

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ В ХОЛОДНОМ ВОДОРОДЕ

I. Мезонный катализ

Я. Б. Зельдович, С. С. Герштейн

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение	581
§ 2. Экспериментальные работы в области катализа ядерных реакций μ -мезонами	586
а) Опыты в Беркли	586
б) Опыты в Ливерпуле	587
§ 3. Кинетика катализа ядерных реакций μ -мезонами в водороде	590
§ 4. Мезомолекулярные процессы в водороде	594
а) Адиабатическое приближение	594
б) Уточнение адиабатического приближения для мезомолекул водорода	596
в) Уровни мезомолекул	598
г) Процесс перехода μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому	601
д) Рассеяние мезоатомов на ядрах	602
е) Образование мезомолекул	604
ж) Переходы между уровнями мезомолекул	609
з) Сравнение с экспериментальными данными	610
§ 5. Ядерные реакции в мезомолекулах	611
а) Константы реакций	611
б) Проникновение ядер через барьер в мезомолекуле	612
в) Ядерная реакция в мезомолекуле $p\bar{d}\mu$	616
г) Ядерная реакция в мезомолекуле $p\bar{t}\mu$	619
§ 6. Эффективность катализа ядерных реакций мезонами	619
§ 7. Заключение	621
Приложения 1—3	622

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, ядерный синтез изотопов водорода осуществляется при высокой температуре в так называемых термоядерных реакциях. В 1957 г. в Беркли группой экспериментаторов под руководством Альвареса было открыто явление катализа ядерных реакций в водороде μ -мезонами. Это явление было предсказано ранее теоретически Франком¹, Сахаровым² и Зельдовичем³ и позволяет осуществить ядерный синтез в условиях холодного водорода. Хотя почти сразу же после опытов Альвареса было установлено, что μ -катализ не сможет найти технического применения в качестве источника энергии, изучение ядерных реакций, вызываемых μ -мезонами в водороде, представляет несомненный интерес для мезонной и ядерной физики. К настоящему времени имеются три экспериментальные^{4,4а,5} и большое количество теоретических работ, посвященных различным аспектам μ -катализа. Таким образом, представляется возможным дать систематический обзор экспериментальных и теоретических результатов в этой области. Наряду с вопросами μ -катализа представляется целесообразным включить также в настоящий обзор рассмотрение еще одного способа осуществления ядерного синтеза в холодном водороде — так

называемые «пьезоядерные» реакции, идущие при высоких давлениях. Известно, что между различными изотопами водорода возможны следующие реакции ядерного синтеза, идущие с выделением энергии:

$$p + p = d + e^+ + \nu \quad (2,2 \text{ Мэв}), \quad (\text{I})$$

$$p + d = \text{He}_3 + \gamma \quad (5,4 \text{ Мэв}), \quad (\text{II})$$

$$d + d = \begin{cases} t + p & (4 \text{ Мэв}), \\ \text{He}_3 + n & (3,3 \text{ Мэв}), \\ \text{He}_4 + \gamma & (24 \text{ Мэв}), \end{cases} \quad (\text{III})$$

$$d + t = \text{He}_4 + n \quad (17,6 \text{ Мэв}), \quad (\text{IV})$$

$$p + t = \text{He}_4 + \gamma \quad (20 \text{ Мэв}), \quad (\text{V})$$

$$t + t = \text{He}_4 + 2n \quad (10 \text{ Мэв}). \quad (\text{VI})$$

Для того чтобы мог произойти ядерный синтез, реагирующие ядра должны сблизиться на расстояние порядка радиуса действия ядерных сил, а это в свою очередь требует преодоления кулоновского барьера между заряженными частицами. Поэтому вышеуказанные реакции в обычных условиях идут только при сообщении ядрам достаточной кинетической энергии: либо в ускорительной трубке, либо с помощью высокого нагрева в атомном взрыве или в мощном газовом разряде (например, реакция III*)

Было бы неправильно, однако, думать, что ядерные реакции (II—VI) происходят лишь тогда, когда кинетическая энергия ядер превышает высоту кулоновского барьера. В действительности указанные реакции начинают идти с заметной вероятностью при значительно меньших энергиях за счет квантовомеханического туннельного проникновения через кулоновский барьер. Действительно, высота кулоновского барьера составляет для реакций (II—VI) сотни $Kэв$, а между тем, например, реакция IV наблюдается на ускорителях уже начиная с энергий порядка 1—10 $Kэв$ и выше.

Точно так же термоядерные реакции, происходящие, скажем, при температуре $T=10^8$ °К (что соответствует средней энергии частиц $\varepsilon \approx 10$ $Kэв$), идут в основном за счет подбарьерных переходов, поскольку при этих температурах число частиц, обладающих благодаря температурному распределению кинетической энергией, превышающей кулоновский барьер, незначительно**).

*) Следует отметить, что вероятность реакции (I) по сравнению с другими реакциями (II—VI) чрезвычайно мала. Это связано с тем, что для ее осуществления должно произойти за счет слабого β -взаимодействия превращение протона в нейтрон. Поэтому реакция (I) вряд ли может быть осуществлена в земных условиях. Она тем не менее играет огромную роль в астрофизических процессах, являясь одним из главных источников энергии звезд. (См. также часть II настоящего обзора.) Реакция $d + d = \text{He}_4 + \gamma$ также весьма маловероятна (кроме общей причины всех реакций с γ -квантами — малости электромагнитного взаимодействия — здесь реакция специально мала по соображениям изотопинвариантности и симметрии).

**) В действительности для термоядерной реакции наиболее существенна та область максвелловского распределения, которая при учете кулоновского барьерного фактора $\exp\{-2\pi e^2 Z_1 Z_2 / \hbar v\}$ (v — относительная скорость, $Z_1 e$, $Z_2 e$ — заряды частиц) дает максимум в экспоненте $\left\{ -\frac{Mv^2}{2kT} - \frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \right\}$, т. е. вблизи скорости, равной

$v_0 = (2\pi Z_1 Z_2 e^2 kT / M\hbar)^{1/3}$. Значение «эффективной» энергии $\varepsilon_0 = Mv_0^2/2$ для $d + d$ -реакции при $T=10^8$ °К равно 30 $Kэв$, что значительно ниже высоты кулоновского барьера.

Следует отметить важную особенность подбарьерных переходов. Дело в том, что коэффициент прохождения частиц через барьер значительно более чувствителен к изменению ширины барьера, нежели к изменению его высоты. Действительно, из известной формулы для коэффициента прохождения

$$B = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2M(U(x) - E)} dx \right\} = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \sqrt{2M\bar{U}} (x_2 - x_1) \right\} \quad (1,1)$$

(где \bar{U} — некая средняя высота барьера) видно, что показатель экспоненты зависит линейно от ширины барьера и только как квадратный корень от его высоты. С этим связан, в частности, тот факт, что в химических реакциях подбарьерные переходы не играют практически никакой роли. Действительно, хотя высота барьеров в химических реакциях значительно меньше, чем в ядерных реакциях, ширина их настолько велика, что коэффициент прохождения ничтожен, и химические реакции фактически всегда идут надбарьерно, т. е. при условии сообщения частицам необходимой энергии активации за счет тепла или других источников.

Именно в результате указанной особенности барьерного множителя ядерные реакции начинают идти с заметной вероятностью уже при таких энергиях, когда высота барьера практически еще не снижена, однако наиболее трудная для прохождения область больших расстояний преодолена за счет кинетической энергии частиц.

Отмеченная особенность барьерного множителя указывает также, что реакции синтеза водорода могли бы идти, вообще говоря, и при весьма малой кинетической энергии ядер, если бы за счет внешнего давления или за счет химических сил удалось бы сблизить ядра на достаточно малое расстояние.

Легко видеть, однако, что при обычных межатомных расстояниях в молекуле водорода ядерная реакция невозможна. Действительно, барьерный множитель в этом случае, грубо говоря, равен $B \approx \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} (2Me^2 r_0)^{1/2} \right\}$ (где M — приведенная масса ядер водорода, r_0 — расстояние между ядрами в молекуле).

Учитывая, что по порядку величины r_0 равно боровскому радиусу электрона $a_e = \hbar^2/m_e e^2$, получим:

$$B = \exp \left(-k \sqrt{\frac{M}{m_e}} \right) \quad (1,2)$$

(\hbar , e — сокращаются, k — численный множитель около 3—3,3). Таким образом, коэффициент проникновения через кулоновский барьер в обычных молекулах водорода согласно (1,2) крайне мал.

Подсчет вероятности ядерной реакции в молекуле HD дает для 1 м^3 жидкого HD 10^{-21} актов реакций в год. Любопытно вместе с тем заметить, что если бы расстояние между ядрами водорода было всего в 5—10 раз меньше, чем в молекуле водорода, то выход реакции мог бы составить вполне заметную величину. Например, в 1 кг дейтерия при давлении 600 млн. атм (которому соответствует плотность 80 г/см³ и среднее расстояние между частицами всего в два раза меньше, чем в молекуле H₂) должна наблюдаться одна реакция в минуту (см. часть II).

На первый взгляд кажется, что требуемое уменьшение расстояния между ядрами водорода может встретиться в каких-либо химических соединениях, однако в действительности во всех известных соединениях, содержащих водород, расстояние между ядрами водорода больше, чем в молекуле H₂. Таким образом, межатомные расстояния в обычных молекулах

слишком велики, чтобы выход подбарьерных ядерных реакций между изотопами водорода мог иметь хоть сколько-нибудь заметную величину.

Из формулы (1, 2) видно, что если бы химическую связь в молекуле водорода осуществлял не электрон, а частица со значительно большей массой, например мезон, то барьерный множитель был бы не столь мал и ядерная реакция могла бы осуществиться. Очевидно, что для этой цели годится только отрицательный, ядерно неактивный мезон, так как любой мезон, сильно взаимодействующий с ядрами (например, π^- или K^- -мезон), будет захвачен гораздо раньше, чем сможет вызвать ядерную реакцию. Из известных в настоящее время частиц речь может идти, таким образом, только о μ -мезонах. Основным процессом, определяющим время жизни μ -мезона, в водороде является его распад на электрон, нейтрино и антинейтрино:

$$\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu},$$

идущий с вероятностью $\lambda_0 = 0,45 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ (время жизни $2,22 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$).

Вероятность прямого ядерного захвата μ^- -мезона в водороде

$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu$$

составляет $10^{-3} - 10^{-4}$ от вероятности распада^{22,23}. Поэтому в дальнейшем мы не будем учитывать процесс захвата μ^- -мезона.

Как известно, попадая в вещество, μ^- -мезоны замедляются и за время, значительно меньшее их времени жизни, достигают $1s$ -состояния мезоатома. Особенностью мезоатома водорода в отличие от $\text{He}\mu$, $\text{Li}\mu$ и т. д. является его электронейтральность. Радиус боровской орбиты μ -мезоатома водорода $a_\mu = \hbar^2/m_\mu e^2 = 2,56 \cdot 10^{-11} \text{ см}$, что значительно меньше атомных размеров. Поэтому поведение в веществе мезоатомов водорода во многом аналогично поведению медленных нейтронов. Электронейтральность мезоводорода обуславливает ряд специфических эффектов, связанных с возможностью тесного сближения мезоатома водорода с другими ядрами. При сближении мезоатома водорода с ядром ($Z > 1$) возможен переход мезона на мезоатомную орбиту этого ядра с отдачей разницы в энергиях связи — протону. Такие переходы для π -мезонных атомов были обнаружены еще в опытах Пановского²⁴, наблюдавшего переход $p\pi + \text{Li} \rightarrow \text{Li}\pi + p$ в LiH . При столкновении мезоатома $p\mu$ с протонами возможен μ -мезонный обмен между протонами (что приводит, в частности, к указанной авторами полной деполяризации μ -мезонов в водороде)^{25,26}, а при наличии в водороде примеси дейтерия или трития возможен переход μ -мезона к этим изотопам, скажем, $p\mu + d \rightarrow d\mu + p$. Вследствие того, что присутствие мезона существенно уменьшает ширину кулоновского барьера, столкновение мезоатомов $d\mu$ с протонами или дейтронами может привести к ядерным реакциям (II—III). При этом реакция, вообще говоря, могла бы происходить как на лету, так и через образование мезомолекулярных ионов $p d\mu$, $d d\mu$. Можно заметить, однако, что вероятность реакции на лету значительно меньше, чем вероятность реакции из состояния мезомолекулы. Действительно, если отвлечься от существования кулоновского барьера, можно представить ядра в мезомолекуле запертыми в потенциальном ящике с размерами порядка боровского радиуса μ -мезона a_μ , в то время как при столкновении свободного мезоатома с ядрами число столкновений определяется средним расстоянием между ядрами вещества, т. е. $1/N^{1/3} \approx a_e$ (где N — число ядер в см^3 , a_e — боровский радиус электрона). Таким образом, вероятность ядерной реакции на лету должна, вообще говоря, составлять $(a_\mu/a_e)^3$ от вероятности реакции в мезомолекуле. (Более точные оценки будут приведены ниже.

Впервые на возможность ядерных реакций между изотопами водорода, связанными в мезомолекулу, указал Франк¹. Примечательно, что эта идея была высказана Франком в связи с опытами, в которых впервые были идентифицированы π - и μ -мезоны.

Как известно, до 1947 г. наблюдавшиеся в космических лучах π - и μ -мезоны принимались за одну и ту же частицу. В 1947 г. Поуэллом, Латтесом и Оккиалини были получены в фотопластинках несколько фотографий, на которых из точки остановки мезона выходил новый след, принадлежащий мезону с энергией около 5 $M\text{эв}$ (рис. 1). Эти случаи были интерпретированы Поуэллом, Латтесом и Оккиалини с помощью гипотезы о существовании двух типов мезонов; Поуэлл и др. указали, что первоначальный

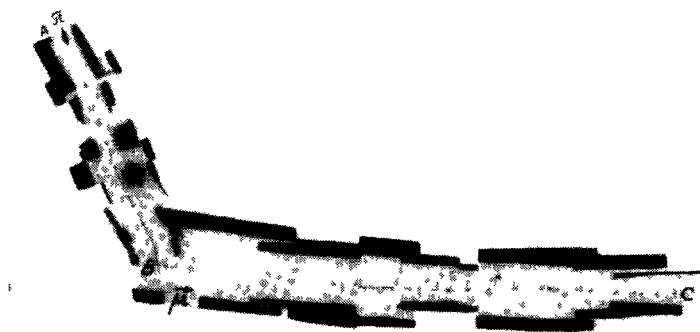


Рис. 1 Следы мезонов в фотоэмульсии, полученные Поуэллом, Латтесом и Оккиалини в 1947 г

след принадлежит π -мезону, распадающемуся после остановки на μ -мезон (с энергией около 5 $M\text{эв}$) и нейтральную частицу (нейтрино). Учитывая важность сделанного предположения, Франк рассмотрел различные другие возможности интерпретации фотографий Поуэлла и др. и, в частности, отметил, что если бы в фотопластинках могли образовываться мезомолекулы pd , то в них возможна была бы ядерная реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3$ с передачей энергии (5,4 $M\text{эв}$) мезону «внутренней конверсии». Однако Франк указал, что вероятность такого процесса в фотопластинках мала из-за ничтожного содержания дейтерия в природном водороде*) и совершенно правильно заключил, что указанные фотографии следует объяснять как распад $\pi \rightarrow \mu + \nu$.

В дальнейшем ядерные реакции, вызываемые μ^- -мезонами в жидком дейтерии, были рассмотрены А. Д. Сахаровым². В частности, им была рассмотрена реакция $d + d + \mu \rightarrow \text{He}_4 + \mu$ и оценено время жизни мезомолекулы $dd\mu$, как 10^{11} сек. Независимо в 1953 г. Я. Б. Зельдович пришел к выводу о возможности катализа ядерных реакций μ^- -мезонами и привел первые подробные оценки связанных с этим процессом явлений³. В работе³ было показано, что вероятность ядерной реакции на лету мала, а образование мезомолекулы практически всегда приводит к ядерной реакции. Были рассмотрены механизмы и приведена оценка вероятности образования мезомолекул. В работе³ было произведено также грубое определение уровней мезомолекул водорода и указано на возможность «резонанса», увеличивающего вероятности образования мезомолекул и ядерной реакции

*) В действительности процесс в фотопластинках невозможен не столько из-за малого содержания дейтерия, сколько из-за перехода μ^- -мезонов к ядрам с $Z > 1$.

на лету, в случае, когда мезомолекула обладает возбужденным уровнем с малой энергией связи. Появление дальнейших теоретических работ⁶⁻²¹ было стимулировано экспериментальным открытием μ -катализа.

§ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАБОТЫ В ОБЛАСТИ КАТАЛИЗА ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ μ -МЕЗОНАМИ

а) Опыты в Беркли⁴

Реакция $p+d \rightarrow \text{He}_3$, вызываемая μ^- -мезоном, была обнаружена впервые Альварецом и его сотрудниками⁴ при исследовании взаимодействий K -мезонов в жидководородной камере. Вместе с K -мезонами в камеру попало большое количество π - и μ -мезонов. Поскольку камера была помещена в магнитное поле

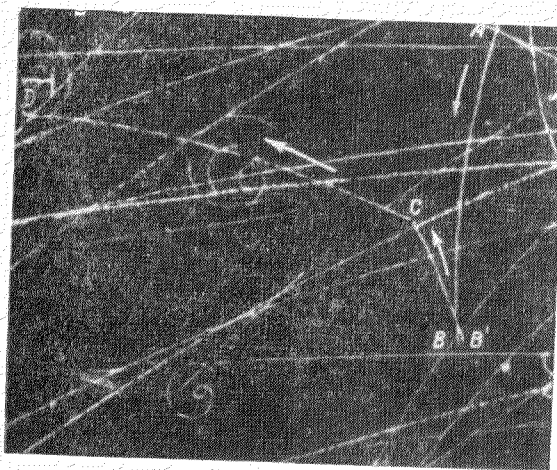


Рис. 2. Фотография, полученная в водородной пузырьковой камере Альварецом и др.⁴.

(11 000 *gauss*), μ -мезоны с пробегом, превышающим 10 см, могли быть надежно идентифицированы по кривизне их следа. Было прослежено около 2500 случаев остановок μ -мезонов в камере. Почти все они давали обычную картину $\mu \rightarrow e$ -распада. Однако в 15 случаях μ -мезон после остановки вновь приобретал энергию 5,4 *Мэв* (что соответствует пробегу в 1,7 см), причем начало вторичного следа нередко было отделено от конца первичного следа целью размерами до 1 мм (см. рис. 2). В конце вторичных следов наблюдались электроны (рис. 2) с

характерными для электронов $\mu \rightarrow e$ -распада энергиями. Это представляло дополнительное подтверждение того, что вторичный след принадлежит μ -мезону.

Учитывая, что в естественном водороде всегда имеется примесь дейтерия (в количестве 1/6000), авторы работы⁴ совершенно правильно заключили, что причиной, по которой μ -мезон приобретал после остановки энергию 5,4 *Мэв*, является ядерная реакция $p+d \rightarrow \text{He}_3$ в мезомолекуле $p d \mu$, т. е. процесс, описанный в предыдущем параграфе.

Последующие опыты, проведенные в водороде⁴, обогащенном дейтерием, подтвердили это предположение: с увеличением концентрации дейтерия выход реакции возрастал (см. табл. I). Был наблюден также один случай, когда μ -мезон вызвал ядерную реакцию дважды.

Существенно, что даже при наибольшей концентрации дейтерия было зарегистрировано всего лишь несколько случаев реакции $d+d \rightarrow p+t$, вызываемой μ -мезоном. Этот факт является экспериментальным доказательством того, что ядерная реакция происходит не на лету, а из состояния мезомолекулы. Действительно, поскольку внутренняя вероятность реакции $d+d$ в 10^6 раз больше, чем для реакции $p+d$ (см. § 5), то если бы ядерные реакции происходили на лету, число случаев $d+d$ реакции в обогащенном дейтерием водороде значительно превышало бы число случаев реакции $p+d$.

Таблица I

Выход реакции $p + d + \mu \rightarrow \text{He}_3 + \mu$ при различных концентрациях дейтерия

Концентрация дейтерия	Природный водород		0,3%		4,3%	
	по 4	по 4а	по 4	по 4а	по 4	по 4а
Число распадов $\mu \rightarrow e + \nu + \nu$. .	2541	2547	2959	5924	1269	1792
Число реакций $pd\mu \rightarrow \text{He}_3 + \mu$. .	15	18	57	139	32	45
Число случаев когда μ -мезон последовательно вызывал две ядерные реакции	0	0	1	3	0	0
Выход реакции в %	0,6	$0,7 \pm 0,2$	2	$2,3 \pm 0,2$	2,5	$2,5 \pm 0,4$

В опытах Альвареца и др. на первый взгляд представлялся удивительным тот факт, что реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3$ имеет заметную вероятность уже в естественном водороде при ничтожном содержании дейтерия. Обращала на себя внимание также своеобразная зависимость выхода ядерной реакции от концентрации дейтерия: как видно из таблицы I, выход реакции, возрастая с увеличением концентрации дейтерия, явно стремился к насыщению при концентрации порядка 1%. Как отмечалось в⁴, указанные особенности μ -катализа можно объяснить переманиванием μ -мезонов от протонов к дейтронам, учитывая, что из-за различия в приведенных массах μ -мезон в атоме $d\mu$ имеет энергию связи на 135 эв больше, чем в атоме $p\mu$. Действительно, уже первые оценки, приведенные в работе Зельдовича и Сахарова⁶, подтвердили это предположение и позволили объяснить зависимость выхода реакции от концентрации дейтерия (см. также^{7,8}). Переход μ -мезона от протона к дейтрону позволяет также объяснить наличие «щели» между концом первоначального следа μ -мезона и началом следа μ -мезона, конвертированного в реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3$ (см. рис. 2). Существование щели связано с пробегом нейтрального атома $d\mu$, который приобретает энергию в результате перезарядки. Подобного типа «щель» наблюдается также между точкой остановки μ -мезона в водородной камере и электроном $\mu \rightarrow e$ -распада. Опыты^{4,4а} в водороде, обогащенном дейтерием, показывают, что при малых концентрациях дейтерия частота, с которой наблюдается «щель» в $\mu \rightarrow e$ -распаде, растет с ростом концентрации дейтерия. (При концентрации дейтерия в 4,3% «щели», однако, не наблюдаются. Обсуждение этого вопроса см. в § 4.) По частоте появления «щели» в работе^{4а} была измерена вероятность перехода μ -мезона от протона к дейтрону. Эта вероятность в природном водороде составляет $(0,55 \pm 0,29)$, а при концентрации дейтерия 0,3% : $(0,76 \pm 0,16)$.

б) Опыты в Ливерпуле⁵

В опытах с пузырьковой камерой могли быть зарегистрированы лишь те акты реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3$, в которых энергия реакции была отдана μ -мезону конверсии. Представлялось несомненным, однако, что реакция $p + d$, вызываемая μ -мезоном, может идти также с отдачей энергии γ -кванту. Катализ μ -мезонами ядерной реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ был экспериментально изучен в работе⁵. Необходимо отметить, что измерение выхода γ радиации при μ -катализе представляет в экспериментальном отношении

довольно сложную задачу ввиду наличия большого фона. Надежность детектирования γ -квантов от реакции $p+d$ обеспечивалась тем, что: 1) измерения проводились для водородной мишени как без обогащения дейтерием, так и с обогащением до концентрации 1,8% (которая соответствует согласно⁴ насыщению реакции); 2) детектировались γ -кванты в области энергий от 3 Мэв до 7,5 Мэв, т. е. вблизи энергий γ -квантов от реакции $p+d \rightarrow \text{He}_3$ (5,4 Мэв); 3) измерялось распределение γ -квантов по времени от момента попадания μ -мезона в водородную мишень.

Общая схема установки, использованной в работе⁵, показана на рис. 3. Счетчик 4 был включен в схему антисовпадений со счетчи-

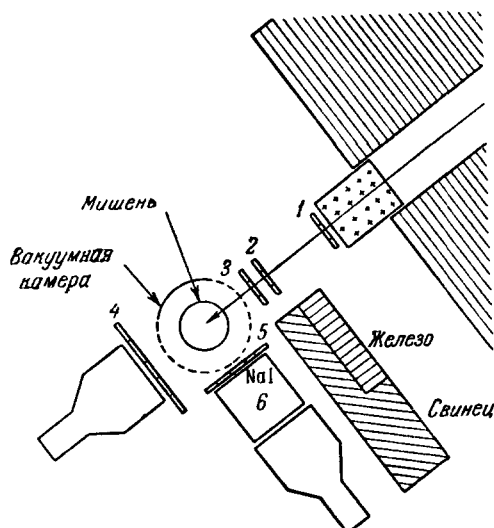


Рис. 3. Общая схема установки в опытах⁵.

ками 1, 2, 3, а счетчик 5 — в антисовпадение со счетчиком 6. Срабатывание системы 1234, означавшее, что заряженная частица остановлена внутри водородной мишени, являлось началом отсчета времени для срабатывания системы 56, детектирующей незаряженную частицу (γ -квант). (В отсутствии счетчика 5 на описанной установке можно было измерять временное распределение электронов $\mu \rightarrow e$ -распада. Эти измерения проводились для проверки аппаратуры и определения числа μ -мезонов, останавливающихся в мишени.)

Полученное таким образом временное распределение квантов приведено на рис. 4. Сравнение рис. 4, а и рис. 4, б, на которых представлено временное распре-

деление γ -квантов после попадания мезона соответственно в естественный водород и водород, обогащенный до 1,8% дейтерием, показывает с несомненностью, что регистрируются γ -кванты от реакции $p+d \rightarrow \text{He}_3$.

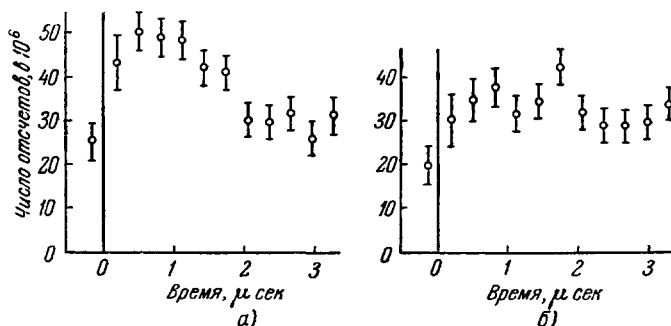


Рис. 4. Временной ход γ -квантов после остановки μ -мезонов в мишени:

а) для случая водорода, обогащенного дейтерием (1,8%); б) для природного водорода.

Временной ход γ -квантов на рис. 4, а (после вычета фона) весьма напоминает временной ход активности дочернего продукта радиоактивного распада, когда имеется радиоактивная цепочка с двумя различными временами жизни. Эта аналогия не является случайной, так как

временное распределение γ -квантов при μ -катализе (для концентраций дейтерия, при которых наступило насыщение выхода реакции $p+d$) определяется как вероятностью процесса $p+d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$, происходящего в мезомолекуле $p d \mu$, так и вероятностью процессов образования самих мезомолекул $p d \mu$. Экспериментально обнаруживается существование двух процессов: «быстрого» и «медленного», вероятности которых (после вычитания вероятности $\mu \rightarrow e$ -распада) соответственно

$$0,19 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1} < \lambda_{\text{медл}} < 0,88 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}, \quad (2,1)$$

$$0,55 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1} < \lambda_{\text{быстр}} < 2 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}. \quad (2,2)$$

При этом оказывается, что на основании одних только экспериментальных данных нельзя определить, какой из этих процессов относится к образованию мезомолекул, а какой к ядерной реакции в мезомолекуле. Абсолютный выход γ -квантов на один остановившийся μ -мезон согласно измерениям ⁵ составляет

$$Y_\gamma = 0,34 \pm 0,06. \quad (2,3)$$

Сопоставляя это значение с результатом опытов Альвареса и др. (см. табл. I), авторы работы ⁵ определили коэффициент конверсии μ -мезона при реакции $p+d \rightarrow \text{He}_3$ в мезомолекуле

$$\alpha = 0,066 \pm 0,014. \quad (2,4)$$

Теория катализа ядерных реакций μ -мезонами будет дана в § 3—5. При этом представляется целесообразным рассмотреть отдельно мезомолекулярные процессы в водороде (§ 4), а затем уже ядерную реакцию в мезомолекулах (§ 5).

§ 3. КИНЕТИКА КАТАЛИЗА ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ μ -МЕЗОНАМИ В ВОДОРОДЕ

Рассмотрим поведение μ -мезонов в жидком водороде, содержащем незначительную примесь дейтерия (совершенно аналогично можно рассмотреть поведение μ -мезонов в любой другой смеси, состоящей из легкого изотопа водорода с малой примесью тяжелого изотопа; например, в водороде или дейтерии, обогащенном тритием).

Катализ ядерных реакций μ -мезонами в водороде связан с протеканием целого ряда процессов. Главными из этих процессов являются:

1) *Образование мезоатомов $p\mu$* (включая процессы замедления μ -мезонов в водороде, захват на высокие уровни мезоатома и переход в 1 s -состояние). Все указанные процессы происходят за время значительно меньшее, чем время жизни μ -мезона, и поэтому можно считать, что образование мезоатомов происходит мгновенно. (Согласно Вайтману ²⁷, в водороде при 20° К при нормальном давлении для замедления μ -мезона с энергией 10 *Мэв* до 100 *Кэв* требуется время порядка 10^{-9} сек, для дальнейшего снижения скорости и захвата молекулами водорода 10^{-12} сек, для каскадного перехода на K -орбиту 10^{-10} сек.) Так как концентрация тяжелого изотопа предполагается малой ($c \ll 1$), числом мезоатомов тяжелого изотопа, образованных на первой стадии процесса, можно пренебречь. В дальнейшем нейтральный мезоатом $p\mu$ может участвовать в процессах 2) и 3).

2) *Образование мезомолекул $p p \mu$* . Заметим, что μ -мезон образовавший мезомолекулу $p p \mu$, изымается из участия в процессе катализа. Действительно, система $p p \mu$ уже не является электронейтральной, поэтому тесное сближение с другими ядрами и переход к ним μ -мезона невозможен. В самой же мезомолекуле $p p \mu$ ядерная реакция за время жизни мезона произойти не может ввиду чрезвычайной малости вероятности реакции $p+p \rightarrow d+e^++\nu$ (см. § 1); таким образом, в мезомолекуле μ -мезон гибнет в результате μ -распада.

3) *Переход μ -мезона от протона к дейтрону.* Очевидно, что вероятность этого процесса пропорциональна концентрации дейтерия, однако, как будет показано ниже, уже при концентрации $s \approx 1\%$ вероятность перехода значительно больше вероятности всех других конкурирующих процессов. Необходимо отметить также, что процесс перехода μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому вследствие различия в приведенных массах μ -мезона является необратимым. Действительно, поскольку энергия связи μ -мезона на K -орбите тяжелого изотопа больше, чем у легкого (см. табл. II), обратная перезарядка в условиях жидкого водорода невозможна по энергетическим причинам.

4) *Образование мезомолекул $p\mu$ и $d\mu$.* Мезоатом дейтерия, получившийся после перезарядки, довольно быстро замедляется в результате упругих столкновений с ядрами вещества и может образовывать в дальнейшем мезомолекулы $p\mu$ или $d\mu$. (Последний процесс, однако, менее вероятен при малых концентрациях дейтерия.)

Образование мезомолекул $p\mu$ могло в принципе происходить и при столкновении мезоатома $p\mu$ с дейтроном. Однако в этом случае значительно более вероятным является конкурирующий процесс — переход μ -мезона от протона к дейтрону и поэтому возможностью образования мезомолекул $p\mu$ при столкновениях $p\mu + d$ можно пренебречь*).

5) *Ядерные реакции в мезомолекулах.* В образовавшихся мезомолекулах водорода могут подбарьерно происходить ядерные реакции. При этом помимо каналов реакций, указанных во Введении, возможны другие каналы. Например, энергия реакции может быть отдана μ -мезону конверсии, пойти на образование электронно-позитронных пар и т. д. Во всех случаях, когда в результате реакции μ -мезон оказывается свободным (или связанным в мезоатоме водорода), он может вновь участвовать в процессе катализа. В тех же случаях, когда μ -мезон оказывается захваченным на образующееся в реакции ядро гелия, он изымается из процесса катализа, поскольку мезоатом $He\mu$ уже не является электронейтральным и поэтому не может ни образовывать мезомолекулы с другими ядрами, ни передавать μ -мезон ядрам водорода (см. § 6).

Со всеми рассмотренными выше процессами конкурирует распад μ -мезона: $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$, идущий с вероятностью $\lambda_0 = 0,45 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$.

Наблюдаемая на опыте зависимость выхода ядерной реакции $p + d$, вызываемой μ -мезоном, от концентрации дейтерия⁴ определяется мезомолекулярными процессами²⁻⁴, предшествующими ядерной реакции^{6,7,8}. Если обозначить вероятности в единицу времени процессов:

$$p\mu + d \rightarrow d\mu + p \quad \text{через} \quad \lambda_{ec}, \quad (3,1)$$

$$p\mu + p \rightarrow pp\mu \quad \text{через} \quad \lambda_{pp}, \quad (3,2)$$

$$d\mu + p \rightarrow pd\mu \quad \text{через} \quad \lambda_{pd}, \quad (3,3)$$

$$d\mu + d \rightarrow dd\mu \quad \text{через} \quad \lambda_{dd}, \quad (3,4)$$

(где s — концентрация дейтерия), то при $s \ll 1$ отношение числа мезоатомов $d\mu$, возникающих в результате перезарядки (3.1), к общему числу μ -мезонов, остановленных в камере, равно

$$Y_{d\mu} = \frac{\lambda_{ec}}{\lambda_0 + \lambda_{pp} + \lambda_{ec}}, \quad (3,5)$$

*) Тот факт, что вероятность перезарядки $p\mu + d \rightarrow d\mu + p$ значительно больше вероятности образования мезомолекулы $p\mu$, качественно вполне понятен, так как при образовании мезомолекулы необходимо отдать энергию связи мезомолекулы какой-либо третьей частице (фотону или электрону конверсии), тогда как при перезарядке разница в энергиях связи уносится самими взаимодействующими атомами.

а число образующихся мезомолекул $pd\mu$ и $dd\mu$ (в расчете на один μ -мезон) соответственно равно

$$Y_{pd\mu} = \frac{\lambda_e c}{\lambda_0 + \lambda_{pp} + \lambda_e c} \cdot \frac{\lambda_{pd}}{\lambda_0 + \lambda_{pd}}, \quad (3,6)$$

$$Y_{dd\mu} = \frac{\lambda_e c}{\lambda_0 + \lambda_{pp} + \lambda_e c} \cdot \frac{\lambda_{dd} \cdot c}{\lambda_0 + \lambda_{pd}}. \quad (3,7)$$

При выводе (3,6) и (3,7) сделано предположение, которое подтверждается соответствующим расчетом (см. § 4), что $\lambda_e \gg \lambda_{pp}$, λ_{pd} , λ_{dd} , а $\lambda_{dd}c \ll \lambda_{pd}$.

Пусть в мезомолекуле $pd\mu$ вероятности в единицу времени ядерных реакций $p + d \rightarrow \text{He}_3$ с испусканием γ -кванта и передачей энергии μ -мезону соответственно равны λ_1 и λ_2 , тогда выходы γ -квантов (Y_γ) и μ -мезонов конверсии (Y_μ) на один μ -мезон (с учетом того, что конвертированный мезон может вновь участвовать в процессе катализа) определяются из выражений:

$$\frac{Y_\gamma}{1 + Y_\mu} = Y_{pd\mu} \frac{\lambda_1}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}, \quad \frac{Y_\mu}{1 + Y_\mu} = Y_{pd\mu} \frac{\lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}. \quad (3,8)$$

Поскольку, однако, из эксперимента известно, что $Y_\mu \ll 1$, можно приближенно записать*):

$$Y_\gamma = Y_{pd\mu} \frac{\lambda_1}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}, \quad Y_\mu = Y_{pd\mu} \frac{\lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}. \quad (3,9)$$

Зависимость Y_μ от концентрации дейтерия определяется множителем (3,5). Согласно (3,5), (3,6) и (3,9) $1/Y_\mu$ при малых концентрациях дейтерия линейно зависит от $1/c$:

$$1/Y_\mu = A + B/c, \quad (3,10)$$

где

$$\frac{1}{A} = \frac{\lambda_{pd}}{\lambda_0 + \lambda_{pd}} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}, \quad (3,11)$$

$$\frac{B}{A} = \frac{\lambda_0 + \lambda_{pp}}{\lambda_e}, \quad (3,12)$$

Экспериментальные результаты Альвареса и др. удовлетворительно описываются формулой (3,10), например с $A = 39$; $B = 0,016$ (см. таблицу Ia),

$$B/A \approx 4 \cdot 10^{-4}. \quad (3,13)$$

Погрешности лежат внутри статистических ошибок.

Из (3,10) видно, что при

$$c \gg \frac{B}{A} = \frac{\lambda_0 + \lambda_{pp}}{\lambda_e} \quad (3,14)$$

*) Следует отметить, что в (3,8) и (3,9) ядерная реакция в мезомолекуле $pd\mu$ описывается несколько упрощенно. В действительности (см. § 5) ядерная реакция происходит независимо из четырех различных спиновых состояний мезомолекулы $pd\mu$ с характерными для каждого из этих состояний вероятностями испускания γ -кванта (λ_{1s}) и μ -мезона конверсии (λ_{2s}).

Таким образом в (3,8) и (3,9) следовало бы заменить:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2} \rightarrow \sum_S c_S \frac{\lambda_{1s}}{\lambda_0 + \lambda_{1s} + \lambda_{2s}}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2} \rightarrow \sum_S c_S \frac{\lambda_{2s}}{\lambda_0 + \lambda_{1s} + \lambda_{2s}},$$

где c_S — вероятность образования мезомолекулы в данном спиновом состоянии S .

Таблица Ia

Число случаев реакции $p + d + \mu \rightarrow \text{He}_3 + \mu$, которое должно было бы наблюдаться в опытах ^{4a} согласно формуле $1/Y_\mu = A + B/C$ (см. таблицу 1)

Концентрация дейтерия	Природный водород 1/6000	0,3%	4,3%
$1/Y = A + B/c$ $A=39, B=0,016$	19	137	47
Эксперимент ^{4a}	18	139	45

выход реакции перестает зависеть от концентрации дейтерия — наступает насыщение реакции. Физически это вполне понятно, так как при выполнении (3,14) процесс перехода μ -мезона от протона к дейтрону становится значительно вероятнее конкурирующих с ним процессов образования мезомолекул $p\mu$ и $\mu \rightarrow e$ -распада. Таким образом, при указанных концентрациях дейтерия практически все μ -мезоны переходят к дейтронам ($Y_{d\mu} \approx 1$) и выход реакции не меняется при дальнейшем увеличении концентрации дейтерия. Существенно заметить, что поскольку $\lambda_e \gg (\lambda_0 + \lambda_{pp})$ (см. 3,13), условие (3,14) может выполняться уже при очень малых концентрациях дейтерия $c \ll 1$.

Абсолютный выход реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ в условиях насыщения ($Y_{d\mu} \approx 1$), измеренный в работе ⁵, позволяет сделать некоторые оценки вероятности образования мезомолекул $p d \mu$ и вероятности ядерной реакции в мезомолекуле. Согласно (2,3), (3,6) и (3,9)

$$\frac{\lambda_{pd}}{\lambda_0 + \lambda_{pd}} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2} \approx \frac{1}{3}, \quad (3,15)$$

откуда

$$\frac{\lambda_{pd}}{\lambda_0 + \lambda_{pd}} > \frac{1}{3} \quad \text{и} \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2} > \frac{1}{3},$$

т. е.

$$\lambda_{pd} > \frac{\lambda_0}{2}, \quad (3,16)$$

$$\lambda_1 > \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3,17)$$

Экспериментальные данные дают также возможность оценить вероятность образования мезомолекул $dd\mu$. Как указывалось еще в работах ^{2, 3}, образование мезомолекул $dd\mu$ приводит практически всегда к ядерной реакции (см. § 5). Таким образом, выход реакции $d + d$, вызываемой μ -мезоном, целиком определяется выражением (3,7). В работе ⁴ указано, что в условиях насыщения реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3$ (т. е. при $Y_{d\mu} \approx 1$) наблюдалось несколько реакций $d + d \rightarrow t + p$. Если под словом «несколько» понимается $v = 3 \div 4$, то, используя данные таблицы I при $c = 4,3\%$ и формулу (3,7), имеем:

$$\frac{\lambda_{dd}}{\lambda_0 + \lambda_{pa}} = \frac{v}{1260 \cdot 0,043} = 0,05 \div 0,08. \quad (3,18)$$

Принимая во внимание (3,16), легко заключить, что на основании экспериментальных данных вероятность образования мезомолекул $dd\mu$

значительно меньше, чем вероятность образования $p\bar{d}\mu$. (Возможно, впрочем, что вероятность $d + d$ реакции в действительности несколько больше, чем это следует из данных ⁴, так как в условиях жидководородной камеры, использованной в ⁴, не могли быть, по-видимому, надежно замечены случаи реакции $d + d \rightarrow \text{He}_3 + n$.)

Дадим теперь феноменологическое описание изученной в ⁵ зависимости выхода γ -квантов реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ от времени.

Будем считать, для простоты, что ядерная реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ в мезомолекуле $p\bar{d}\mu$ характеризуется определенной вероятностью λ_1 (в действительности, ядерная реакция происходит независимо из четырех различных спиновых состояний мезомолекулы с характерной для каждого из этих состояний вероятностью (см. примечание на стр. 592).

Пусть n_d , n_{pd} , n_γ — соответственно число мезоатомов дейтерия, мезомолекул $p\bar{d}\mu$ и γ -квантов, испущенных к моменту t . Тогда в условиях насыщения (3,15) (считая, что процесс образования мезоатомов $\bar{d}\mu$ происходит бесконечно быстро) можно записать уравнения:

$$\frac{dn_d}{dt} = -(\lambda_0 + \lambda_{pd}) n_d, \quad (3,19)$$

$$\frac{dn_{pd}}{dt} = \lambda_{pd} n_d - (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2) n_{pd}, \quad (3,20)$$

$$\frac{dn_\gamma}{dt} = \lambda_1 n_{pd}. \quad (3,21)$$

(В уравнениях (3,19) — (3,21) пренебрегается для простоты образованием мезомолекул $d\bar{d}\mu$ и возможностью возвращения в цикл мезона, вызвавшего реакцию $p + d$.) Из этих уравнений легко найти, что выход γ -квантов в единицу времени на один мезон равен:

$$\frac{dn_\gamma}{dt} = \frac{\lambda_1 \lambda_{pd}}{(\lambda_y - \lambda_x)} \{ \exp(-\lambda_x t) - \exp(-\lambda_y t) \}, \quad (3,22)$$

где

$$\lambda_x = \lambda_0 + \lambda_{pd}, \quad \lambda_y = \lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2. \quad (3,23)$$

Измеренные в работе ⁵ вероятности «быстрого» и «медленного» процесса (см. (2,1) и (2,2)) получаются вычитанием из λ_x и λ_y вероятности λ_0 распада $\mu \rightarrow e$. Поскольку, однако, формула (3,22) симметрична относительно λ_x и λ_y , экспериментально, как это уже отмечалось, нельзя решить, какой процесс является более «быстрым»: образование мезомолекул $p\bar{d}\mu$ или ядерная реакция в мезомолекуле.

§ 4. МЕЗОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ВОДОРОДЕ

В настоящем параграфе будут рассмотрены различные мезомолекулярные процессы в водороде, которые существенны для протекания ядерных реакций, вызываемых μ -мезонами. Главными из этих процессов являются переходы μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому и образование мезомолекул. Ряд оценок, связанных с этими процессами, содержится в работах ^{3,6-8,13-20}; в дальнейшем изложении мы будем придерживаться работ ¹⁷.

а) Адиабатическое приближение

Как известно, при расчете обычных молекулярных процессов с успехом применяется так называемое адиабатическое приближение, справедливость которого основана на малости отношения массы электрона к массе ядер. Ввиду малости указанного отношения считается, что электроны

адиабатически следуют за движением ядер. Соответственно этому волновая функция молекулы ищется в виде произведения функции, описывающей движение ядер, на функцию, описывающую движение электронов при фиксированных расстояниях между ядрами.

Решая уравнение Шредингера для электронов при неподвижно закрепленных ядрах, определяют волновую функцию электронов. Найденная при этом энергия электронов зависит от расстояния между ядрами как от параметров и вместе с кулоновской энергией ядер представляет эффективную потенциальную энергию взаимодействия между ядрами в молекуле. Решая затем уравнение Шредингера для ядер, находят вращательные и колебательные уровни молекулы.

Так, например, волновая функция молекулярного иона H_2^+ в адиабатическом приближении равна:

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \Phi_n(\mathbf{R}) \chi_n(R, \mathbf{r}), \quad (4,1)$$

где \mathbf{r} , \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 — соответственно координаты электрона и ядер, $R = |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1|$, причем электронные термы определяются из уравнения Шредингера*)

$$\left(-\frac{1}{2} \Delta_{\mathbf{r}} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R} \right) \chi_n(R, \mathbf{r}) = E_n(R) \chi_n(R, \mathbf{r}), \quad (4,2)$$

где $r_1 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_1|$, $r_2 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_2|$, а соответствующая им волновая функция движения ядер из уравнения

$$\left\{ -\frac{1}{2M_{12}} \Delta_{\mathbf{R}} + E_n(R) \right\} \Phi_n(\mathbf{R}) = E \Phi_n(\mathbf{R}), \quad (4,3)$$

где M_{12} — приведенная масса ядер.

Решения уравнения (4,2) изучались многими авторами и хорошо известны (см. библиографию в работе²⁹). Решениями (4,2), дающими при разведении ядер электрон на k -орбите одного из ядер, являются согласно молекулярным обозначениям функции $\Sigma_g(R, \mathbf{r})$ и $\Sigma_u(R, \mathbf{r})$. (Σ означает равную нулю проекцию момента на ось молекулы; g — четное (gerade), u — нечетное (ungerade) состояние относительно перестановки ядер.)

При $R \rightarrow \infty$

$$\Sigma_g \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi(r_1) + \psi(r_2)), \quad \Sigma_u \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi(r_1) - \psi(r_2)), \quad (4,4)$$

где $\psi(r)$ — волновая функция атома водорода в состоянии $1s$

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-r}. \quad (4,5)$$

При $R \rightarrow 0$ Σ_g и Σ_u переходят в волновые функции иона He^+ соответственно для $1s$ - и $2p$ -состояния. Потенциал $E_u(R)$ в состоянии Σ_u отвечает отталкиванию между ядрами, в то время как для состояния Σ_g потенциал $E_g(R)$ имеет минимум при $R \approx 2$, глубина которого (относительно значения на бесконечности) составляет приблизительно 0,1 атомной единицы. Таким образом, связанная молекула может образоваться лишь в состоянии Σ_g (мы не рассматриваем образование молекул для возбужденных электронных состояний).

Если для мезомолекул водорода использовать адиабатическое приближение в качестве нулевого приближения, то уравнение для μ -мезона

*) В атомных единицах $\hbar=1$, $e=1$, $m_e=1$.

в поле неподвижных ядер (в мезоатомных единицах $m_\mu = 1$, $\hbar = 1$, $e = 1$) в точности совпадает с уравнением (4,2) для молекулярного иона H_2^+ . Таким образом, в нулевом приближении мезомолекулярные потенциалы получаются из потенциалов молекулярного иона H_2^+ простым преобразованием подобия.

Поскольку m_μ/m_e равно 207, глубина потенциальной ямы $E_g(R)$ в минимуме составит около 580 эв, а равновесное расстояние между ядрами приблизительно $2a_\mu = 5 \cdot 10^{-11}$ см. Необходимо отметить, что при этом для колебательных и вращательных уровней мезомолекулы уже не будет подобия с соответствующими уровнями молекулярного иона H_2^+ . Величины колебательных и вращательных квантов, отношение которых к расстоянию между электронными уровнями составляет для обычных молекул по порядку величины $(m_e/M_{12})^{1/2}$ и (m_e/M_{12}) , в случае мезомолекул сравнимы с глубиной потенциальной ямы. Таким образом, мезомолекулы водорода, в отличие от H_2^+ , имеют всего один-два вращательных и колебательных уровня.

Приведенное выше рассмотрение носит по существу качественный характер, поскольку для мезомолекул отношение массы μ -мезона к массе ядер не столь мало, как для электронов, и применение адиабатического приближения значительно менее обосновано, чем для обычных молекул. Оказывается, что для мезомолекул (в особенности состоящих из разных изотопов) адиабатическое приближение недостаточно для рассмотрения ряда процессов (например, перезарядки, рассеяния мезоатомов и др.). Поэтому в следующем пункте будет произведено некоторое уточнение адиабатического приближения.

б) Уточнение адиабатического приближения для мезомолекул водорода¹³⁻²¹

Необходимость уточнения адиабатического приближения в случае мезомолекул с различными ядрами связана прежде всего с величиной поправки, учитывающей движение ядер в изолированных мезоатомах. При $R \rightarrow \infty$ потенциалы $E_g(R)$ и $E_u(R)$ стремятся к значению энергии 1s-уровня изолированного мезоатома с неподвижным ядром, т. е.

$$E_g(\infty) = E_u(\infty) = -\frac{1}{2}. \quad (4,6)$$

Учет движения ядер при $R \rightarrow \infty$ должен привести к тому, что энергия их относительного движения будет отсчитываться от 1s-уровня изолированного мезоатома, т. е. от $E_0 = -\frac{m_\mu^*}{2}$, где m_μ^* — приведенная масса μ -мезона для ядра с массой M :

$$m_\mu^* = \frac{M}{M+1} \approx 1 - \frac{1}{M} \quad (M \gg 1).$$

Таким образом, поправки к адиабатическому приближению составляют при $R \rightarrow \infty$ по порядку величины $\frac{1}{M}$ от «большой» (по сравнению с молекулярными уровнями) энергии мезоатомных уровней. Для мезомолекулы, состоящей из различных ядер, разность между уровнями мезоатомов по порядку величины сравнима с величиной самих молекулярных потенциалов $E_g(R)$ и $E_u(R)$ (напомним, что величина $E_g(R)$ в минимуме составляет 0,1). Поэтому в этом случае приближение (4,1) незаконно, и для описания относительного движения мезоатома уже в нулевом приближении необходимы две функции.

Действительно, при $R \rightarrow \infty$ волновая функция системы должна иметь вид:

$$\Psi \approx A(\mathbf{R}) \psi_a(r_1) + B(\mathbf{R}) \psi_b(r_2), \quad (4,7)$$

где функция $A(\mathbf{R})$ описывает движение 2-го ядра относительно мезоатома 1-го ядра, а $B(\mathbf{R})$ — движение 1-го ядра относительно мезоатома 2-го ядра; $\psi_a(r_1)$ и $\psi_b(r_2)$ — волновые функции μ -мезона соответственно 1-го и 2-го ядер. При заданной полной энергии системы E кинетическая энергия относительного движения в состояниях ψ_a и ψ_b различна и равна соответственно $(E - E_1^0)$ и $(E - E_2^0)$, где E_1^0 и E_2^0 — уровни энергии 1-го и 2-го мезоатомов

$$E_1^0 = -\frac{1}{2} \frac{1}{1+1/M_1}, \quad E_2^0 = -\frac{1}{2} \frac{1}{1+1/M_2}. \quad (4,8)$$

Имея в виду поведение волновой функции при $R \rightarrow \infty$ (см. (4,7)) и учитывая (4,4), следует искать в нулевом приближении волновую функцию системы в виде:

$$\Psi = G(\mathbf{R}) \Sigma_\eta(\mathbf{R}, \mathbf{r}) + H(\mathbf{R}) \Sigma_u(\mathbf{R}, \mathbf{r}), \quad (4,9)$$

где функции $G(\mathbf{R})$ и $H(\mathbf{R})$ связаны при $R \rightarrow \infty$ с функциями $A(\mathbf{R})$ и $B(\mathbf{R})$ соотношениями*):

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \{G + H\}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}} \{G - H\}. \quad (4,10)$$

Как показано в Приложении 1, выбор Ψ в виде (4,9) позволяет уточнить адиабатическое приближение с точностью до членов $1/M$. Для функций $G(\mathbf{R})$ и $H(\mathbf{R})$ (соответственно для $A(\mathbf{R})$ и $B(\mathbf{R})$, определенных согласно (4,10)) получается система из двух связанных уравнений, которая может быть решена численно.

Пусть для определенности $M_2 > M_1$, т. е. $E_1^0 > E_2^0$, тогда в зависимости от полной энергии E возможны три типа движений:

а) При $E > E_1^0 > E_2^0$ движение инфинитно, причем μ -мезон может находиться как у тяжелого, так и у легкого ядра. Именно в этой области энергий происходит переход μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому.

б) При $E_1^0 > E > E_2^0$ движение также инфинитно, однако μ -мезон может находиться только у более тяжелого изотопа. В этой области энергий при столкновении мезоатома более тяжелого изотопа с ядрами более легкого происходит упругое рассеяние или образование мезомолекул.

в) При $E < E_2^0 < E_1^0$ движение finito, возможные значения E образуют дискретный спектр, соответствующий уровням мезомолекулы. Как указано в Приложении 1, для приближения (4,9) по-прежнему сохраняется классификация уровней на вращательные и колебательные.

Прежде чем переходить к изучению процессов, происходящих в указанных областях энергии E , отметим особые свойства системы, состоящей из μ -мезона и двух одинаковых ядер ($M_1 = M_2 = M$). Гамильтониан такой системы симметричен относительно обоих ядер. Поэтому волновая функция системы не может содержать одновременно состояния Σ_η и Σ_u , симметрия которых относительно перестановки ядер различна. Соответственно этому в нулевом приближении можно воспользоваться адиабатическим приближением (4,1) (где χ_n есть либо Σ_η , либо Σ_u). Поправки к адиабатическому приближению (4,1) приводят к смещению потенциальных кривых $E_\eta(R)$ и $E_u(R)$ так, что значения эффективных потенциалов при

*) Отметим, что выбор (4,9) автоматически обеспечивает неподвижность центра тяжести системы, поскольку Ψ зависит только от разности координат частиц.

$R \rightarrow \infty$ с точностью $1/M$ стремятся к уровню энергии изолированного мезоатома E^0 (а не к $-1/2$, как это имеет место в нулевом приближении) и, кроме того, изменяют форму потенциальных кривых при конечных R^*) (см. рис. 6).

Таким образом, для одинаковых ядер рассмотрение молекулярных процессов существенно упрощается, так как вместо системы связанных уравнений (1П,3) необходимо решать

два независимых уравнения типа (4,3). Поскольку к тому же эффективные потенциалы взаимодействия могут быть аппроксимированы простыми функциями, в этом случае представляется возможным дать аналитическое решение (см. Приложение 2).

Ниже мы приведем основные данные, касающиеся уровней мезомолекул и вероятностей различных мезомолекулярных процессов.

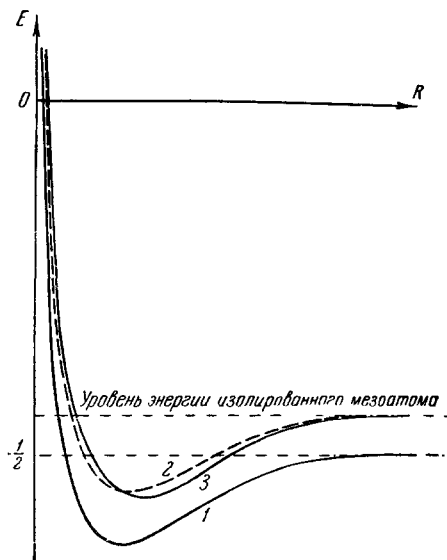


Рис. 6. 1—потенциальная энергия взаимодействия ядер $E_g(R)$ в адиабатическом приближении; 2—потенциальная энергия с учетом приведенной массы в изолированном мезоатоме; 3—потенциальная энергия с учетом динамических поправок к адиабатическому приближению.

за. Соответствующие волновые функции могут быть заданы аналитически (Приложение 2). Для мезомолекул с различными ядрами в качестве нуле-

в) Уровни мезомолекул

В таблице II приведены уровни мезомолекул, вычисленные в работах ^{14,17-19}. Уровни мезомолекул с одинаковыми ядрами вычислялись в ¹⁴ с помощью аппроксимации эффективных потенциалов взаимодействия функцией Морза.

На рис. 7 представлены потенциальные кривые для мезомолекул с одинаковыми ядрами (с учетом динамических поправок к адиабатическому приближению) и значения аппроксимирующих потенциалов Морза.

Таблица II

Энергия 1s-уровня мезоатомов водорода (в эв)

Для бесконечно тяжелого ядра	$p\mu$	$d\mu$	$t\mu$
2800	2531	2666	2714

вого приближения в ¹⁴ было взято адиабатическое приближение $\Psi = G\Sigma_u$ (без учета состояния Σ_u). Поправки к адиабатическому приближению (с точностью до $1/M$) приводят к тому, что кривая эффективной потенциальной энергии взаимодействия между ядрами при $R \rightarrow \infty$ лежит посредине между уровнями изолированных мезоатомов (4,8) (см. рис. 8, а и б). Уровни энергии, вычисленные в этом приближении, неплохо совпадают со

*) Для обычных молекул H_2^+ поправки к адиабатическому приближению рассмотрены в работе ³⁰.

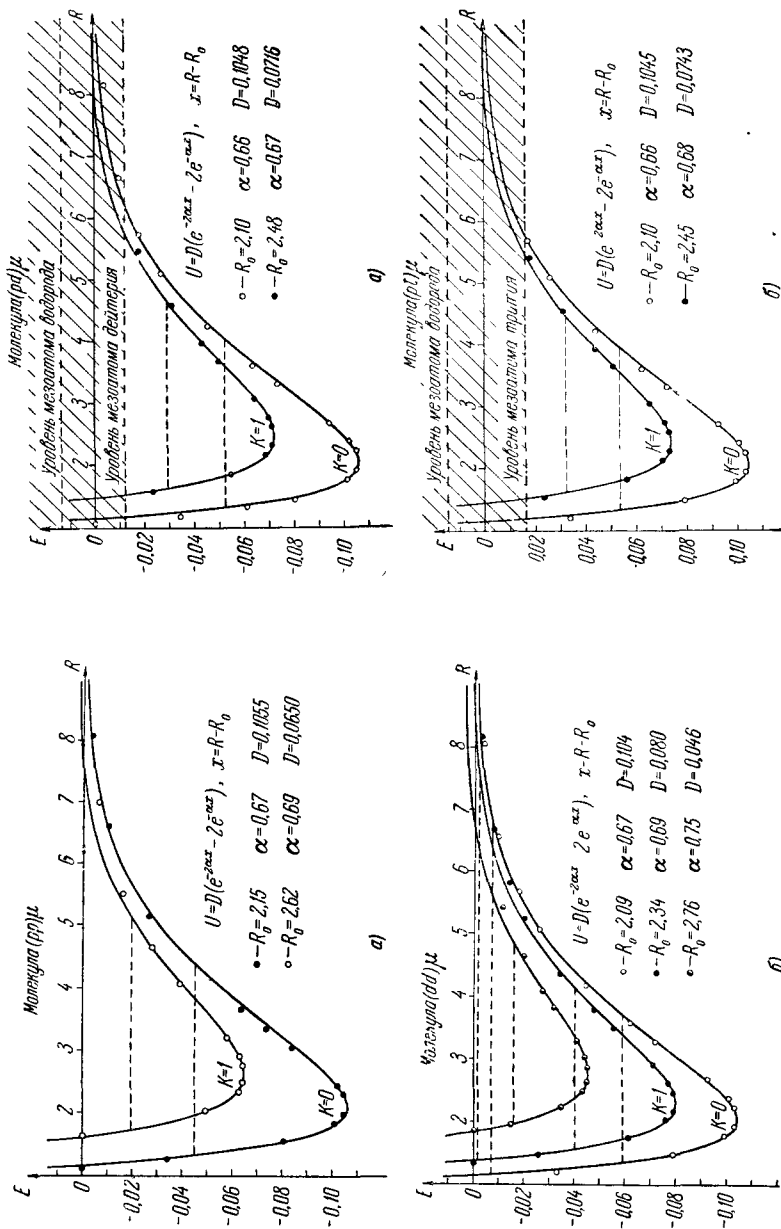


Рис. 8. Потенциальные кривые и уровни энергии для мезомолекул с различными ядрами.

Рис. 7. Потенциальные кривые и уровни энергии для мезомолекул с одинаковыми ядрами.

Точки на кривых представляют значения, вычисленные для потенциалов Морзе с параметрами, указанными на рисунках. Энергии и расстояния — в мезоатомных единицах.

значениями, полученными в работах ^{17,18}, где учитывалось состояние Σ_u . Это обстоятельство указывает на то, что вес состояния Σ_u для глубоких уровней мезомолекулы незначителен (см. рис. 9); учет его в связанном состоянии соответствует в известном смысле второму приближению теории возмущений. В работе ¹⁷ уровни мезомолекул с различными ядрами находились способом, описанным в Приложении 1. В ^{18,19} уровни определялись вариационным методом. Волновые функции, соответствующие уровням мезомолекул с разными ядрами, приведены в ^{17a,19} (см. рис. 9).

Из таблицы III видно, что между уровнями, вычисленными в работах ¹⁷ и ¹⁸, имеется заметное расхождение. Это обстоятельство связано

Таблица III
Энергии связи мезомолекул в э. в.)

Вращательный уровень	$K=0$		$K=1$		$K=2$	$K=3$
Колебательный уровень	$v=0$	$v=1$	$v=0$	$v=1$	$v=0$	$v=0$
$pp\mu$	252 a 241 b 248 d	—	106 a 93 b	—	—	—
$pd\mu$	223 a 214 b 220 c	—	95 a 90 b 90 c	—	—	—
$dd\mu$	330 a 322 b 317 d	40 a 181 b ^{*)}	226 a 223 b	7 a ^{?)} —	88 a 82 b	—
$pt\mu$	211 a 213 c	—	90 a 98 c	—	—	—
$dt\mu$	323 a 319 c	36 a 32 c	234 a 232 c	—	103 a 102 c	—
$tt\mu$	367 a	86 a	288 a	45 a	170 a	55 a

a) Взято из работы ¹¹,
b) » » » ^{18,19},
c) » » » ¹⁷,
d) » » » ²⁸.

^{*)} Для мезомолекул $pd\mu$, $pt\mu$ и $dt\mu$ энергия связи дана относительно мезоатома с более тяжелым ядром.

с тем, что приближения, использованные в работах ¹⁷ и ¹⁸, справедливые с точностью до $(1/M_{12})$, различаются между собой в членах порядка $(1/M_{12})^2$. Различие между уровнями, вычисленными обоими методами, лежит как раз в пределах указанной погрешности, превышающей точность исходных приближений *).

Следует отметить, что в случае мезомолекулы ppr глубины потенциальной ямы только «слегка» не хватает для существования связанного

*) За исключением уровня $K=0$, $v=1$ мезомолекулы $dd\mu$, который определен в ¹⁸ явно неправильно.

колебательного уровня $K=0$, $v=1$ (см. Приложение 2, формула (2П,4)). Поэтому для мезомолекулы $pp\mu$ существует виртуальный уровень, приводящий к резонансу в рассеянии мезоатомов $p\mu$ на протонах (см. ниже).

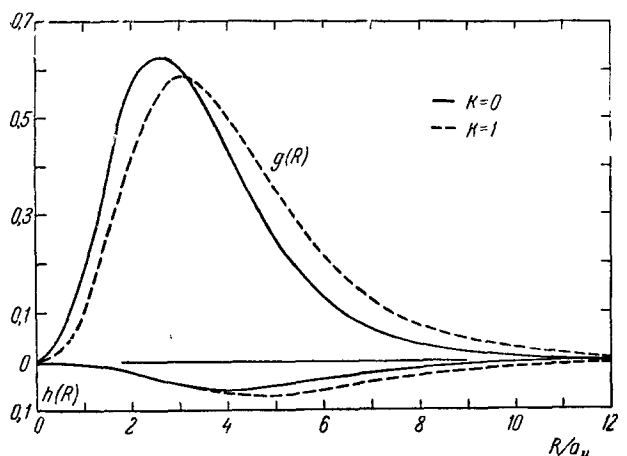


Рис. 9. Радиальные функции $g(R)$ и $h(R)$ (см. (4,9) и (111, 10)) для мезомолекулы $p\mu$ согласно ⁸.

Как указано было уже в работе ³, наличие связанного или виртуального уровня мезомолекулы с энергией, близкой к нулю, приводит при столкновении частиц малой энергии к резонансу, существенно увеличивающему вероятность образования мезомолекул и возможность ядерной реакции на лету. Как видно из таблицы III, в качестве возможных резонансных уровней следует отметить уровень $K=0$, $v=1$ в мезомолекулах $dd\mu$ и $dt\mu$ и уровень $K=1$, $v=1$ в мезомолекуле $tt\mu$.

1) Процесс перехода μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому

Переход μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому представляет неупругий процесс, при котором разность в энергиях связи μ -мезона (см. таблицу II) переходит в кинетическую энергию относительного движения перезарядившихся ядер.

Учитывая, что скорости ядер до перезарядки малы и что сечение неупругих процессов при малых скоростях обратно пропорционально скорости, можно оценить сечение перехода μ -мезона из соображений размерности⁶:

$$\sigma \approx 4\pi a_\mu^2 v^*/v, \quad (4,11)$$

где v , v^* — относительные скорости мезоатома и свободного ядра соответственно до и после перезарядки, a_μ — боровский радиус мезоатома. Такая оценка дает правильный по порядку величины результат. Для вычисления эффективного сечения перехода можно воспользоваться методом, описанным в Приложении 1. При этом ввиду того, что до перехода μ -мезона относительная скорость ядер весьма мала, достаточно ограничиться рассмотрением S -волны. Эффективное сечение перехода можно представить в следующем виде:

$$\sigma = 4\pi f a_\mu^2 v^*/v, \quad (4,12)$$

где коэффициент f определяется численным расчетом.

Пусть N — число ядер в см^3 (в условиях жидкого водорода $N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$) и c — концентрация тяжелого изотопа, тогда вероятность перехода в единицу времени равна $\omega_e = Nc\sigma v$.

Сравнивая с (3,1), имеем:

$$\lambda_e = N\sigma v = 4\pi f a_\mu^2 N v^*. \quad (4,13)$$

В таблице IV приведены значения f и вероятности реакции (σv) для возможных переходов μ -мезона, взятые из работы¹⁷. Специально для

Таблица IV
Сечение перехода μ -мезона от легкого к тяжелому
изотопу $\sigma = 4\pi f a_\mu^2 v^*/v$ (согласно данным
работы¹⁷)

	$p\mu + d \rightarrow$ $\rightarrow d\mu + p$	$p\mu + t \rightarrow$ $\rightarrow t\mu + p$	$d\mu + t \rightarrow$ $\rightarrow t\mu + d$
f	2,11	0,87	0,0067
$\frac{\sigma v}{\text{см}^3/\text{сек}}$	$3,42 \cdot 10^{-13}$	$1,54 \cdot 10^{-13}$	$1,2 \cdot 10^{-15}$

процесса $p\mu + d \rightarrow d\mu + p$ эффективное сечение вычислялось также в работах^{13,14,16-21}. Результаты, полученные различными авторами для величины λ_e , приведены в таблице V. Как видно из таблицы V, результаты

Таблица V
Вероятность перехода в единицу времени для процесса $p\mu + d \rightarrow d\mu + p$
по данным различных авторов^{6,7,8,13,14,16,17,18,19,20,21 *}

	Грубые оценки			13,14	16	17	18,19	20	21
	6	7	8						
$\lambda_e (\text{сек}^{-1})$	$1,6 \cdot 10^9$	$8 \cdot 10^{11}$	$3,6 \cdot 10^{11}$	10^{10}	$1,8 \cdot 10^{10}$	$1,36 \cdot 10^{10}$	$1,3 \cdot 10^{10}$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$
*) Результаты приводятся для $N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, где N — число ядер в единице объема в жидком водороде.									

расчетов^{17,18} весьма близки друг к другу, но отличаются от результатов работы¹⁶, хотя вычисление в¹⁶ проводилось методом, аналогичным^{17,18}. Для сравнения приведены результаты Джексона и Скирма, вычисленные путем использования борновского приближения; из таблицы V видно, что значение λ_e в борновском приближении завышено в 30—40 раз. Наоборот, результаты работ²⁰⁻²¹ сильно занижены по сравнению с результатами¹³⁻¹⁹. Это связано с тем, что в работах²⁰⁻²¹ при решении системы связанных уравнений (см. Приложение 1) применялись более грубые приближения, чем в^{17,19}. Странным результатом является аномальная малость перехода $d\mu + t \rightarrow t\mu + d$, полученная в работе¹⁷ (таблица IV).

д) Рассеяние мезоатомов на ядрах

Мезоатом, образовавшийся в результате перехода μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому, приобретает дополнительную энергию, за счет которой он совершает определенный пробег в веществе. Согласно⁴ этим объясняется «щель», наблюдаемая на конце трека μ -мезона (см. § 2). Для вычис-

ления пробега мезоатома после перезарядки необходимо определить эффективное сечение рассеяния мезоатома тяжелого изотопа на ядрах легкого изотопа водорода. В работе¹⁷ эффективное сечение рассеяния мезоатомов на ядрах определено для малых кинетических энергий, когда можно ограничиться рассеянием в S -состоянии (энергии мезоатомов, получающихся при перезарядке, практически удовлетворяют этому условию). Длины рассеяния и эффективные сечения, вычисленные в¹⁷, представлены в таблице VI. Эффективные сечения рассеяния мезоатомов вычислялись

Т а б л и ц а V I

Эффективные сечения рассеяния мезоатомов на ядрах водорода
без учета ван-дер-ваальсовых сил¹⁷

	$d\mu + p \rightarrow d\mu + p$	$t\mu + p \rightarrow t\mu + p$	$t\mu + d \rightarrow t\mu + d$
Длина рассеяния в единицах $\hbar^2/m\mu e^2$. . .	2,03; (0,8)*	2,66	6,7
Сечение, в 10^{-20} см ² . .	3,4; (0,53)*	5,84	3,7

*) Длина рассеяния $0,8a_\mu$ приведена в¹⁹ в качестве «неисправленного» значения (без учета ван-дер-ваальсовых сил).

также в работах^{18,19}, в которых указано, что при учете ван-дер-ваальсовых сил в рассеянии $d\mu + p \rightarrow d\mu + p$ при малых энергиях имеет место эффект Рамзауэра — Таунсенда (эффективное сечение обращается в нуль при определенной энергии). Легко видеть, однако, что для объяснения величины «щели» вовсе не требуется указанной в^{18,19} аномальной малости эффективного сечения рассеяния. Действительно, при упругом столкновении налетающая частица передает покоящейся частице энергию E' , равную³¹

$$E' = \frac{4M_1M_2}{(M_1 + M_2)^2} E \sin^2 \frac{\chi}{2},$$

где χ — угол рассеяния в системе центра инерции, E — энергия налетающей частицы в лабораторной системе. Учитывая, что рассеяние происходит в S -состоянии, можно утверждать, что средняя доля передаваемой при одном столкновении энергии равна

$$k = \frac{2M_1M_2}{(M_1 + M_2)^2}. \quad (4,14)$$

При учете столкновения мезоатома $d\mu$ с протонами и дейтронами потеря энергии на единицу длины составляет

$$-\frac{dE}{dx} = N_p k_p \sigma_{dp} + N_d k_d \sigma_{dd}, \quad (4,15)$$

где N_p , N_d — число протонов и дейтронов в единице объема, $\sigma_{dp}(E)$ и $\sigma_{dd}(E)$ — эффективные сечения рассеяния $d\mu + p \rightarrow d\mu + p$ и $d\mu + d \rightarrow d\mu + d$, а k_p и k_d — доля передаваемой при этих столкновениях энергии. Пробег мезоатома при замедлении от энергии E_{\max} до тепловой энергии E_{\min} равен

$$L \approx (N_p k_p \sigma_{dp}(0) + N_d k_d \sigma_{dd}(0))^{-1} \ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}}. \quad (4,16)$$

В естественном водороде и в водороде, обогащенном дейтерием до 0,3%, рассеяние $d\mu$ на дейтронах практически не играет роли. Считая

$E_{\min} = 3 \cdot 10^3$ эв (20°K) и $E_{\max} = 1/3 \cdot 135$ эв ≈ 45 эв, получим, согласно (4,16) и таблице VI, $L \approx 0,2$ мм. Это значение, по-видимому, меньше наблюдаемой на опыте величины «щели», однако ясно, что для получения экспериментальной величины ($L \approx 1$ мм) вовсе не требуется аномальной малости σ_{dp} . В частности, полученное в¹⁹ «неисправленное» значение длины рассеяния $d\mu + p \rightarrow d\mu + p$, равное $0,8$ а_μ, дает, согласно (4,16), значение $L = 1$ мм, превосходно совпадающее с опытом.

Тот факт, что при концентрации дейтерия 4,3% «щель» не наблюдается (см. § 2), может быть связан с возрастанием роли рассеяния $d\mu + d \rightarrow d\mu + d$, эффективное сечение которого значительно больше, чем сечение $d\mu + p \rightarrow d\mu + p$. Согласно^{18,32} (см. Приложение 2), сечение $\sigma_{dd}(0) = 3,3 \cdot 10^{-19}$ см², и если для $\sigma_{dp}(0)$ принять «неисправленное» значение¹⁸ $\sigma_{dp}(0) = 5,3 \cdot 10^{-21}$ см², то согласно (4,16) пробег $d\mu$ составит $0,2$ мм, так что щель существенно уменьшается. При этом следует также учитывать, что если в рассеянии $d\mu + p \rightarrow d\mu + p$ максимальное отклонение $d\mu$ в лабораторной системе составляет 30° , так что можно в грубом приближении (4,16) считать, что $d\mu$ движется по прямой, то при рассеянии $d\mu + d \rightarrow d\mu + d$ максимальное отклонение $d\mu$ составляет 90° , что должно вести к уменьшению «щели». Возможно, что при более аккуратных оценках следует учитывать то, что рассеяние мезоатомов происходит не на свободных ядрах, а на молекулах. Эффективные сечения рассеяния мезоатомов в этом случае можно получить методом псевдопотенциала, предложенным Ферми для рассмотрения рассеяния нейтронов на молекулах (см., например,²⁶). Как отмечено в работе³², возможно, что «щель» будет наблюдаться и в чистом водороде без примеси дейтерия, так как эффективное сечение рассеяния $p\mu + p \rightarrow p\mu + p$ при энергиях, меньших энергии сверхтонкого расщепления в мезоатоме $p\mu$ ($0,18$ эв), аномально мало.

е) О б р а з о в а н и е м е з о м о л е ку л

При столкновении свободных мезоатомов с ядрами молекул водорода возможно образование мезомолекул. Энергия связи мезомолекул в этом процессе может быть, вообще говоря, отдана либо излучению, либо электрону молекулы водорода, либо, наконец, соседнему ядру молекулы. Последний из упомянутых механизмов мог бы играть существенную роль для образования мезомолекул в возбужденном состоянии с энергией связи, близкой к энергии диссоциации молекулы водорода. Поскольку, однако, таких уровней в мезомолекулах нет (см. табл. III), указанный механизм можно не рассматривать.

Так как размеры мезомолекул значительно меньше размеров электронных орбит, процесс передачи энергии электрону при образовании мезомолекулы может быть рассмотрен в точности так же, как конверсия электрона при ядерных переходах. Энергии, передаваемые электрону при образовании мезомолекул, лежат в пределах десятков-сотен эв; при этих энергиях коэффициенты конверсии очень велики. Поэтому, как было показано еще в работе³, образование мезомолекул путем конверсии на электроны значительно более вероятно, чем радиационный переход, а в случае так называемых $0 \rightarrow 0$ -переходов является единственно возможным.

Поскольку столкновения мезоатомов с ядрами, приводящие к образованию мезомолекул, происходят при весьма малых (скорее всего тепловых) скоростях, можно считать, что мезомолекулы образуются из S -волны сплошного спектра. В конечном связанном состоянии существуют вращательные уровни мезомолекул с $K = 0, 1$, а для мезомолекул $dd\mu$, $d\mu$, $tt\mu$ также уровни $K = 2$ и $K = 3$ (только для $tt\mu$). Таким образом, возможны электрические дипольные переходы $E1(0 \rightarrow 1)$ на вращательные уровни

$K=1$, электрические монопольные переходы $E0(0 \rightarrow 0)$ на уровни $K=0$ и для мезомолекул $dd\mu$, $d\mu$ и $tt\mu$ электрические квадрупольные переходы $E2(0 \rightarrow 2)$ на уровни $K=2$.

Рассмотрим сначала переходы $E1$. Дипольный момент системы, состоящей из двух ядер изотопов водорода с массами M_1 и M_2 и μ -мезона, относительно ее центра тяжести (что существенно, так как полный заряд системы не нуль) равен

$$\mathbf{d} = -\frac{e}{2} \left\{ \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \mathbf{R} + (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \right\}, \quad (4,17)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1$, $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_1$, $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{R}_2$, \mathbf{r} , \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 — координаты μ -мезона и ядер. Первый член в дипольном моменте (4,17) связан с асимметрией распределения зарядов ядер относительно центра инерции в случае, когда массы ядер различны. Второй член в (4,17) связан с распределением заряда μ -мезона относительно центра молекулы и в случае, когда $M_1 = M_2$, полностью определяет дипольный момент системы.

Вероятность образования мезомолекулы путем конверсионного перехода $E1$ на вращательный уровень $K=1$ может быть вычислена аналогично вероятности конверсии при ядерном переходе. Если для электрона в начальном и конечном состоянии взять точные кулоновские функции атома водорода, без учета того, что мезоатом соединяется с ядром, связанным в обычной молекуле водорода, то для вероятности образования мезомолекулы получается выражение¹⁵

$$W_{E1} = \frac{16}{3} (Na_e^3) \left(\frac{a_\mu}{a_e} \right)^5 \eta \xi^2 \left(\sum_{M_K} |\langle \mathbf{d} \rangle|^2 \right) \frac{e^2}{a_e h}, \quad (4,18)$$

где

$$\eta = \frac{e^2}{\hbar v_e}, \quad \xi = \left[\frac{2\pi\eta}{(1+\eta^2)(1-e^{-2\pi\eta})} \right]^{1/2} \exp(-2\eta \operatorname{arccotg} \eta); \quad (4,19)$$

a_μ , a_e — боровские радиусы μ -мезона и электрона, v_e — скорость электрона конверсии, N — число ядер в единице объема, с которыми мезоатом образует мезомолекулу. Матричный элемент дипольного момента в (4,18) взят между волновыми функциями мезомолекулы, соответственно переходу из S -волны сплошного спектра в связанное состояние с $K=1$, и выражен в мезоатомных единицах ($\hbar=1$; $m_\mu=1$; $e=1$). Суммирование в (4,18) производится по всем возможным проекциям орбитального момента в конечном состоянии $M_K=0, \pm 1$.

Легко заметить, что первый член в дипольном моменте (4,17) имеет отличные от нуля матричные элементы только между состояниями с мезонными функциями одинаковой четности $\Sigma_{\eta'} \rightarrow \Sigma_{\eta}$, $\Sigma_u \rightarrow \Sigma_u$, в то время как второй член в (4,17) дает переходы только между мезонными функциями различной четности $\Sigma_{\eta'} \rightarrow \Sigma_u$.

При образовании мезомолекулы с одинаковыми ядрами дипольный момент системы отличен от нуля только за счет второго члена в (4,17); таким образом, в этом случае возможны только переходы $\Sigma_u \rightarrow \Sigma_g$, т. е. из состояния отталкивания для сплошного спектра. Состояние Σ_u антисимметрично относительно перестановки ядер, поэтому в S -волне относительного движения ядер ему соответствуют состояния с нечетным спином обоих ядер. Вероятность образования мезомолекул (4,18) должна быть, таким образом, в случае одинаковых ядер умножена на статистический вес состояния Σ_u , равный $3/4$ для $pp\mu$ и $tt\mu$ и $1/3$ для $dd\mu$.

Волновые функции, описывающие относительное движение одинаковых ядер, могут быть определены аналитически, используя аппроксимацию молекулярных потенциалов (см. Приложение 2).

Для мезомолекул, состоящих из различных атомов, наибольший интерес представляет вычисление вероятности образования мезомолекул для случая, когда происходит столкновение медленного мезоатома более тяжелого изотопа с более легким ядром, например $d\mu + H \rightarrow p d\mu + e$. При столкновении $p\mu + d$, как уже отмечалось выше, значительно более вероятным процессом является перезарядка $p\mu + d \rightarrow d\mu + p$. Вероятности образования мезомолекул путем электрического дипольного перехода $E1$, вычисленные в работах ^{15,17,18,19}, приведены в таблице VII.

Таблица VII
Вероятности образования мезомолекул водорода в единицах
 $10^6 \text{ сек}^{-1} (N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3})$

Тип пере- хода	Источники	$pp\mu$	$pd\mu$	$dd\mu$	$p\bar{t}\mu$	$d\bar{t}\mu$	$t\bar{t}\mu$
$E1$	По данным работы ¹⁷ , с учетом $Z_{\text{эф}}$	2,5	1,2	0,01	0,4	0,002	0,6
	По данным работы ¹⁹ *)	3,7	2,9	0,034			
$L0$	Оценка со- гласно ³			~0,03		~0,03	

*) Вероятности образования мезомолекул $pp\mu$ и $dd\mu$ в работах ^{18,19} завышены вдвое (см. текст). В таблице приведены исправленные значения, пересчитанные на $N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, в отличие от ¹⁹, где принято $N = 3,5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

Обращает на себя внимание то, что вероятность образования мезомолекул, состоящих из более тяжелых изотопов, как правило, значительно меньше, чем вероятность образования мезомолекул более легких изотопов. Этот факт связан с тем, что в матричный элемент $\langle d \rangle$ существенный вклад вносит классически запрещенная область движения ядер. Особенно ясно это для мезомолекул из одинаковых ядер. Действительно, при больших расстояниях R между ядрами волновая функция связанного состояния убывает как $\exp(-RV/2M_{12}E)$, где M_{12} — приведенная масса ядер, а E — энергия связи мезомолекулы, в то время как при малых расстояниях волновая функция сплошного спектра, соответствующая состоянию отталкивания Σ_u , экспоненциально затухает внутрь барьера $E_u(R)$. В результате основной вклад в дипольный момент происходит от некоторых «средних» R , для которых произведение волновых функций максимально и которые соответствуют классически запрещенной области движения. Поскольку убывание волновых функций внутри барьера существенно зависит от приведенной массы частиц, ясно, что величина матричного элемента дипольного момента $\langle d \rangle$ должна, вообще говоря, существенно уменьшаться при переходе к более тяжелым изотопам. Исключение, которое, как видно из таблицы VII, наблюдается для мезомолекулы $t\bar{t}\mu$, объясняется существованием у нее вращательного колебательного уровня $K=1, v=1$ с довольно маленькой энергией связи (см. табл. III).

Приведенные в таблице VII значения вероятностей образования мезомолекулы справедливы, по-видимому, только по порядку величины.

Основной погрешностью является, вероятно, использование при вычислениях конверсионного перехода волновых функций электрона для изолированного атома водорода, в то время как в действительности происходит столкновение мезоатома с молекулой водорода.

Корректное рассмотрение задачи конверсии на электронах молекулы водорода представляется довольно сложным. Качественные оценки показывают, однако, что вероятность перехода должна быть больше, чем для атома водорода. Действительно, если для электрона в молекуле водорода взять вариационную волновую функцию, то, согласно Вангу³³, эффективный заряд $Z_{\text{эф}} = 1,193$. Вероятность образования мезомолекулы (4,18) при этом должна быть умножена на $Z_{\text{эф}}^3$, что составляет 1,7. К увеличению вероятности (4,18) приводит также существование гетерополярных состояний молекулы, а также экранировка кулоновского поля ядра вторым электроном молекулы. Отметим, что если бы была полная экранировка кулоновского поля ядра и в качестве волновой функции улетающего электрона бралась бы плоская волна, то в (4,18) было бы $\zeta = 1$; это приводило бы к увеличению вероятности образования мезомолекулы приблизительно в три раза.

Другим возможным источником погрешности является сам метод рассмотрения мезомолекул, который справедлив только с точностью до $(1/M_{12})$. Например, методы, использованные в ¹⁷ и ¹⁸, отличаются только в членах $(1/M_{12})^2$, однако согласно¹⁸ в (4,18) должен входить не борковский радиус μ -мезона a_μ , а некоторая длина a_μ^* , соответствующая приведенной массе мезона относительно ядер M_1 и M_2 : $a_\mu^* = a_\mu \left(1 + \frac{1}{M_1 + M_2} \right)$. Подстановка указанной величины a_μ^* вместо a_μ в формулу (4,18) приводит в случае мезомолекулы $pp\mu$ к увеличению на 30% вероятности образования мезомолекулы. Ясно, что учет подобного рода членов, хотя он и приводит к заметному изменению вероятности перехода, является по существу превышением точности используемого метода. Различие между результатами ¹⁷ и ^{18,19} для мезомолекул $pp\mu$ и $dd\mu$ частично объясняется тем, что в ^{18,19} введены поправки на ряд вышеуказанных эффектов, в частности, использовано $Z_{\text{эф}}$ для волновых функций электрона молекулы. Необходимо, однако, указать, что вероятность образования $pp\mu$ и $dd\mu$ завышена в ^{18,19} вдвое, так как волновые функции непрерывного спектра нормированы не на единицу плотности вероятности в плоской волне, а на $\sqrt{2}$. Значения, приведенные в таблице VII, указаны с учетом этого обстоятельства *).

Таким образом, возможно, что в действительности вероятности образования мезомолекул в 3—3,5 раза больше, чем приведенные в работе¹⁷.

Представляется вместе с тем странным большое различие в значениях вероятностей образования мезомолекулы $dd\mu$ путем перехода $E1$, полученных в ¹⁷ и ^{18,19}. Если даже принять сделанное выше замечание относительно увеличения результатов¹⁷ в 3—3,5 раза, то вероятность образования $dd\mu$ составит $2 \cdot 10^4 \text{ сек}^{-1}$, что еще в три раза меньше, чем в работах^{18,19}.

Рассмотрим теперь образование мезомолекул путем электрического монополярного перехода $E0$. Указанный переход может играть существенную роль для образования мезомолекул в колебательно-вращательном состоянии $K=0$. Действительно, при тепловых скоростях мезоатомов, когда относительное движение мезоатома и ядра при столкновении описывается S -волной, образование мезомолекул в состоянии $K=0$ представляет 0—0-переход. При 0—0-переходе невозможно испускание одного

*) В ¹⁸ вероятности образования мезомолекул даны при плотности ядер $N = 3,5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$; в таблице VII сделан пересчет, соответствующий $N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

фотона и единственно возможным в этом случае является образование мезомолекул путем электрического монополярного перехода $E0$ с конверсией на электроны молекулы водорода.

Вероятность образования мезомолекулы путем перехода $E0$ может быть вычислена совершенно аналогично вероятности конверсии для ядерного перехода и определяется монополярным моментом системы Q_0

$$Q_0 = \sum e_i r_i^2, \quad (4,20)$$

где e_i — заряды, а r_i — расстояния частиц от центра инерции системы. В случае мезомолекулы сумма (4,20) берется по обоим ядрам и μ -мезону.

Если в качестве волновых функций электрона взять кулоновские функции атома водорода, то вероятность образования мезомолекул будет равна

$$W_{E0} = \frac{8\pi}{9} (Na_e^3) \left(\frac{a_\mu}{a_e} \right)^7 |\langle Q_0 \rangle|^2 \frac{1}{(1 - e^{-2\pi\eta})} \frac{e^2}{\hbar a_e}, \quad (4,21)$$

где a_μ , a_e — боровские радиусы μ -мезона и электрона, $\eta = \frac{e^2}{\hbar v_e}$, v_e — скорость электрона конверсии, N — число ядер в единице объема, $\langle Q_0 \rangle$ — матричный элемент монополярного момента, взятый по волновым функциям мезомолекулы и выраженный в мезоатомных единицах.

Сравнение формул (4,21) и (4,18) показывает, что вероятность образования мезомолекул путем $E0$ -перехода, вообще говоря, значительно меньше, чем для перехода $E1$, так как W_{E0} содержит отношение (a_μ/a_e) в более высокой степени, нежели W_{E1} . Однако, как было указано еще в работе³, вероятность $E0$ -перехода может оказаться довольно большой, если мезомолекула имеет колебательно-возбужденное состояние ($K=0, v=1$) с малой энергией связи. Столкновение медленного мезоатома с ядром происходит тогда в условиях, весьма близких к резонансу. В этом случае матричный элемент $\langle Q_0 \rangle$ становится весьма большим, так как, во-первых, волновая функция связанного состояния медленно спадает с расстоянием между ядрами и, во-вторых, в области взаимодействия возрастает амплитуда волновой функции непрерывного спектра (последнее имеет место также в случае виртуального уровня).

Существенно, что резонансные уровни $K=0, v=1$ имеются в мезомолекулах $dd\mu$ и $dt\mu$, для которых вероятность образования путем перехода $E1$ весьма мала (см. табл. VII). Между тем, оценка, произведенная в работе³, показывает, что вероятность образования мезомолекул $dd\mu$ путем $E0$ -перехода составляет $3 \cdot 10^4 \text{ сек}^{-1}$. Таким образом, образование мезомолекул $dt\mu$ и $dd\mu$ должно, по-видимому, происходить в значительной степени за счет $0-0$ -переходов.

Следует отметить, что образование мезомолекул в $E0$ -переходе было рассмотрено также в работе⁸ Джексоном. Им был получен, однако, результат, завышенный на несколько порядков по сравнению с работой³. Ошибка Джексона заключалась в том, что волновые функции мезомолекулы в начальном (диссоциированном) и конечном (связанном) состояниях были взяты неортогональными. Поэтому при вычислении матричного элемента перехода отличный от нуля результат получился уже в нулевом члене разложения подынтегрального выражения (см.⁸, формула (D.5)) по степеням r_1/a_e и $k_e r_1$, в то время как в действительности отличный от нуля результат получается лишь во втором члене разложения и сводится к матричному элементу от монополярного момента $\langle Q_0 \rangle$. (Нулевой член разложения обращается в нуль ввиду ортогональности волновых функций мезомолекулы, а первый из-за того, что обе волновые функции соответствуют моменту 0.)

ж) Переходы между уровнями мезомолекул

Рассмотренные механизмы образования мезомолекул приводят к тому, что мезомолекулы возникают в возбужденных состояниях: либо во вращательном состоянии с моментом $I=1$ в случае переходов $E1$, либо в возбужденном колебательном состоянии (с моментом $K=0$) в случае $E0$ -переходов. Поскольку вероятность ядерной реакции в мезомолекуле существенно зависит от орбитального момента ядер, необходимо оценить вероятность перехода мезомолекул в основное состояние.

Для мезомолекул, состоящих из различных ядер, переход с вращательного уровня $K=1$ на основной может осуществляться как электрический дипольный переход $E1$. Согласно известной формуле для электрического дипольного излучения вероятность радиационного перехода равна

$$W_r = \frac{4 |\langle \mathbf{d} \rangle|^2 I^3}{3 \hbar^4 c^3},$$

где E — разность энергий между первым вращательным состоянием и основным, а $\langle \mathbf{d} \rangle$ — матричный элемент дипольного момента. Пренебрегая примесью состояний Σ_u , имеем согласно (4,17):

$$|\langle \mathbf{d} \rangle|^2 = \frac{e^2}{4} \left(\frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \right) |\langle \mathbf{R} \rangle|^2 \approx \frac{e^2}{4} \left(\frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \right)^2 a_\mu^2,$$

поскольку по порядку величины $|\langle \mathbf{R} \rangle| \approx a_\mu$. Используя для E значения, взятые из таблицы III, получим для вероятности радиационного перехода величину $W_r \sim (10^5 \div 10^6) \text{ сек}^{-1}$. В действительности, однако, мезомолекула, представляя собой систему с зарядом $+e$, должна за время порядка 10^{-11} сек захватить электрон в результате перезарядки на атомах водорода и образовать водородоподобный атом*). Учитывая это обстоятельство, можно заметить, что для мезомолекул, состоящих из различных ядер, значительно более вероятным является переход из вращательного состояния $K=1$ в основное состояние путем конверсии $E1$ на атомном электроны. Разность энергий вращательного и основного состояний по порядку величины составляет 10^2 эв (см. табл. III). Для таких энергий коэффициенты дипольной конверсии весьма велики ($10^6 \div 10^7$) и, следовательно, вероятность перехода с конверсией на электроны составит $W_c = (10^{11} \div 10^{12}) \text{ сек}^{-1}$. Таким образом, мезомолекулы, состоящие из различных ядер и образовавшиеся во вращательном состоянии, практически сразу переходят в основное состояние.

Что касается мезомолекул, состоящих из одинаковых ядер, то переход из первого вращательного состояния в основное должен сопровождаться для них изменением суммарного спина ядер, поскольку в состоянии вращения с моментом $K=1$ система из двух тождественных частиц должна иметь нечетный спин, а в состоянии с моментом $K=0$ — четный. Указанный переход может осуществляться за счет дипольного момента Q'_{10} , связанного с изменением магнитного момента (см. Блатт и Вайскопф «Теоретическая ядерная физика»). Вероятность такого перехода, по-видимому, весьма мала, так как по сравнению с вероятностью обычного дипольного перехода в ней содержится множитель порядка $\left(\frac{E}{M_{\pi} c^2} \right) \approx 10^{-14}$, где M_{π} — масса нуклона, E — энергия перехода.

*) Вероятность перезарядки мезомолекулы на атомах водорода можно оценить по формуле $W = N \sigma v$, где $N = 4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ — число ядер в 1 см^3 , $v \approx 4 \cdot 10^4 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$ — скорость, соответствующая тепловой энергии мезомолекул $p d \mu$ при $T = 20^\circ \text{K}$, и σ — сечение перезарядки, которое для грубой оценки можно принять равным 10^{-16} см^2 .

Таким образом, для мезомолекул, состоящих из одинаковых ядер, вращательное состояние с $K=1$ является метастабильным, аналогично тому, как это имеет место для ортоводорода, и вероятность перехода в основное состояние за время жизни мезона крайне мала. Указанный факт является весьма существенным для процесса захвата μ -мезона протоном в мезомолекуле $pp\mu$ (см.^{15,22}). Для мезомолекул $dd\mu$, находящихся в метастабильном состоянии $K=1$, вероятность подбарьерной ядерной реакции $d+d$ будет, ввиду наличия центробежного барьера, меньше, чем для мезомолекул в состоянии $K=0$, однако вывод, сделанный в работах^{3,6,8} о том, что образование мезомолекул $dd\mu$ практически всегда приводит к катализу ядерной реакции $d+d$, сохранится (см. главу V).

Как уже указывалось, в образовании мезомолекулы $dd\mu$ и $dt\mu$ может играть роль $E0$ -переход, при котором мезомолекулы возникают в возбужденном колебательном состоянии ($K=0, v=1$). Из приведенных выше оценок можно заключить, что мезомолекула $dt\mu$ за время порядка 10^{-11} сек может перейти путем электрического дипольного перехода с конверсией на атомном электроде в состояние $K=1$ и затем в основное состояние. Что касается мезомолекул $dd\mu$, то наиболее вероятным для них является непосредственный переход $E0$ в основное состояние с конверсией на электроде. Вероятность такого перехода, равная по порядку величины 10^8 сек^{-1} , значительно меньше вероятности катализа ядерной реакции $d+d$ (см. главу V). Таким образом, в мезомолекулах $dd\mu$, возникающих в состоянии ($K=0, v=1$), ядерная реакция должна происходить еще на возбужденном уровне. В значительной мере это будет также справедливо и для мезомолекул $dt\mu$.

з) Сравнение с экспериментальными данными

Сравним результаты расчета вероятности различных мезомолекулярных процессов с экспериментальными данными.

1) *Зависимость выхода ядерной реакции $p+d \rightarrow \text{He}_3$ от концентрации дейтерия.* Согласно (3,10) и (3,12) зависимость выхода реакции $p+d \rightarrow \text{He}_3$ от концентрации дейтерия определяется величиной $\frac{B}{A} = \frac{\lambda_0 + \lambda_{pp}}{\lambda_e}$. Используя значения $\lambda_e \approx 10^{10} \text{ сек}^{-1}$ (табл. V) и $\lambda_{pp} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ (табл. VII), получим $B/A = 3,5 \cdot 10^{-4}$, что, вообще говоря, неплохо согласуется с экспериментальным значением B/A (см. (3,13)), особенно если иметь в виду сделанные выше замечания о приближенном характере значений, приводимых в таблице VII.

2) *Абсолютный выход реакции $p+d \rightarrow \text{He}_3$.* Оба значения λ_{pd} , указанные в таблице VII, удовлетворяют экспериментальному неравенству (3,16). Если принять, что $\lambda_{pd} \approx 10^6 \text{ сек}^{-1}$, то для величины $\lambda_{pd}/(\lambda_0 + \lambda_{pd})$, определяющей при насыщении число мезомолекул $pd\mu$, образующихся в расчете на один μ -мезон, получится значение

$$\frac{\lambda_{pd}}{\lambda_0 + \lambda_{pd}} \approx 70\%.$$

Сравнивая это число с величиной $Y_\gamma = 0,34$ (см. (2,3)), можно прийти к заключению, что образование мезомолекул является более «быстрым» процессом (см. (2,1) и (3,15)), нежели ядерная реакция в мезомолекуле, хотя вероятности обоих процессов по порядку величины близки друг к другу.

3) *Выход реакции $d+d$.* С учетом $E0$ -переходов вероятность образования мезомолекул $dd\mu$ может составить $\lambda_{dd} \approx (0,04 \div 0,06) \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$.

Тогда величина $\lambda_{dd}/(\lambda_0 + \lambda_{pd})$ (при $\lambda_{pd} \approx 10^6 \text{ сек}^{-1}$) принимает значение

$$\frac{\lambda_{dd}}{\lambda_0 + \lambda_{pd}} \approx (0,03 \div 0,04),$$

что близко к экспериментальному значению (3,18).

Таким образом, результаты расчетов мезомолекулярных процессов неплохо совпадают с экспериментальными данными, по крайней мере, по порядку величины.

§ 5. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ В МЕЗОМОЛЕКУЛАХ

а) К о н с т а н т ы р е а к ц и й

Переходя к рассмотрению ядерных реакций, происходящих между ядрами мезомолекулы, необходимо отметить, что в условиях мезомолекулы, помимо каналов реакций (II—VI), указанных во введении, заметную роль могут играть другие каналы, в частности реакции с конверсией μ -мезона и реакции с рождением электронно-позитронных пар. Для определения вероятности отдельных каналов реакций так же, как и для установления полной вероятности реакции, необходимо знание матричных элементов переходов для системы, содержащей несколько нуклонов. Вычисление такого рода матричных элементов требует привлечения модельных представлений о строении ядра и при современном состоянии теории ядерных сил не может быть проведено с достаточной степенью достоверности. Поэтому прежде, чем производить качественное рассмотрение на основе ядерных моделей, представляет интерес оценить вероятности ядерных реакций на основе экспериментально измеренных эффективных сечений реакций (II—VI). Такие оценки были проведены еще в работе³. В настоящем изложении мы будем близко следовать работе⁸.

При малых энергиях относительного движения ядер матричные элементы переходов, взятые по волновым функциям компаунд-ядра, можно считать не зависящими от энергии. Эффективное сечение реакции в этом случае, как известно, имеет вид:

$$\sigma = C |\psi(0)|^2/v, \quad (5,1)$$

где $\psi(0)$ — значение волновой функции, описывающей относительное движение ядер для расстояний между ядрами порядка радиуса действия ядерных сил, v — относительная скорость ядер на бесконечности (плотность вероятности в падающей волне предполагается нормированной на единицу). Если пренебрегать размерами области действия ядерных сил, то для реакций между заряженными частицами при достаточно малой энергии

$$|\psi(0)|^2 = 2\pi\eta/(e^{2\pi\eta} - 1) \simeq e^{-2\pi\eta} 2\pi\eta, \quad (5,2)$$

где

$$\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v \gg 1,$$

для ядер водорода $Z_1 = Z_2 = 1$, а множитель $\exp(-2\pi\eta)$ есть коэффициент прохождения через кулоновский потенциальный барьер. Если эффективное сечение реакции измерено в области малых энергий и его зависимость от энергии определяется формулами (5,1) и (5,2), то по экспериментально известному эффективному сечению можно вычислить константу реакции C . Согласно³⁴ энергетическая зависимость эффективного сечения реакции III при энергиях ниже 50 Кэв следует формуле (5,1). При этом оба канала реакции почти равновероятны, и константа реакции равна

$$C_{III} = 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^3/\text{сек}. \quad (5,3)$$

Точно так же сечение реакции IV при энергиях, меньших 19 *Кэв*, следует формуле (5,1), причем константа реакции равна

$$C_{IV} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}^3/\text{сек}. \quad (5,4)$$

(При энергиях порядка 80 *Кэв* реакция IV имеет резонанс, соответствующий виртуальному уровню He_3 .)

Что касается реакции II, то сечение ее при достаточно малых энергиях не измерено. Это связано с тем, что сечение реакции II очень мало, на несколько порядков меньше, чем сечение реакций III и IV. Сечение реакции³⁵, измеренное при энергиях порядка 1 *Мэв*, не годится для оценки вероятности реакции в мезомолекуле $p d \mu$. Действительно, в условиях³⁵ наблюдается электрический дипольный переход $E1$, что подтверждается угловым распределением и поляризацией γ -квантов. Следовательно, реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ при этих энергиях шла из P -состояния, в то время как ядерная реакция в мезомолекуле $p d \mu$, как отмечалось в § 4, должна идти, в основном, из S -состояния. Для оценки по порядку величины вероятности реакции II из S -состояния можно воспользоваться известным сечением реакции с зеркальными ядрами

$$n + d = t + \gamma, \quad (II')$$

измеренным для тепловых нейтронов. Сечение реакции (II') для медленных нейтронов имеет вид (5,1) с $|\psi(0)|^2 = 1$, поскольку для нейтронов, естественно, отсутствует кулоновский фактор. В случае тепловых нейтронов $v = 2,2 \cdot 10^5 \text{ см/сек}$, $\sigma = 0,57 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2$ и, таким образом, константа реакции II равна

$$C_{II} = 1,25 \cdot 10^{-22} \text{ см}^3/\text{сек}. \quad (5,5)$$

б) Проникновение ядер через барьер в мезомолекуле

Зная константы реакций, можно оценить вероятность ядерной реакции в мезомолекуле по формуле

$$\omega = C |G(0)|^2, \quad (5,6)$$

где C — константа реакции, а $G(0)$ — значение волновой функции, описывающей относительное движение ядер в мезомолекуле (см. (4.9)) при $R=0$. Величина $G(0)$ может быть в принципе вычислена при точном интегрировании системы уравнений для $G(R)$ и $H(R)$ (см. Приложение 1), как это, например, сделано в работе¹⁸. Для целей грубой оценки можно воспользоваться, однако, способом, указанным в⁸. Примесь состояния Σ'' для связанного состояния мезомолекулы с различными ядрами мала (в случае одинаковых ядер эта примесь отсутствует вовсе, если не учитывать спин-овых взаимодействий). Поэтому вместо системы уравнений (1П,3) можно приближенно рассматривать одно уравнение для $G(R)$ с потенциалом $V = E_1(R)$, пренебрегая членами с функцией $H(R)$. Потенциал $E_1(R)$ вблизи минимума R_0 можно в грубом приближении заменить осцилляторным потенциалом. Тогда радиальная функция $g(R) = RG(R)$ для основного состояния осциллятора должна иметь вид:

$$g = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{1/4} e^{-\alpha (R - R_0)^2/2}, \quad (5,7)$$

где в мезоатомных единицах

$$\alpha = 2M_{12}E_0;$$

$M_{12} = M_1 M_2 / M_1 + M_2$ — приведенная масса ядер, E_0 — энергия основного уровня, отсчитываемая от дна потенциальной ямы, R_0 — расстояние, соответствующее минимуму потенциальной энергии. Волновую функцию в подбарьерной области можно определить квазиклассически, используя известную связь между решениями волнового уравнения соответственно внутри и вне потенциального барьера

$$|Q(R)|^{-1/2} \exp\left(-\int_{R_1}^R |Q| dR\right) \approx 2[Q(R)]^{-1/2} \cos\left(\int_{R_1}^R Q dR - \frac{\pi}{4}\right), \quad (5,8)$$

где R_1 — классическая точка поворота, а $Q(R)$ равно:

$$Q(R) = \sqrt{2M_{12}(E - V(R))}. \quad (5,9)$$

Для того чтобы нормировать решение (5,8), можно просто приравнять значение, даваемое квазиклассической формулой (5,8) в точке минимума потенциальной энергии R_0 , точному значению волновой функции (5,7). Сравнение (5,8) и (5,7) в точке $R = R_0$:

$$Q(R_0) = \sqrt{2M_{12}E_0}, \quad \cos\left(\int_{R_1}^{R_0} Q dR - \frac{\pi}{4}\right) = 1,$$

указывает, что решение (5,8) следует умножить на величину

$$\frac{\alpha^{1/2}}{2\pi^{1/4}} = 0,38\alpha^{1/2}. \quad (5,10)$$

Может показаться, что такая процедура нормировки квазиклассического решения очень груба, поскольку квазиклассическая функция для основного состояния осциллятора ведет себя совершенно иначе, чем точная функция (5,7). Вследствие близости точки поворота квазиклассическая функция растет (а не падает) с удалением от точки R_0 . Более строгое рассмотрение вопроса о нормировке квазиклассического решения, проведенное Фарри³⁶, показывает, однако, что для основного состояния осциллятора обе стороны (5,8) должны быть умножены на величину

$$\frac{\alpha^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}} \simeq 0,40\alpha^{1/2}, \quad (5,11)$$

которая практически совпадает с (5,10).

Таким образом, в квазиклассическом приближении радиальная функция под барьером должна иметь вид:

$$g(R) = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{1/2} |Q(R)|^{1/2} \exp\left(-\int_{R_1}^R |Q| dR\right). \quad (5,12)$$

При использовании квазиклассического приближения для радиальной функции связь между решениями (5,8) сохранится, если только заменить центробежную энергию $l(l+1)/2M_{12}R^2$ на $\left(l + \frac{1}{2}\right)^2 / 2M_{12}R^2$.

Такая замена обеспечивает, как известно, правильную фазу квазиклассической функции на больших расстояниях, а также правильное поведение³⁸ вблизи $R = 0$.

Поскольку для малых R потенциальный барьер $E_g(R)$ имеет характер кулоновского отталкивания, важно отметить, что при замене $l(l+1) \rightarrow \left(l + \frac{1}{2}\right)^2$ квазиклассическое приближение с хорошей

точностью может быть применено к кулоновскому полю отталкивания вплоть до $R \rightarrow 0$, а не только для $R > \hbar^2/M_{12}e^2$).

Таким образом, в подбарьерной области радиальная функция может быть представлена в виде:

$$g(R) = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{1/2} R \exp \left\{ -\frac{1}{2} \lambda(R) \right\}, \quad (5,15)$$

где показатель подбарьерного множителя $\lambda(R)$ равен

$$\lambda(R) = 2 \int_{R_1}^{R_1} \left\{ \sqrt{2M_{12}(E_g(R) - E_0) + \frac{1}{4R^2} - \frac{1}{2R}} \right\} dR + \ln R_1. \quad (5,16)$$

Величина λ была определена численно в работе Джексона для мезомолекул $p d$, $d d$ и $d t$ (см. таблицу VIII). При этом в качестве радиуса действия ядерных сил брались, в мезоатомных единицах, значения $R_N = 0; 0,02; 0,05$ соответственно сумме ядерных радиусов $0; 0,5 \cdot 10^{-13}$ см; $1,2 \cdot 10^{-12}$ см.

Таблица VIII

Показатель экспоненты в барьерном множителе $\lambda(R_N)^8$

R_N	$p + d$	$d + d$	$d + t$
0	6	8,3	9,5
$5 \cdot 10^{-13}$ см	5,6	7,6	8,8
$1,2 \cdot 10^{-12}$ см	5,0	6,9	7,9

Переходя от мезоатомных к обычным единицам, волновую функцию в области действия ядерных сил можно записать в виде **):

$$G(0) = \frac{1}{(4\pi a_\mu^3)^{1/2}} \left[\frac{g(R)}{R} \right]_{R=R_N}. \quad (5,17)$$

Таким образом, вероятность реакции в единицу времени согласно (5,6), (5,15) и (5,17) равна

$$w = \frac{C}{4\pi a_\mu^3} \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right) \exp(-\lambda) \quad (5,18)$$

или, используя численные значения параметров, взятые в работе⁸,

$$w = 0,7 \cdot 10^{30} C \left(\frac{M_{12}}{M_p} \right)^{1/2} \exp(-\lambda) \text{ (сек}^{-1}\text{)}, \quad (5,19)$$

где M_p — масса протона.

Вероятности реакций $p + d$, $d + d$ и $d + t$ в единицу времени, вычисленные в⁸ согласно (5,19), представлены в табл. VIII. По порядку величины значения, приведенные в таблице VIII, совпадают с оцен-

*) Действительно, точная кулоновская функция (нормированная так, что на бесконечности она имеет вид $\Phi_{kl} \approx \sin(kR + \delta(R))/kR$) может быть при $k \ll 1$ записана вблизи нуля в виде³⁹:

$$R\Phi_{kl} \approx \frac{R^{l+1}e^{-\pi/h}}{\sqrt{k}} \frac{2^l \sqrt{2\pi}}{(2l+1)!}, \quad (5,13)$$

тогда как квазиклассическая функция при $R \rightarrow 0$ имеет вид:

$$R\Phi_{kl} \approx \frac{R^{l+1}e^{-\pi/h}}{\sqrt{k}} \frac{e^{2l+1}}{2^{l+3/2} (l+1/2)^{2l+3/2}}. \quad (5,14)$$

Выражения (5,13) и (5,14) совпадают асимптотически только при $l \rightarrow \infty$. Однако численное различие между коэффициентами в (5,13) и (5,14) получается небольшим уже для сравнительно малых l . Так, при $l=0$ коэффициенты в (5,13) и (5,14) равны соответственно $\sqrt{2\pi} \approx 2,51$ и $e \approx 2,72$, а при $l=1$ $\sqrt{2\pi}/3 \approx 0,84$ и $2e^3/27\sqrt{3} \approx 0,86$.

**) Отметим, что для мезомолекулы $p d$ согласно оценкам, приведенным выше, $|G(0)|^2 \approx 1,4 \cdot 10^{27}$, в то время как в⁶ указано $|G(0)|^2 \approx 6 \cdot 10^{27}$, а в^{18a} получено на основании интегрирования уравнения Шредингера $|G(0)|^2 \approx 10^{28}$, что совпадает с оценкой Скирма⁷.

ками, полученными еще в работах^{2, 3} для $d+d$ -реакции, и оценкой^{3, 6} для $p+d$ -реакции.

Вероятность ядерной реакции в мезомолекуле определяется отношением

$$\frac{\omega}{\omega + \lambda_0} = \frac{\omega\tau}{1 + \omega\tau}, \quad (5,20)$$

где ω — вероятность ядерной реакции в единицу времени, $\tau = 1/\lambda_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ — время жизни μ -мезона.

Как видно из таблицы IX, образование мезомолекул $dd\mu$ и $dt\mu$ должно практически всегда приводить к ядерной реакции.

Таблица IX

Вероятность ядерной реакции в мезомолекулах⁸
(в сек^{-1})

	$p + d$	$d + d$	$d + t$
0	$0,18 \cdot 10^6$	$0,35 \cdot 10^{11}$	$1,1 \cdot 10^{12}$
$5 \cdot 10^{-13} \text{ с.м}$	$0,26 \cdot 10^6$	$0,7 \cdot 10^{11}$	$2,3 \cdot 10^{12}$
$1,2 \cdot 10^{-12} \text{ с.м}$	$0,48 \cdot 10^6$	$1,41 \cdot 10^{11}$	$5,7 \cdot 10^{12}$

Такой вывод можно сделать вполне надежно, несмотря на грубый характер оценок, поскольку ω на несколько порядков превышает λ_0 . Что касается реакции в мезомолекуле $p d\mu$, то на основании приведенных оценок можно утверждать только то, что вероятность $p+d$ -реакции имеет тот же порядок величины, что и вероятность распада μ -мезона. Этот вывод, так же как и оценка вероятности образования мезомолекулы $p d\mu$, качественно согласуется с измеренным в⁵ распределением γ квантов по времени и с общим выходом реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$, вызванной μ -мезонами (см. § 3—4).

Более точного заключения относительно величины вероятности ядерной реакции в мезомолекуле $p d\mu$ сделать на основе приведенных выше оценок нельзя, поскольку они получены с использованием константы зеркальной реакции $n + d \rightarrow t + \gamma$ и в них не учитывается зависимость вероятности ядерной реакции от взаимной ориентации спинов протона и дейтрона.

Выше всюду предполагалось, что ядерная реакция в мезомолекулах идет из S -состояния. По поводу этого предположения следует сделать ряд замечаний.

Во-первых, в молекулах $dd\mu$ вращательное состояние с моментом $K=1$ метастабильно (см. § 4) и поэтому для мезомолекул $dd\mu$ образовавшихся в этом состоянии путем перехода $E1$, ядерная реакция должна идти из P -состояния. Известно, однако, что, несмотря на наличие в P -состоянии центростремительного барьера, P -волна дает заметный вклад в сечение реакции $d+d$ вплоть до самых малых энергий, о чем свидетельствует угловое распределение продуктов реакции. Это объясняется тем, что при малых энергиях в кулоновском поле отталкивания отношение квадратов модулей волновых функций P - и S -состояний на расстояниях порядка радиуса действия ядерных сил не зависит от энергии и, грубо говоря, пропорцио-

нально $(R_N/a_N)^2$, где R_N — радиус действия ядерных сил, $a_N = \hbar^2/M_{12}e^2$ — боровский радиус ядер с приведенной массой M_{12} (см. (5,13)). Таким образом, вероятность ядерной реакции в мезомолекуле $dd\mu$ во вращательном состоянии $K=1$ не может уменьшиться по сравнению с вероятностью реакции в S -состоянии более чем на два-три порядка. Следовательно, учитывая данные, приведенные в таблице, можно по-прежнему считать, что образование мезомолекул $dd\mu$ приводит к катализу ядерной реакции с вероятностью, практически не отличающейся от 100%.

Существенную роль могла, в принципе, играть реакция из P -состояния в мезомолекуле $pd\mu$. Дело в том, что основное состояние мезомолекулы $pd\mu$ содержит примесь состояния с мезонной функцией Σ_u . На малых расстояниях между ядрами состояние Σ_u переходит в $2P$ -состояние мезоатома Нер, а соответствующая этому состоянию волновая функция ядер представляет P -волну, с проекцией момента на ось молекулы, равной нулю. Поскольку ядерная реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$, идущая из P -волны за счет электрического дипольного перехода $E1$, приблизительно в 1000 раз вероятнее, чем реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ из S -волны, переходы из P -состояния могли бы, вообще говоря, успешно конкурировать в мезомолекуле $pd\mu$ с ядерной реакцией из S -состояния. Расчет показывает, однако, что ввиду малого веса состояния Σ_u в основном состоянии $pd\mu$ и наличия центробежного барьера вероятность ядерной реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ за счет перехода $E1$ из P состояния в мезомолекуле $pd\mu$ оказывается все же значительно меньше вероятности ядерной реакции из S -состояния¹⁹.

Ниже мы рассмотрим некоторые особенности катализа ядерных реакций в мезомолекулах $pd\mu$ и $pt\mu$.

в) Ядерная реакция в мезомолекуле $pd\mu$

Поскольку в основном состоянии мезомолекулы примесь состояния Σ_u мала, можно считать, что ядерная реакция идет в основном из S -состояния. При орбитальном моменте, равном нулю, система $pd\mu$ может иметь полный момент $3/2$ и $1/2$ и положительную четность. Так как единственное связанное состояние He_3 имеет спин $1/2$ и положительную четность, то согласно правилам отбора ядерная реакция $p + d$ с испусканием γ -кванта или передачей энергии μ -мезону конверсии может идти из состояния $3/2$ как магнитный дипольный ($M1$) или электрический квадрупольный переход ($E2$), а из состояния $1/2$ как магнитный дипольный ($M1$) и электрический монопольный переход ($E0$), последний только с конверсией на электроны.

Следует заметить, однако, что в мезомолекуле $pd\mu$ состояния с определенным суммарным спином протона и дейтрона не всегда будут собственными состояниями системы, включающей взаимодействие со спином μ -мезона. При учете спиновых взаимодействий основное состояние распадается на четыре уровня соответственно полному спину системы $J=2,1$ (два уровня), 0. Расстояние между этими уровнями много больше ширины уровней (Γ), определяемой вероятностью ядерной реакции: $\omega = 10^6 \text{ сек}^{-1}$; $\Gamma = \hbar\omega \approx 10^{-9} \text{ эв}$. Поэтому ядерная реакция происходит независимо из каждого спинового состояния мезомолекулы, но с различной для каждого из этих состояний вероятностью*). Таким образом, при μ -катализе распределение γ -квантов от реакции $p + d$ по времени должно иметь, строго говоря, не одно, а четыре характерных времени, соответствующих ядерной реакции в мезомолекуле $pd\mu$. Этот факт не мог быть обнаружен в опытах⁵ из-за недостаточной точности эксперимента.

*) Внешнее поле ($\sim 10^4 \text{ гаусс}$), так же как и взаимодействие со спином электрона ($\sim 10^{-5} \text{ эв}$), образующего оболочку атома, внутри которого находится мезомолекула $pd\mu$, слишком мало для того, чтобы перепутать состояния с различными J .

Рассмотрим вопрос о вероятности реакции с отдачей энергии μ -мезону конверсии. В момент реакции, когда ядра сближены, в адиабатическом приближении можно считать, что мезон находится на орбите, соответствующей гелиевому иону ($Z = 2$).

Коэффициент конверсии при магнитном дипольном переходе $M1$ дается выражением⁴⁰

$$\alpha = \frac{1}{2} Z^3 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_{\mu} c^2}{E} \right)^{7/2} \approx 4 \cdot 10^{-4} \quad (E = 5,4 \text{ Мэв}), \quad (5,21)$$

а при электрическом квадрупольном переходе $E2$:

$$\alpha = \frac{1}{3} Z^3 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^4 \left(\frac{2m_{\mu} c^2}{E} \right)^{9/2} \approx 0,1. \quad (5,22)$$

Из равенства (5,21) видно, что магнитный дипольный переход не в состоянии обеспечить наблюдаемое на опыте соотношение между вероятностями реакции с испусканием γ -кванта и конверсией μ -мезона (§ 2). Что касается электрического квадрупольного перехода, то хотя даваемое им значение коэффициента конверсии близко по порядку величины к экспериментальному, однако сама вероятность перехода $E2$, по-видимому, мала⁴¹. Это обстоятельство связано с тем, что для перехода $E2$ из S -состояния относительного движения протона и дейтрона необходимо участие D -состояний в He_3 и (или) дейтроне, а эти состояния появляются только в качестве малых примесей к основному состоянию за счет нецентральных сил. При оценке вероятности ядерной реакции $p + d$ по сечению зеркальной реакции $n + d$ неявно предполагалось, что основным переходом является $M1$, так как квадрупольные моменты в обеих реакциях существенно различны.

Отметим, что предположение о том, что реакция в мезомолекуле $p d \mu$ идет из P -состояния за счет электрического дипольного перехода (см. выше), также не может объяснить большую вероятность передачи энергии μ -мезону, поскольку коэффициент конверсии для перехода ($E1$) равен $2 \cdot 10^{-4}$.

Для объяснения наблюдаемой на опыте сравнительно большой вероятности реакции с передачей энергии μ -мезону решающую роль может играть^{6, 7, 8} электрический монополярный переход $E0$. Переход $E0$, особенно существенный в случае $0 \rightarrow 0$ переходов, когда вообще невозможно испускание одного γ -кванта (например, в процессе $O_{16}^4 \rightarrow O_{16}^4 + e^+ + e^-$), возможен также и при любом $J \rightarrow J$ -переходе без изменения четности. (На роль $E0$ при внутренней конверсии в переходах $J \rightarrow J$ было указано Черчем и Венезером⁴³.) В случае реакции $p + d$ переход $E0$ возможен, если суммарный спин протона и дейтрона до реакции равен $1/2$. Оценка матричного элемента монополярного момента $\sum_k e_k r_k^2$

весьма затруднительна. Для выяснения порядка величины в⁶ был произведен следующий расчет. Рассматривалась одна заряженная частица в конечном (связанном) состоянии с волновой функцией*)

$$\psi_1 = \frac{1}{(2\pi\lambda)^{1/2}} \frac{e^{-r/\lambda}}{r}. \quad (5,23)$$

Волновая функция в начальном состоянии бралась в виде:

$$\psi_1 = G(0) (1 - \lambda/r), \quad (5,24)$$

*) Взято $\lambda = \hbar / \sqrt{2M_{12}E}$, где M_{12} — приведенная масса протона и дейтрона, $M_{12} = \frac{2}{3} M_p$, и $E = 5,4 \text{ Мэв}$ — энергия связи He_3 .

где величина $G(0)$ была вычислена для кулоновского барьера в мезо-молекуле (см. выше). Выражение (5,24) выбрано так, чтобы при $r=0$ волновая функция подчинялась тому же самому фазовому условию $d \ln(r\psi)/dr = -1/\lambda$, что и функция (5,23). При этом обеспечивается ортогональность функций в конечном и начальном состояниях. Матричный элемент $\langle er^2 \rangle$ равен

$$\langle er^2 \rangle = 8 \sqrt{2\pi e} G(0) \lambda^{7/2}, \quad (5,25)$$

а вероятность конверсии μ -мезона

$$\omega_{E0} = \frac{512\pi V^2}{9} Z^3 \left(\frac{e}{\hbar c} \right)^5 \left(\frac{E}{m_\mu c^2} \right)^{1/2} \lambda^7 |G(0)|^2 \left(\frac{m_\mu c}{\hbar} \right)^4 \frac{m_\mu c^2}{\hbar}. \quad (5,26)$$

После подстановки $Z=2$, $|G(0)|^2 = 6 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-3}$; $\lambda = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ в работе ⁶ было получено *):

$$\omega_{E0} \approx 4 \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}. \quad (5,27)$$

По порядку величины указанное значение может объяснить наблюдаемую вероятность реакции с передачей энергии μ -мезону. Однако надежность этого результата очень мала как вследствие грубости одночастичного рассмотрения (дейтрон, размер которого больше чем размер He_3 , а масса всего вдвое больше массы протона, заменяется неподвижной точкой), так и вследствие чрезвычайной чувствительности результата к параметру λ , входящему в седьмой степени.

Любопытно отметить следующее обстоятельство. Размерные величины входят в вероятности конверсии монополярного ($E0$) и электрического квадрупольного перехода ($E2$) одинаково **). Таким образом, оценка вероятностей по соображениям размерности должна дать одинаковое значение для $E0$ и $E2$. Однако оценки по соображениям размерности не могут учесть ортогональности волновых функций начального и конечного состояний, и, в частности, тот факт, что D -состояние, необходимое для $E2$ -перехода, является малой примесью к основному. Поэтому, несмотря на соображения размерности, вероятность конверсии μ -мезона за счет $E0$ может быть существенно большей, чем в $E2$ -переходе.

Значительная роль $E0$ -переходов в реакции $p+d$ в мезомолекуле $p\bar{d}\mu$ связана также с тем, что вероятность переходов $M1$ ($1/2 \rightarrow 1/2$) с испусканием γ -квантов сравнительно невелика, что проявляется в малости константы реакции (5,5) ***).

Наряду с конверсией электрический монополярный переход может идти с образованием электронно-позитронных пар. Отношение вероятности образования пары к вероятности конверсии может быть найдено независимо от величины ядерного матричного элемента $\langle er^2 \rangle$. Это отношение составляет для реакции $p+d$ по порядку величины 10^{-3} и наблюдать пары нелегко. Весьма любопытно поэтому рассмотреть реакцию $p+t$ в мезомолекуле $p\bar{t}\mu$, где указанное отношение порядка единицы.

*) Близкое значение для вероятности $E0$ -перехода $\omega_{E0} \approx 5 \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}$ получено недавно в работе ¹⁹.

**) Действительно, в нерелятивистской области в выражение вероятности внутренней конверсии не должна входить скорость света (поскольку переход вызывается прямым кулоновским взаимодействием). Поэтому размерность момента ядра однозначно определяет степени e , \hbar , m_μ , E в выражении вероятности перехода.

***). Переходы $M1$ в реакциях $p+d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ и $n+d \rightarrow t + \gamma$ малы, так как должны идти (так же, как $E2$) за счет малых примесей к основному синглетному по протонам состоянию He_3 или синглетному по нейтронам состоянию трития (см.⁴²). Отметим, что это обстоятельство приводит к заметному рождению пар в реакции $n+d \rightarrow t + e^+ + e^-$ за счет $E0$ -перехода.

г) Ядерная реакция в мезомолекуле $p\bar{t}\mu$

Барьерный фактор в мезомолекуле $p\bar{t}\mu$ меньше, чем для мезомолекулы $p\bar{d}\mu$, всего в два раза. При суммарном спине системы $p+t$, равном 1, превращение $p+t \rightarrow \text{He}_4 + \gamma$ из S -состояния возможно только процессом $M1$ (переход $1 \rightarrow 0$ для $E2$ запрещен). Благодаря большей энергии перехода (около 20 Мэв) при матричном элементе того же порядка, что и для реакции $p+d$, можно ожидать возрастание константы реакции в 60 раз. При этом вероятность реакции с испусканием γ -кванта в мезомолекуле $p\bar{t}\mu$ за время жизни μ -мезона будет близка к 100%. Вероятность отдачи энергии μ -мезону при спине $p+t$, равном 1, ничтожна, порядка 10^{-5} .

В состоянии $p+t$ со спином 0 испускание γ -кванта невозможно ($0 \rightarrow 0$ -переход), а вероятность реакции с отдачей энергии μ -мезону за счет $E0$ -перехода порядка 10^5 – 10^6 сек^{-1} . Однако с конверсией μ -мезона теперь успешно конкурирует процесс образования электронно-позитронных пар. Как указывалось выше, отношение вероятностей этих процессов при энергии 20 Мэв порядка единицы.

При учете спиновых взаимодействий в мезомолекуле (Приложение 3) основное состояние мезомолекулы $p\bar{t}\mu$ расщепляется на три уровня, соответствующих различным значениям полного спина системы $p\bar{t}\mu$ $J = 3/2$ и $J = 1/2$ (два состояния). Расстояние между этими уровнями, как и для мезомолекулы $p\bar{d}\mu$, значительно больше ширины уровней. Поэтому реакция $p+t$ должна идти независимо из каждого уровня сверхтонкой структуры мезомолекулы $p\bar{t}\mu$ с характерной для каждого из этих уровней вероятностью. В состоянии $J = 3/2$ суммарный спин $p+t$ равен 1, поэтому реакция из $J = 3/2$ должна идти с испусканием γ -квантов за счет перехода $M1$. Оба состояния $J = 1/2$ представляют смесь состояний с суммарным спином $p+t$, равным 1 и 0. Таким образом, для этих состояний с переходом $M1$ (при спине $p+t$, равном 1) будет конкурировать переход $E0$ с конверсией μ -мезона или рождением пары (при спине $p+t$, равном 0).

Вероятность перехода $M1$, разумеется, значительно больше, чем вероятность $E0$ -перехода. Однако для перехода $E0$ существует некоторое благоприятное обстоятельство. Действительно, ввиду того, что магнитные моменты протона и трития близки друг к другу, состояния $J = 1/2$ будут близки к чистым состояниям с определенным спином системы $p+t$. В нижнем состоянии $J = 1/2$ спин $p+t$ в основном 1, а примесь состояния со спином $p+t$, равным 0, мала. В верхнем состоянии $J = 1/2$, наоборот, спин $p+t$ в основном 0, а примесь состояния с суммарным спином $p+t$, равным 1, мала. Таким образом, переход $M1$ из верхнего состояния $J = 1/2$, конкурирующий с $E0$, будет подавлен из-за малой вероятности обнаружить в этом состоянии спин $p+t$, равный 1.

Любопытно отметить, что если бы спин мезона, образующего мезомолекулу, был равен 0, то сумма числа реакций с отдачей энергии мезону и образованием пар, должна составить 25% полного числа реакций в соответствии со статистическим весом спина $p+t$, равного 0 и 1. Таким образом, тщательное исследование процесса катализа в системе $p+t$ в принципе могло бы позволить не только наблюдать тяжелые ядерно-неактивные отрицательные мезоны, но и дать сведения об их спине.

§ 6. ЭФФЕКТИВНОСТЬ КАТАЛИЗА ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ МЕЗОНАМИ

После экспериментального подтверждения возможности катализа ядерных реакций в водороде μ -мезонами неоднократно высказывалась надежда, что мезонный катализ можно будет использовать для получения незатухающей ядерной реакции между изотопами водорода. В случае

μ -катализа было, конечно, более или менее очевидно, что такая возможность неосуществима ввиду того, что вероятность образования мезомолекул сравнима с вероятностью распада μ -мезона, а в некоторых случаях даже значительно меньше вероятности распада. Однако некоторое время оставался открытым следующий вопрос: допустим, в природе существует какой-нибудь отрицательно заряженный долгоживущий мезон; в качестве такого подозревался, например, мезон с массой 500. Возможен ли с помощью такого мезона катализ незатухающей ядерной реакции в водороде? Оказалось, что на этот вопрос можно дать вполне определенный отрицательный ответ^{9, 8, 7}. Дело в том, что для всех возможных реакций между изотопами водорода (см. Введение), кроме практически неинтересной реакции I, существуют каналы реакций, в которых происходит образование ядер гелия. При мезонном катализе ядерного синтеза существует поэтому определенная вероятность того, что мезон, вызвавший ядерную реакцию, окажется связанным с образовавшимся ядром гелия. Поскольку мезоатом гелия обладает положительным зарядом, другие ядра, в том числе ядра водорода, не могут приблизиться к этой системе на достаточно малое расстояние. Таким образом, мезон, оказавшийся в орбите мезоатома гелия, выбывает из дальнейшего участия в катализе ядерных реакций, и тем самым лимитируется эффективность мезонного катализа. Расчет вероятности «прилипания» мезона к гелию был произведен в⁹ методом, аналогичным тому, который предложил Мигдал⁴⁴ для рассмотрения ионизации атома при β -распаде. При сближении ядер мезомолекулы до расстояний порядка радиуса действия ядерных сил волновая функция мезона Σ_i адиабатически переходит в волновую функцию

$$\varphi_0 = \left(\frac{Z^3}{\pi a_\mu^3} \right)^{1/2} e^{-Zr/a_\mu}, \quad (6,1)$$

соответствующую состоянию $1s$ мезоиона гелия, $Z = 2$; $a_\mu = \hbar^2/m_\mu^*e^2$, m_μ^* — приведенная масса мезона в атоме гелия.

Пусть ядро гелия, образовавшееся в результате ядерной реакции, получив энергию отдачи E , приобретает скорость $(-v)$. Тогда волновая функция мезона относительно ядра гелия в начальный момент после отдачи имеет вид:

$$\varphi_p = e^{ipr/\hbar} \varphi_0, \quad (6,2)$$

где $p = m_\mu^*v$. Разлагая функцию (6,2) по собственным функциям мезона в поле ядра гелия, можно получить вероятность захвата мезона на различные уровни мезоатома $\text{He}\mu$.

Можно заметить, что наиболее вероятным является захват мезона на основной уровень мезоатома $\text{He}\mu$. Действительно, вероятность захвата в состояние φ_l определяется выражением

$$K_l = \left| \int \varphi_l^* \varphi_p d\tau \right|^2 = \left| \int \varphi_l \varphi_0 e^{ipr/\hbar} d\tau \right|^2. \quad (6,3)$$

Если импульс отдачи велик, то функция $e^{ipr/\hbar}$ быстро осциллирует и основной вклад в интеграл должна давать область малых r ($r \ll \hbar/p$). Вероятность захвата на уровни $l \neq 0$ будет обратно пропорциональна более высоким степеням импульса p , чем вероятность захвата на уровне $l=0$, и поэтому будет мала. С другой стороны, захват на возбужденные уровни $n > 1$, $l=0$ должен быть также мал по сравнению с захватом на основной уровень ($n=1$), поскольку $|\varphi_l(0)|^2 \sim \frac{1}{n^3}$, т. е. вероятность захвата на возбужденные уровни будет составлять менее 20% вероятности захвата на основной уровень. В другом предельном

случае малых p вероятность захвата на возбужденные уровни мала ввиду ортогональности функций φ_f и φ_0 (для $n \neq 1$). Вероятность захвата мезона на основной уровень $\text{He}\mu$ может быть легко вычислена согласно (6,3) и составляет

$$K_0 = (1 + p^2 a_\mu^2 / 4Z^2 \hbar^2)^{-4} = (1 + E/4\varepsilon_0)^{-4}, \quad (6,4)$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{MZ^2 e^4}{2\hbar^2}; \quad (6,5)$$

E — энергия отдачи, M — масса ядра гелия.

Важно подчеркнуть, что вероятность (6,4) не зависит в адиабатическом приближении от массы мезона.

Для реакций $d + d \rightarrow \text{He}_3 + n$

$$E = 0,8 \text{ Мэв}, \quad \varepsilon_0 = 0,3 \text{ Мэв}, \quad K_0 \approx 0,13.$$

Для реакций $d + t \rightarrow \text{He}_4 + n$

$$E = 3,5 \text{ Мэв}, \quad \varepsilon_0 = 0,4 \text{ Мэв}, \quad K_0 \approx 0,01.$$

Вероятность того, что при дальнейшем движении ядра отдачи мезон будет вырван из мезоатома $\text{He}\mu$ в результате столкновений с электронами, не велика и составляет согласно оценкам⁸ около 4% для реакции $d + d$ и 20% для реакции $d + t$.

Таким образом, даже стабильный мезон не может вызвать в жидком дейтерии в среднем более 16 реакций, а в смеси дейтерия с тритием более 100; в действительности же в смеси $d + t$ будут идти также реакции $d + d$ и $t + t$, уменьшающие выход мезонов. Следовательно, энергетический выход реакции не будет покрывать затрат энергии на создание мезонов на ускорителях. Мезоны же космических лучей вследствие их малой интенсивности практически не эффективны.

§ 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Катализ ядерных реакций μ -мезонами в водороде представляет собой процесс, в котором явления мезоатомной и мезомолекулярной физики весьма своеобразно переплетаются с вопросами ядерных реакций между изотопами водорода. В этом смысле изучение мезонного катализа представляет интерес как для мезонной, так и для ядерной физики. Ядерные реакции в мезомолекулах водорода протекают нередко в условиях, совершенно отличающихся от тех условий, при которых наблюдаются ядерные реакции на ускорителях. Простейшим примером может служить реакция $p + d \rightarrow \text{He}_3$, которая в мезомолекуле $p d\mu$ идет в основном из S -состояния благодаря магнитному дипольному переходу $M1$, тогда как в лабораторных условиях она происходит из P -состояния благодаря электрическому дипольному переходу $E1$. Для того чтобы на ускорительной трубке наблюдать реакцию $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ из S -состояния, необходимо было бы спуститься до энергий порядка 10—20 Кэв, что, по-видимому, весьма трудно осуществить из-за малого сечения реакции. Таким образом, исследование μ -катализа может дать дополнительную информацию о матричных элементах различных ядерных переходов.

С другой стороны, различные мезомолекулярные процессы в водороде, связанные с мезонным катализом определяют специфику поведения μ -мезонов в водороде. Поэтому эти процессы необходимо учитывать при экспериментальном изучении слабых взаимодействий μ -мезонов в водороде^{22, 23, 25}.

Не исключена возможность использования мезонного катализа для обнаружения и исследования свойств новых, ядерно неактивных, отрицательно заряженных мезонов, если таковые будут открыты.

Было бы желательно проведение дальнейших экспериментальных исследований μ -катализа, в частности:

1) В водороде, обогащенном дейтерием до 2—3%, следовало бы произвести более точное, чем в⁵, измерение распределения γ -квантов по времени, в частности обнаружить несколько характерных времен, соответствующих реакции из различных спиновых состояний. Точное определение абсолютного выхода γ -квантов в указанной смеси может представить интерес для изучения слабого взаимодействия μ -мезонов с нуклонами. Действительно, поскольку в результате реакции $p + d \rightarrow \text{He}_3 + \gamma$ мезон остается на орбите He_3 (см. § 6), представляется возможность наблюдать захват μ -мезона ядром He_3 : $\mu^- + \text{He}_3 \rightarrow t + \nu$. Матричный элемент перехода может быть установлен из данных по β -распаду трития $t \rightarrow \text{He}_3 + e^- + \nu$, и, таким образом, изучение этого процесса дает возможность точного измерения константы слабого взаимодействия $\mu^- + p \rightarrow n + \nu$ (см. также²³).

2) При значительно больших концентрациях дейтерия (порядка 60—80%) по числу $p + d$ - и $d + d$ -реакций можно было бы установить соотношение между вероятностью образования $pd\mu$ - и $dd\mu$ -молекул.

Кроме того, в указанной смеси благодаря реакции $d + d \rightarrow t + n$ в мезомолекуле $dd\mu$ имеется вероятность, равная $\approx 2\%$ того, что μ -мезон окажется на орбите трития. В дальнейшем мезоатом $t\mu$ может образовать мезомолекулу $pt\mu$, что даст возможность наблюдать реакции $p + t$, в частности рождение пар e^+ , e^- в реакции $p + t \rightarrow \text{He}_4 + e^+ + e^-$.

3) Представляет интерес измерение абсолютного выхода реакций, вызываемых μ -мезонами в чистом дейтерии, а также вероятности «прилипания» μ -мезона к образуемому He_3 .

4) В водороде, обогащенном тритием до 0,01—0,1%, вполне возможно наблюдение реакций $p + t$ в мезомолекулах $pt\mu$. К сожалению, в этом случае невозможно использовать пузырьковую камеру ввиду активности трития. Однако наиболее красивое явление—рождение пар e^+ , e^- ,—по-видимому, можно наблюдать с помощью счетчиков.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

УТОЧНЕНИЕ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Рассмотрим систему, состоящую из двух ядер изотопов водорода с массами M_1 и M_2 и μ -мезона. Пусть \mathbf{r} , \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 —соответственно координаты μ -мезона и ядер. Гамильтониан системы в пренебрежении спинowymi взаимодействиями имеет вид*):

$$\hat{H} = -\frac{1}{2M_1} \Delta_{\mathbf{R}_1} - \frac{1}{2M_2} \Delta_{\mathbf{R}_2} - \frac{1}{2} \Delta_{\mathbf{r}} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R}, \quad (1\Pi, 1)$$

где

$$r_1 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_1|; \quad r_2 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_2|; \quad R = |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1|.$$

Как указано в § 4, волновую функцию системы для нижнего мезонного термина следует искать в виде (4,9). Подставляя (4,9) в уравнение Шредингера

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (1\Pi, 2)$$

с гамильтонианом (1\Pi, 1) и учитывая, что Σ_g и Σ_u —ортонормированные функции, удовлетворяющие уравнению (4,2), можно получить путем умножения (1\Pi, 2) на Σ_g и Σ_u и интегрирования по координатам μ -мезона систему уравнений для

*) В дальнейшем используются мезоатомные единицы: $\hbar = 1$, $e = 1$, $m_\mu = 1$.

функций $G(\mathbf{R})$ и $H(\mathbf{R})$:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2M_{12}}\Delta_{\mathbf{R}}G + \left(E_g + \frac{1}{2M_{12}}K_{gg}\right)G + \frac{1}{2M_{12}}K_{gu}H - \frac{1}{M_{12}}\mathbf{Q}_{gu}\nabla H = EG, \\ & -\frac{1}{2M_{12}}\Delta_{\mathbf{R}}H + \left(E_u + \frac{1}{2M_{12}}K_{uu}\right)H + \frac{1}{2M_{12}}K_{ug}G - \frac{1}{M_{12}}\mathbf{Q}_{ug}\nabla G = EH, \end{aligned} \quad (11,3)$$

где $\frac{1}{M_{12}} = \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}$, а величины $\frac{1}{2M_{12}}K_{ij}$, $\frac{1}{M_{12}}\mathbf{Q}_{ij}$ являются матричными элемен-

тами по мезонным функциям Σ_g и Σ_u операторов:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2M_{12}}\hat{K} &= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M_1}\Delta_{\mathbf{R}_1} + \frac{1}{M_2}\Delta_{\mathbf{R}_2}\right), \\ \frac{1}{M_{12}}\hat{\mathbf{Q}} &= -\frac{1}{M_1}\nabla_{\mathbf{R}_1} + \frac{1}{M_2}\nabla_{\mathbf{R}_2}. \end{aligned} \quad (11,4)$$

Эти величины в уравнении (11,3) представляют динамические поправки к адиабатическому приближению, которые для обычных молекул отбрасываются ввиду того, что $M_{12} \gg 1$. Используя свойства симметрии Σ_g и Σ_u относительно перестановки ядер, можно выделить в величинах K_{ij} , \mathbf{Q}_{ij} зависимость от масс M_1 и M_2 :

$$\begin{aligned} K_{ii} &= \int \Sigma_i(-\Delta_{\mathbf{R}_1})\Sigma_i d\tau_{\mu}; \quad i=g, u, \\ K_{ij} &= \frac{M_2-M_1}{M_2+M_1} \int \Sigma_i(-\Delta_{\mathbf{R}_1})\Sigma_j d\tau_{\mu}; \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (11,5)$$

$$\mathbf{Q}_{gu} = -\mathbf{Q}_{ug} = Q \frac{\mathbf{R}}{R} = \frac{M_2-M_1}{M_2+M_1} \int \Sigma_g(-\nabla_{\mathbf{R}_1})\Sigma_u d\tau_{\mu}.$$

Заметим, что дифференциальные операторы $\Delta_{\mathbf{R}_1}$, $\nabla_{\mathbf{R}_1}$ действуют на функции $\Sigma_g(R, r_1, r_2)$ и $\Sigma_u(R, r_1, r_2)$ через их аргументы $r_1 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_1|$ и $\mathbf{R} = |\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1|$ при постоянных \mathbf{r} и \mathbf{R}_2 .

Из соотношений (11,5), в частности, следует, что при $M_1 = M_2$ система уравнений (11,3) распадается на 2 независимых уравнения. Физические причины этого были указаны в § 4.

Величины K_{gg} и K_{uu} вычислялись в работе³⁰ с помощью точных волновых функций Σ_g и Σ_u ²⁹. Значения K_{ij} и Q , вычисленные с помощью функций Σ_g и Σ_u в приближении (LCAO) и (UA), приведены в¹⁷. Аналогичные величины в^{18а, 20} вычислены с помощью вариационных волновых функций. Исследуем поведение системы (11,3) при $R \rightarrow \infty$. Для этого предварительно заметим, что при $R \rightarrow \infty$

$$\int \Sigma_i(-\Delta_{\mathbf{R}_1})\Sigma_j d\tau_{\mu} \rightarrow \frac{1}{2}, \quad (11,6)$$

$$\int \Sigma_i(-\nabla_{\mathbf{R}_1})\Sigma_j d\tau_{\mu} \rightarrow 0.$$

Действительно, при $R \rightarrow \infty$ Σ_g и Σ_u перестают зависеть от R (см. 4,3), так что действие операторов $\Delta_{\mathbf{R}_1}$ и $\nabla_{\mathbf{R}_1}$ сводится по существу к $\Delta_{\mathbf{r}_1}$ и $(-\nabla_{\mathbf{r}_1})$. При этом первый из интегралов (11,6) сводится непосредственно к среднему значению кинетической энергии в мезоатоме (т. е. к $1/2$), а второй равен нулю из условия нормировки.

Учитывая (11,5) и (11,6), можно выразить предельные значения потенциалов в (11,3) через уровни энергии изолированных мезоатомов (4,8). С точностью до членов $(1/M_1)^2$, $(1/M_2)^2$ имеем

$$\left\{E_g + \frac{1}{2M_{12}}K_{gg}\right\}_{R=\infty} = \left\{E_u + \frac{1}{2M_{12}}K_{uu}\right\}_{R=\infty} = \frac{1}{2}(E_1^0 + E_2^0), \quad (11,7)$$

$$\frac{1}{2M_{12}}K_{gu}(\infty) = \frac{1}{2M_{12}}K_{ug}(\infty) = \frac{1}{2}(E_1^0 - E_2^0).$$

Таким образом, для $R \rightarrow \infty$ система (1П,3) принимает вид:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2M_{12}} \Delta_R G + \frac{1}{2} (E_1^0 - E_2^0) H &= \left[E - \frac{1}{2} (E_1^0 + E_2^0) \right] G, \\ -\frac{1}{2M_{12}} \Delta_R H + \frac{1}{2} (E_1^0 - E_2^0) G &= \left[E - \frac{1}{2} (E_1^0 + E_2^0) \right] H. \end{aligned} \quad (1П,8)$$

Наряду с функциями $G(R)$ и $H(R)$ удобно ввести функции $A(R)$ и $B(R)$, определяемые соотношениями (4,10). При $R \rightarrow \infty$ для функций $A(R)$ и $B(R)$ получаются согласно (1П,8) уравнения:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2M_{12}} \Delta_R A + (E - E_1^0) A &= 0, \\ -\frac{1}{2M_{12}} \Delta_R B + (E - E_2^0) B &= 0. \end{aligned} \quad (1П,9)$$

Таким образом, поправки к адиабатическому приближению при $R \rightarrow \infty$, как и следовало ожидать, учитывают с точностью до $1/M_1$ и $1/M_2$ энергию движения ядра в изолированном мезоатоме. Эти поправки при конечных R меняют форму молекулярных потенциалов и перепутывают мезонные термы Σ_g и Σ_u . Необходимость искать волновую функцию в нулевом приближении в виде (4,9), а не в виде (4,1), совершенно ясна из уравнения (1П,3), поскольку для мезомолекул перекрестные члены $\frac{1}{2M_{12}} K_{qu}$ и $\frac{1}{2M_{12}} K_{uq}$ того же порядка, что и E_g и E_u . В уравнении (1П,3) можно выделить угловую зависимость функций $G(R)$ и $H(R)$. В этом смысле можно сказать, что в приближении (4,9) сохраняется классификация уровней на вращательные и колебательные. Полагая:

$$G(R) = \frac{g(R)}{R} Y_{K, M_K}(\theta, \varphi), \quad H(R) = \frac{h(R)}{R} Y_{K, M_K}(\theta, \varphi), \quad (1П,10)$$

где θ, φ — углы, определяющие ориентацию оси молекулы относительно неподвижной системы координат, а $Y_{K, M_K}(\theta, \varphi)$ — сферические функции, получим для $g(R)$ и $h(R)$ уравнения:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2M_{12}} \frac{d^2 g}{dR^2} + \left\{ E_g + \frac{1}{2M_{12}} K_{gg} + \frac{K(K+1)}{2M_{12}R^2} \right\} g + \frac{1}{2M_{12}} K_{gu} h - \\ - \frac{1}{M_{12}} QR \frac{d}{dR} \left(\frac{h}{R} \right) = E g; \quad (1П,11) \\ -\frac{1}{2M_{12}} \frac{d^2 h}{dR^2} + \left\{ E_u + \frac{1}{2M_{12}} K_{uu} + \frac{K(K+1)}{2M_{12}R^2} \right\} h + \frac{1}{2M_{12}} K_{ug} g - \frac{1}{M_{12}} QR \frac{d}{dR} \left(\frac{g}{R} \right) = E h. \end{aligned}$$

Функции $g(R)$ и $h(R)$ должны, очевидно, удовлетворять граничным условиям, обеспечивающим конечность функций G и H при $R=0$

$$g(0) = h(0) = 0. \quad (1П,12)$$

Для постановки граничных условий при $R \rightarrow \infty$ удобнее, однако, воспользоваться функциями $a(R)$ и $b(R)$, связанными с $A(R)$ и $B(R)$ точно так же, как g и h связаны с G и H . Согласно (4,10) и (1П,10)

$$a(R) = \frac{1}{\sqrt{2}} (g+h), \quad b(R) = \frac{1}{\sqrt{2}} (g-h). \quad (1П,13)$$

При $R \rightarrow \infty$ система уравнений для $a(R)$ и $b(R)$ распадается на два независимых уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2M_{12}} \frac{d^2 a}{dR^2} + (E - E_1^0) a &= 0, \\ \frac{1}{2M_{12}} \frac{d^2 b}{dR^2} + (E - E_2^0) b &= 0. \end{aligned} \quad (1П,14)$$

В области энергий $E \geq E_1^0 > E_2^0$ (для определенности считаем $E_1^0 > E_2^0$) мезон может находиться как у легкого, так и у тяжелого изотопа. Если рассматривается переход μ -мезона от легкого изотопа к тяжелому, то волновая функция $b(R)$ не должна содержать сходящейся волны. Соответственно этому граничное условие при $R \rightarrow \infty$:

$$b(R) \approx e^{ik_2 R}; \quad k_2^2 = 2M_{12}(E - E_2^0). \quad (1П,15)$$

В области энергий $E_1^0 > E > E_2^0$ мезон может находиться только у тяжелого изотопа. Волновая функция $a(R)$ не должна содержать при $R \rightarrow \infty$ экспоненциально растущего члена:

$$a(R) \approx e^{-\kappa_1 R}, \quad \kappa_1^2 = 2M_{12}(E_1^0 - E). \quad (1П,16)$$

Наконец, в области энергий $E < E_2^0 < E_1^0$ необходимо потребовать, чтобы обе функции $a(R)$ и $b(R)$ оставались ограниченными при $R \rightarrow \infty$:

$$a(R) \approx e^{-\kappa_1 R}, \quad b(R) \sim e^{-\kappa_2 R}, \quad \kappa_2^2 = 2M_{12}(E_2^0 - E). \quad (1П,17)$$

Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (1П,15)–(1П,17), при численном интегрировании системы (1П,11) можно воспользоваться следующим приемом.

Интегрируя уравнение (1П,11) от $R=0$, можно получить два линейно независимых решения, задавая их, например, условиями

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad & g(0) = h(0) = h'(0) = 0, \quad g'(0) = 1, \\ \text{II)} \quad & g(0) = h(0) = g'(0) = 0, \quad h'(0) = 1. \end{aligned} \quad (1П,18)$$

Составляя далее линейную комбинацию решений, нетрудно добиться, чтобы при достаточно больших R , на которых найденные решения уже выходят на асимптотику, удовлетворялись условия (1П,15)–(1П,17). При этом очевидно, что условия (1П,15), (1П,16) должны выполняться при любом значении энергии из соответствующих областей ($E > E_1^0$ или $E_1^0 > E > E_2^0$), тогда как условиям (1П,17) можно удовлетворить только при определенных значениях E_n , образующих дискретный спектр молекулы. При численном интегрировании значения E_n находятся подбором из условия обращения в нуль детерминанта, составленного из коэффициентов при экспоненциально растущих членах линейно независимых решений, задаваемых условиями (1П,18) (см. ¹⁷).

В заключение отметим, что между любыми двумя решениями системы (1П,3) $\{G_1, H_1\}$ и $\{G_2, H_2\}$ существует связь, которую легко установить, заметив, что

$$K_{gu} - K_{ug} = -2 \operatorname{div} Q_{gu}.$$

Указанная связь решений имеет вид закона сохранения:

$$\operatorname{div} \{ (G_2 \nabla G_1 - G_1 \nabla G_2) + (H_2 \nabla H_1 - H_1 \nabla H_2) + 2Q_{gu} (H_1 G_2 - H_2 G_1) \} = 0. \quad (1П,19)$$

В частности, из (1П,19) следует закон сохранения потока. Указанным соотношением удобно воспользоваться для контроля правильности численного интегрирования.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

РАСЧЕТ МЕЗОМОЛЕКУЛ С ОДИНАКОВЫМИ ЯДРАМИ

1) В состоянии Σ_g эффективный потенциал взаимодействия между ядрами равен:

$$V_g = E_g + \frac{1}{M} K_{gg}, \quad (2П,1)$$

см. (1П,3), $M = M_1 = M_2$ — масса ядра. Соответствующие кривые для основного и вращательного состояния представлены на рис. 7–8. Значения $E_g(R)$ взяты из работы ²⁹, значения $K_{gg}(R)$ получены пересчетом из ³⁰. Потенциальные кривые $V_g(R)$ вблизи минимума с хорошей точностью аппроксимируются известным потенциалом Морза

$$V_M = D \{ e^{-2\alpha(R-R_0)} - 2e^{-\alpha(R-R_0)} \}. \quad (2П,2)$$

Значения, вычисленные по (2П,2), представлены на рис. 7–8 точками: там же указаны параметры аппроксимации R_0 , D , α .

Уровни энергий для потенциала (2П,2) даются формулой

$$E_v = -D \left[1 - \frac{\alpha}{\sqrt{MD}} \left(v + \frac{1}{2} \right) \right]^2, \quad (2П,3)$$

где v — целое число, удовлетворяющее условию

$$0 < v < \sqrt{MD}/\alpha - \frac{1}{2}. \quad (2П,4)$$

Для мезомолекул ppr существует только один колебательный уровень $v=0$, для мезомолекул ddr и lir в состоянии $K=0$ возможно $v=0, 1$.

Если обозначить:

$$s = \sqrt{M|E|}/\alpha, \quad \delta = \sqrt{MD}/\alpha, \quad \xi = 2\delta e^{-\alpha(R-R_0)}, \quad (2П,5)$$

то радиальные функции, соответствующие уровням $v=0$ и $v=1$, запишутся в виде:

$$v=0 \quad g = [\alpha/\Gamma(2s)]^{1/2} e^{-\frac{\xi}{2}} \xi^s, \quad (2П,6)$$

$$v=1 \quad g = [\alpha(2s+1)/\Gamma(2s)]^{1/2} e^{-\frac{\xi}{2}} \xi(1-\xi/(2s+1)), \quad (2П,7)$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция.

Следует отметить, что потенциал Морза существенно отклоняется от аппроксимируемых им потенциалов взаимодействия как для малых, так и для весьма больших R . Однако, как видно из рис. 7—8, это отклонение происходит в подбарьерной области, где значения волновых функций экспоненциально малы. Поэтому смещение уровней, вызываемое отклонением потенциала Морза от V_g ,

$$\delta E = \int g^2 (V_g - V_M) dR \quad (2П,8)$$

оказывается, как правило, малым. Благодаря указанному обстоятельству аппроксимация с помощью потенциалов Морза дает хороший результат и для вращательных уровней; исключением является уровень ($K=1, v=1$) в мезомолекуле ddr , который формально получается согласно (2П,4), однако является весьма ненадежным.

2) Волновая функция непрерывного спектра для потенциала (2П,2) имеет вид:

$$g = \frac{e^{-\frac{\xi}{2}}}{2i} \left\{ e^{i\varphi\xi - is} F\left(-\delta + \frac{1}{2} - is, 1 - 2is, \xi\right) - e^{-i\varphi\xi is} F\left(-\delta + \frac{1}{2} + is, 1 + 2is, \xi\right) \right\}, \quad (2П,9)$$

где $F(\alpha, \gamma, z)$ — вырожденная гипergeометрическая функция, а угол φ определяется соотношением

$$e^{2i\varphi} = \frac{\Gamma(1+2is)}{\Gamma(1-2is)} \cdot \frac{\Gamma\left(-\delta + \frac{1}{2} - is\right)}{\Gamma\left(-\delta + \frac{1}{2} + is\right)}. \quad (2П,10)$$

Асимптотический вид (2П,9) на больших расстояниях ($R \gg R_0$):

$$g \approx \sin(kR + \omega),$$

$$k = \sqrt{ME}, \quad \omega = \varphi - kR_0 - k \ln \delta/\alpha. \quad (2П,11)$$

При достаточно малых энергиях функция (2П,9) может быть представлена в области $R_0 \ll R \ll \frac{1}{k}$ в виде:

$$g \approx R - a_g, \quad (2П,12)$$

где длина рассеяния a_g равна

$$a_g = \left[\psi\left(-\delta + \frac{1}{2}\right) - 2\psi(1) + \ln 2\delta + \alpha R_0 \right] / \alpha, \quad (2П,13)$$

($\psi(z) = \frac{d}{dz} \ln \Gamma(z)$ — логарифмическая производная гамма-функции).

3) В состоянии отталкивания Σ_u эффективная потенциальная энергия взаимодействия V_u равна

$$V_u = E_u + \frac{1}{M} K_{uu}; \quad (2П.14)$$

V_u с хорошей точностью аппроксимируется в области $3 < R < 8$ экспонентой

$$V_u \approx U_0 \exp(-\beta R). \quad (2П.15)$$

Для радиальной функции S -состояния уравнение Шредингера может быть заменой переменных сведено к уравнению Бесселя от мнимого аргумента. Радиальная функция при нулевой энергии имеет вид:

$$h(R) = \frac{2}{\beta} K_0 \left(\frac{2\sqrt{MU_0}}{\beta} e^{-\frac{\beta R}{2}} \right), \quad (2П.16)$$

где $K_0(z)$ — функция Бесселя 3-го рода. $h(R)$ быстро затухает внутри барьера при малых R , а при достаточно больших R переходит в волновую функцию свободного движения

$$h(R) \approx R - a_u, \quad (2П.17)$$

где a_u — длина расстояния на потенциале V_u , равная

$$a_u = \frac{2}{\beta} \ln \frac{C\sqrt{MU_0}}{\beta} \quad (C = 1,781 — \text{постоянная Эйлера}). \quad (2П.18)$$

Сечение упругого рассеяния $p\mu + p \rightarrow p\mu + p$ (без учета сверхтонкого расщепления в мезоатоме $p\mu$) имеет при малых энергиях вид:

$$\sigma_{pp} = 4\pi \left(\frac{1}{4} \frac{a_g^2}{1 + k^2 a_g^2} + \frac{3}{4} a_u^2 \right), \quad a_g = -17,3, \quad a_u = 5,25. \quad (2П.19)$$

При этом в формуле (2П.19) учитывается возможность резонанса ввиду наличия в системе $p\mu$ виртуального уровня с малой энергией. При $E=0$

$$\sigma_{pp}(0) \approx 8 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2. \quad (2П.20)$$

Поскольку в системе $d\mu$ не существует в S -состоянии реального или виртуального уровня с малой энергией связи, рассеяние $d\mu + d \rightarrow d\mu + d$ не должно иметь резонансного характера. Оно может быть записано при малых энергиях в виде:

$$\sigma_{dd} = 4\pi \left(\frac{2}{3} a_g^2 + \frac{1}{3} a_u^2 \right). \quad (2П.21)$$

Используя формулы (2П.13), (2П.18) и значения параметров, аппроксимирующих молекулярные потенциалы, можно получить $a_g = 6,67$; $a_u = 5,73$, откуда следует

$$\sigma_{dd}(0) \approx 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2. \quad (2П.22)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

СПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ МЕЗОМОЛЕКУЛ

Для иллюстрации влияния спинового состояния мезомолекулы на вероятность ядерной реакции рассмотрим простую модель спиновых взаимодействий в мезомолекуле. В приближении Гайтлера-Лондона будем учитывать взаимодействие магнитного момента ядра с магнитным моментом μ -мезона, находящимся на K -орбите этого ядра, и пренебрегать спиновыми взаимодействиями ядер. В принятом приближении взаимодействие спина ядра со спином μ -мезона будет описываться обычным выражением для сверхтонкой структуры

$$\frac{16\pi}{3} \beta_\mu \beta_N g_N |\psi(0)|^2 (s_i), \quad (3П.1)$$

где β_μ — мезонный, а β_N — ядерный магнетон Бора, s — спин μ -мезона, i — спин ядра, g_N — гиромагнитное отношение для ядра, а $\psi(0)$ — значение волновой функции μ -мезона в точке нахождения ядра. Принимая $\Sigma_g = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_a + \psi_b)$, где ψ_a и ψ_b — волновые

функции водородных атомов для первого и второго ядер $\left(\Psi_a = \frac{1}{\sqrt{\pi a_\mu^3}} \exp \left\{ -\frac{r}{a_\mu} \right\} \right)$,

можно представить спиновое взаимодействие в молекуле в виде:

$$\hat{H} = \gamma_1 (s_{i_1}) + \gamma_2 (s_{i_2}), \quad (3П, 2)$$

где

$$\gamma_1 = \frac{8}{3} \frac{\beta_\mu \beta_N g_{N_1}}{a_\mu'^3}, \quad \gamma_2 = \frac{8}{3} \frac{\beta_\mu \beta_N g_{N_2}}{a_\mu''^3},$$

g_{N_1}, g_{N_2} — гироманнитное отношение для первого и второго ядра, a_μ', a_μ'' — приведенные боровские радиусы μ -мезона для 1-го и 2-го ядер: $a_\mu' = \frac{\hbar^2}{m_\mu e^2} \left(1 + \frac{m_\mu}{M_1} \right)$.

Рассмотрим вначале мезомолекулу $p d\mu$. Спин протона $i_1 = 1/2$, спин дейтрона $i_2 = 1$, мезомолекула $p d\mu$ может находиться в состояниях с полным спином $J = 2, 1, 0$, причем состояний со спином $J = 1$ имеется два.

В состоянии $J = 2$ суммарный спин протона и дейтрона должен быть равен $3/2$, а уровень энергии, как нетрудно проверить, равен

$$\epsilon_2 = \frac{1}{4} \gamma_1 + \frac{1}{2} \gamma_2 \approx 0,034 \text{ эв};$$

энергия отсчитывается от основного уровня мезомолекулы, вычисленного без учета спиновых взаимодействий. В состоянии $J = 0$ суммарный спин протона и дейтрона равен $1/2$, а уровень энергии

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4} \gamma_1 - \gamma_2 \approx 0,001 \text{ эв}.$$

Таким образом, состояния $J = 2$ и $J = 0$ есть состояния с определенным суммарным спином протона и дейтрона. В отличие от них состояние $J = 1$ является линейной комбинацией состояний, соответствующих суммарному спину протона и дейтрона $1/2$ и $3/2$. Спиновая функция состояния $J = 1$ равна

$$\chi_1 = C_{1/2} \chi_1^{(1/2)} + C_{3/2} \chi_1^{(3/2)},$$

где $\chi_1^{(1/2)}$ и $\chi_1^{(3/2)}$ — спиновые функции, соответствующие полному спину системы, равному единице, и суммарному спину протона и дейтрона $1/2$ и $3/2$. Из условия $\hat{H} \chi_1 = \epsilon \chi_1$ следует секулярное уравнение для коэффициентов $C_{1/2}$, $C_{3/2}$ и энергии. Нижний энергетический уровень ϵ_1 равен

$$\epsilon_1 = -\frac{1}{4} (\gamma_1 + \gamma_2) - \frac{1}{2} \left(\gamma_1^2 - \gamma_1 \gamma_2 + \frac{9}{4} \gamma_2^2 \right)^{1/2} \approx -0,072 \text{ эв},$$

а соответствующие ему коэффициенты

$$C_{1/2} \approx -0,41, \quad C_{3/2} \approx 0,91.$$

Более высокий уровень с $j = 1$ определяется формулой

$$\epsilon_1' = -\frac{1}{4} (\gamma_1 + \gamma_2) + \frac{1}{2} \left(\gamma_1^2 - \gamma_1 \gamma_2 + \frac{9}{4} \gamma_2^2 \right)^{1/2} \approx 0,014 \text{ эв},$$

а соответствующие ему коэффициенты равны

$$C_{1/2}' = 0,91, \quad C_{3/2}' = 0,41.$$

Таким образом, при учете спиновых взаимодействий основное состояние мезомолекулы $p d\mu$ расщепляется на 4 уровня. Расстояние между уровнями составляет $0,1 - 0,01 \text{ эв}$, что значительно больше ширины уровней, определяемой по вероятности ядерной реакции ($\omega \sim 10^6 \text{ сек}^{-1}$, $\Gamma = \hbar \omega \sim 10^{-9} \text{ эв}$).

Аналогичное рассмотрение может быть приведено и для мезомолекулы $p t\mu$.

В этом случае $i_1 = i_2 = \frac{1}{2}$, $\gamma_1 = 0,091 \text{ эв}$, $\gamma_2 = 0,123 \text{ эв}$. Возможны состояния с полным спином, равным $J = 3/2$ и $J = 1/2$. Состояние $J = 3/2$ является собственным состоянием суммарного спина протона и трития, равного 1, а соответствующая ему

энергия равна

$$\varepsilon_{3/2} = \frac{1}{4} (\gamma_1 + \gamma_2) \approx 0,053 \text{ эв.}$$

Полному спину $J = 1/2$ соответствуют два уровня энергии. Состояние $J = 1/2$ представляет линейную комбинацию состояний, соответствующих суммарному спину протона и трития 1 и 0,

$$\chi_{1/2} = C_0 \chi_{1/2}^{(0)} + C_1 \chi_{1/2}^{(1)}.$$

Энергия уровней и коэффициенты C_0 , C_1 определяются из секулярного уравнения. Нижний уровень энергии равен

$$\varepsilon_{1/2} = -\frac{1}{4} (\gamma_1 + \gamma_2) - \frac{1}{4} \{(\gamma_1 + \gamma_2)^2 + 3(\gamma_1 - \gamma_2)^2\}^{1/2} \approx -0,109 \text{ эв,}$$

а соответствующие ему коэффициенты

$$C_0 \approx 0,126; \quad C_1 \approx 0,992.$$

Более высокому уровню $\varepsilon'_{1/2}$

$$\varepsilon'_{1/2} = -\frac{1}{4} (\gamma_1 + \gamma_2) + \frac{1}{4} \{(\gamma_1 + \gamma_2)^2 + 3(\gamma_1 - \gamma_2)^2\}^{1/2} \approx 0,002 \text{ эв}$$

соответствуют коэффициенты

$$C'_0 \approx 0,992, \quad C'_1 \approx -0,126.$$

Необходимо отметить, что ввиду того, что магнитный момент трития близок к магнитному моменту протона, состояния $\varepsilon_{1/2}$ и $\varepsilon'_{1/2}$ будут почти чистыми состояниями суммарного момента протона и трития; первое соответствует суммарному спину 1, второе — суммарному спину 0.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. F. C. Frank, Nature 160, 525 (1947).
2. А. Д. Сахаров, Отчет ФИАН (1948).
3. Я. Б. Зельдович, ДАН 95, 493 (1954).
4. L. W. Alvarez, H. Bradner, F. S. Crawford Jr., J. A. Crawford, P. Falk-Vairant, M. L. Good, J. D. Gow, A. H. Rosenfeld, F. Solmitz, M. L. Stevenson, H. K. Ticho and R. D. Tripp, Phys. Rev. 105, 1127 (1957).
- 4a. Cresti and Gottstein, частное сообщение (см. D. West, Rep. Progr. Phys. XXI, 271 (1958)).
5. A. Ashmore, R. Nordhagen, K. Strauch and B. M. Townes, Proc. Phys. Soc. (London) 71, 161 (1958).
6. Я. Б. Зельдович, А. Д. Сахаров, ЖЭТФ 32, 947 (1957).
7. T. H. R. Skyrme, Philos. Mag. 2, 910 (1957).
8. J. D. Jackson, Phys. Rev. 106, 330 (1957).
9. Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ 33, 310 (1957).
10. S. Gallone, G. M. Prosperi and A. Scotti, Nuovo Cimento 6, 168 (1958).
11. C. Hayashi, T. Nakano, M. Nishida, S. Snekanne and Y. Yamaguchi, Progr. Theor. Phys. 17, 615 (1957).
12. H. Marschall and Th. Schmidt, Z. Phys. 150, 293 (1958).
13. С. С. Герштейн, ДАН 117, 956 (1957).
14. С. С. Герштейн, Диссертация, ИФП (1958).
15. Я. Б. Зельдович, С. С. Герштейн, ЖЭТФ 35, 649 (1958).
16. M. Shimizu, Y. Mizuno, T. Jzuma, Progr. Theor. Phys. 20, 777 (1958); 21, 479 (1959).
17. В. Б. Беляев, С. С. Герштейн, Б. Н. Захарьев, С. П. Ломнев, ЖЭТФ 37, 1652 (1959).
- 17a. Б. Н. Захарьев, Диссертация, ОИЯИ (1960); В. Б. Беляев, С. С. Герштейн, Б. Н. Захарьев, С. П. Ломнев, препринт ОИЯИ.
18. S. Cohen, D. L. Judd, R. J. Riddell, Phys. Rev. 110, 1471 (1958).
19. S. Cohen, D. L. Judd, R. J. Riddell, UCRL 8389; UCRL 8390; UCRL 8391 (1959).
20. T. Y. Wu, R. L. Rosenberg and H. Sandstrom, Nucl. Phys. 16, 432 (1960).

21. P. G. Burke, F. Haas, I. C. Percival, Proc. Phys. Soc. **73**, 912 (1959).
 22. Я. В. Зельдович, С. С. Герштейн, ЖЭТФ **35**, 821 (1959).
 23. H. Primakoff, Rev. Mod. Phys. **31**, 802 (1959).
 24. Ссылки на оригинальную литературу см. УФН I, 253 (1953).
 25. С. С. Герштейн, ЖЭТФ **34**, 463 (1958).
 26. С. С. Герштейн, ЖЭТФ **34**, 993 (1958).
 27. A. S. Wightman, Phys. Rev. **77**, 521 (1950).
 28. W. Kolos, C. C. I. Roothaan and R. A. Sack (препринт).
 29. D. R. Bates, L. Ledsham and A. L. Stewart, Phil. Trans. Roy. Soc. **246**, 911 (1953).
 30. A. Dalgarno, R. McCarrroll, Proc. Roy. Soc. **237**, 383 (1956).
 31. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика, Физматгиз, М., 1959.
 32. С. С. Герштейн, ЖЭТФ **36**, 1309 (1959).
 33. S. C. Wang, Phys. Rev. **31**, 579 (1928).
 34. A. R. Arnold, J. A. Phillips, G. A. Sawyer, E. J. Stovall Jr., and J. L. Tuck, Phys. Rev. **93**, 483 (1954).
 35. E. E. Salpeter, Phys. Rev. **83**, 547 (1952).
 36. W. H. Furry, Phys. Rev. **71**, 360 (1947).
 37. R. E. Langer, Phys. Rev. **51**, 669 (1937).
 38. H. A. Kramers, Zs. Phys. **39**, 836 (1926); L. A. Young and G. E. Uhlenbeck, Phys. Rev. **36**, 1155 (1939).
 39. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Гостехиздат, М., 1948.
 40. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, 2-е изд., Физматгиз, М., 1959.
 41. N. Austern, Phys. Rev. **85**, 147 (1952); **83**, 672 (1951).
 42. H. Verde, Helv. Phys. Acta XXIII, 453 (1950); Nuovo Cimento **7**, 283 (1951).
 43. E. L. Church and J. Weneser, Phys. Rev. **103**, 1035 (1956).
 44. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **9**, 1163 (1939).
-