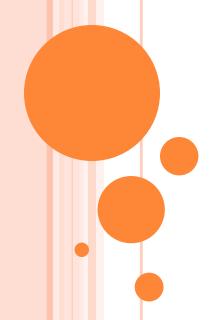
CHAPTER 3

Exponential and Logarithm Function (Fungsi Eksponensial dan Logaritma)

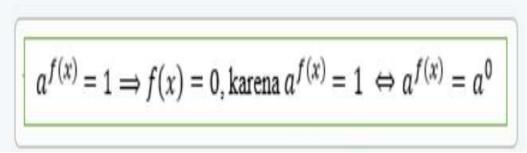


Minggu ke-16

3.4 Equations of The Exponential or Logarith Form (Persamaan Berbentuk Eksponen atau Logaritma)

A. Persamaan Eksponen

1. Bentuk



CONTOH 1

$$3^{2x+5} = 1$$

Berdasarkan sifat, maka:

$$2x + 5 = 0$$

$$2x = -5$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

2. Bentuk

Jika
$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$
 maka $f(x) = g(x)$

CONTOH 2

Tentukan penyelesaian dari 2^{2x-7} = 8^{1-x}

Jawab:

Langkah pertama, samakan basis pada kedua ruas.

$$2^{2x-7} = 8^{1-x}$$

$$2^{2x-7} = (2^3)^{1-x}$$

$$2^{2x-7} = 2^{3-3x}$$

Karena basisnya sama, berdasarkan sifat diperoleh

$$2x - 7 = 3 - 3x$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

Jadi, penyelesaiannya adalah x = 2

3. Bentuk

$$a^{f(x)} = b^{g(x)} \implies \log a^{f(x)} = \log b^{g(x)}$$

Contoh 3

Tentukan penyelesaian dari $(\frac{2}{3})^x = 6^{1-x}$

$$\log \left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \log 6^{1-x}$$
 $x \log \left(\frac{2}{3}\right) = (1-x) \log 6$ $\log a^{n} = n \log a$
 $x \log \left(\frac{2}{3}\right) = \log 6 - x \log 6$
 $x \log \left(\frac{2}{3}\right) + x \log 6 = \log 6$
 $x (\log \left(\frac{2}{3}\right) + \log 6) = \log 6$
 $x \log 4 = \log 6$ $\log a + \log b = \log (ab)$
 $x = \frac{\log 6}{\log 4}$
 $x = ^{4} \log 6$

Jadi, penyelesaiannya adalah x = ⁴log 6

4. $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ dengan $a \neq b, a > 0, b > 0$ dan $a \neq 1, b \neq 1$, gunakan sifat:

$$a^{f(x)}=b^{f(x)}\Longrightarrow f(x)=0$$

CONTOH 4

Tentukan penyelesaian dari $3^{2x-2} = 5^{x-1}$

$$3^{2x-2} = 5^{x-1}$$

$$3^{2(x-1)} = 5^{x-1}$$

$$9^{x-1} = 5^{x-1}$$

Berdasarkan sifat maka

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

Jadi, penyelesaiannya adalah x = 1

5. Bentuk

$$h(x)^{f(x)} = h(x)^{g(x)}$$
, terdefinisi dengan tahap penyelesaian

(i) Eksponen disamakan: f(x) = g(x)

(ii) Misalkan h(x) = 1, karena $1^{f(x)} = 1^{g(x)} = 1$.

(iii) Misalkan h(x) = -1, asalkan f(x) dan g(x) sama-sama

ganjil atau sama-sama genap.

(iv) Misalkan h(x) = 0, asalkan f(x) > 0, g(x) > 0.

CONTOH 5

Tentukan HP dari
$$(x - 4)^{4x} = (x - 4)^{1+3x}$$

Jawab:

Misalkan: f(x) = x - 4, g(x) = 4x dan h(x) = 1 + 3x

Solusi 1:
$$g(x) = h(x)$$

$$4x = 1 + 3x$$

$$x = 1 \checkmark$$

Solusi 2: f(x) = 1

$$x - 4 = 1$$

$$x = 5 \checkmark$$

Solusi 3: f(x) = -1, g(x) dan h(x) keduanya genap/ganjil.

$$x - 4 = -1$$

Periksa: Untuk x = 3 maka

$$g(x) = 4(3) = 12$$
 (genap)

$$h(x) = 1 + 3(3) = 10$$
 (genap)

Karena keduanya genap, maka x = 3 memenuhi.

Solusi 4: f(x) = 0, g(x) dan h(x) keduanya positif.

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4 \checkmark$$

Periksa: Untuk x = 4 maka

$$g(x) = 4(4) = 16$$
 (positif)

$$h(x) = 1 + 3(4) = 13$$
 (positif)

Karena keduanya positif, maka x = 4 memenuhi.

Catatan: Jika seandainya salah satu atau keduanya bernilai ≤ 0, maka x = 4 tidak memenuhi.

$$\therefore HP = \{1, 3, 4, 5\}$$

6. Bentuk

Jika
$$f(x)^{h(x)} = g(x)^{h(x)}$$
 maka

- (1) f(x) = g(x)
- (2) f(x) = -g(x), dengan syarat h(x) genap
- (3) h(x) = 0, dengan syarat f(x) ≠ 0 dan g(x) ≠ 0

Tentukan HP dari
$$(2x + 1)^{x-6} = (x + 5)^{x-6}$$

Jawab:

Misalkan: f(x) = 2x + 1, g(x) = x + 5 dan h(x) = x - 6

Solusi 1:
$$f(x) = g(x)$$

2x + 1 = x + 5

Solusi 2: f(x) = -g(x), dengan syarat h(x) genap

$$2x + 1 = -(x + 5)$$

$$2x + 1 = -x - 5$$

$$3x = -6$$

$$x = -2$$

Periksa:

Untuk $x = -2 \rightarrow h(x) = -2 - 6 = -8$ (genap)

Karena h(x) genap, maka x = -2 memenuhi.

Solusi 3: h(x) = 0, dengan syarat $f(x) \neq 0$ dan $g(x) \neq 0$

$$x - 6 = 0$$

Periksa: Untuk x = 6 maka

$$f(x) = 2(6) + 1 = 13 \neq 0$$

$$g(x) = 6 + 5 = 11 \neq 0$$

Karena keduanya $\neq 0$, maka x = 6 memenuhi.

Catatan: Jika seandainya salah satu atau keduanya bernilai nol, maka x = 6 tidak memenuhi.

$$\therefore HP = \{-2, 4, 6\}$$

7. Jika $A \cdot a^{f(x)^2} + B \cdot a^{f(x)} + C = 0$, maka penyelesaiannya diarahkan ke bentuk persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$, lalu menentukan penyelesaian persamaan kuadratnya.

Sebagai contoh diketahui sebuah persamaan eksponen:

$$(2x+7)^2 - 4(2x+7) + 3 = 0.$$

Maka penyelesaiannya adalah dengan memisalkan persamaan tersebut menjadi:

Misalkan
$$(2x + 7) = y \rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

sehingga

$$(y-3)(y-1) = 0$$

$$y_1 = 3 \operatorname{dan} y_2 = 1$$

diperoleh,

$$y_1 = 2x + 7$$

$$y_2 = 2x + 7$$

$$3 = 2x + 7$$

$$1 = 2x + 7$$

$$x = -2$$

$$x = -3$$

CONTOH

Akar – akar persamaan 3^{2x+1} – 28.3^x + 9 = 0 adalah x_1 dan x_2 . Jika $x_1 > x_2$, maka nilai $3x_1 - x_2 = ...$

Pembahasan:

$$3^{2x} \cdot 3^1 - 28 \cdot 3^x + 9 = 0$$

$$3.(3^{x})^{2} - 28.3^{x} + 9 = 0$$

Misal:
$$3^x = p$$

$$3p^2 - 28p + 9 = 0$$

$$(3p-1)(p-9)=0$$

$$3p - 1 = 0$$
 atau $p - 9 = 0$

$$3p = 1$$
 atau $p = 9$

$$p = \frac{1}{3} \quad \text{atau } p = 9$$

Substitusikan nilai p pada persamaan 3x = p

$$3^{x} = \frac{1}{3}$$
 atau $3^{x} = 9$

$$3^x = 3^{-1}$$
 atau $3^x = 3^2$

$$x = -1$$
 atau $x = 2$ (karena $x1 > x2$, maka $x1 = 2$ dan $x2 = -1$)

Substitusikan nilai x1 dan x2, maka akan didapat 3(2) - (-1) = 7

KUIS

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{9^{2-x}}}}{27} = 3^{x+1} \text{ adalah} \dots$$

2. Akar – akar persamaan
$$2.3^{4x}$$
 – 20.3^{2x} + 18 = 0 adalah x_1 dan x_2 . Nilai x_1 + x_2 =