本节内容

浮点数

加减运算
强制类型转换

1

本节总览

浮点数的运算
- 加减运算
- 强制类型转换

2

浮点数的加减运算

浮点数加减运算步骤：

① 对阶

② 尾数加减

③ 规格化

④ 舍入

⑤ 判溢出

思考为什么是小阶向大阶靠齐？

计算机内部，尾数是定点小数

可以有不同的舍入规则

$9.85211 \times 10^{12} + 9.96007 \times 10^{10}$

① $9.85211 \times 10^{12} + 0.0996007 \times 10^{12}$

② 9.9517107×10^{12}

③ 如果尾数加减出现类似 0.0099517×10^{12} 时，需要“左规”；如果尾数加减出现类似 99.517107×10^{12} 时，需要“右规”

④ 若规定只能保留6位有效尾数，则
$9.9517107 \times 10^{12} \rightarrow 9.95171 \times 10^{12}$ （多余的直接砍掉）
或者，$9.9517107 \times 10^{12} \rightarrow 9.95172 \times 10^{12}$ （若砍掉部分非0，则入1）
或者，也可以采用四舍五入的原则，当舍弃位≥5时，高位入1

⑤ 若规定阶码不能超过两位，则运算后阶码超出范围，则溢出
如：$9.85211 \times 10^{99} + 9.96007 \times 10^{99} = 19.81218 \times 10^{99}$
规格化并用四舍五入的原则保留6位尾数，得 1.98122×10^{100}
阶码超过两位，发生溢出（注：尾数溢出未必导致整体溢出，也许可以通过③④两步来拯救）

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

浮点数的加减运算

例：已知十进制数$X=-5/256$、$Y=+59/1024$，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

扩展：11.011000000

双符号位补码：11.011　双符号位补码：11011

补码：1.011　补码：1011

$5D = 101B$，$1/256 = 2^{-8} \rightarrow X = -101 \times 2^{-8} = -0.101 \times 2^{-5} = -0.101 \times 2^{-101}$

$59D = 111011B$，$1/1024 = 2^{-10} \rightarrow Y = +111011 \times 2^{-10} = +0.111011 \times 2^{-4} = +0.111011 \times 2^{-100}$

X：11011,11.011000000　Y：11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶
2. 尾数加减
3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

浮点数的加减运算

例：已知十进制数X=−5/256、Y=+59/1024，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B，1/256 = 2^{-8} → X = - 101 × 2^{-8} = - 0.101 × 2^{-5} = - 0.101 × 2^{-101}

59D = 111011B，1/1024 = 2^{-10} → Y = + 111011 × 2^{-10} = + 0.111011 × 2^{-4} = + 0.111011 × 2^{-100}

X：11011,11.011000000　　Y：11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶 使两个数的阶码相等，小阶向大阶看齐，尾数每右移一位，阶码加1
   ① 求阶差：$[\Delta E]_{补}$=11011+00100=11111，知ΔE=−1
   ② 对阶：X：11011,11.011000000 → 11100,11. 101100000　　X = - 0.0101 × 2^{-100}
2. 尾数加减
3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

浮点数的加减运算

例：已知十进制数X=−5/256、Y=+59/1024，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B，1/256 = 2^{-8} → X = - 101 × 2^{-8} = - 0.101 × 2^{-5} = - 0.101 × 2^{-101}

59D = 111011B，1/1024 = 2^{-10} → Y = + 111011 × 2^{-10} = + 0.111011 × 2^{-4} = + 0.111011 × 2^{-100}

X：11011,11.011000000　　Y：11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶 使两个数的阶码相等，小阶向大阶看齐，尾数每右移一位，阶码加1
   ① 求阶差：$[\Delta E]_{补}$=11011+00100=11111，知ΔE=−1
   ② 对阶：X：11011,11.011000000 → 11100,11. 101100000　　X = - 0.0101 × 2^{-100}
2. 尾数加减 -Y：11100,11.000101000
   X-Y：11100, 10.110001000

$$\begin{array}{r} 11.101100000 \\ +\ 11.000101000 \\ \hline 10.110001000 \end{array}$$

X-Y
= (-0.0101 × 2^{-100})- (+0.111011 × 2^{-100})
= (-0.0101-0.111011) × 2^{-100}
= -1.001111 × 2^{-100}

3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

浮点数的加减运算

例：已知十进制数X=−5/256、Y=+59/1024，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B，1/256 = 2^{-8} → X = - 101 × 2^{-8} = - 0.101 × 2^{-5} = - 0.101 × 2^{-101}

59D = 111011B，1/1024 = 2^{-10} → Y = + 111011 × 2^{-10} = + 0.111011 × 2^{-4} = + 0.111011 × 2^{-100}

X：11011,11.011000000　　Y：11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶 使两个数的阶码相等，小阶向大阶看齐，尾数每右移一位，阶码加1
   ① 求阶差：$[\Delta E]_{补}$=11011+00100=11111，知ΔE=−1
   ② 对阶：X：11011,11.011000000 → 11100,11. 101100000　　X = - 0.0101 × 2^{-100}
2. 尾数加减 -Y：11100,11.000101000
   X-Y：11100, 10.110001000

$$\begin{array}{r} 11.101100000 \\ +\ 11.000101000 \\ \hline 10.110001000 \end{array}$$

3. 规格化
   X-Y：11100, 10.110001000 → $\boxed{11}$101,11.011000100
4. 舍入 无舍入
5. 判溢出 常阶码，无溢出，结果真值为2^{-3}×$(-0.1001111)_2$

X-Y
= (-0.0101 × 2^{-100})- (+0.111011 × 2^{-100})
= (-0.0101-0.111011) × 2^{-100}
= -1.001111 × 2^{-100}
= -0.1001111 × 2^{-011}

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

浮点数的加减运算-舍入

有的计算机可能会把浮点数的尾数部分单独拆出去计算(24bit→32bit)，算完了经过舍入(32bit→24bit)再拼回浮点数

"0"舍"1"入法：类似于十进制数运算中的"四舍五入"法，即在尾数右移时，被移去的最高数值位为0，则舍去；被移去的最高数值位为1，则在尾数的末位加1。这样做可能会使尾数又溢出，此时需再做一次右规。

恒置"1"法：尾数右移时，不论丢掉的最高数值位是"1"还是"0"，都使右移后的尾数末位恒置"1"。这种方法同样有使尾数变大和变小的两种可能。

浮点数加减运算步骤：

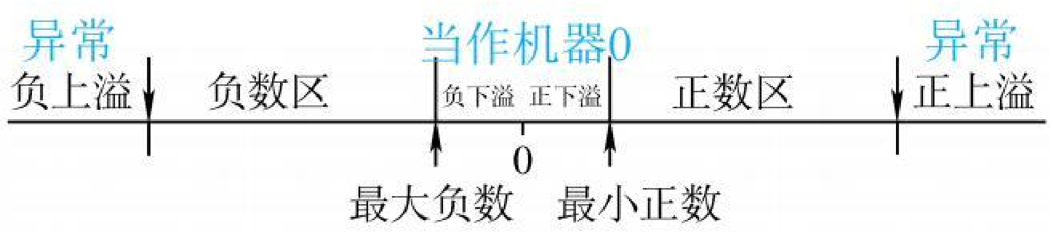
1. 对阶
2. 尾数加减
3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

右规时就会面临舍入的问题

如：加减结果为11100,10.110001011

0舍1入：11100,10.110001011 → 11101,11.011000101 1
→ 11101,11.011000110 1

恒置1:11100,10.110001011 → 11101,11.011000101 1
→ 11101,11.011000101 1



王道考研/CSKAOYAN.COM

8

强制类型转换

类型	16位机器	32位机器	64位机器
char	8	8	8
short	16	16	16
int	16	32	32
long	32	32	64
long long	64	64	64
float	16	32	32
double	64	64	64

char → int → long → double

float → double

范围、精度从小到大，转换过程没有损失

int → float：可能损失精度

float → int：可能溢出及损失精度

32位

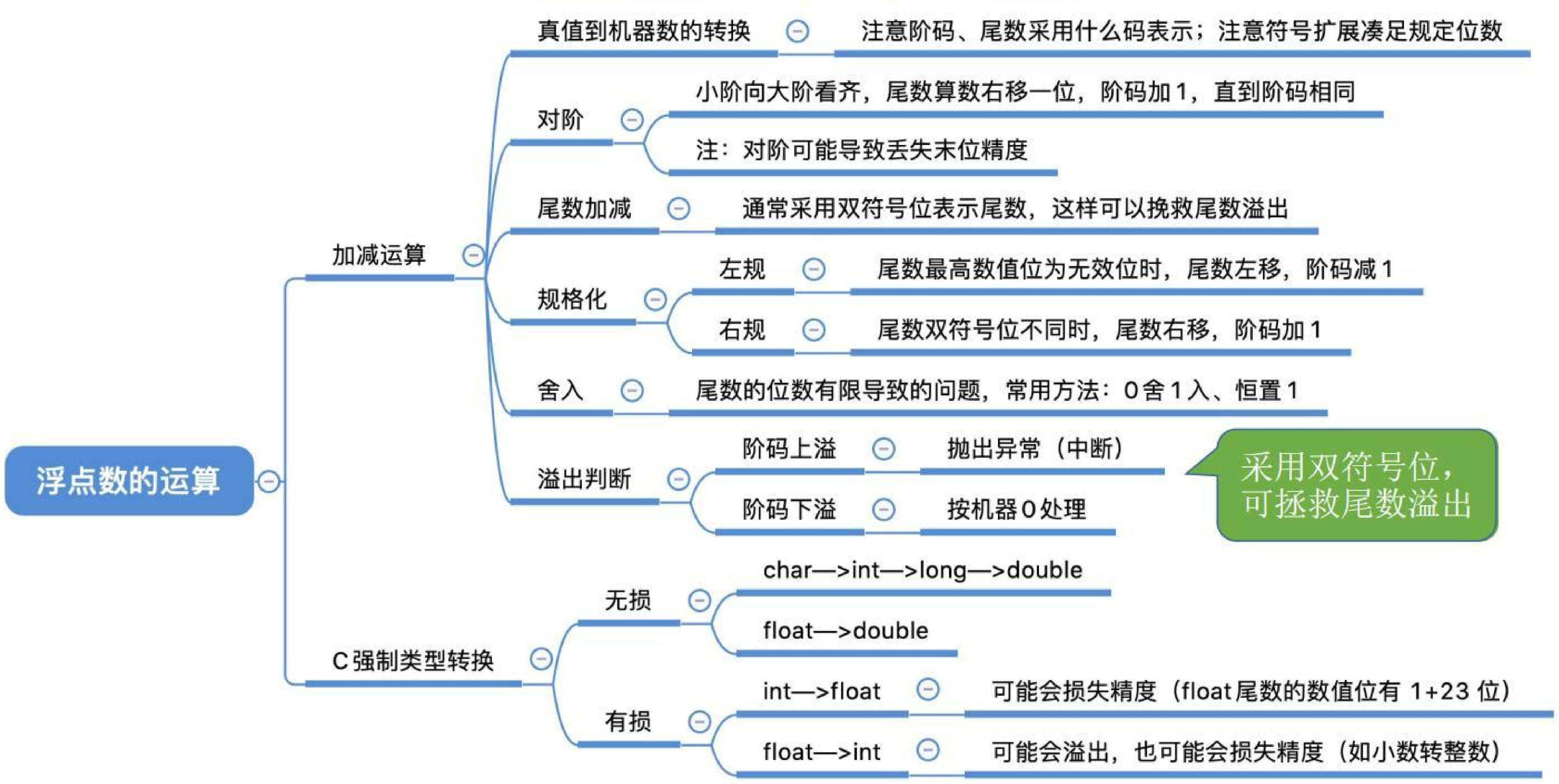
int：表示整数，范围 $-2^{31} \sim 2^{31}-1$，有效数字32位

float：表示整数及小数，范围 $\pm[2^{-126} \sim 2^{127}\times(2-2^{-23})]$，有效数字23+1=24位

王道考研/CSKAOYAN.COM

9

本节回顾



王道考研/CSKAOYAN.COM

10

bilibili

@王道论坛

新浪微博 weibo.com

@王道计算机考研备考
@王道咸鱼老师-计算机考研
@王道楼楼老师-计算机考研

抖音 短视频

@王道计算机考研

知乎

@王道计算机考研

微信视频号

@王道计算机考研

微信公众平台

@王道在线

11