LaTeX 動作確認テスト・サンプルファイル

情報リテラシTA

平成28年4月11日

0.1　0 章 素朴集合

0.1.1　定義 0.1

集合 A から B への写像 f に対して、 1. $\forall a, b \in A f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$　を満たす時、f は単射と呼ばれる 2. $\forall c \in B, \exists a f(a) = c$ を満たす時 f は全射 3. 単射かつ全射は全単射 (bijection)

0.1.2　定義 0.2

集合 A,B に対して A〜B : A から B への全単射が存在する　で〜を定義する (〜は同値関係) すなわち、 1. A〜A 2. A〜B->B〜A 3. A〜B かつ B〜C->A〜C 一般に A の同値関係〜に寄る同値種とは、$[A]_\sim$ = B〜A なる B の集まり のこと

0.1.3　定義 0.3

集合 A に対して　定義 02 で定めた同値関係〜に対する同値種 $[A]_\sim$ を |A| と表し、 A の濃度 (cordinality) と呼ぶ。※ A が有限集合の場合、例えば A={a, b} |A| = |{ 0,1 }| = |{1, 2}| = . . . |A| を普通は 2 と表す A が有限集合の場合は |A| を A のこすうの自然数と同一視する

なぜ同値類は同値集合ではないのか？

一般に、同値類 (class) は集合にはならない。

0.1.4　定義 0.4

|A| と |B| に対して、A から B への単射が存在する時、$jAj \leq jBj$ と表す

|A|=|C|, |B|=|D| で、A から B への単射が存在する時、 C から D への単射が存在する必要がある。この定義は well-defined

well-defined 補足

$fracba \oplus fracdc = fracb + da + c$ は well-defined ではない $frac12 \oplus frac13 = frac25$ $frac24 \oplus frac13 = frac37$

0.1.5 定理 0.1

1. $|A| \leq |B|$ かつ $|B| \leq |C| \Rightarrow |A| \leq |C|$
2. $|A| \leq |B|$ かつ $|B| \leq |A| \Rightarrow |A| = |C|$

証明

1 は明らか。 2 は、次の定理から従う

0.1.6 定理 0.2 (カントール・ベルンシュタイン (シュレーダー) の定理)

A が B への単射 f と B から A への単射 g が存在する時、A から B への全単射が存在する

略証

f: A -> B g: B -> A