

حل دستگاه چند معادله چند مجهول با الگوریتم ژنتیک

حل کردن دستگاه معادلات، مسئله‌ای رایج در مهندسی است و صدھا مقاله وجود دارند که روش‌های مختلف حل آن را ارائه می‌دهند. این روش‌ها به دو دسته‌ی کلی ریاضیاتی (Mathematical) و بازگشته (Iterative) تقسیم می‌شوند.

چند نمونه‌ی معروف از روش‌های ریاضیاتی عبارت هستند از LU Factorization و QR Decomposition و Gaussian Elimination. مشکل این روش‌ها این است که خطاهای گرد کردن در هر مرحله جمع می‌شوند، بنابراین باید از روش‌های خاصی برای تصحیح این خطاهای استفاده کرد. اما در روش‌های بازگشته، از تقریب‌های متوالی (Successive Approximation) برای یافتن جواب‌های بهتر، بدون خطاهای گرد کردن استفاده می‌شود که الگوریتم ژنتیک در این دسته قرار دارد.

در این پروژه، هدف این است که برنامه‌ای بنویسید تا فقط با استفاده از الگوریتم ژنتیک، دستگاه های چند معادله چند مجهول با شرایط مطرح شده در هر بخش را حل کند و پاسخ آن را خروجی بدهد.

بخش اول

در این بخش، برنامه‌ی شما باید دو معادله‌ی ریاضی با دو مجهول x و y را ورودی بگیرد و مقادیر عددی مجهول‌های x و y که در معادلات صدق می‌کنند را خروجی بدهد. این دو معادله، حتماً به فرم $ax + by$ هستند که a و b در آن اعداد صحیح هستند. به مثال زیر توجه کنید:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 4x + 4y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

بخش دوم

در این بخش، برنامه‌ی شما باید سه معادله‌ی ریاضی با سه مجهول x و y و z را ورودی بگیرد و مقادیر عددی مجهول‌های x و y و z که در معادلات صدق می‌کنند را خروجی بدهد. اگر هر کدام از این سه معادله را به فرم $f_1(x) * f_2(y) * f_3(z)$ بنویسیم که هر کدام از $*$ ها نشان‌دهنده‌ی یک عملگر ریاضی از میان $+$ و \times هستند؛ آن‌گاه برای $i = 1, 2, 3$ ضابطه‌ی $f_i(s)$ ‌ها حتماً به فرم $a_i \div x$ یا $a_i \times x$ یا a_i هستند که اعداد a_i گویا هستند. به مثال زیر توجه کنید:

$$\begin{cases} 6x - 2y + 8z = 20 \\ y + 8x \times z = -1 \\ 2z \times \frac{6}{x} + \frac{3}{2}y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -5 \\ z = \frac{3}{4} \end{cases}$$

بخش سوم

در این بخش، برنامه‌ی شما باید چهار معادله‌ی ریاضی با چهار مجهول x و y و z و t را ورودی بگیرد و مقادیر عددی مجهول‌های x و y و z و t که در معادلات صدق می‌کنند را خروجی بدهد. اگر هر کدام از این چهار معادله را به فرم $f_1(x) * f_2(y) * f_3(z) * f_4(t)$ بنویسیم که هر کدام از $*$ ها نشان‌دهنده‌ی یک عملگر ریاضی از میان $+$ و \times هستند؛ آن‌گاه برای $i = 1, 2, 3, 4$ ضابطه‌ی $f_i(s)$ ‌ها حتماً به فرم $a_i \div x$ یا $a_i \times x$ یا a_i گویا هستند. به مثال زیر توجه کنید:

$$\begin{cases} \frac{1}{15}x - 2y - 15z - \frac{4}{5}t = 3 \\ -\frac{5}{2}x - \frac{9}{4}y + 12z - t = 17 \\ -13x + \frac{3}{10}y - 6z - \frac{2}{5}t = 17 \\ \frac{1}{2}x + 2y + \frac{7}{4}z + \frac{4}{3}t = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = -\frac{7}{2} \\ z = \frac{1}{3} \\ t = -\frac{11}{8} \end{cases}$$