

МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА В ЯДЕРНЫХ КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

А.С. Соловьёв

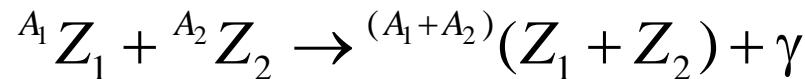
*Центр фундаментальных и прикладных исследований
Всероссийского научно-исследовательского института
автоматики имени Н.Л. Духова, Москва*



**02.12.2014,
НИИЯФ МГУ**

Актуальность темы

Сечения реакций радиационного захвата



сильно подавлены кулоновским барьером
при низких энергиях

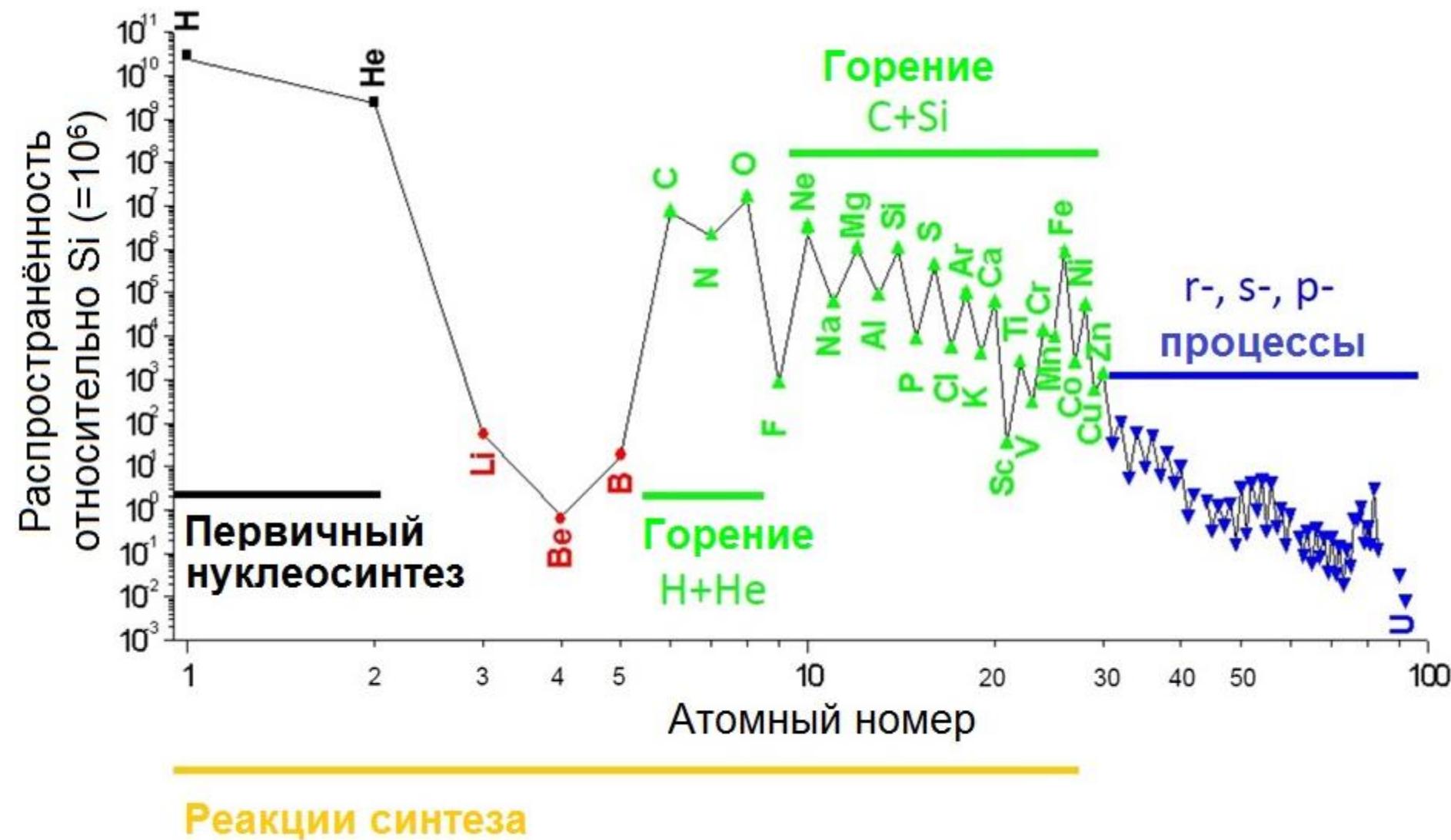


недоступны для надежных экспериментальных измерений



микроскопический теоретический расчёт –
наиболее обоснованный и перспективный способ
определения сечений (астрофизических S-факторов)
при низких энергиях

Происхождение химических элементов



Реакции радиационного захвата играют ключевую роль!

Сечения ядерных реакций при столкновениях заряженных частиц



Характерная высота кулоновского барьера \sim МэВ

Характерные астрофизические энергии \sim кэВ



Энергетическая поведение вероятности туннелирования является доминирующим в энергетической зависимости сечений:

$$P(E) \sim \exp\left(-\sqrt{E_G / E}\right)$$

E_G – энергия Гамова

Захват тепловых нейтронов: $\sigma \sim$ барн

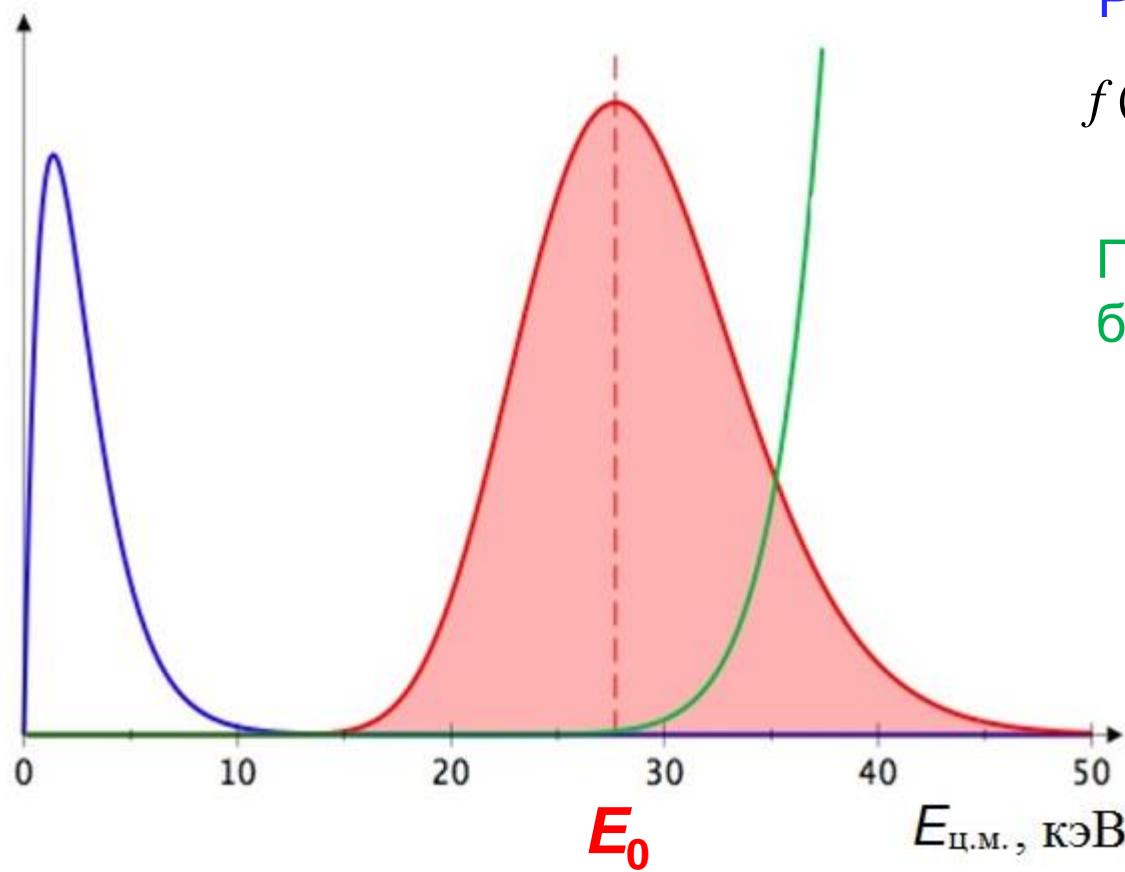
Захват заряженных частиц при астрофизических энергиях: $\sigma \lesssim$ нанобарн

→ “нано-астрофизика”

Астрофизически важные энергии

Скорость реакции:

$$\langle \sigma v \rangle = \sqrt{\frac{2}{\mu}} \int_0^{\infty} \sigma(E) \sqrt{E} f(E) dE = \sqrt{\frac{8}{\pi\mu}} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} \sigma(E) E \exp(-E/kT) dE$$



Распределение Максвелла:

$$f(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi(kT)^3}} \sqrt{E} \exp(-E/kT)$$

Проницаемость кулоновского барьера:

$$P(E) \sim \exp\left(-\sqrt{E_G/E}\right)$$

Интервал Гамова –
область астрофизически
важных энергий

E_0 – пик Гамова

Примеры пика Гамова

Сценарий	Реакция	E_0 [кэВ]	σ [барн]	Детектируемые события/час
Солнце (16 МК)	$^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}$	23	10^{-17}	10^{-9}
	$^{14}\text{N}(\text{p}, \gamma)^{15}\text{O}$	28	10^{-19}	10^{-11}
Первичный нуклеосинтез (300 МК)	$^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}$	160	10^{-9}	10^{-1}
	$^2\text{H}(\alpha, \gamma)^6\text{Li}$	96	10^{-11}	10^{-3}

Сечения первых двух реакций недоступны для экспериментальных измерений в окрестности пика Гамова !

Научная программа коллаборации LUNA

Период	Реакция	Процесс
1991-2000	$^3\text{He}(^3\text{He}, 2\text{p})^4\text{He}$	pp-chain
	$^2\text{H}(\text{p}, \gamma)^3\text{He}$	pp-chain
2001-2014	$^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}$	pp-chain, big bang
	$^{14}\text{N}(\text{p}, \gamma)^{15}\text{O}$	CNO cycle
	$^{15}\text{N}(\text{p}, \gamma)^{16}\text{O}$	CNO cycle II
	$^{25}\text{Mg}(\text{p}, \gamma)^{26}\text{Al}$	MgAl cycle
	$^{23}\text{Na}(\text{p}, \gamma)^{24}\text{Mg}$	NeNa cycle
	$^2\text{H}(\alpha, \gamma)^6\text{Li}$	big bang
	$^{17}\text{O}(\text{p}, \gamma)^{18}\text{F}$	CNO cycle III
	$^{17}\text{O}(\text{p}, \alpha)^{18}\text{F}$	CNO cycle III
	$^{18}\text{O}(\text{p}, \gamma)^{19}\text{F}$	CNO cycle IV
	$^{18}\text{O}(\text{p}, \alpha)^{19}\text{F}$	CNO cycle IV
	$^{22}\text{Ne}(\text{p}, \gamma)^{23}\text{Na}$	NeNa cycle

завершены

выполняются

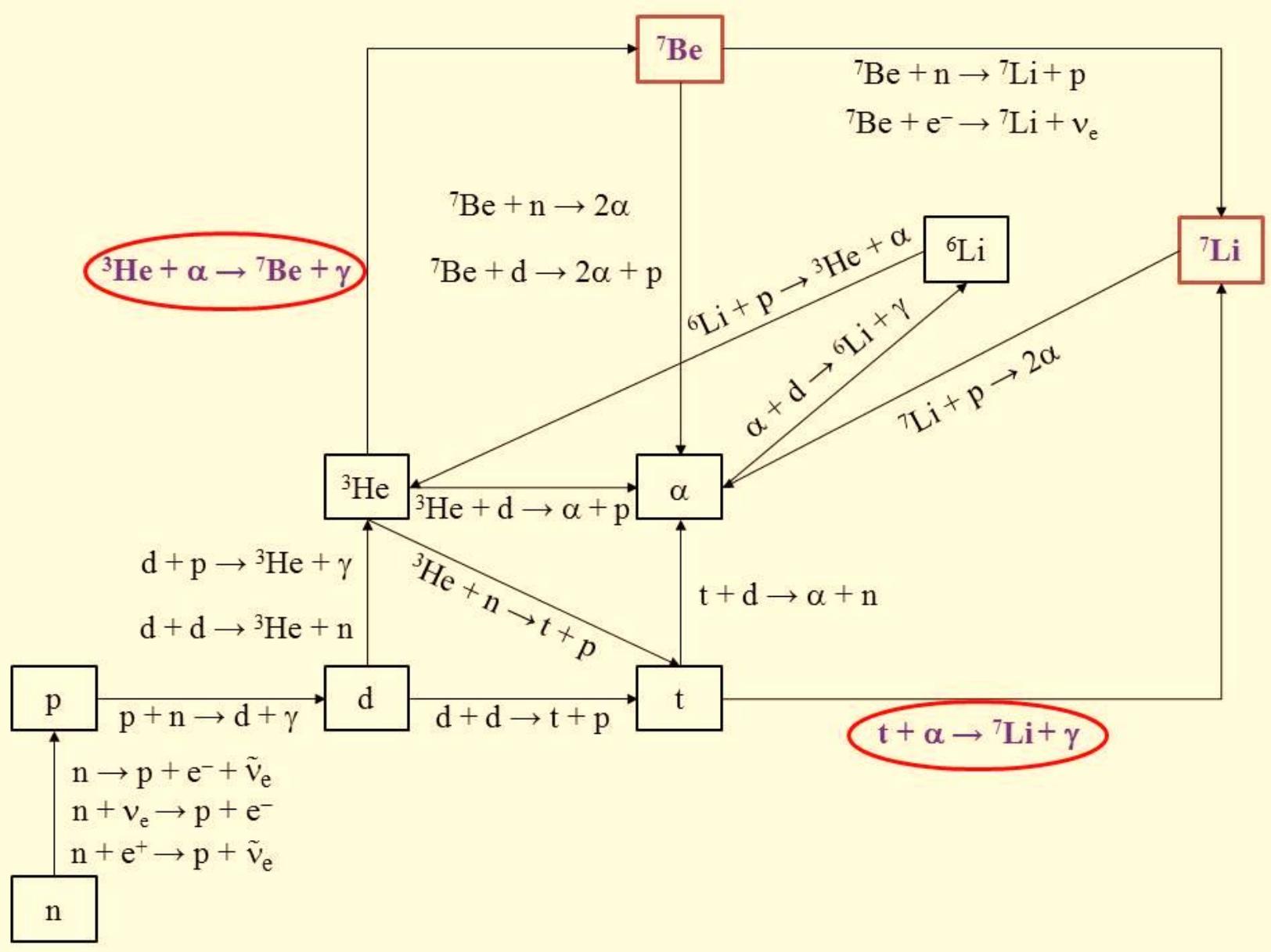
Измерено – 9 реакций, в процессе измерения – 4 реакции.
Количество реакций радиационного захвата – 10.

Научная программа коллаборации LUNA до 2018 г.

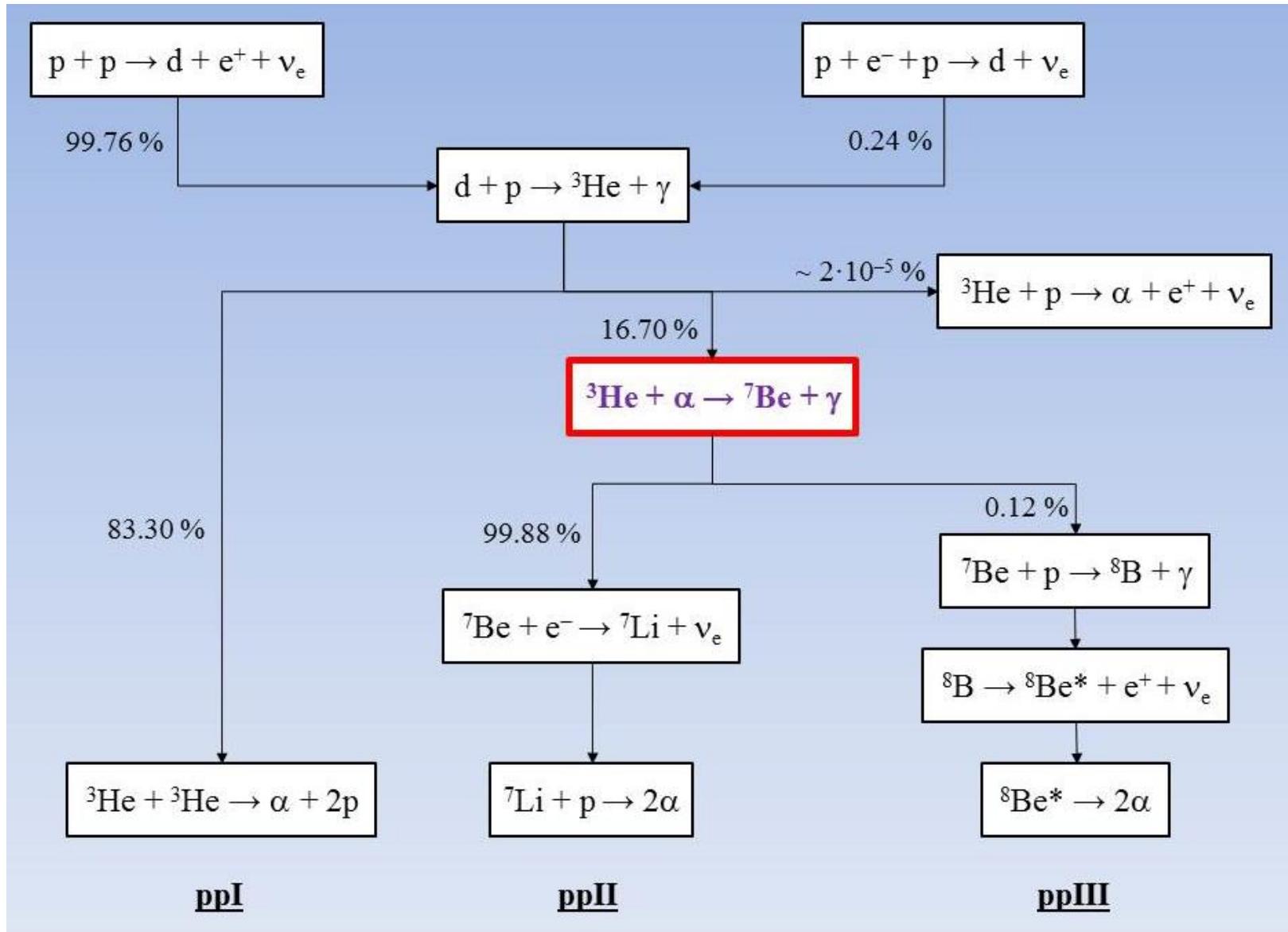
Реакция	Процесс
$^{12}\text{C}(\text{p},\gamma)^{13}\text{N}$	CNO cycle
$^{13}\text{C}(\text{p},\gamma)^{14}\text{N}$	
$^2\text{H}(\text{p},\gamma)^3\text{He}$	big bang
$^6\text{Li}(\text{p},\gamma)^7\text{Be}$	big bang
$^{22}\text{Ne}(\alpha,\gamma)^{26}\text{Mg}$	s-process
$^{13}\text{C}(\alpha,\text{n})^{16}\text{O}$	s-process

Из 6 указанных реакций – 5 реакций радиационного захвата !

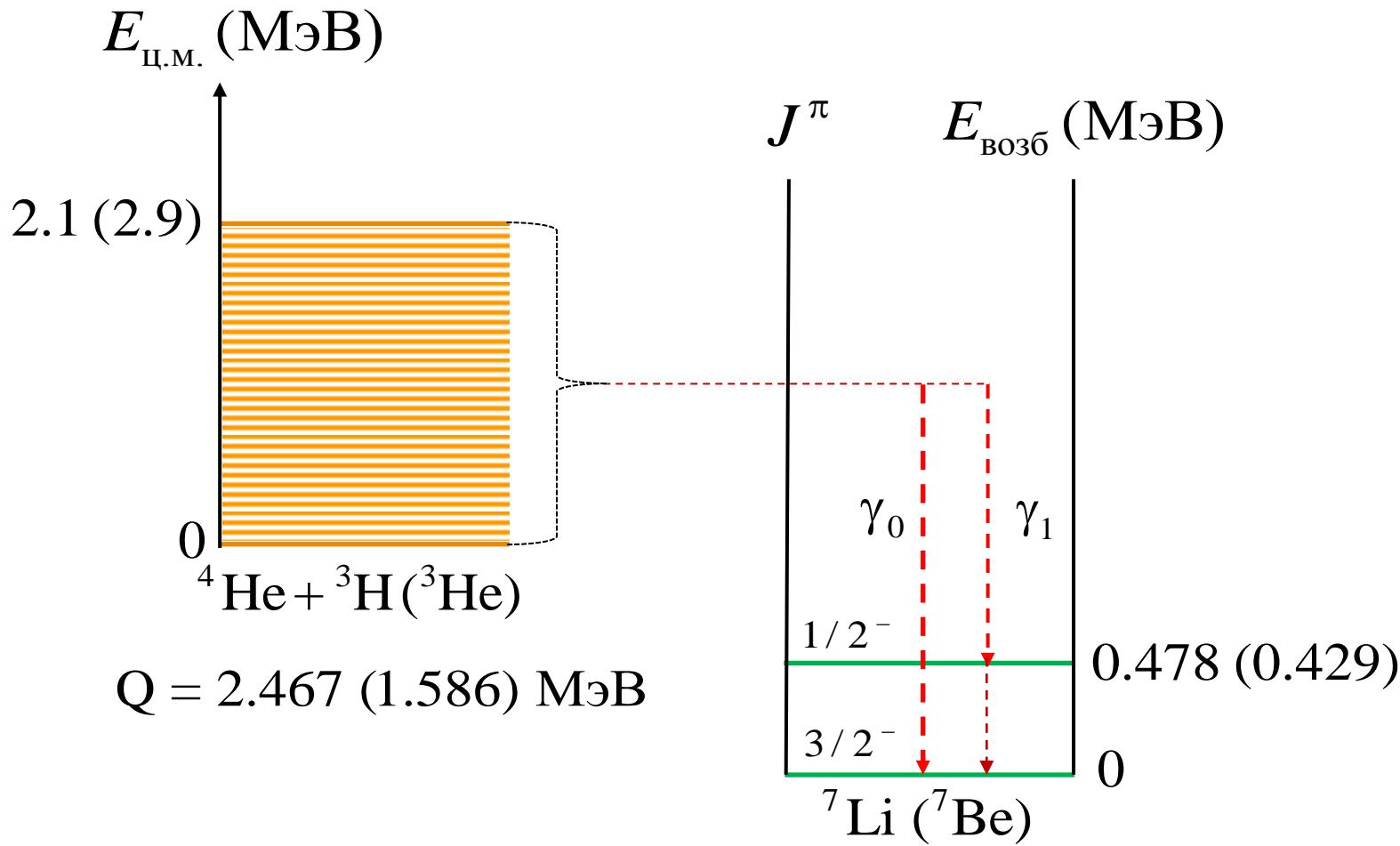
Основные реакции первичного нуклеосинтеза



pp-цикл горения водорода



Энергетическая схема реакций радиационного захвата ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ и ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



Основные величины

Сечение:

$$\sigma(E_{\text{c.m.}}) = \sigma_0(E_{\text{c.m.}}) + \sigma_1(E_{\text{c.m.}})$$

Сечения реакций радиационного захвата быстро падают с уменьшением энергии в подбарьерной области энергий.

Сечение в терминах астрофизического S-фактора имеет вид:

$$\sigma(E_{\text{c.m.}}) = \frac{1}{E_{\text{c.m.}}} \exp\left(-\sqrt{E_G / E_{\text{c.m.}}}\right) S(E_{\text{c.m.}}), \quad E_G = 2mc^2 \left(\frac{\pi e^2 Z_1 Z_2}{\hbar c}\right)^2 \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}$$

$$\Rightarrow S(E_{\text{c.m.}}) = E_{\text{c.m.}} \exp\left(\sqrt{E_G / E_{\text{c.m.}}}\right) \sigma(E_{\text{c.m.}})$$

$E_G = 6.76$ (27.04) МэВ – энергия Гамова для системы $\alpha + t$ ($\alpha + h$) .

Астрофизический S-фактор имеет более плавное поведение при низких энергиях по сравнению с сечением.

Парциальное сечение радиационного захвата

Парциальное сечение:

$$\sigma_{i \rightarrow f}(E_{\text{ц.м.}}, \Lambda I) = \frac{8\pi(I+1)}{(2s_1+1)(2s_2+1)(2l_i+1)\hbar I((2I+1)!!)^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2I+1} \left| \left\langle J_f^{\pi_f} \left\| M_I^\Lambda \right\| J_i^{\pi_i} l_i s_i \right\rangle \right|^2$$

Электрический мультипольный оператор:

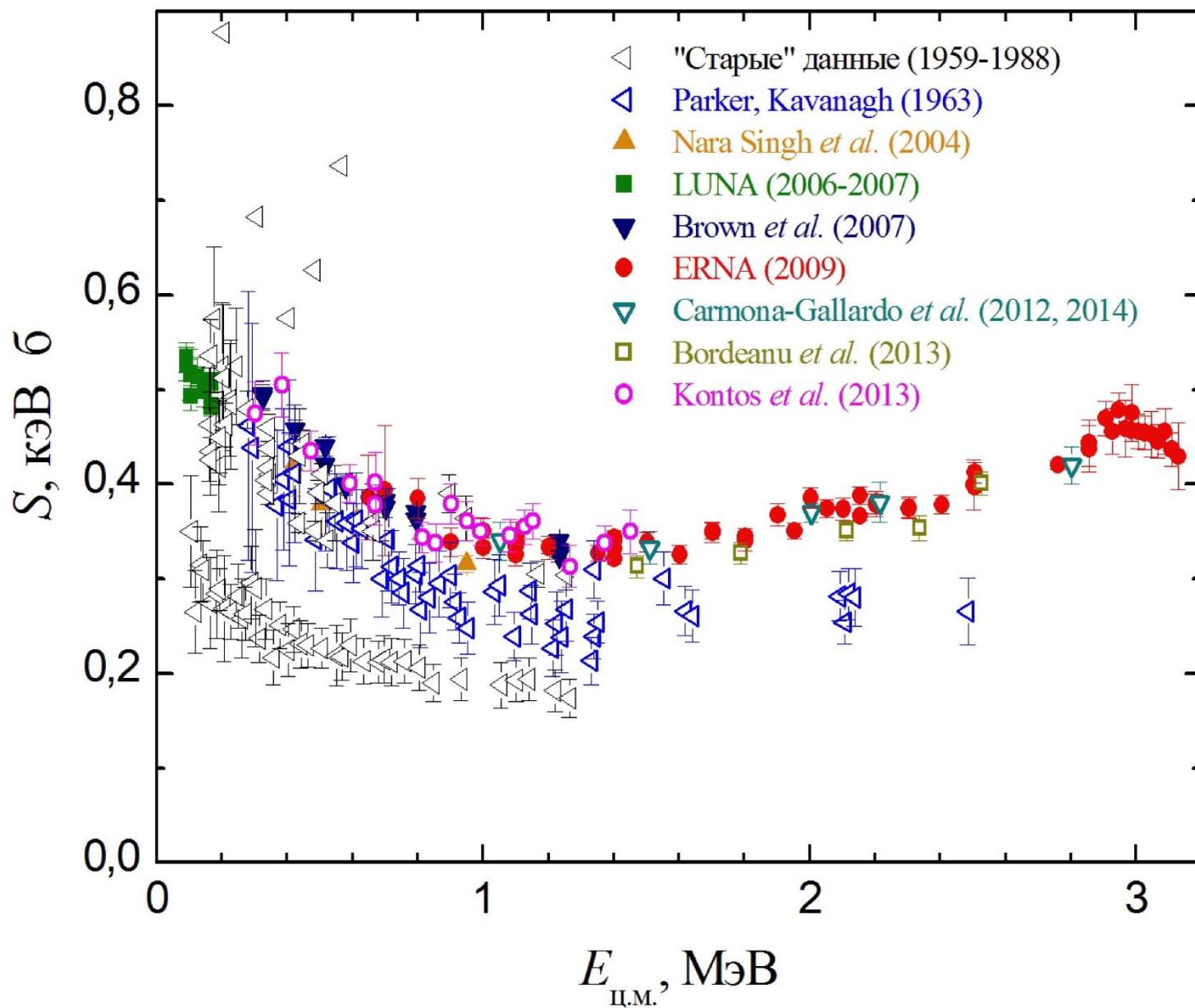
$$M_{I\mu}^E = e \sum_{i=1}^A g_l(i) |\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}|^I Y_{I\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}}), \quad g_l(i) = \frac{1}{2} - t_{3,i}$$

Магнитный мультипольный оператор:

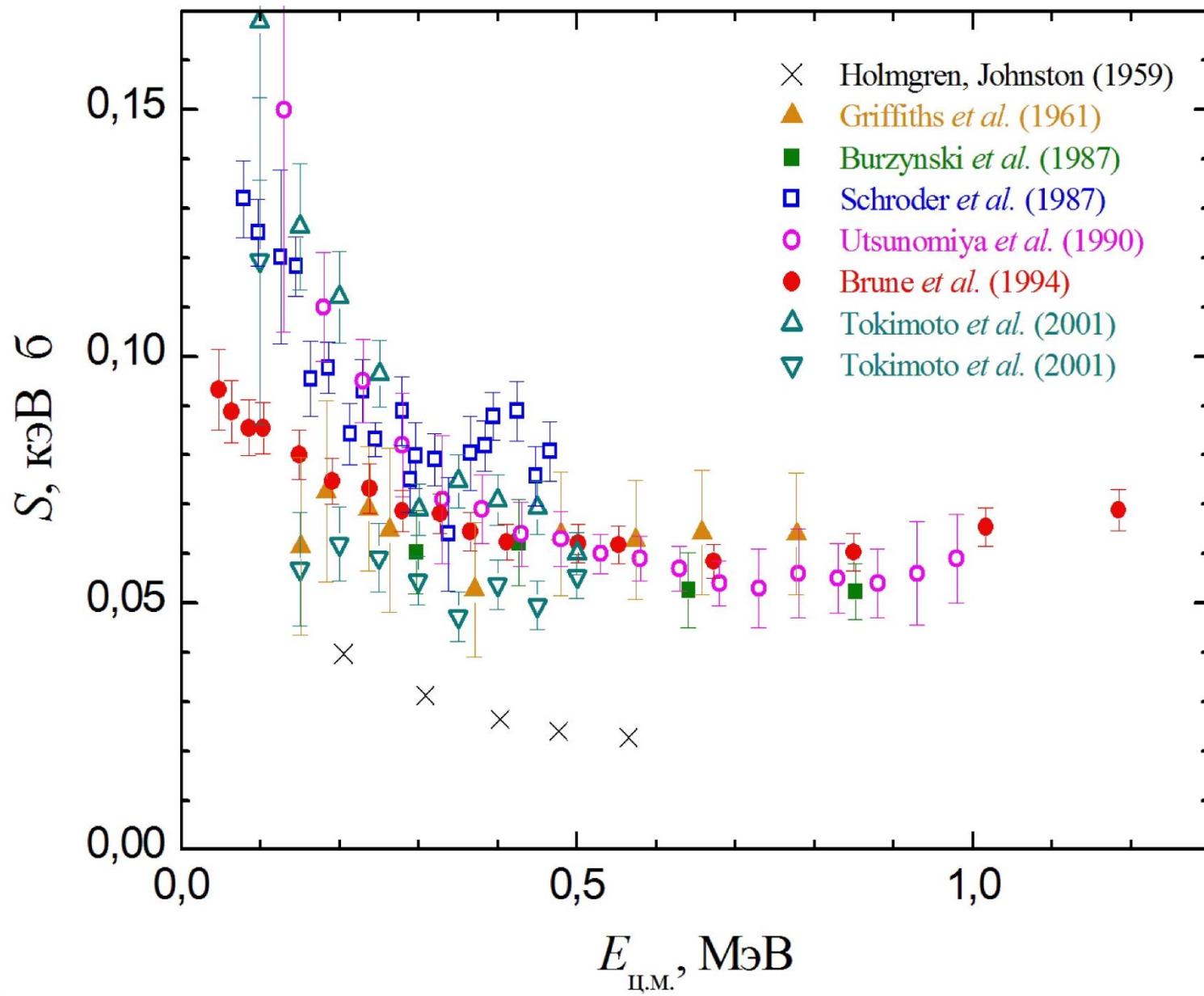
$$M_{I\mu}^M = \mu_N \sum_{i=1}^A \left\{ g_s(i) \mathbf{s}_i + \frac{2g_l(i)}{I+1} \left[(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}) \times (\mathbf{p}_i - A^{-1}\mathbf{P}_{\text{ц.м.}}) \right] \right\} \left. \left(\nabla r^I Y_{I\mu}(\mathbf{n}_r) \right) \right|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}},$$

$$g_s(i) = \frac{1}{2}(g_n + g_p) + t_{3,i}(g_n - g_p), \quad g_n = -3.826, \quad g_p = 5.586.$$

Экспериментальные данные по реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



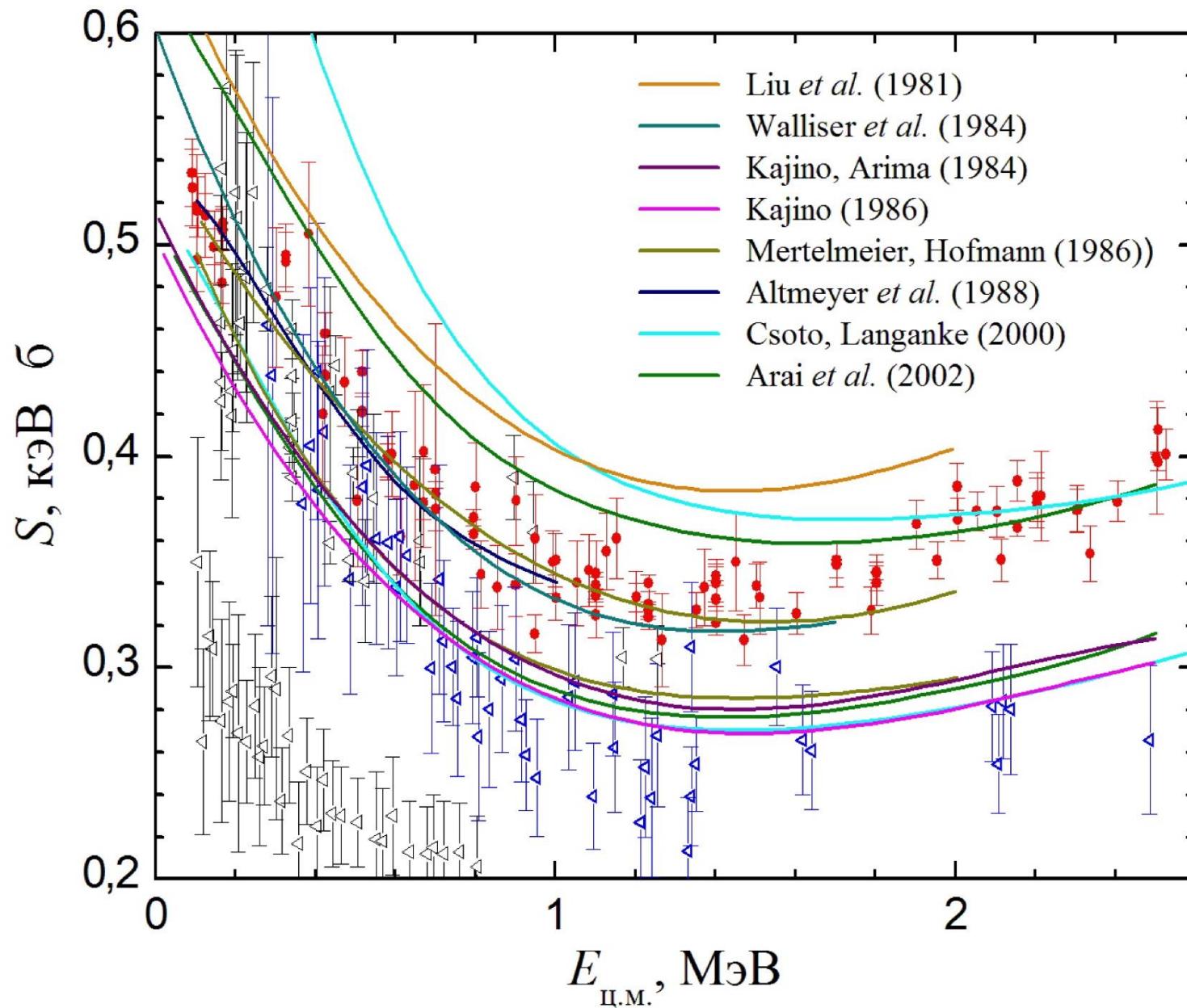
Экспериментальные данные по реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



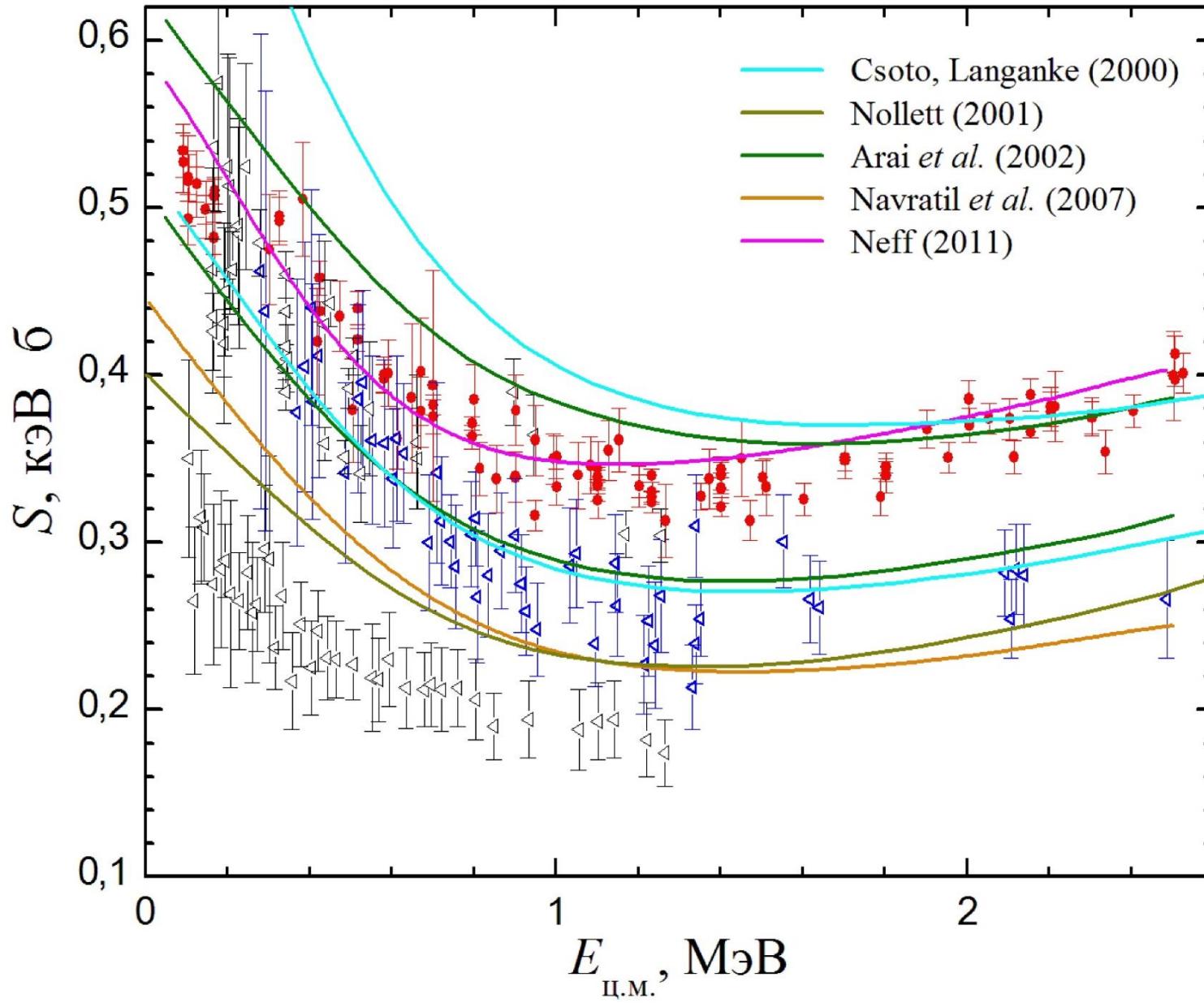
Теоретические подходы

1. Модель прямого захвата.
2. Потенциальная кластерная модель и её различные варианты.
3. Модель резонирующих групп (МРГ) и её различные реализации.
4. Модель оболочек с кором (вариационный метод Монте–Карло).
5. Модель оболочек без кора.
6. Фермионная молекулярная динамика.

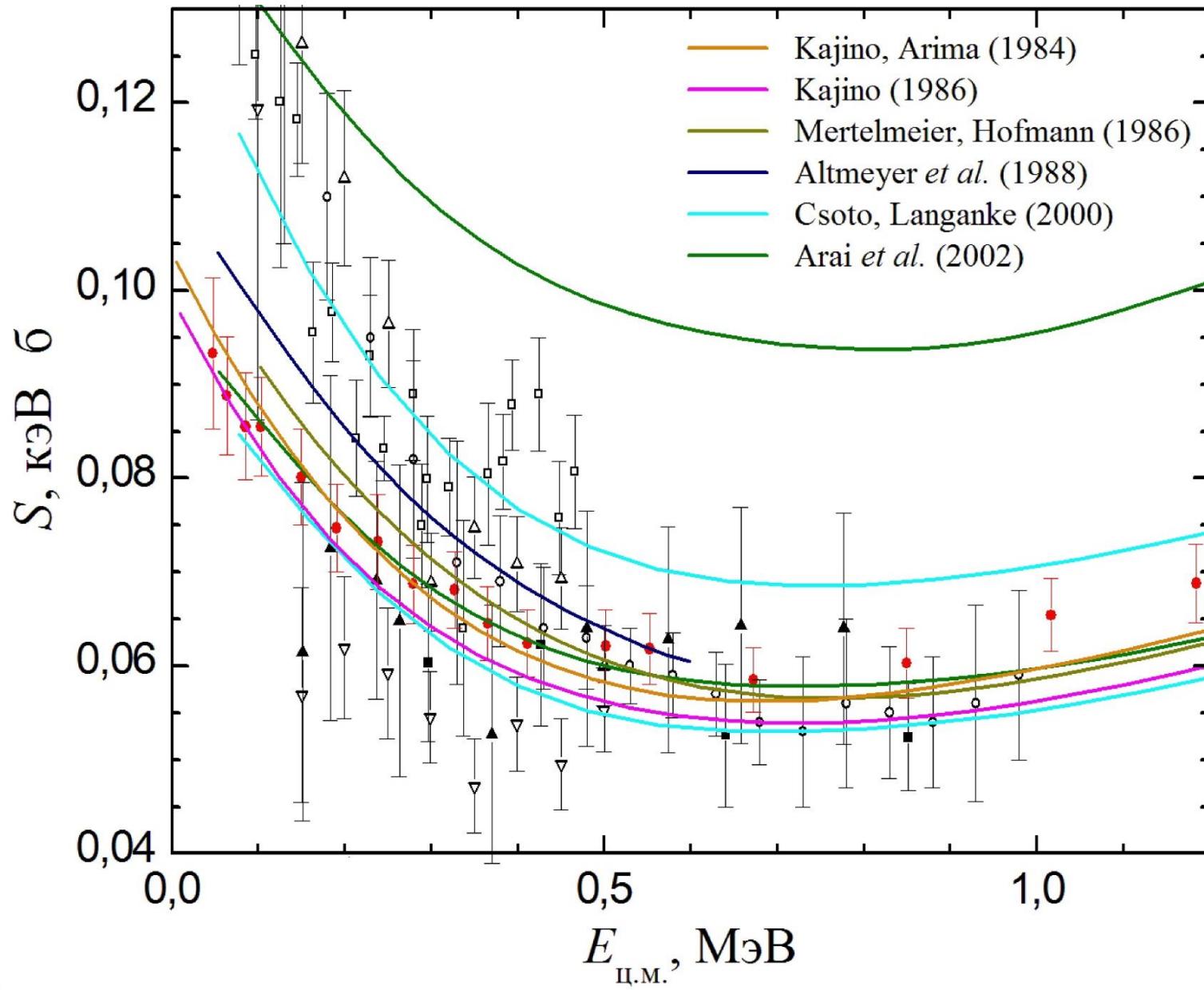
Теоретические расчёты реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ в рамках МРГ



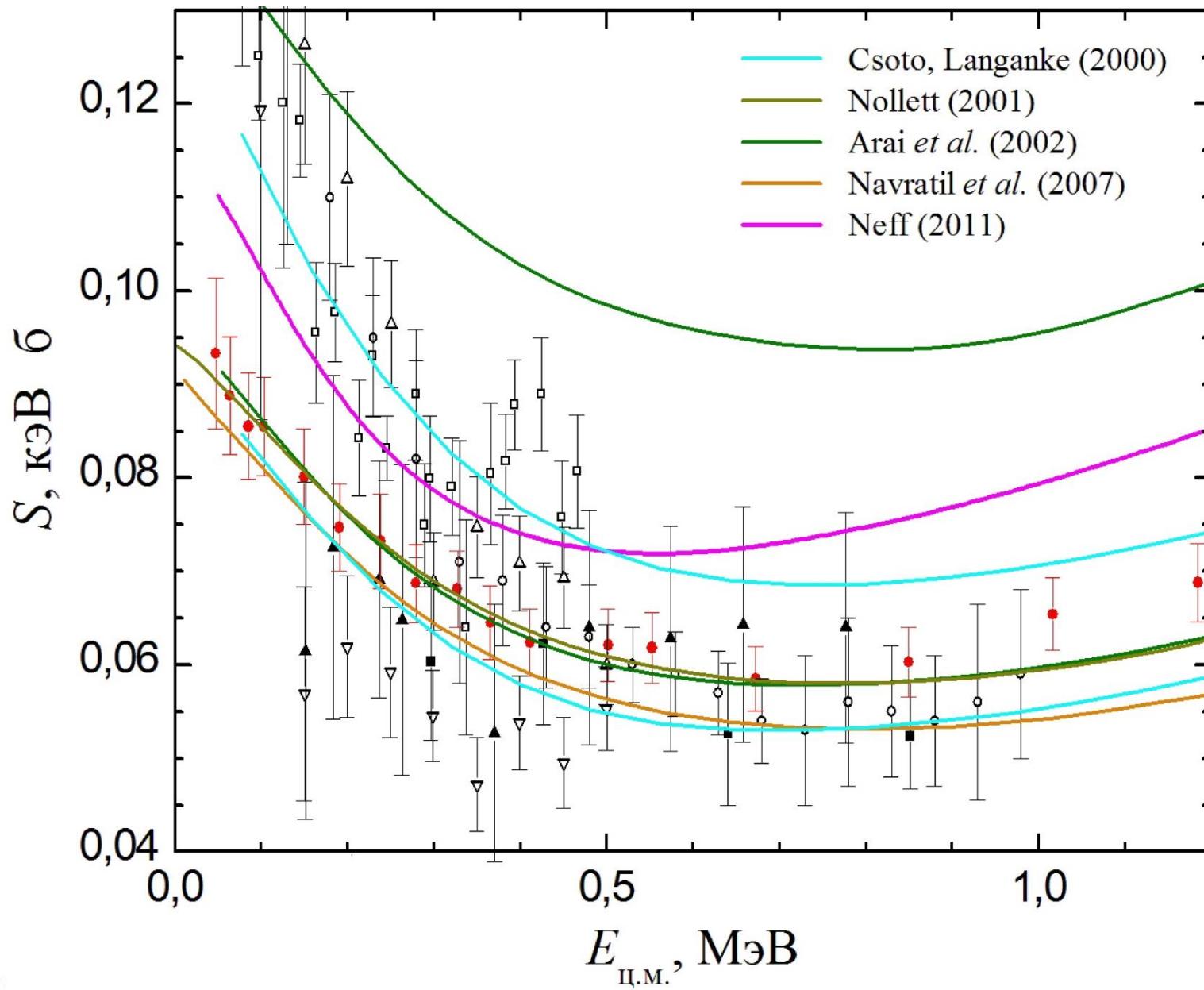
Современные расчёты реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



Теоретические расчёты реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ в рамках МРГ



Современные расчёты реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



Проблемы

1. Между экспериментальными данными имеется значительный разброс.
2. Теоретические расчеты находятся в разногласии друг с другом и с экспериментальными данными.



Необходимы новые достоверные микроскопические подходы к описанию реакций радиационного захвата

Цель работы

Построение основанного на алгебраической версии модели резонирующих групп (АВМРГ) микроскопического подхода к описанию радиационного захвата в системе легких ядер, рассмотрение в рамках данного подхода зеркальных реакций $^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Be}$, $^3\text{H}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$ и вычисление их астрофизических S-факторов в области низких и средних энергий.

Алгебраическая версия модели резонирующих групп (АВМРГ) (Г.Ф. Филиппов, И.П. Охрименко и др., 1980 г.)

МРГ – одна из самых последовательных реализаций кластерной модели.

АВМРГ – удобный вариант реализации МРГ.

Достоинства МРГ:

1. Микроскопичность.
2. Точный учёт принципа Паули.
3. Явное выделение движения центра масс.
4. Единообразное описание состояний дискретного и непрерывного спектра.

Преимущества АВМРГ:

1. Использование осцилляторного базиса.
2. Динамические уравнения – линейные алгебраические уравнения с корректно учтёнными граничными условиями.
3. Широкое использование аналитических методов в совокупности с надёжными численными методами.

Математическая формулировка АВМРГ

В одноканальном по кластерной структуре варианте МРГ полная волновая функция двухкластерной системы ищется в виде:

$$\Psi^{(1+2)} = A \left\{ \varphi^{(1)} \varphi^{(2)} f(\mathbf{q}) \right\}, \quad \mathbf{q} = \sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}} \left(\mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(1)} - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(2)} \right).$$

Основная идея АВМРГ — разложение функции f в ряд по базису осцилляторных функций:

$$f_{vlm}(\mathbf{q}) = (-1)^{(\nu-l)/2} N_{vl} \bar{q}^l L_{(\nu-l)/2}^{(l+1/2)}(\bar{q}^2) \exp(-\bar{q}^2 / 2) Y_{lm}(\mathbf{n}_q),$$

$$N_{vl} = \sqrt{\frac{1}{r_0^3} \frac{2[(\nu-l)/2]!}{\Gamma[(\nu+l)/2 + 3/2]}}, \quad \bar{q} = q / r_0.$$

Математическая формулировка АВМРГ

В результате разложения по базису осцилляторных функций полная ВФ записывается в виде:

$$\Psi^{(1+2)} = \sum_{J=J_0}^{\infty} \sum_{M=-J}^J \sum_{s=|s_1-s_2|}^{s_1+s_2} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} \sum_{\nu=\nu^{(0)}}^{\infty} C_{J^\pi M l s \nu} \Psi_{J^\pi M l s \nu}^{(1+2)}.$$

Базисные волновые функции АВМРГ имеют вид:

$$\Psi_{J^\pi M l s \nu}^{(1+2)} = A \left\{ \sum_{m+\sigma=M} C_{lm s \sigma}^{JM} \left[\varphi_{s_1}^{(1)} \varphi_{s_2}^{(2)} \right]_{s \sigma} f_{\nu l m}(\mathbf{q}) \right\}.$$

Неизвестные коэффициенты разложения полной волновой функции по базису АВМРГ удовлетворяют бесконечной системе линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{s=|s_1-s_2|}^{s_1+s_2} \sum_{l=|J-s|}^{J+s} \sum_{\nu=\nu_0}^{\infty} \left(\langle J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle - E \delta_{\tilde{s}s} \delta_{\tilde{l}l} \delta_{\tilde{\nu}\nu} \right) C_{J^\pi M l s \nu} = 0,$$

$$\tilde{s} = |s_1 - s_2|, \dots, s_1 + s_2, \quad \tilde{l} = |J - s|, \dots, J + s, \quad \tilde{\nu} = \nu_0, \nu_0 + 2, \dots$$

Система уравнений АВМРГ для дискретного спектра

Коэффициенты разложения полной волновой функции
дискретного спектра по базису АВМРГ удовлетворяют конечной
системе линейных однородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{s, l} \sum_{\nu=\nu_0}^{\nu_{\max}} \left(\langle J^\pi M \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle - E \delta_{\tilde{s}s} \delta_{\tilde{l}l} \delta_{\tilde{\nu}\nu} \right) C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{д})} = 0,$$
$$\tilde{\nu} = \nu_0, \nu_0 + 2, \dots, \nu_{\max}.$$

Система уравнений АВМРГ для непрерывного спектра

Коэффициенты разложения полной волновой функции непрерывного спектра по базису АВМРГ удовлетворяют конечной системе линейных неоднородных алгебраических уравнений:

$$\sum_{s, l} \sum_{\nu=\nu_0}^{\nu_{\text{ac}}-2} \left(\langle J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle - E \delta_{\tilde{s}s} \delta_{\tilde{l}l} \delta_{\tilde{\nu}\nu} \right) C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{H})} = F_{J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu}},$$

$$F_{J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu}} = - \sum_{s, l} \sum_{\nu=\nu_{\text{ac}}}^{\nu_{\text{макс}}} \langle J^\pi M \tilde{l} \tilde{s} \tilde{\nu} | H | J^\pi M l s \nu \rangle C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{ac})},$$

$$C_{J^\pi M l s \nu}^{(\text{ac})} = \sqrt{\frac{8\pi m(2l+1)r_0}{k^3 \hbar \bar{q}_0}} \left[\cos \delta_{Jls} F_l(\eta, kr_0 \bar{q}_0) + \sin \delta_{Jls} G_l(\eta, kr_0 \bar{q}_0) \right],$$

$$\tilde{\nu} = \nu_0, \nu_0 + 2, \dots, \nu_{\text{ac}}.$$

$$\bar{q}_0 = \sqrt{2\nu + 3} \quad \text{— безразмерная точка поворота}$$

Гамильтониан системы и ядерный потенциал

Гамильтониан системы: $H = T - T_{\text{Ц.М.}} + V_{\text{кул}} + V_{\text{я}}^{(\text{X-H})}$

$T - T_{\text{Ц.М.}} = -\frac{\hbar^2}{2mA} \sum_{i>j=1}^A (\nabla_i - \nabla_j)^2$ – оператор кинетической энергии

$V_{\text{кул}} = \sum_{i>j=1}^Z \frac{e^2}{r_{ij}}$ – оператор кулоновского взаимодействия протонов

Модифицированный потенциал Хазегавы-Нагаты:

$$V_{\text{я}}^{(\text{X-H})} = \sum_{i>j=1}^A (V_{ij}^{(\text{ц})} + V_{ij}^{(ls)} + V_{ij}^{(\text{т})})$$

$$V_{ij}^{(\text{ц})} = \sum_{n=1}^3 V_n^{(\text{ц})} \left(w_n^{(\text{ц})} + (1 - g_{\text{ц}}) m_n^{(\text{ц})} - g_{\text{ц}} m_n^{(\text{ц})} P_{ij}^\sigma P_{ij}^\tau + b_n^{(\text{ц})} P_{ij}^\sigma - h_n^{(\text{ц})} P_{ij}^\tau \right) \exp(-\mu_n^{(\text{ц})} r_{ij}^2)$$

$$V_{ij}^{(ls)} = \sum_{n=1}^2 \frac{V_n^{(ls)}}{2} \left(w_n^{(ls)} - h_n^{(ls)} P_{ij}^\tau \right) \left[\mathbf{r}_{ij} \times (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) \right] (\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_j) \exp(-\mu_n^{(ls)} r_{ij}^2)$$

$$V_{ij}^{(\text{т})} = \sum_{n=1}^3 V_n^{(\text{т})} \left(w_n^{(\text{т})} - h_n^{(\text{т})} P_{ij}^\tau \right) \left(3(\boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{r}_{ij}) (\boldsymbol{\sigma}_j \mathbf{r}_{ij}) - (\boldsymbol{\sigma}_i \boldsymbol{\sigma}_j) \mathbf{r}_{ij}^2 \right) \exp(-\mu_n^{(\text{т})} r_{ij}^2)$$

Техника производящих функций

Осцилляторные функции связаны с производящей для них функцией соотношением:

$$f_{\nu lm}(\mathbf{q}) = A_{\nu l} \frac{\partial^{\nu}}{\partial R^{\nu}} \int \exp(-q^2 / 2r_0^2 + \mathbf{qR} / r_0 - R^2 / 4) Y_{lm}(\mathbf{n}_R) d\mathbf{n}_R \Big|_{R=0}$$

$$A_{\nu l} = (-1)^{(\nu-l)/2} \frac{2^{\nu-1/2}}{\pi^{3/2} \nu!} \sqrt{\Gamma\left(\frac{\nu-l+2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu+l+3}{2}\right)} \implies$$

базисные функции АВМРГ могут быть записаны в виде:

$$\Psi_{J^\pi Mls\nu}^{(1+2)} = A_{\nu l} \sum_{m+\sigma=M} C_{lm s\sigma}^{JM} \frac{\partial^{\nu}}{\partial R^{\nu}} \int \Phi_{s\sigma}^{(1+2)}(\mathbf{R}) Y_{lm}(\mathbf{n}_R) d\mathbf{n}_R \Big|_{R=0}$$

$$\Phi_{s\sigma}^{(1+2)}(\mathbf{R}) = A \left\{ \left[\varphi_{s_1}^{(1)} \varphi_{s_2}^{(2)} \right]_{s\sigma} \exp(-q^2 / 2r_0^2 + \mathbf{qR} / r_0 - R^2 / 4) \right\} \implies$$

Техника производящих функций

Матричные элементы на базисных функциях АВМРГ:

$$\left\langle J_f^{\pi_f} M_f l_f s_f \nu_f | V | J_i^{\pi_i} M_i l_i s_i \nu_i \right\rangle = \frac{1}{\kappa_{\nu_f l_f s_f} \kappa_{\nu_i l_i s_i} \nu_f ! \nu_i !} \frac{\partial^{\nu_f}}{\partial Q^{\nu_f}} \frac{\partial^{\nu_i}}{\partial R^{\nu_i}} I_{i \rightarrow f} (Q, R) \Big|_{R=Q=0}$$

$$I_{i \rightarrow f} (Q, R) = \sum_{\substack{m_f + \sigma_f = M_f \\ m_i + \sigma_i = M_i}} C_{l_f m_f s_f \sigma_f}^{J_f M_f} C_{l_i m_i s_i \sigma_i}^{J_i M_i} \iint Y_{l_f m_f}^* (\mathbf{n_Q}) \langle \mathbf{Q}, s_f \sigma_f | V | \mathbf{R}, s_i \sigma_i \rangle Y_{l_i m_i} (\mathbf{n_R}) d\mathbf{n_Q} d\mathbf{n_R}$$

$$(\nu !)^2 \kappa_{\nu l s}^2 = \frac{\partial^\nu}{\partial Q^\nu} \frac{\partial^\nu}{\partial R^\nu} \iint Y_{lm}^* (\mathbf{n_Q}) \langle \mathbf{Q}, s\sigma | \mathbf{R}, s\sigma \rangle Y_{lm} (\mathbf{n_R}) d\mathbf{n_Q} d\mathbf{n_R} \Big|_{R=Q=0}$$

Парциальный S-фактор радиационного захвата в системах ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ в базисе АВМРГ

Парциальный астрофизический S-фактор:

$$S_{i \rightarrow f}(E_{\text{c.m.}}) = E_{\text{c.m.}} \exp\left(\sqrt{E_{\text{G}} / E_{\text{c.m.}}}\right) \frac{8\pi}{9\hbar(2l_i + 1)} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^3 \left| \sum_{v_i, v_f} C_{fv_f}^{(\text{д})} \left\langle f v_f \left\| M_1^{\text{E}} \right\| i v_i \right\rangle C_{iv_i}^{(\text{н})} \right|^2$$

$$f = (J_f^{\pi_f} l_f s), \quad i = (J_i^{\pi_i} l_i s), \quad s = 1/2$$

В случае радиационного захвата с образованием ядра ${}^7\text{Li}$ (${}^7\text{Be}$)
в основном состоянии:

$$(J_i^{\pi_i}, l_i) = (1/2^+, 0), (3/2^+, 2), (5/2^+, 2); \quad (J_f^{\pi_f}, l_f) = (3/2^-, 1)$$

в первом возбуждённом состоянии:

$$(J_i^{\pi_i}, l_i) = (1/2^+, 0), (3/2^+, 2); \quad (J_f^{\pi_f}, l_f) = (1/2^-, 1)$$

Матричные элементы электрического дипольного оператора

Электрический дипольный оператор:

$$M_{1\mu}^E = e \sum_{i=1}^A g_l(i) |\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}| Y_{1\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{\text{c.m.}}}), \quad g_l(i) = \frac{1}{2} - t_{3,i},$$

$$M_{1\mu}^E = \frac{e}{A} \sum_{i>j=1}^A [g_l(i) - g_l(j)] |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| Y_{1\mu}(\mathbf{n}_{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j})$$

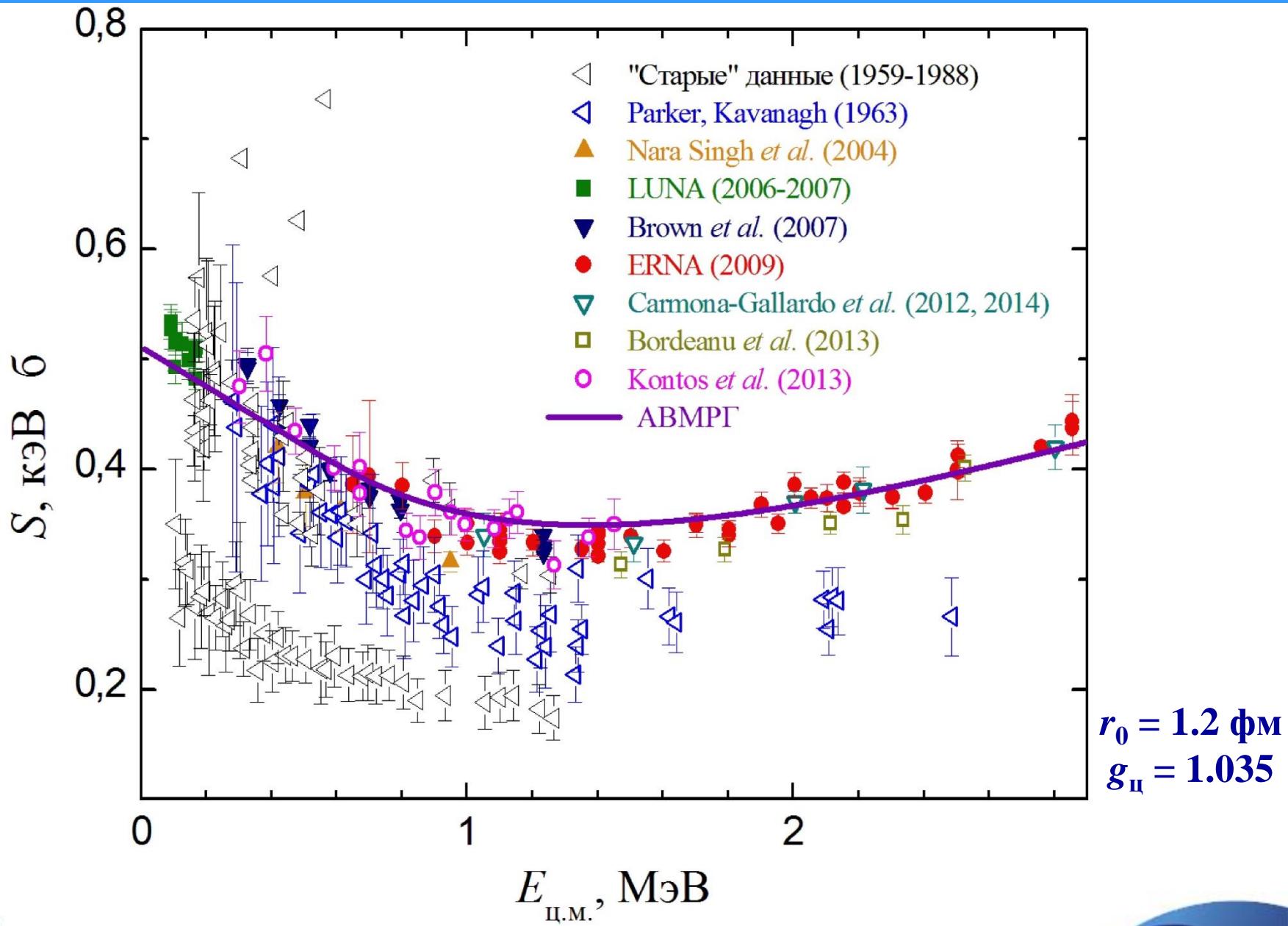
Матричные элементы в базисе АВМРГ:

$$\left\langle J_f^{\pi_f} M_f l_f s \nu_f \left| M_{1\mu}^E \right| J_i^{\pi_i} M_i l_i s \nu_i \right\rangle = (-1)^{s+J_i+l_f} \varsigma \frac{er_0}{14} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \Pi_{J_i l_i} \begin{Bmatrix} l_i & s & J_i \\ J_f & 1 & l_f \end{Bmatrix} \left(\frac{\kappa_{\nu_i-1, l_f s}}{\kappa_{\nu_i l_i s}} \delta_{\nu_f, \nu_i-1} + \frac{\kappa_{\nu_f-1, l_i s}}{\kappa_{\nu_f l_f s}} \delta_{\nu_i, \nu_f-1} \right) C_{l_i 0 10}^{l_f 0} C_{J_i M_i 1\mu}^{J_f M_f}$$

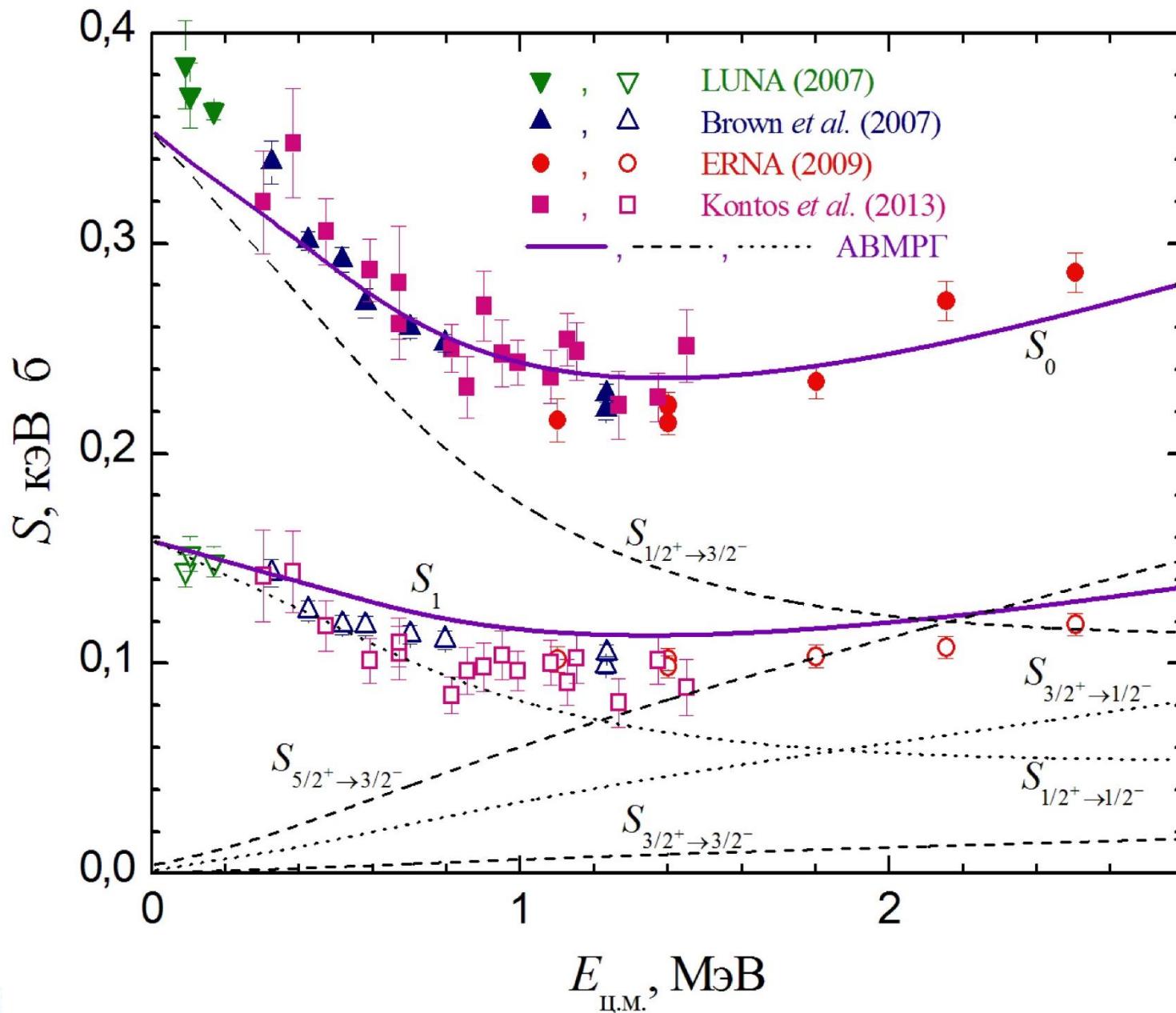
$$\kappa_{\nu l s}^2 = \frac{2\pi}{\nu!} \left[\left(\frac{6}{7} \right)^\nu - 3 \left(\frac{5}{14} \right)^\nu + 3 \left(-\frac{1}{7} \right)^\nu - \left(-\frac{9}{14} \right)^\nu \right] \varepsilon_{\nu l}, \quad \Pi_{J_i l_i} = \sqrt{(2J_i + 1)(2l_i + 1)},$$

$$\varsigma = \begin{cases} -1, & \text{для } {}^4\text{He} + {}^3\text{H}; \\ 1, & \text{для } {}^4\text{He} + {}^3\text{He}. \end{cases} \quad \varepsilon_{\nu l} = \begin{cases} \frac{2^{l+1} \nu! [(v+l)/2]!}{[(v+l+1)![(v-l)/2]!]}, & l \leq v, l+v - \text{четное}; \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

Расчёт астрофизического S-фактора реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$



Расчёт парциальных S-факторов реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$

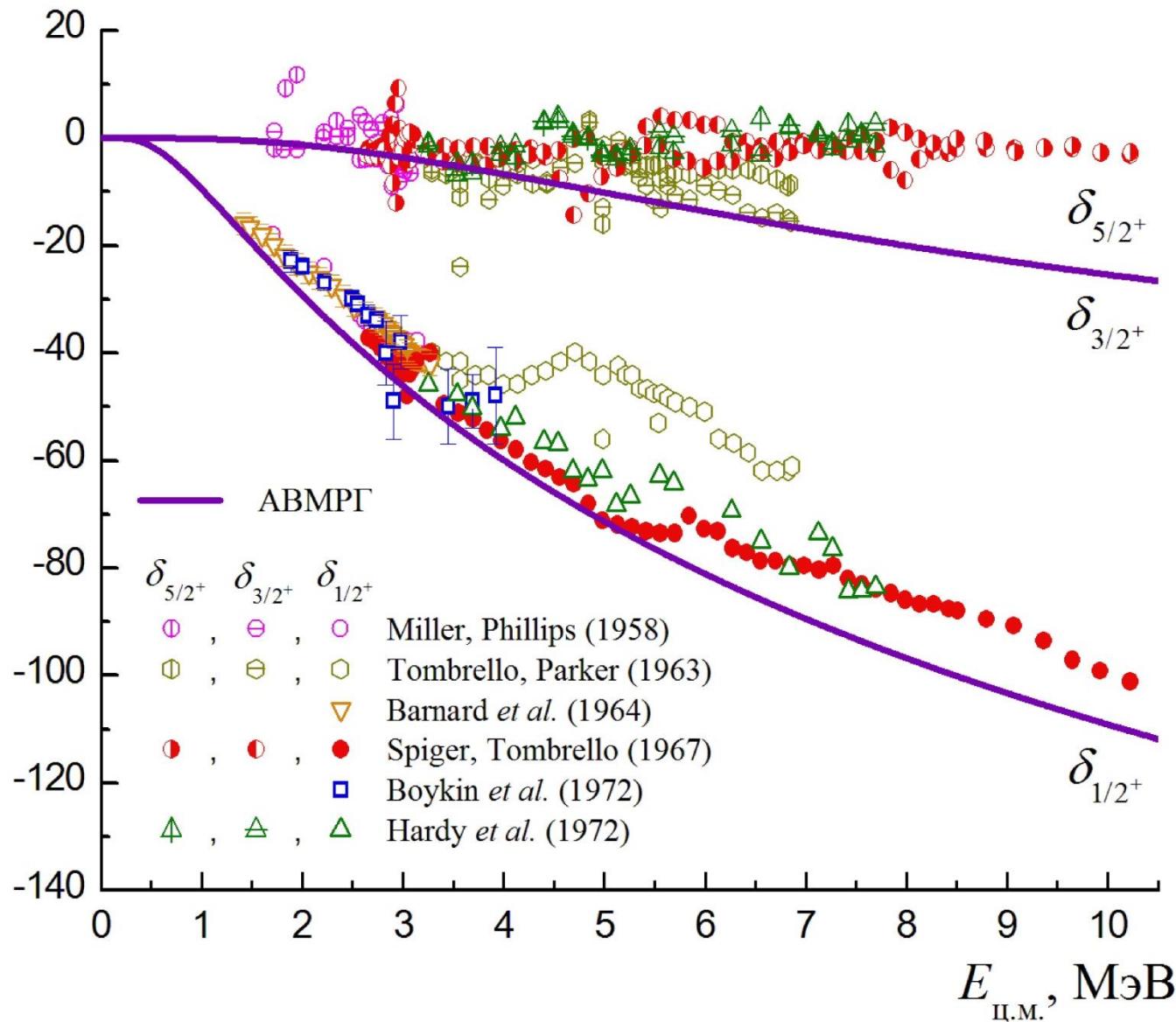


$$r_0 = 1.2 \text{ фм}$$

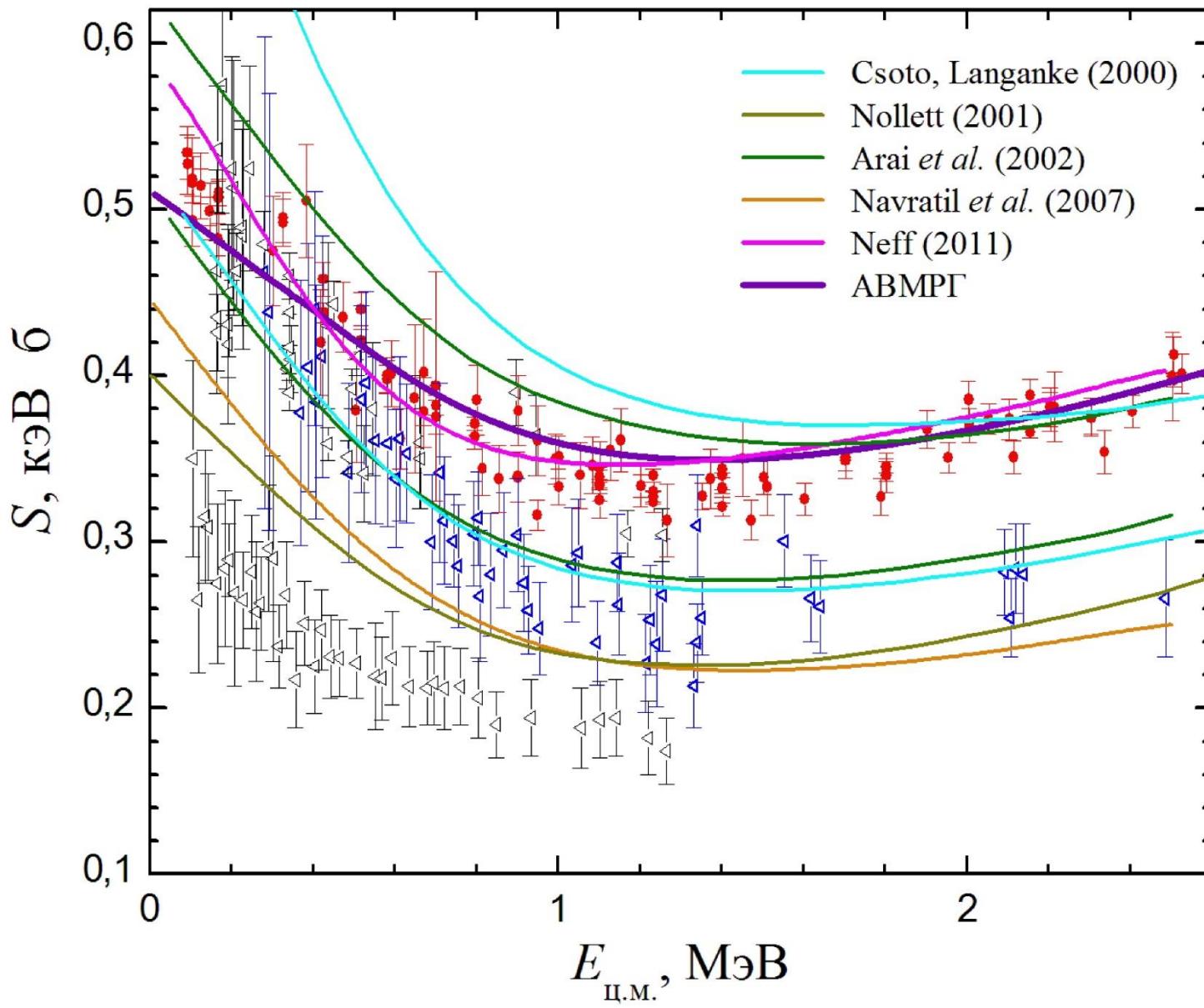
$$g_\pi = 1.035$$

Расчёт фаз упругого рассеяния в системе ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$

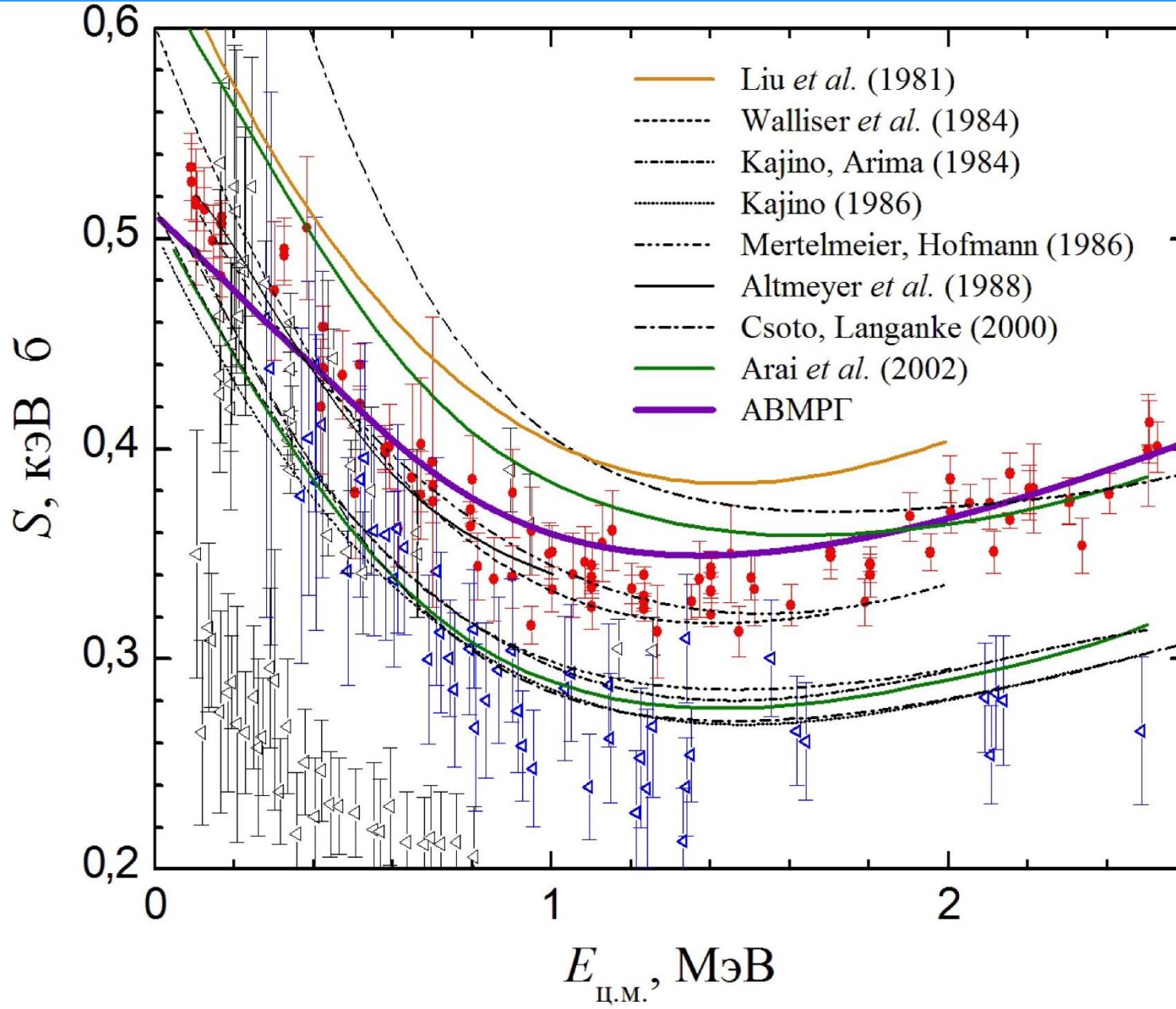
δ_{J^π} , град



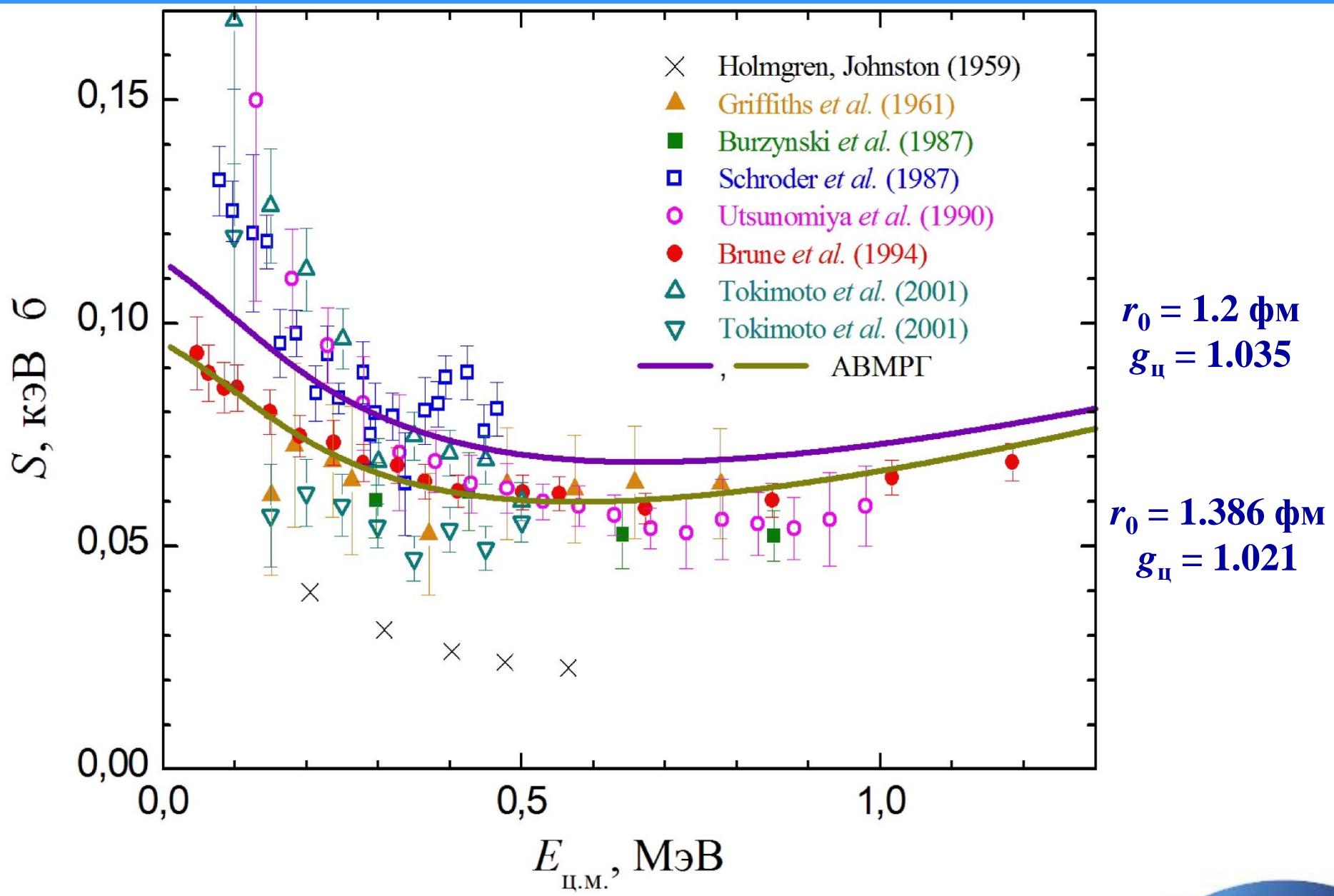
Сравнение вычисленного S-фактора с современными расчётами



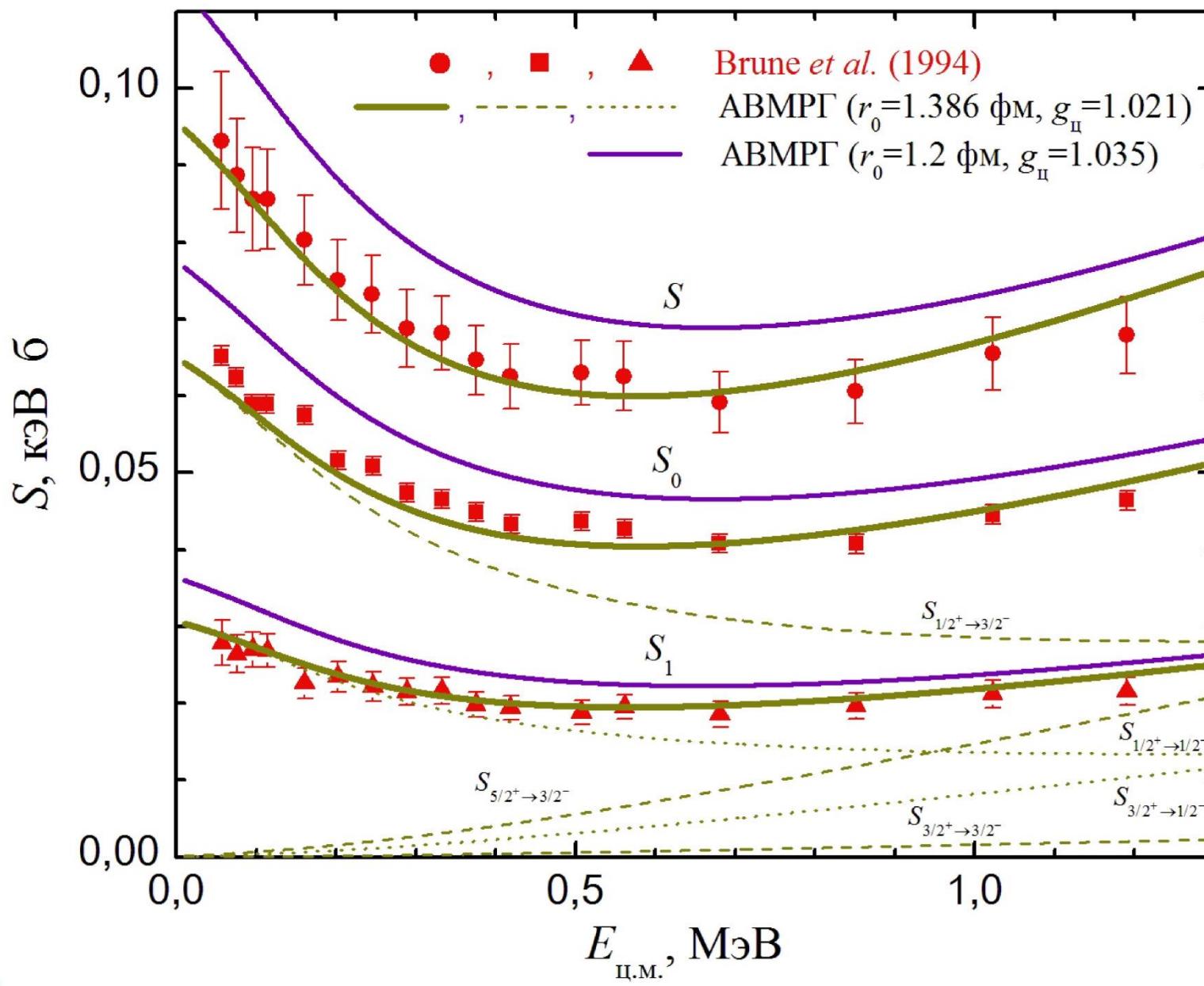
Сравнение вычисленного S-фактора с расчётами в рамках МРГ



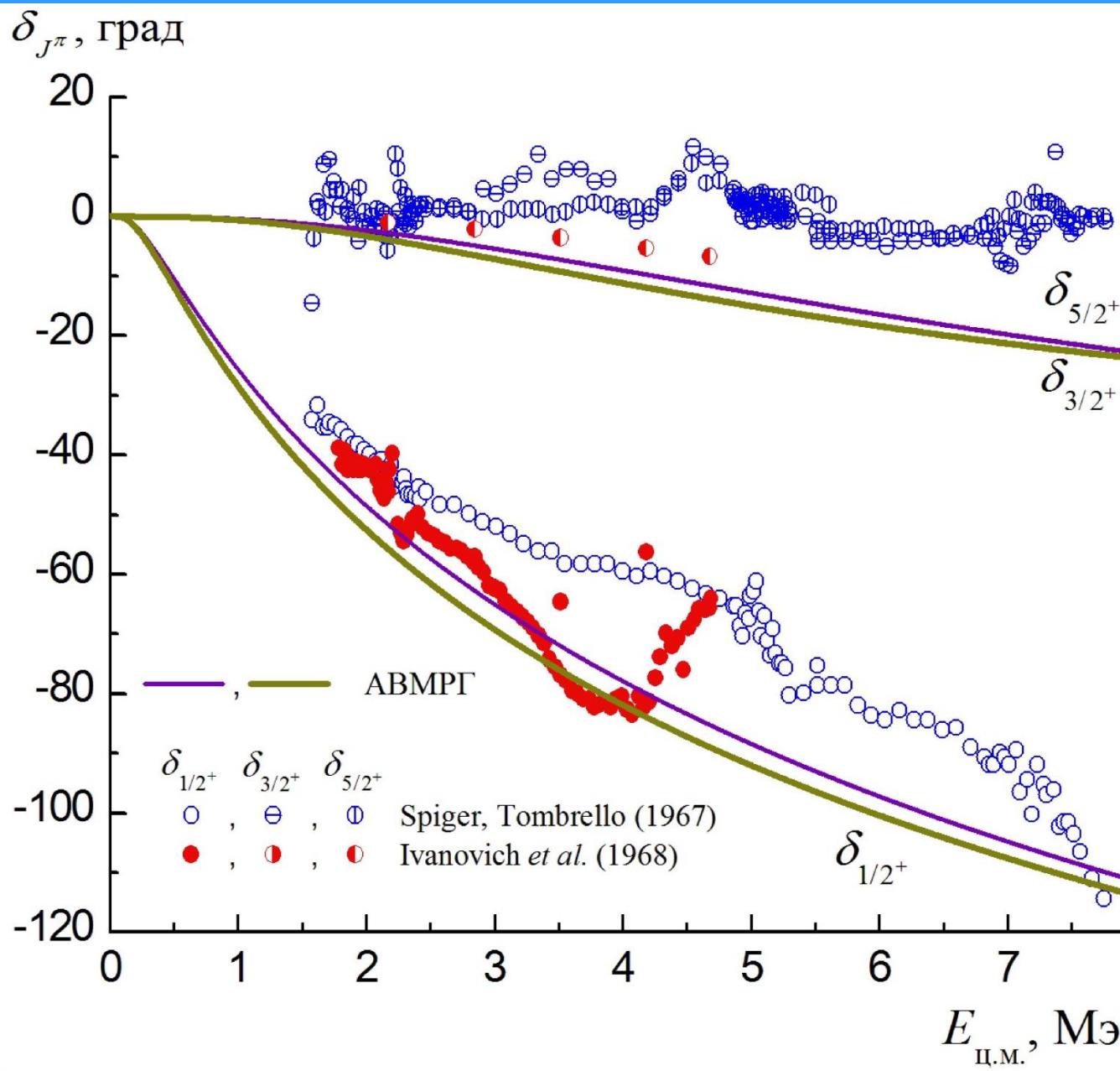
Расчёт астрофизического S-фактора реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



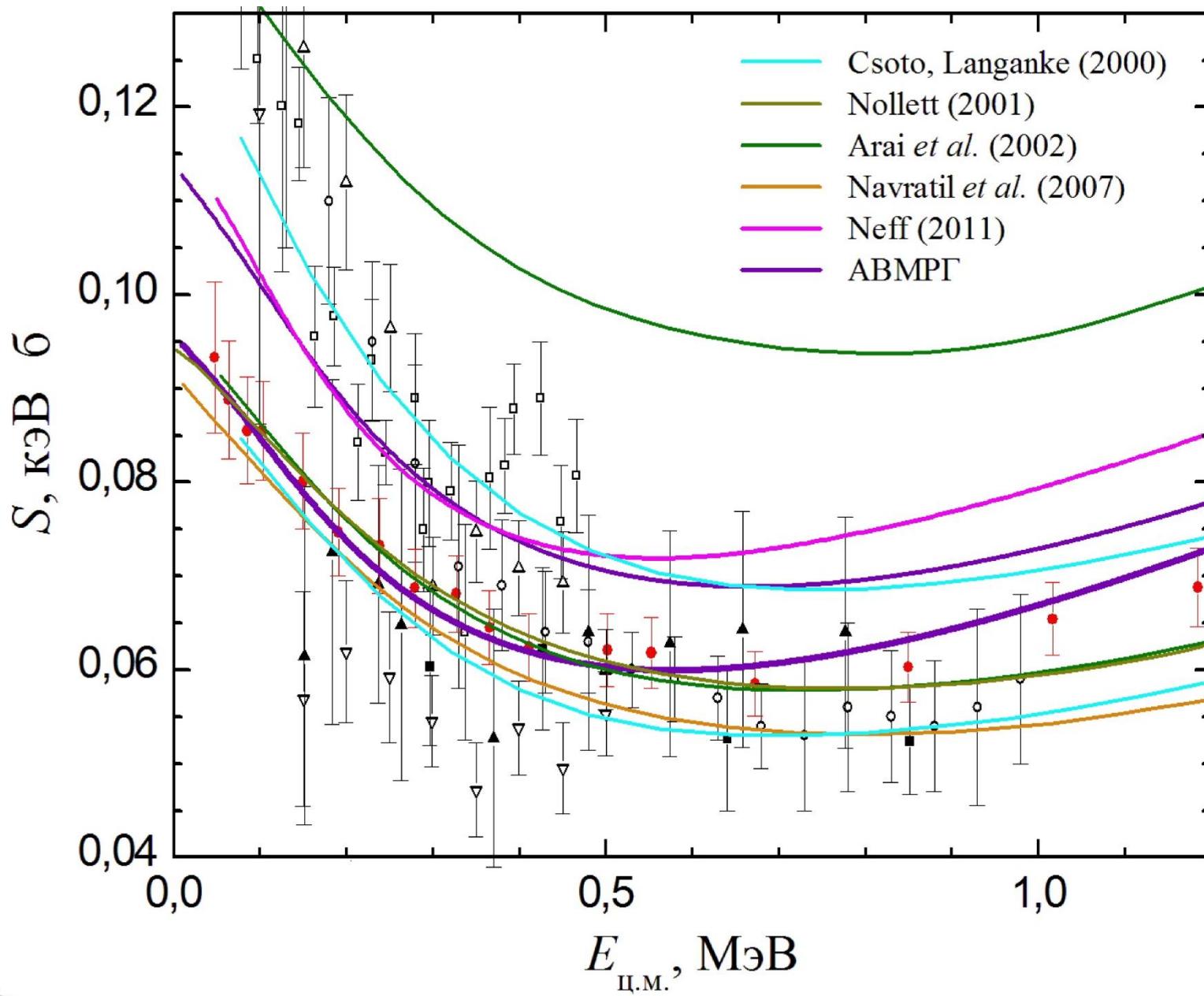
Расчёт парциальных S-факторов реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



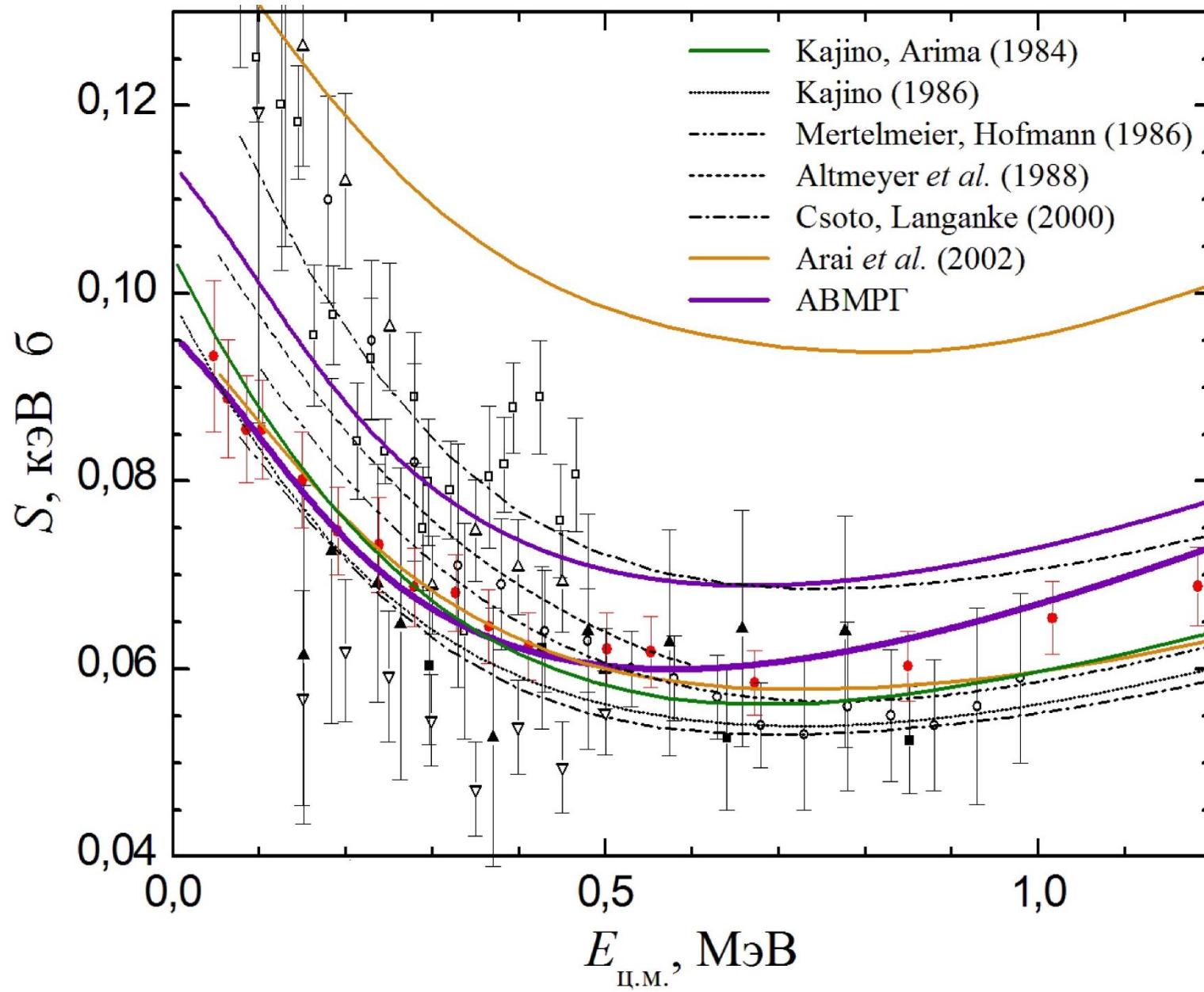
Расчёт фаз упругого рассеяния в системе ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$



Сравнение вычисленного S-фактора с современными расчётами



Сравнение вычисленного S-фактора с расчётами в рамках МРГ



Расчётные значения энергий

$$r_0 = 1.2 \text{ фм}, g_{\pi} = 1.035$$

Энергия (МэВ)	$E(^4\text{He})$	$E(^3\text{He})$	$E(^7\text{Be})$	$E(^7\text{Be}^*)$
Эксперимент	-28.296	-7.718	-37.600	-37.171
Расчёт	-26.703	-2.073	-29.754	-29.627

Энергия (МэВ)	$E(^4\text{He})$	$E(^3\text{H})$	$E(^7\text{Li})$	$E(^7\text{Li}^*)$
Эксперимент	-28.296	-8.482	-39.244	-38.766
Расчёт	-26.703	-3.031	-31.569	-31.433

$$r_0 = 1.386 \text{ фм}, g_{\pi} = 1.021$$

Энергия (МэВ)	$E(^4\text{He})$	$E(^3\text{H})$	$E(^7\text{Li})$	$E(^7\text{Li}^*)$
Эксперимент	-28.296	-8.482	-39.244	-38.766
Расчёт	-28.296	-6.467	-36.002	-35.920

Возможные пути уточнения результатов расчёта

1. Использование более сложных внутренних волновых функций кластеров.
2. Многоканальный подход – учёт других кластерных конфигураций при описании структуры ядер ${}^7\text{Be}$ и ${}^7\text{Li}$, например, ${}^6\text{Li} + \text{p}$ и ${}^6\text{Li} + \text{n}$ соответственно.

Основные результаты работы

1. Получены явные аналитические выражения для матричных элементов наиболее важных электромагнитных мультипольных операторов зеркальных систем ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ в базисе АВМРГ.
2. В рамках АВМРГ вычислены парциальные и полный астрофизические S-факторы зеркальных реакций радиационного захвата ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ и ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ при низких и средних энергиях.
3. Интерпретированы экспериментальные данные по вычисленным S-факторам во всем диапазоне энергий, доступном для измерений, а также предсказано их поведение в недоступной для эксперимента области энергий.
4. Проведено сравнение вычисленных S-факторов с результатами других микроскопических расчетов. Показано, что в рамках АВМРГ удаётся наилучшим описывать наиболее точные экспериментальные данные.
5. Получено хорошее описание фаз упругого рассеяния в системах ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$, ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ и вполне разумное соответствие с экспериментальными значениями энергий входящих в реакции ядер.
6. Отмечены возможные пути развития представленного подхода и уточнения результатов расчета.

Апробация результатов работы

- VII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2013” (Москва, Россия, 11–29 марта 2013 г.);
- LXIII International Conference “Nucleus 2013” (Moscow, Russia, October 8–12, 2013);
- VI International Conference “Fusion 2014” (New Delhi, India, February 24–28, 2014);
- VIII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2014” (Москва, Россия, 7–25 апреля 2014 г.);
- 3rd International Workshop on “State of the Art in Nuclear Cluster Physics” (Yokohama, Japan, May 26–30, 2014);
- LXIV International Conference “Nucleus 2014” (Minsk, Belarus, July 1–4, 2014).

Публикации по теме диссертации

1. Соловьев А.С., Игашов С.Ю. // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. С. 989–994.
2. Соловьев А.С., Игашов С.Ю., Чувильский Ю.М. // Известия РАН. Серия физическая. 2014. Т. 78. С. 621–626.
3. Соловьев А.С., Игашов С.Ю., Чувильский Ю.М. // Ядерная физика. 2014. Т. 77. С. 125–127.
4. Соловьев А.С., Игашов С.Ю. // VII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2013”, Москва. Сборник тезисов. 2013. С. 18.
5. Соловьев А.С., Игашов С.Ю. // VIII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2014”, Москва. Сборник тезисов. 2014. С. 19.
6. Solovyev A.S., Igashov S.Yu., Tchuvil'sky Yu.M. // VI International Conference “Fusion14”, New Delhi, India. Book of Abstracts. 2014. P. 90.
7. Solovyev A.S., Igashov S.Yu., Tchuvil'sky Yu.M. // 3rd International Workshop on “State of the Art in Nuclear Cluster Physics”, Yokohama, Japan. Book of Abstracts. 2014. P. 44.
8. Solovyev A.S., Igashov S.Yu. // LXIII International Conference “Nucleus 2013”, Moscow, Russia. Book of Abstracts. 2013. P. 231.
9. Solovyev A.S., Igashov S.Yu., Tchuvil'sky Yu.M. // LXIV International Conference “Nucleus 2014”, Minsk, Belarus. Book of Abstracts. 2014. P. 168.



Спасибо за внимание

Техника производящих функций

В случае трансляционно-инвариантного оператора:

$$\langle \mathbf{Q}, s_f \sigma_f | V | \mathbf{R}, s_i \sigma_i \rangle = \langle \Phi_{s_f \sigma_f}^{(1+2)}(\mathbf{Q}) | V | \Phi_{s_i \sigma_i}^{(1+2)}(\mathbf{R}) \rangle = \frac{\langle \tilde{\Phi}_{s_f \sigma_f}^{(1+2)}(\mathbf{Q}) | V | \tilde{\Phi}_{s_i \sigma_i}^{(1+2)}(\mathbf{R}) \rangle}{\langle \tilde{\Phi}_{\text{т.инв.}}(\mathbf{Q}) | \tilde{\Phi}_{\text{т.инв.}}(\mathbf{R}) \rangle}.$$

$$\tilde{\Phi}_{s\sigma}(\mathbf{R}) = \Phi_{s\sigma}^{\text{(тр.инв.)}}(\mathbf{R}) \tilde{\Phi}_{\text{т.инв.}}(\mathbf{R}) = A \left\{ \left[\tilde{\varphi}_{s_1}^{(1)} \tilde{\varphi}_{s_2}^{(2)} \right]_{\sigma}^s \exp \left(\sum_{n=A_1+1}^{A_1+A_2} \mathbf{r}_n \mathbf{R} - \frac{1}{4} A_2 R^2 \right) \right\}$$

$$\tilde{\varphi}^{(i)} = \varphi^{(i)} \exp \left(-\frac{A_i}{2} \left(\frac{\mathbf{R}_{\text{т.инв.}}^{(i)}}{r_0} \right)^2 \right) \quad \text{– теорема БРЭС}$$

$$\tilde{\Phi}_{s_i \sigma_i}(\mathbf{R}, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \phi_1(\mathbf{r}_1) & \phi_2(\mathbf{r}_1) & \dots & \phi_A(\mathbf{r}_1) \\ \phi_1(\mathbf{r}_2) & \phi_2(\mathbf{r}_2) & \dots & \phi_A(\mathbf{r}_2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_1(\mathbf{r}_A) & \phi_2(\mathbf{r}_A) & \dots & \phi_A(\mathbf{r}_A) \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{\{j_1, j_2, \dots, j_A\}} (-1)^{P(\{j_1, j_2, \dots, j_A\})} \phi_{j_1}(\mathbf{r}_1) \phi_{j_2}(\mathbf{r}_2) \dots \phi_{j_A}(\mathbf{r}_A)$$

$$\tilde{\Phi}_{\text{т.инв.}}(\mathbf{R}) = \exp \left\{ (A_1 + A_2) \left(-\frac{1}{2} R_{\text{т.инв.}}^2 + \mathbf{R}_{\text{т.инв.}} \left[\frac{A_2}{A_1 + A_2} \mathbf{R} \right] - \frac{1}{4} \left[\frac{A_2}{A_1 + A_2} R \right]^2 \right) \right\}.$$

$$\langle \tilde{\Phi}_{\text{т.инв.}}(\mathbf{Q}) | \tilde{\Phi}_{\text{т.инв.}}(\mathbf{R}) \rangle = \left(\frac{\pi}{A_1 + A_2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{A_2^2}{2(A_1 + A_2)} \mathbf{Q} \mathbf{R} \right).$$

Техника производящих функций

$$V = \sum_{k>j=1}^A V(k, j)$$

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\Phi}_{s_f\sigma_f}(\mathbf{Q}) | V | \tilde{\Phi}_{s_i\sigma_i}(\mathbf{R}) \rangle &= \sum_{k>j=1}^A \left(\langle \varphi_k(\mathbf{r}_1) | \langle \varphi_j(\mathbf{r}_2) | V(1, 2) | \phi_j(\mathbf{r}_2) \rangle | \phi_k(\mathbf{r}_1) \rangle - \right. \\ &\quad \left. - \langle \varphi_k(\mathbf{r}_1) | \langle \varphi_j(\mathbf{r}_2) | V(1, 2) | \phi_k(\mathbf{r}_2) \rangle | \phi_j(\mathbf{r}_1) \rangle \right) \prod_{l \neq k, j} \langle \varphi_l | \phi_l \rangle \end{aligned}$$

$$V = \sum_{j=1}^A V(j)$$

$$\langle \tilde{\Phi}_{s_f\sigma_f}(\mathbf{Q}) | V | \tilde{\Phi}_{s_i\sigma_i}(\mathbf{R}) \rangle = \sum_{j=1}^A \langle \varphi_j(\mathbf{r}_1) | V(1) | \phi_j(\mathbf{r}_1) \rangle \prod_{l \neq j} \langle \varphi_l | \phi_l \rangle$$

Производящие матричные элементы системы ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | T - T_{\text{ц.м.}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(9 - \frac{3}{7}\mathbf{Q}^2 - \frac{3}{7}\mathbf{R}^2 + t \frac{\partial}{\partial t} \right) \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}$$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | M_{1\mu}^E | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = \frac{er_0}{7} [Q Y_{1\mu}(\mathbf{n}_Q) + R Y_{1\mu}(\mathbf{n}_R)] \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}.$$

$$\langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle = \exp(-9\mathbf{Q}\mathbf{R}/14) [\exp(\mathbf{Q}\mathbf{R}/2) - 1]^3$$

Производящие матричные элементы системы ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$

$$\begin{aligned}
 & \langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | V_{\text{II}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = (\varepsilon_{\text{II}}^{(\alpha)} + \varepsilon_{\text{II}}^{(\text{h})}) \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i} + \\
 & + 3 \sum_{n=1}^3 \left(\frac{a_{\text{II},n}}{a_{\text{II},n} + 2r_0^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{9\mathbf{QR}}{14} \right) \left[(4\alpha_{\text{II},n} + 2\beta_{\text{II},n} + 2\gamma_{\text{II},n} + \delta_{\text{II},n}) U_{\text{II},n}^{(+)} (\nu - 1)^2 - \right. \\
 & \quad \left. - (\alpha_{\text{II},n} + 2\beta_{\text{II},n} + 2\gamma_{\text{II},n} + 4\delta_{\text{II},n}) U_{\text{II},n}^{(-)} (\nu - 1)^2 - \right. \\
 & \quad \left. - (\alpha_{\text{II},n} - \delta_{\text{II},n}) U_{\text{II},n}^{(0)} (5\nu^2 - 6\nu + 1) + 2(\alpha_{\text{II},n} - \delta_{\text{II},n})(U_{\text{II},n}^{(+)} + U_{\text{II},n}^{(-)}) (\nu - 1) \right] \delta_{\sigma_f \sigma_i},
 \end{aligned}$$

$$U^{(+)} = \exp \left(-\frac{(\mathbf{R} + \mathbf{Q})^2}{8} \varsigma + \frac{\mathbf{R}\mathbf{Q}}{2} \right), \quad U^{(-)} = \exp \left(-\frac{(\mathbf{R} - \mathbf{Q})^2}{8} \varsigma \right), \quad U^{(0)} = U_Q + U_R - 1,$$

$$U_Q = U^{(+)}|_{R=0} = U^{(-)}|_{R=0} = \exp \left(-\frac{\mathbf{Q}^2}{8} \varsigma \right), \quad U_R = U^{(+)}|_{Q=0} = U^{(-)}|_{Q=0} = \exp \left(-\frac{\mathbf{R}^2}{8} \varsigma \right), \quad \nu = \exp(\mathbf{QR}/2),$$

$$\varsigma = 2r_0^2 / (2r_0^2 + a_{\text{II},n})$$

Производящие матричные элементы системы ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$

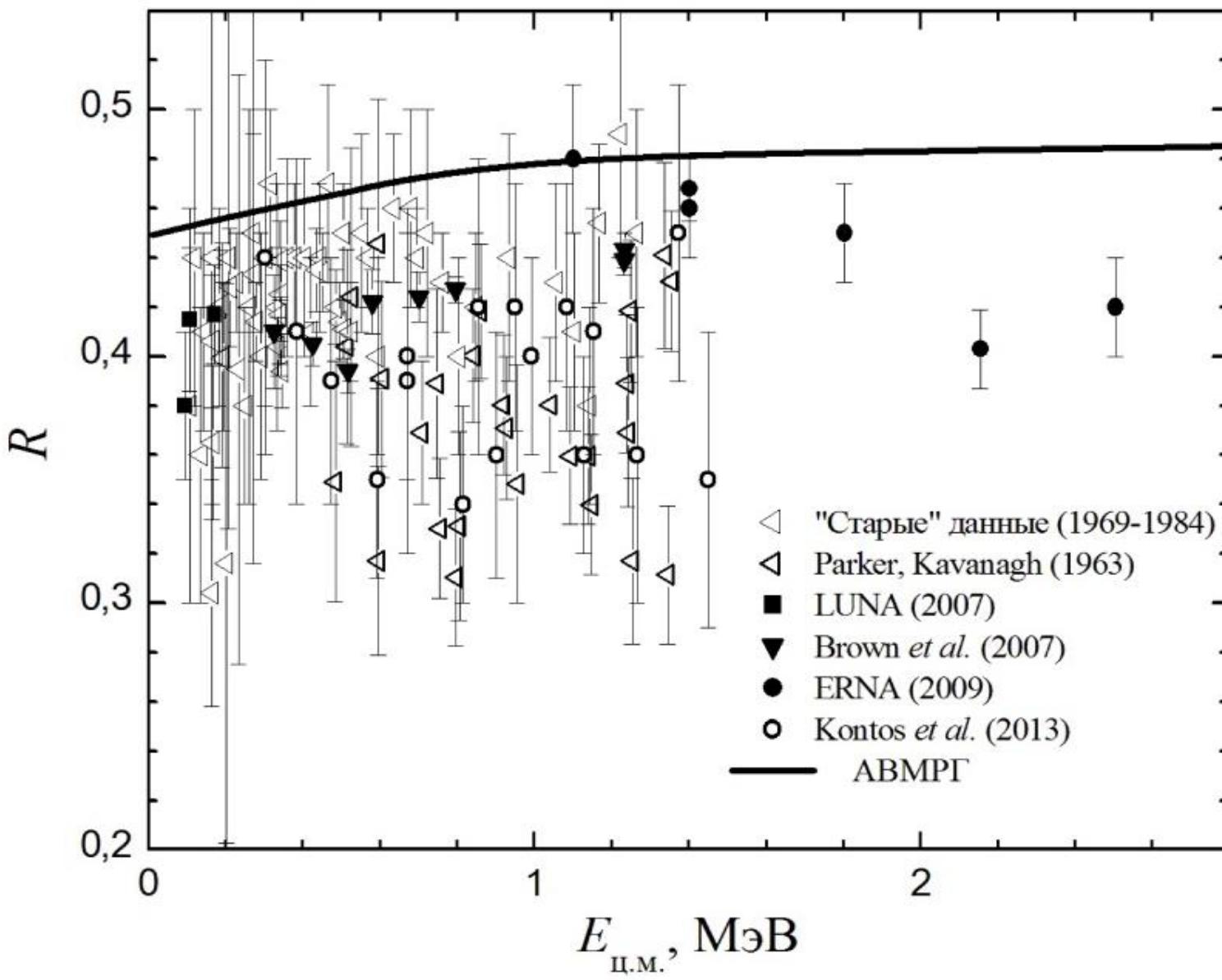
$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | T - T_{\text{П.М.}} | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \left(9 - \frac{3}{7}\mathbf{Q}^2 - \frac{3}{7}\mathbf{R}^2 + t \frac{\partial}{\partial t} \right) \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}$$

$$\langle \mathbf{Q}, s\sigma_f | M_{1\mu}^E | \mathbf{R}, s\sigma_i \rangle = -\frac{er_0}{7} [Q Y_{1\mu}(\mathbf{n}_Q) + R Y_{1\mu}(\mathbf{n}_R)] \langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle \delta_{\sigma_f \sigma_i}.$$

$$\langle \mathbf{Q} | \mathbf{R} \rangle = \exp(-9\mathbf{Q}\mathbf{R}/14) [\exp(\mathbf{Q}\mathbf{R}/2) - 1]^3$$

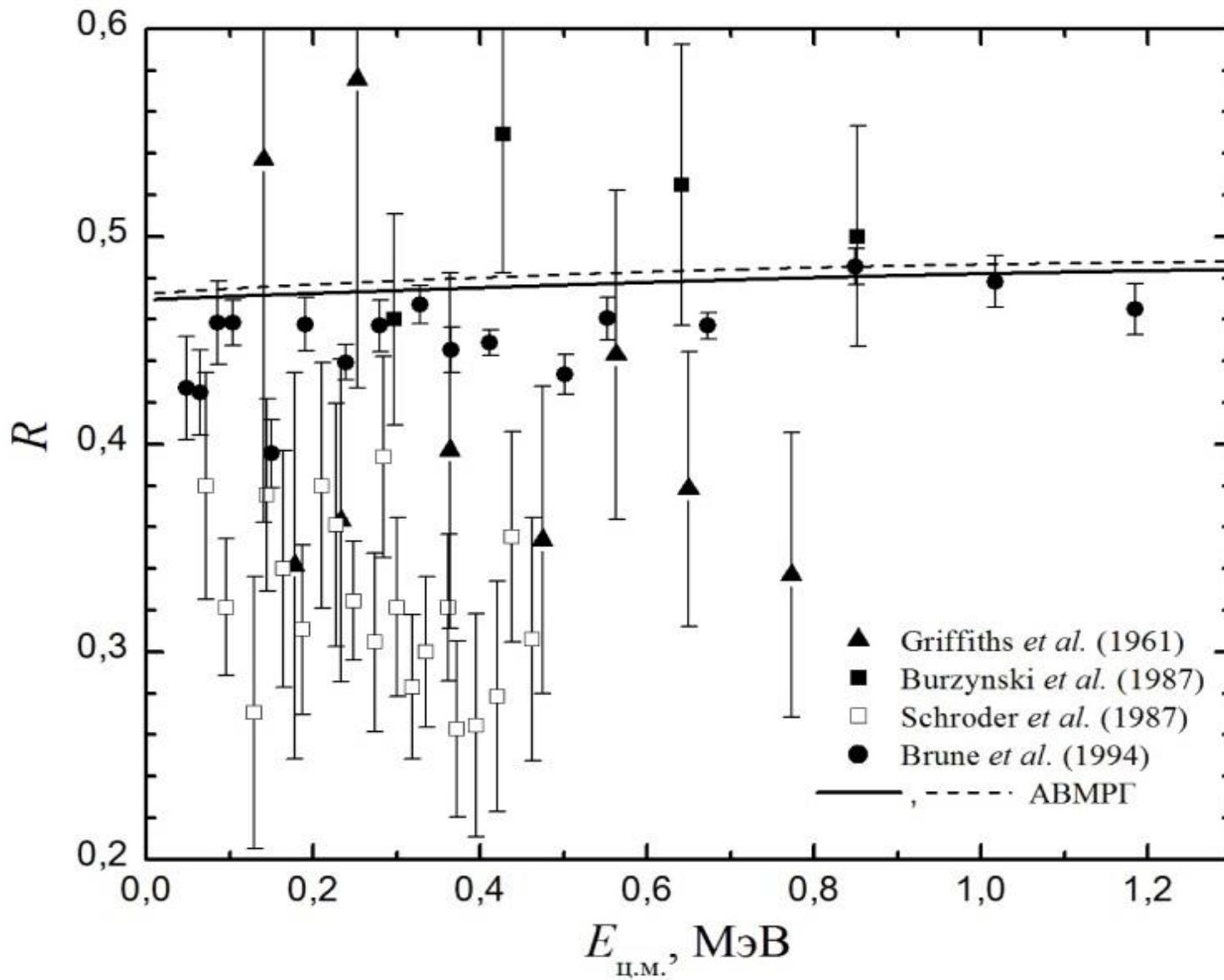
Коэффициент ветвления реакции ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$

$$R(E_{\text{Ц.М.}}) = \frac{S_1(E_{\text{Ц.М.}})}{S_0(E_{\text{Ц.М.}})}$$



$$r_0 = 1.2 \text{ фм}, \\ g_{\text{Ц}} = 1.035$$

Коэффициент ветвления реакции ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$



$$r_0 = 1.2 \text{ фм},$$
$$g_\pi = 1.035$$

$$r_0 = 1.386 \text{ фм},$$
$$g_\pi = 1.021$$