

单幅图像基于暗通道先验知识的去雾算法

Dezeming Family

2023 年 2 月 7 日

DezemingFamily 系列文章和电子书**全部都有免费公开的电子版**，可以很方便地进行修改和重新发布。如果您获得了 DezemingFamily 的系列电子书，可以从我们的网站 [<https://dezeming.top/>] 找到最新的版本。对文章的内容建议和出现的错误也欢迎在网站留言。

目录

一 引文	1
1 1 摘要	1
1 2 基本介绍	1
二 背景介绍	1
三 暗通道先验知识	3
四 使用暗通道去雾	3
五 Soft Matting	4
六 估计 Atmospheric Light A	5
参考文献	6

一 引文

1.1 摘要

本文 [1] 提出了一种简单但有效的图像先验暗通道，用于从单个输入图像中去雾 (haze removal or dehazing)。虽然网上有不少解读，但是都不够详细，或者直接复制机翻整篇论文，所以我还是打算重新详细地描述一下该论文，该论文也是给我的工作带来了不少的启发。

暗通道先验是一种室外无雾的图像的统计，是基于一个观察结果，室外无雾图像中的大多数局部小片段内都包含一些像素，其强度在至少一个颜色通道中非常低。将此先验知识与雾成像模型一起使用，我们可以直接估计雾的厚度并恢复高质量的无雾图像。对各种有雾图像的去雾结果证明了所提出的先验知识的有效性。

此外，作为去雾的副产品，还可以获得高质量的深度图。

1.2 基本介绍

在雾天，相机接收到的 irradiance 是被衰减和混合（被空气中的光）过的。我们把有雾的图称为被雾退化的图像 (degraded images)。被雾退化的图像失去对比度和颜色保真度，由于散射量取决于场景点与摄影机的距离，因此退化在空间上是不同的。

以前有一些基于多帧图像的方法，通过使用不同偏振度拍摄的两张或多张图像消除雾。有些方法需要提前知道场景的三维信息，使用深度来去雾。

也有些方法依赖于更多假设，比如 Tan 观察到，与输入有雾图像相比，无模糊图像必须具有更高的对比度。他通过最大化恢复图像的局部对比度来去雾。去雾结果在视觉上令人信服，但在物理上可能并不准确。Fattal 在假设透射 (transmission) 和表面着色 (surface shading) 在局部不相关的情况下，估计场景的反照率和介质透射。这种方法在物理上是合理的，可以产生很不错的结果。然而，它不能很好地处理雾很严重的图像，并且在不符合该假设的情况下可能会失败。

本文 [1] 提出了一种新的先验——暗通道先验——以用于单幅图像的去雾。

暗通道先验基于室外无雾图像的统计，发现在大多数不覆盖天空的局部区域中，某些像素（称为暗像素）通常在至少一个颜色（RGB）通道中具有非常低的强度。在有雾的图像中，通道中这些暗像素的强度主要是由空气中的光 (airlight) 造成的。因此，这些暗像素可以直接提供雾透射的准确估计。结合雾成像模型和软融合插值方法 (soft matting interpolation)，我们可以恢复高质量的无雾图像并生成不错的深度图。我们的方法在物理上是合理的，能够在很远的场景处理严重的有雾图像。由于我们不基于透射或表面着色的显著差异，因此很少有光环伪影 (halo artifacts)。

当然我们的方法也是有局限性的，比如当场景对象在很大的局部区域上类似于空气中的光（例如，雪地面或白墙）并且没有阴影投射在其上面时，暗通道先验可能是无效的。虽然我们的方法适用于大多数室外有雾图像，但在某些极端情况下可能会失败。幸运的是，在这种情况下，去雾并不重要，因为看不出有雾没雾有什么很大的区别。我们相信，从不同的方向开发新的先验知识并将它们结合在一起可以进一步提高去噪水平。

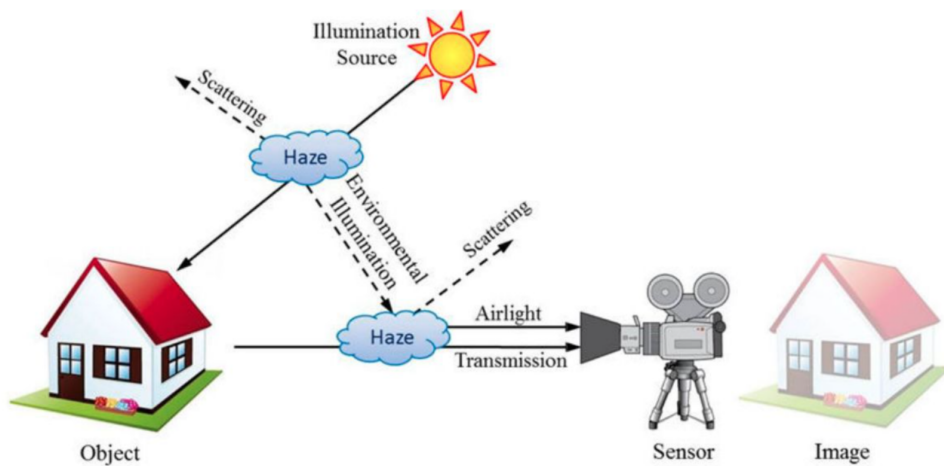
二 背景介绍

先把论文公式贴一下：

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})t(\mathbf{x}) + \mathbf{A}(1 - t(\mathbf{x})), \quad (1) \quad t(\mathbf{x}) = e^{-\beta d(\mathbf{x})}, \quad (2)$$

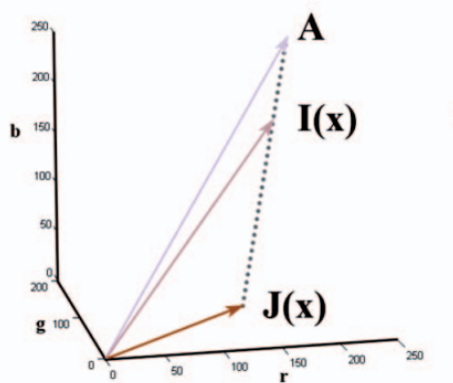
$$t(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{A} - \mathbf{I}(\mathbf{x})\|}{\|\mathbf{A} - \mathbf{J}(\mathbf{x})\|} = \frac{A^c - I^c(\mathbf{x})}{A^c - J^c(\mathbf{x})}, \quad (3) \quad \sum_{\mathbf{x}} \|\nabla \mathbf{I}(\mathbf{x})\| = t \sum_{\mathbf{x}} \|\nabla \mathbf{J}(\mathbf{x})\| < \sum_{\mathbf{x}} \|\nabla \mathbf{J}(\mathbf{x})\|. \quad (4)$$

有雾图像的成像模型见公式 (1)，图示为：



其中, \mathbf{I} 是观察到的图像强度, \mathbf{J} 是场景辐射度, \mathbf{A} 是全局大气光, t 是描述未被散射并到达相机的光的部分的介质透射。了解过体渲染的人应该知道这种假设相对比较简洁, 忽略了大气散射的复杂过程。去雾中, 我们的目标就是根据 \mathbf{I} 恢复其他量。注意在一个有 N 个像素的彩色图像中, \mathbf{I} 是三通道的, 因此有 $3N$ 个约束项; \mathbf{J} 也是三通道的, 共 $3N$ 个未知量, \mathbf{A} 也是三通道, 由于假设整幅图的 \mathbf{A} 一致, 所以是 3 个未知量, t 是一维的, 图像各个像素的 t 不一样, 因此又是 N 个未知量。所以, 总共 $4N + 3$ 个未知量。

公式 (1) 的三维形式表示为:



$\mathbf{J}(\mathbf{x})t(\mathbf{x})$ 叫做直接衰减 (direct attenuation), $\mathbf{A}(1 - t(\mathbf{x}))$ 叫做大气光。其实有点类似于透明物体的 α 混合, 即原来的物体前面贴了一层膜。直接衰减是场景 radiance 的乘法失真, 但大气光属于加法失真。

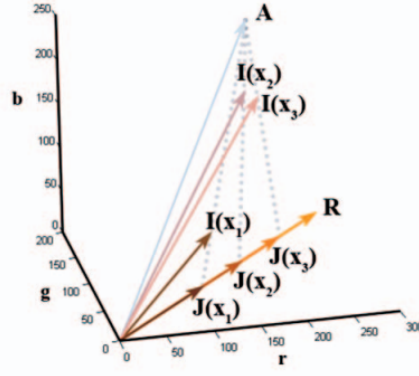
对于均匀的雾, 穿透率 t 可以参考公式 (2), 表明场景辐射度呈指数衰减。如果我们能够求解出穿透率, 我们就可以得到景深之间的相对值 (而不是绝对景深, 因为绝对景深还需要知道场景尺度关系)。

穿透率 t 可以写为公式 (3) 的形式, c 表示 rgb 通道。这里三个通道计算的结果应该是相同的。

对于一个 patch 来说, 假设它的 t 是均匀的, 那么物体可见性 (这个 patch 里的图像的梯度和) 就会由于雾而被降低, 见公式 (4)。Tan 的方法以此为依据, 穿透率 t 在局部区域中可以通过在限制条件 ($\mathbf{J}(\mathbf{x})$ 的强度小于 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$) 下最大化可见性来估计, 使用 MRF 模型来进一步正则化结果。

这种方法能够从模糊的图像中极大地揭示细节和结构。然而, 输出图像通常倾向于具有更大的饱和度值, 因为该方法仅关注于可见性的增强, 而并不基于物理地恢复场景辐射度。此外, 结果可能包含深度不连续附近的光晕效应。

Fattal 提出了基于独立组件分析 (Independent Component Analysis (ICA)) 的方法。假设在一个小 patch 内的 albedo 是一个常量向量 \mathbf{R} , 如下图。然后假设一个 patch 内的 t 和着色是无关的, 然后利用颜色统计来估计。



这种方式是基于物理的，但是，由于统计独立性假设，这种方法要求独立的组成部分差异很大。任何缺乏变化或低信噪比（通常在稠密的雾霾地区）都会使统计数据不可靠。此外，由于统计是基于颜色信息的，因此它对于灰度图像是无效的，并且难以处理无色的密集雾。

三 暗通道先验知识

公式如下：

$$J^{\text{dark}}(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_{c \in \{r, g, b\}} J^c(\mathbf{y}) \right), \quad (5) \quad J^{\text{dark}} \rightarrow 0. \quad (6)$$

在室外无雾的没有天空的 patch 中，至少有一些像素的一个颜色通道的颜色值非常低或者接近于 0。也就是说一个 patch 内的最小的像素通道值应该接近于 0。

为了更正式的描述，我们定义暗通道 (dark channel) 的概念，对于任意图像 \mathbf{J} ，暗通道 J^{dark} 定义为公式 (5)，其中 $\Omega(\mathbf{x})$ 是一个中心在 \mathbf{x} 的局部 patch。对于户外除天空区域的无雾图像，暗通道趋近于 0，见公式 (6)。

暗通道值较低主要是由于三个因素：(1) 阴影；(2) 颜色鲜艳丰富的物体；(3) 物体的表面比较暗，例如石头。为了验证，我们选择了一大堆图像，取每个 patch 大小为 15×15 ，发现符合我们的描述。至于天空区域，我们的先验也是可以很好控制的，我们后面再介绍。

我们的去雾其实类似于暗物体相减技术 (dark-object subtraction technique)，通过减去与场景中最暗的对象相对应的常量值来消除空间均匀的雾。

四 使用暗通道去雾

公式如下：

$$\frac{I^c(\mathbf{x})}{A^c} = t(\mathbf{x}) \frac{J^c(\mathbf{x})}{A^c} + 1 - t(\mathbf{x}). \quad (7) \quad \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c \frac{I^c(\mathbf{y})}{A^c} \right) = \tilde{t}(\mathbf{x}) \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c \frac{J^c(\mathbf{y})}{A^c} \right) + 1 - \tilde{t}(\mathbf{x}). \quad (8)$$

$$J^{\text{dark}}(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c J^c(\mathbf{y}) \right) = 0. \quad (9) \quad \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c \frac{J^c(\mathbf{y})}{A^c} \right) = 0. \quad (10)$$

$$\tilde{t}(\mathbf{x}) = 1 - \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c \frac{I^c(\mathbf{y})}{A^c} \right). \quad (11) \quad \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c \frac{I^c(\mathbf{y})}{A^c} \right) \rightarrow 1, \quad (1)$$

$$\tilde{t}(\mathbf{x}) = 1 - \omega \min_{\mathbf{y} \in \Omega(\mathbf{x})} \left(\min_c \frac{I^c(\mathbf{y})}{A^c} \right). \quad (12) \quad \mathbf{I}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}(\mathbf{x})t_1(\mathbf{x}) + \mathbf{A}(1 - t_2(\mathbf{x})), \quad (13)$$

假设大气光 \mathbf{A} 已经给定（后面会介绍估计 \mathbf{A} 的方法），首先将雾图公式 (1) 进行归一化，见公式 (7)。注意每个通道都是独立归一化的。

假设穿透率在局部 patch $\Omega(\mathbf{x})$ 内是常量，则设为 $\tilde{t}(\mathbf{x})$ ，于是我们可以同时计算公式 (7) 两边的暗通道，即公式 (8)。

由于 \mathbf{J} 是一个无雾图像，因此 J 的暗通道趋近于 0，见公式 (9)。由于 A^c 一定是正值，所以得到公

式 (10)。把公式 (10) 代入到 (8) 中，就能得到公式 (11) 实际上，公式 (11) 的右边两个 \min 就是归一化有雾图像 $\frac{I^c(\mathbf{y})}{A^c}$ 的暗通道，它直接提供了对穿透率的估计。

暗通道并不是天空区域的良好近似，幸运的是，天空区域的有雾图通常和大气光 \mathbf{A} 非常相近，因此在天空区域，可以得到标红的公式 (1)。此时， $\tilde{t}(\mathbf{x})$ 趋近于 0，由于天空是无限距离的，因此可以认为它的穿透率接近于 0（光被无限地衰减），所以正好相匹配。所以说，在去雾过程中我们不用再将天空区域和非天空区域区分开。实际上，空气中一直都存在微粒，也就是说雾是一定会存在的。且雾可以用来很好地感知深度，叫做 aerial perspective。如果我们把雾完全去除，那么感觉上就会不太对，因此对于远处的物体，我们保留一点雾，将一个常量参数 ω , ($0 < \omega \leq 1$) 引入到公式 (11)，得到公式 (12)，我们在论文中都设置为 0.95。

在导出公式 (11) 的过程中，暗通道先验对于削减雾图模型的公式 (1) 中的直接穿透项（乘法项）有很重要的作用，而右边的 airlight 项（加法项）还没有解决。以前的一些工作假设的是直接穿透项改变了图像的对比度，而我们注意到加法项改变了局部暗通道像素的值。基于暗通道先验，我们丢弃乘法项，可加项足够可以用来估计穿透率。我们进一步泛化公式 (1) 为公式 (13)，意味着 t_1 和 t_2 不再相同，通过公式 (11) 我们可以估计 t_2 （包含 t_1 的乘法项由于趋近于 0 已经被约掉了），从而分离加法项。在人类视觉研究中，这个可加项被叫做 veiling luminance，表示透过面纱或强光看到的场景。因此，当前问题就变为只剩乘法项，根据其他约束和先验，就能解开这个乘法项。

由于暗通道是一个局部 patch 最暗的像素通道值，因此对于灰度图也是可以提取暗通道的，所以本文的方法也是可以用用于引导滤波的。

使用公式 (12) 估计得到的穿透率图以及对应的恢复图如下图（左边是原图，中间是穿透率图，右边是去雾的结果），可以看到，暗通道可以恢复出更丰富的色彩，但是会出现一些光晕和块伪影 (halos and block artifacts)。这是由于穿透率在一个 patch 内不总是常量：



论文中给出的解决方法是软融合 (Soft Matting) 技术。

五 Soft Matting

公式如下：

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}\alpha + \mathbf{B}(1 - \alpha), \quad (14) \quad E(\mathbf{t}) = \mathbf{t}^T \mathbf{L} \mathbf{t} + \lambda(\mathbf{t} - \tilde{\mathbf{t}})^T(\mathbf{t} - \tilde{\mathbf{t}}). \quad (15)$$

$$\sum_{k|(i,j) \in w_k} \left(\delta_{ij} - \frac{1}{|w_k|} \left(1 + (\mathbf{I}_i - \mu_k)^T \left(\Sigma_k + \frac{\epsilon}{|w_k|} \mathbf{U}_3 \right)^{-1} (\mathbf{I}_j - \mu_k) \right) \right) \quad (16) \quad (\mathbf{L} + \lambda \mathbf{U}) \mathbf{t} = \lambda \tilde{\mathbf{t}}, \quad (17)$$

注意公式 (1) 和 image matting 公式（公式 (14)）很像，其中 \mathbf{F} 是前景颜色， \mathbf{B} 是背景颜色， α 是前景透明度 (opacity)。我们可以应用融合的闭式框架来细化穿透率（为一个 patch 内每个像素设置不同的穿透率）。如果读者之前了解过 [2]，那么就可以明白，这相当于使用 $\tilde{\mathbf{t}}$ 作为约束图，来细化得到 \mathbf{t} ，这里的 \mathbf{t} 跟 [2] 里的 α 是非常类似的，而且幸运的是，我们的约束图 $\tilde{\mathbf{t}}$ 比在 [2] 中使用的涂鸦要更准确和详细地多。

假设细化后的穿透率为 $t(\mathbf{x})$ ，重写 $t(\mathbf{x})$ 和 $\tilde{t}(\mathbf{x})$ 为向量形式 \mathbf{t} 和 $\tilde{\mathbf{t}}$ ，那么我们将细化过程写为最小化损失函数 (15)。公式 (15) 中，第一项表示平滑项，第二项表示数据项，有一个 λ 权重。 L 是融合拉普拉斯矩阵 (matting Laplacian matrix[2])，该矩阵的 (i, j) 元素定义为公式 (16)， \mathbf{I}_i 表示输入图像的在像素 i 的颜色值。最优化 \mathbf{t} 的过程可以通过求解稀疏线性系统 (17) 来得到。设置比较小的 λ 值，使得 \mathbf{t} 被 $\tilde{\mathbf{t}}$ 软约束。

注意融合拉普拉斯矩阵在论文 [2] 的导出是基于一个颜色线性假设 (color line assumption) 的：前景色或背景色在一个小的局部 patch 中在 RGB 空间中是在一条线上的（也就是在这个 patch 中，所有前景色的 RGB 都是在一条线上，所有背景色的 RGB 都是在另一条线上），这个颜色线性假设在去雾中也是合

理的，因为场景辐射度 \mathbf{J} 是一个自然图像，颜色线性模型是支持自然图像的，大气光 \mathbf{A} 是一个常量，当然也满足线性假设。

这种闭式融合框架 (closed-form matting framework) 已经被应用于处理空间变化白平衡问题，该约束在一些稀疏区域中是已知的，该框架主要用于将值外推到未知区域中。在我们的应用中我们已经有了整幅图像的粗略约束 $\tilde{\mathbf{t}}$ 。我们认为这是一种软约束，并使用 matting 框架来细化。

求解线性系统 (17) 以后，我们对 t 执行一个双边滤波来平滑其小尺度纹理。

细化以后，光晕和块伪影会被抑制。细化的穿透率图能够捕捉到尖锐的边缘不连续性，并勾勒出物体的轮廓。



注意在目前大多数代码实现中，都会用引导滤波来代替 Soft Matting，我们会在《引导滤波》中再进行更详细的描述。

六 估计 Atmospheric Light \mathbf{A}

公式如下：

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})\mathbf{A}, \quad (18) \quad \mathbf{I}(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})\mathbf{A}t(\mathbf{x}) + (1 - t(\mathbf{x}))\mathbf{A} \leq \mathbf{A}. \quad (19)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})(\mathbf{S} + \mathbf{A}), \quad (20) \quad \mathbf{J}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{I}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}}{\max(t(\mathbf{x}), t_0)} + \mathbf{A}. \quad (22)$$

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})\mathbf{S}t(\mathbf{x}) + R(\mathbf{x})\mathbf{A}t(\mathbf{x}) + (1 - t(\mathbf{x}))\mathbf{A}. \quad (21)$$

本节我们估计 \mathbf{A} 值。

在 Tan 的工作中，雾图中最亮的像素被认为是被雾遮挡最严重的 (the most haze-opaque)，在阴天不考虑阳光时，这确实是正确的。在这种情况下，大气光是场景的唯一光源（即假设物体都是被大气光来照明的）。因此，每个颜色通道的场景辐射度见公式 (18)，其中， $R \leq 1$ 表示场景点的反射率 (reflectance)。

雾图公式 (1) 就可以写为公式 (19) 的形式，在无限远处的位置， $t \approx 0$ ，此时图像亮度 I 就越 haze-opaque，也就越接近 \mathbf{A} 。

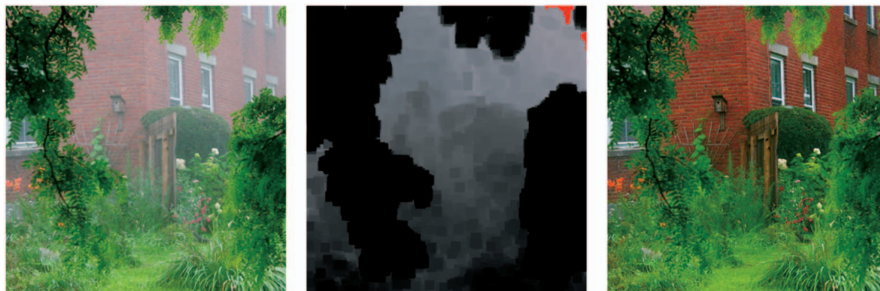
但是我们实际中一般不能忽略阳光，因此我们需要加上阳光 \mathbf{S} ，见公式 (20) 和公式 (21)。于是，最亮的像素可能会比大气光更亮，可能是在白车或者白色建筑上：



前面说过，雾图的暗通道近似为雾的密度，参考下图。所以我们可以用暗通道来探测雾最浓的区域，提升大气光估计的效果。我们选择暗通道中最亮的百分之十的像素，在这些像素中，最高值被认为是输入图像 \mathbf{I} 的大气光值，但这些值并不一定是最亮的像素值（因为暗通道相当于一个 patch 内最暗的值，车和建筑可能在一个 patch 内并不是完全纯白的，因此会有比较低的通道颜色；而远处由于被雾遮挡，呈现大片白色区域，暗通道值自然不会很高）：



但在一些时候，检测出的雾最浓的区域（下图标红的区域）可能 t 不再接近于 0，因此这些区域的颜色可能与 \mathbf{A} 有很大不同。幸运的是，在这些区域， t 很小，因此阳光的影响就会降低，所以根据公式 (21)，这些区域仍然可以作为 \mathbf{A} 的良好近似。下图右是去雾后的效果。



之后，我们就有了所有的已知量，就可以恢复场景辐射度了。但由于 $\mathbf{J}(\mathbf{x})t(\mathbf{x})$ 非常接近于 0，直接恢复得到的 \mathbf{J} 可能有很多噪声。因此我们设置一个 $t_0 = 0.1$ 作为 $t(\mathbf{x})$ 的最低限定，见公式 (22)。注意去雾以后的图会变暗，所以我们显示时增加了图像的曝光度。

在选择 patch 大小时，不能太大也不能太小。如果太大，就会导致光晕伪影；如果太小，去雾后的场景辐射度就会显得过饱和（中间图是 3×3 大小的 patch，右边是 15×15 大小的 patch）：



参考文献

- [1] He, Kaiming, Jian Sun, and Xiaoou Tang. "Single image haze removal using dark channel prior." IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence 33.12 (2010): 2341-2353.
- [2] Levin, A. , D. Lischinski , and Y. Weiss . "A Closed-Form Solution to Natural Image Matting." IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 30.2(2007):228-242.