

Studi Kasus

Kombinasi untuk Pengamanan Sistem

1. PENDAHULUAN

Di zaman modern saat ini perusahaan perusahaan semakin bergantung pada keamanan digital, guna melindungi data dan sistem mereka secara efektif demi melindungi dari serangan *cyber*. Untuk meningkatkan tingkat keamanan tersebut, perusahaan menerapkan aturan bahwa kode keamanan tidak boleh semena-mena dibuat, dimana harus memikirkan dari angka yang hanya terdiri dari digit 0 sampai 9. Dalam konteks ini, analisis kombinasi diperlukan untuk menentukan jumlah total kemungkinan kode yang dapat digunakan serta tingkat keamanan yang dihasilkan.

2. RUMUSAN MASALAH

- I. A. Sebuah perusahaan menggunakan kode keamanan berbentuk 4 angka. Kode tersebut memiliki aturan sebagai berikut:
- a. Angka tidak boleh berulang.
 - b. Kode terdiri dari digit angka 0 sampai 9.

B. Permasalahan

- a. Hitung jumlah total kombinasi kode keamanan yang mungkin?
 - b. Jika hanya boleh tersusun bilangan genap, hitung ulang jumlah kombinasi yang mungkin?
- II. Untuk memproduksi x unit pakaian dalam satu hari diperlukan biaya produksi $(x^2 + 4x + 10)$ ratus ribu rupiah. Harga jual pakaian itu tiap unitnya adalah $(20 - x)$ ratus ribu rupiah. Hitunglah keuntungan maksimum yang dapat diperoleh setiap harinya?

3. TUJUAN PENELITIAN

- Menerapkan Konsep Permutasi.

- Menganalisis susunan kode keamanan dengan menerapkan ide permutasi tanpa pengulangan agar setiap angka tidak diulang dalam prosesnya.
- Membuktikan bahwa dalam perhitungan kombinasi, digit angka mencakup rentang dari 0 hingga 9 dan tidak ada duplikasi angka yang diperbolehkan dan dalam satu kode.
- Menemukan berapa banyak kemungkinan kombinasi total untuk kode 4 digit.
- Menerapkan konsep turunan dalam kalkulus untuk menemukan nilai produksi (x) yang memaksimalkan keuntungan.

4. METODOLOGI

I. Pendekatan kuantitatif dengan perhitungan kombinasi matematis.

- Menghitung total kombinasi dengan permutasi.
- Menghitung kombinasi dengan bilangan genap menggunakan analisis yang lebih spesifik.

II. Pendekatan kuantitatif dengan menggunakan metode fungsi keuntungan (menggunakan turunan), untuk mencari nilai maksimum.

5. HASIL DAN TEMUAN

I. Kombinasi kode keamanan

a.

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Diketahui: $n = 10$ dan $k = 4$

Jumlah kombinasi:

$$P(10, 4) = \frac{10!}{(10 - 4)!} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

b. Hanya angka genap dari 0 hingga 9: 0, 2, 4, 6, 8 (total 5 angka) dan memilih 4 angka tanpa pengulangan

Diketahui: $n = 5$ dan $k = 4$

$$P(5, 4) = \frac{5!}{(5 - 4)!} = \frac{5!}{1} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1} = \frac{120}{1} = 120$$

II. Aplikasi turunan

Diketahui:

- Harga pakaian tiap unit adalah $(20 - x)$ ratus ribu rupiah.
- Biaya produksi adalah $(x^2 + 4x + 10)$ ratus ribu rupiah.

Ditanya keuntungan maksimum.

Fungsi biaya produksi: $f(x) = x^2 + 4x + 10$

Fungsi harga jual per unit: $g(x) = (20 - x)$

Fungsi keuntungan: $h(x) = g(x) \cdot x - f(x)$

Substitusi $g(x)$ dan $f(x)$:

$$(20 - x) \cdot x - (x^2 + 4x + 10)$$

$$h(x) = 20x - x^2 - x^2 - 4x - 10$$

$$h(x) = -2x^2 + 16x - 10$$

Turunan pertama $h(x)$:

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(-2x^2 + 16x - 10)$$

$$= h'(x) = -4 + 16$$

Nilai x :

$$h(x) = 0$$

$$-4x + 16 = 0$$

$$-4x = -16$$

$$x = 4$$

Turunan kedua $h(x)$

$$h'(x) = -4 + 16$$

$$h''(x) = \frac{d}{dx}(-4x + 16)$$

$$h''(x) = -4$$

Karena $h''(x) = -4 < 0$, maka fungsi $h(x)$ memiliki titik maksimum di $x = 4$

Substitusi $x = 4$ ke fungsi keuntungan $h(x)$:

$$h(x) = -2x^2 + 16x - 10$$

$$h(4) = -2(4)^2 + 16(4) - 10$$

$$h(4) = -32 + 64 - 10$$

$$h(4) = 22$$

Maka keuntungan maksimum yaitu 22 ratus ribu, yang dimana 2.200.000

6. DISKUSI

Hasil analisis menunjukkan bahwa lebih banyak kombinasi dari kode keamanan maka sistem keamanan makin sulit untuk ditembus, dan terhindari dari serangan brute force. Penggunaan kombinasi dengan angka genap saja bisa menurunkan tingkat kemanan. Lalu analisis produksi berlebih akan menurunkan keuntungan, karena harga jual per unit turun.

7. KESIMPULAN

Keuntungan maksimum dapat dihasilkan ketika produksi yang pas, seperti contoh soal diatas menunjukkan dengan produksi 4 unit pakaian akan menghasilkan keuntungan maksimum. Dengan menggunakan semua digit (0-9), kode memiliki nilai keamanan yang lebih tinggi, menjadikannya lebih sulit untuk ditebak secara acak dibandingkan dengan kode yang hanya menggunakan bilangan genap, atau bilangan yang tidak acak.