

ابتدا یک جمعیت کلی در نظر میگیریم مانند 500 عدد جفت عدد برای مقادیر  $x, y$

سپس برای همه مقادیر مقدار  $fitness$  را بدست میاریم این مقدار  $fitness$  در واقع مقدار فاصله جواب ما از جواب واقعی است

در هر مرحله 100 تا 200 جفت از نسل قبلی را برای به ادامه نسل بعدی انتخاب میکردم که دقیقا جفت هایی بودند که کمترین مقدار  $fitness$  را در نسل خود داشته اند.

بقیه مقادیر نسل را به کمک  $crossover$  و  $mutartion$  بدست میاریم در ابتدا مدل جواب های خوبی نمیداد و خب متوجه شدم که مشکل از مقادیری هست که برای پارامترها انتخاب کردم مثلا تعدادی که نسل ادامه یابد تا تعداد جمعیت یا تعداد جفت هایی که از نسل قبلی باقی بمانند

با فیکس کردن این مقادیر به دقت خوبی رسیدم و مدل معادلات را حل میکرد بعد از به ان سراغ 3 معادله 3 مجهول رفتم و با خود فکر میکردم که نه تنها 3 معادله 3 مجهول بلکه برای هر تعداد معادله و به همان تعداد مجهول میتوان با همین طرز تفکر پیش رفت

برای همین یک تابع کلی در نظر گرفتم تحت عنوان الگوریتم ژنتیک و صرفا برای هر کدام از سوالات توابع  $fitness$  جدا گانه تعریف کردم و مدل برای همه ان ها با دقت خوبی کار میکرد

در ابتدا از `numpy` استفاده نکرده بودم به همین دلیل محاسبات خیلی طول میکشید و ممکن بود برای به نتیجه رسیدن یک نسل 1 دقیقه زمان لازم باشد. اما بعد از استفاده از نام پای و یک سری بهینه سازی مدل در عرض 10 الی 20 ثانیه تمامی معادلات را حل میکرد.

جواب های مدل برای مثال هایی که در داک پروژه بود :

سوال اول :

Gen 1:  $x=-180173.1681$ ,  $y=208012.7633$  Loss=347194.73928852

Gen 2:  $x=-6529.9427$ ,  $y=3450.6134$  Loss=12696.60114938

Gen 3:  $x=-1585.9026$ ,  $y=1197.1545$  Loss=2371.39864807

Gen 4:  $x=24.2093$ ,  $y=3.4067$  Loss=125.48630178

Gen 5:  $x=12.6557$ ,  $y=-8.0695$  Loss=13.82791926

Gen 6:  $x=0.2744$ ,  $y=2.7372$  Loss=1.79491345

Gen 7:  $x=2.0888$ ,  $y=0.9166$  Loss=0.09951096

Gen 8:  $x=1.9785$ ,  $y=1.0168$  Loss=0.03099343

Gen 9:  $x=1.9968$ ,  $y=1.0025$  Loss=0.00455926

Gen 10:  $x=2.0001$ ,  $y=1.0000$  Loss=0.00039023

Gen 11:  $x=2.0000$ ,  $y=1.0000$  Loss=0.00002903

 Stopped after 12 generations

 Best solution found:

$x = 2.00$

$y = 1.00$

 Total error: 0.00

در اینجا مدل بعد از 12 نسل به جواب رسید .

سوال دوم :

Gen 1:  $x=-328.9693$ ,  $y=-3009758.8324$ ,  $z=-385672.2711$ ,  
Loss=1019417679.48363471

Gen 2:  $x=987.2847$ ,  $y=1238410.7571$ ,  $z=8707.1608$ ,  
Loss=74268962.21313876

Gen 3:  $x=2605.1106$ ,  $y=-63175.8730$ ,  $z=-99.7816$ ,  
Loss=2378646.22021623

Gen 4:  $x=18.4812$ ,  $y=64197.3946$ ,  $z=-3757.2716$ ,  
Loss=743526.44572994

Gen 5:  $x=-18.4426$ ,  $y=-3275.3162$ ,  $z=-172.9552$ ,  
Loss=32086.42841737

Gen 6:  $x=6.4963$ ,  $y=2682.5370$ ,  $z=190.2967$ ,  
Loss=20766.37976584

Gen 7:  $x=-10.5638$ ,  $y=-67.6852$ ,  $z=-1.7938$ , Loss=228.04013822

Gen 8:  $x=1.1406$ ,  $y=4.9199$ ,  $z=2.4485$ , Loss=58.80935359

Gen 9:  $x=0.5244$ ,  $y=-5.4160$ ,  $z=1.4099$ , Loss=24.89634512

Gen 10:  $x=0.7224$ ,  $y=-4.2012$ ,  $z=0.5486$ , Loss=6.09506548

Gen 11:  $x=0.6241$ ,  $y=-5.1998$ ,  $z=0.7379$ , Loss=0.95156673

Gen 12:  $x=0.6655$ ,  $y=-5.0522$ ,  $z=0.7575$ , Loss=0.25861253

Gen 13:  $x=0.6646$ ,  $y=-5.0025$ ,  $z=0.7506$ , Loss=0.06309570

Gen 14:  $x=0.6669$ ,  $y=-5.0017$ ,  $z=0.7501$ , Loss=0.01201481

Gen 15:  $x=0.6668$ ,  $y=-4.9998$ ,  $z=0.7500$ , Loss=0.00199653

Gen 16:  $x=0.6667$ ,  $y=-4.9998$ ,  $z=0.7500$ , Loss=0.00082309

Gen 17:  $x=0.6667$ ,  $y=-5.0000$ ,  $z=0.7500$ , Loss=0.00015512

Gen 18:  $x=0.6667$ ,  $y=-5.0000$ ,  $z=0.7500$ , Loss=0.00002583

 Stopped after 19 generations

 Best solution found:

$x = 0.67$

$y = -5.00$

$z = 0.75$

 Total error: 0.000

در اینجا مدل بعد از 19 نسل به جواب رسید البته هرزگاهی نیز جواب هایی را به دست می آورد که اصلا به جواب های درون داک نزدیک نبود اما وقتی آن ها را در معادلات جایگذاری می کردم

با دقت خوبی جواب ها را به دست می آورد اما دقیقا همان جواب نبود.

سوال سوم :

Gen 1:  $x=258356.6714$ ,  $y=4706650.8778$ ,  $z=-50730.1753$ ,  $t=-6369435.0896$  Loss= $10881408.23203554$

Gen 2:  $x=3125.3662$ ,  $y=-731424.6574$ ,  $z=-7626.3487$ ,  $t=1053455.0679$  Loss= $1933304.73754572$

Gen 3:  $x=-38898.5327$ ,  $y=-433241.0959$ ,  $z=-1974.6105$ ,  $t=993579.9658$  Loss= $598675.63561746$

Gen 4:  $x=-2581.2984$ ,  $y=-54792.5608$ ,  $z=-5040.8958$ ,  $t=116856.1094$  Loss= $175890.78382332$

Gen 5:  $x=-889.9916$ ,  $y=-26982.5077$ ,  $z=883.5603$ ,  $t=44957.1587$   
Loss= $60161.92168787$

Gen 6:  $x=-325.5320$ ,  $y=-3594.2393$ ,  $z=202.9396$ ,  $t=6359.4448$   
Loss= $8044.50321844$

Gen 7:  $x=-144.1166$ ,  $y=-302.0264$ ,  $z=91.3411$ ,  $t=529.3523$   
Loss= $3996.40263073$

Gen 8:  $x=36.0762$ ,  $y=230.8901$ ,  $z=19.5035$ ,  $t=-543.6233$   
Loss= $989.17874573$

Gen 9:  $x=0.4758$ ,  $y=-62.2556$ ,  $z=0.6136$ ,  $t=48.1570$   
Loss= $269.70175718$

Gen 10:  $x=2.6631$ ,  $y=21.2513$ ,  $z=0.1882$ ,  $t=-83.5291$   
Loss= $104.16052680$

Gen 11:  $x=-2.2365$ ,  $y=-7.7660$ ,  $z=0.0033$ ,  $t=15.4752$   
Loss=25.94171678

Gen 12:  $x=-1.6080$ ,  $y=-2.7458$ ,  $z=0.1971$ ,  $t=-1.9181$   
Loss=6.63772347

Gen 13:  $x=-1.5768$ ,  $y=-4.5029$ ,  $z=0.3960$ ,  $t=0.3506$   
Loss=2.53084272

Gen 14:  $x=-1.5049$ ,  $y=-3.7191$ ,  $z=0.3329$ ,  $t=-1.1425$   
Loss=0.74976728

Gen 15:  $x=-1.4935$ ,  $y=-3.4774$ ,  $z=0.3270$ ,  $t=-1.3788$   
Loss=0.26352332

Gen 16:  $x=-1.4978$ ,  $y=-3.5072$ ,  $z=0.3328$ ,  $t=-1.3557$   
Loss=0.06981716

Gen 17:  $x=-1.5016$ ,  $y=-3.5044$ ,  $z=0.3333$ ,  $t=-1.3685$   
Loss=0.02868433

Gen 18:  $x=-1.5003$ ,  $y=-3.4993$ ,  $z=0.3334$ ,  $t=-1.3752$   
Loss=0.00735438

Gen 19:  $x=-1.5000$ ,  $y=-3.5008$ ,  $z=0.3334$ ,  $t=-1.3733$   
Loss=0.00191460

Gen 20:  $x=-1.5000$ ,  $y=-3.5001$ ,  $z=0.3333$ ,  $t=-1.3748$   
Loss=0.00037790


Gen 21:  $x=-1.5000$ ,  $y=-3.5001$ ,  $z=0.3333$ ,  $t=-1.3749$   
Loss=0.00020089

Gen 22:  $x=-1.5000$ ,  $y=-3.5000$ ,  $z=0.3333$ ,  $t=-1.3750$

Loss=0.00001992

Gen 23:  $x=-1.5000$ ,  $y=-3.5000$ ,  $z=0.3333$ ,  $t=-1.3750$

Loss=0.00001177

Stopped after 24 generations 

:Best solution found 

$x = -1.50$

$y = -3.50$

$z = 0.33$

$t = -1.37$

Total error: 0.00 

در اینجا مدل بعد از 24 نسل به جواب رسید که در این سوال نیز هرزگاهی جواب هایی را بدست می آورد که تقریب بسیار خوبی داشتند اما دقیق نبودند.

بعد از انجام این پروژه نتیجه گرفتم که نه تنها این معادلات بلکه هر معادله ای را میتوان با الگوریتم ژنتیک حل کرد فقط کافی است برا اساس نوع معادله تابع  $fitness$  مناسب تعریف کرد و انگاه میتوان هر نوع معادله ای را حل کرد

در واقع انتخاب تابع  $fitness$  مناسب 50 درصد راه است و بعد از آن میتوان هر معادله ای را با هر نسبت پیچیدگی با دقت و تقریب بسیار خوبی حل کرد .