复杂度			空间复杂度	是否稳定
	最好情况	平均情况	最坏情况		
直接插入排序	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	是
冒泡排序	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	是
简单选择排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	否
希尔排序				$O(1)$	否
快速排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n^2)$	$O(\log_2 n)$	否
堆排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(1)$	否
2 路归并排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n)$	是
基数排序	$O(d(n+r))$	$O(d(n+r))$	$O(d(n+r))$	$O(r)$	是

8.6各种内部排序算法的比较及应用

排序算法小结

若n较小,可采用直接插入排序或简单选择排序

当记录本身信息量较大时,用简单选择排序较好

若文件的初始状态已按关键字基本有序,则选用直接插入或冒泡排序为宜

快速排序被认为是目前基于比较的内部排序方法中最好的方法　　待排序的关键字随机分布时,快速排序的平均时间最短

若n较大,则应采用时间复杂度为 $O(n\log_2 n)$ 的排序方法:快速排序、堆排序或归并排序

要求排序稳定且时间复杂度为 $O(n\log_2 n)$ 则可选用归并排序

若n很大,记录的关键字位数较少且可以分解时,采用基数排序较好

当记录本身信息量较大时,为避免耗费大量时间移动记录,可用链表作为存储结构

8.7 外部排序（上）

- **外部排序的基本概念**
  - 对大文件进行排序,因为文件中的记录很多、信息量庞大,无法将整个文件复制进内存中进行排序
  - 需要将待排序的记录存储在外存上,排序时再把数据一部分一部分地调入内存进行排序,在排序过程中需要多次进行内存和外存之间的交换
- **外部排序的方法**
  - 基本概念
    - 文件通常是按块存储在磁盘上的,操作系统也是按块对磁盘上的信息进行读写的
    - 外部排序过程中的时间代价主要考虑访问磁盘的次数,即 I/O次数
  - 外部排序通常采用归并排序法　　算法实现的两个阶段
    - 据内存缓冲区大小,将外存上的文件分成若干长度为f的子文件,依次读入内存并利用内部排序方法对它们进行排序, 并将排序后得到的有序子文件重新写回外存（归并段或顺串）
    - 对这些归并段进行逐趟归并,使归并段（有序子文件）逐渐由小到大,直至得到整个有序文件为止
  - 耗费时间　　外部排序的总时间= 内部排序所需的时间 + 外存信息读写的时间 + 内部归并所需的时间
  - 归并排序优化
    - 增大归并路数k
    - 减少初始归并段个数r

    都能减少归并趟数s,进而减少读写磁盘的次数,达到提高外部排序速度的目的
- **多路平衡归并与败者树**
  - 引入败者树的背景　　为了使内部归并不受k（归并路数）的增大的影响
  - 基本思想
    - 败者树是树形选择排序的一种变体, 可视为一棵完全二叉树
    - k个叶结点分别存放k个归并段在归并过程中当前参加比较的记录,内部结点用来记忆左右子树中的"失败者",而让胜者往上继续进行比较,一直到根结点
    - 若比较两个数,大的为失败者、小的为胜利者,则根结点指向的数为最小数
  - 性能分析
    - k 路归并的败者树深度 $\lceil \log_2 k \rceil$
    - 总的比较次数 $S(n-1)\lceil \log_2 k \rceil = \lceil \log_k r \rceil (n-1)\lceil \log_2 k \rceil = (n-1)\lceil \log_2 r \rceil$
  - 注意
    - 归并路数k并不是越大越好。归并路数k增大时,相应地需要增加输入缓冲区的个数
    - 当k值过大时,虽然归并趟数会减少,但读写外存的次数仍会增加
  - 优化
    - 增加归并路数 k，进行多路平衡归并
      - 代价1：需要增加相应的输入缓冲区
      - 代价2：每次从k个归并段中选一个最小元素需要（k-1）次关键字对比
    - 减少初始归并段数量r

8.7 外部排序（下）

置换-选择排序（生成初始归并段）

实现过程

设初始待排文件为FI,初始归并段输出文件为FO,内存工作区为WA,FO和WA的初始状态为空,WA 可容纳 w个记录

1）从FI输入 w个记录到工作区 WA

2）从 WA中选出其中关键字取最小值的记录,记为MINIMAX记录

3）将 MINIMAX 记录输出到 FO中去

4）若FI不空,则从FI输入下一个记录到WA中

5)从 WA中所有关键字比MINIMAX 记录的关键字大的记录中选出最小关键字记录,作为新的 MINIMAX记录

6）重复3）~5）,直至在WA中选不出新的MINIMAX记录为止,由此得到一个初始归并段,输出一个归并段的结束标志到 FO中去

7）重复2）~6）,直至WA为空。由此得到全部初始归并段

最佳归并树

结构概述

各叶结点表示一个初始归并段,上面的权值表示该归并段的长度

叶结点到根的路径长度表示其参加归并的趟数

各非叶结点代表归并成的新归并段

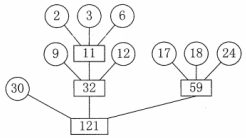
根结点表示最终生成的归并段

树的带权路径长度WPL为归并过程中的总读记录数

算法优化

引入哈夫曼树的思想

在归并树中,让记录数少的初始归并段最先归并,记录数多的初始归并段最晚归并,就可以建立总的I/O次数最少的最佳归并树

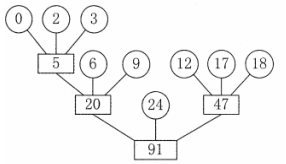


示意图

算法修正

若初始归并段不足以构成一棵严格 k 叉树时,需添加长度为0的"虚段"

按照哈夫曼树的原则,权为0的叶子应离树根最远



示意图

需要修正的条件

设度为0的结点有 n_0 $(=n)$ 个,度为k的结点有 n_k 个

严格k叉树有 $n_0=(k-1)n_k+1$ 变形可得 $n_k=(n_0-1)/(k-1)$

$(n_0-1)\%(k-1)=0$ 说明正好可以构造k叉归并树

$(n_0-1)\%(k-1)=u\neq 0$ 再加上k-u-1个空归并段,就可以建立归并树