## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530.145

# О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МИКРОСИСТЕМЫ С ИЗМЕРИТЕЛЬНЫМ ПРИБОРОМ

### Д. И. Блохинцев

### § 1. ВВЕДЕНИЕ

Физическое содержание квантовой механики не может быть понято без глубокого анализа проблемы измерения. Это важное обстоятельство стало ясным уже в самую раннюю пору развития квантовой механики. Классические работы Н. Бора 1, В. Гейзенберга 2 и Дж. фон Неймана 3 создали основу для понимания взаимодействия прибора и измеряемого объекта.

Однако эти работы далеко не исчерпывали всей проблемы. В дальнейшем возникли и иные точки зрения, а сама проблема стала предметом разносторонних, подчас довольно страстных обсуждений. Достаточно напомнить знаменитую дискуссию, вызванную появлением известной статьи А. Эйнштейна, Н. Розена и Б. Подольского 4, или более поздние споры, вызванные работой Д. Бома 5. Юбилейный характер этого номера «Успехов физических наук» делает уместным напоминание о том, что этот журнал широко и обстоятельно освещал на своих страницах проблемы квантовой механики, предоставлял возможность высказаться представителям различных точек зрения.

«Различных»... Часто мы предпочитали говорить «противоположных», «исключающих» и т. п. Однако теперь, когда уже немало продумано и немало написано, многие из этих «альтернативных» точек зрения более разумно рассматривать лишь как различные аспекты одной и той же научной проблемы.

Рассказывают историю об одном раввине, который слыл очень мудрым. Как-то к нему обратились два еврея, державшиеся, по их мнению, противоположных взглядов, с тем, чтобы раби решил, кто же из них прав.

Выслушав их, раввин отметил: «Ты, Исаак, прав. И ты, Авраам, тоже прав». Тогда неудовлетворенные евреи пожаловались жене раввина с тем, чтобы она повлияла на него и заставила признать правоту одного из них. «Я не понимаю, раби, как ты, будучи столь мудрым, мог признать правоту обоих, в то время как они утверждают противоположное?»— обратилась она к мужу. Подумав, раби ответил: «И ты права». Итак, дело, видимо, не столько в противопоставлении различных точек зрения, сколько в последовательном развитии и углубленном понимании проблемы.

В этом очерке я не намерен описывать историю развития квантовой механики.

Я хотел бы показать, что в последние годы произошел существенный прогресс в понимании проблемы измерения в квантовой механике, и цель этой статьи — популяризировать этот прогресс.

#### §. 2. ВЛИЯНИЕ МИКРОСИСТЕМЫ НА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРИБОР

Сама идея, лежащая в основе этого прогресса, не нова. Еще много, много лет назад автор этих строк обсуждал с проф. А. А. Власовым целесообразность и возможность включить в квантовомеханические рассмотрения не только измеряемый объект, но и измеряющий прибор с тем, чтобы весь процесс измерения мог быть описан методами математической физики как объективный физический процесс.

Однако в то время не был найден пример такого описания настолько ясный, чтобы послужить отправным для новой точки зрения. К тому же в то время представление о том, что прибор не должен включаться в систему, описываемую квантовомеханическими способами, было очень влиятельным.

Предполагалось, что в этом случае потребовался бы новый макроскопический прибор, описываемый опять-таки классически и необходимый для изучения ситуации в сложной системе «микросистема + прибор». Таким образом, проблема взаимодействия микросистемы и прибора была бы лишь перенесена в другое место. Ниже мы увидим, в чем заключается ошибочность этого распространенного представления о взаимоотношении прибора и микросистемы. Вторая сторона дела заключается в том, что имелась естественная тенденция подчеркивать тот факт, что измерение влияет на состояние измеряемого микрообъекта, и было оставлено в тени то тривиальное, но наиважнейшее обстоятельство, что микрообъект обязан влиять на состояние измерительного прибора. В противном случае прибор, очевидным образом, не выполняет своего назначения. Это влияние микрообъекта на измерительный прибор можно изучить только в том случае, если мы объединим микрообъект и измерительный аппарат в одну систему и решимся рассматривать ее методами квантовой механики. Прежде чем переходить к изложению способов такого объединения, напомню обычное описание процесса измерения в квантовой механике.

С чисто формальной точки зрения процесс измерения в квантовой механике описывается как процесс «редукции» волновой функции. Именно, если до измерения состояние микросистемы описывалось волновой функцией  $\Psi$ , которая в общем случае является суперпозицией состояний  $\Phi_L$ , состояний с определенным значением динамических переменных:

$$\Psi = \sum_{L} C_{L} \Phi_{L} \tag{1}$$

(здесь  $C_L$  — амплитуды частных состояний), то после измерения динамических переменных L волновая функция  $\Psi$  «стягивается» к одному из членов суперпозиции (1), например к  $\Phi_L$ :

$$\Psi \to \Phi_L$$
 (2)

Этот процесс не описывается каким-либо уравнением, а попросту отображает результат измерения: из состояния  $\Psi$  с неопределенным (в общем случае) значением динамической переменной L (так что среднее квадратичное значение в этом состоянии  $\overline{\Delta L^2} \neq 0$ ) после измерения возникает состояние  $\Phi_L$  с определенным значением этой переменной (в этом состоянии  $\overline{\Delta L^2} = 0$ ). На ранних стадиях развития квантовой механики «редукция волнового пакета» рассматривалась как естественное следствие вмешательства измерительного прибора в состояние объекта.

Однако в упомянутой дискуссии А. Эйнштейна и др., с одной стороны, и Н. Бора, с другой, выяснилось, что состояние микрообъекта может меняться и в том случае, когда явно нет никакого вмешательства прибора.

в его состояние. Разъяснение возникшего парадокса было дано с различных точек зрения Н. Бором <sup>1</sup> и Л. И. Мандельштамом <sup>6</sup> (см. также <sup>7</sup>).

Для нас важно то, что эта дискуссия дала основания для толкования волновой функции как «записной книжки» наблюдателя — математического символа, содержащего полную информацию о возможных результатах того или иного опыта и об относительной вероятности этих результатов.

С этой точки зрения редукция волнового пакета есть попросту математическая запись измерения информации наблюдателя.

В этой концепции квантовомеханических измерений парадокс А. Эйнштейна само собою отпадает.

Однако возникает другая проблема, давно отмеченная Э. Шрёдингером, и притом в форме, способной подействовать на нервы многим из читателей. Именно Э. Шрёдингер приводит пример атомной системы, имеющей два квантовых состояния:  $\psi_1$  и  $\psi_2$ . В общем случае ее состояние описывается волновым пакетом

$$\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2. \tag{3}$$

Первое из этих состояний заставляет срабатывать счетчик Гейгера; второе оставляет его в покое. Срабатывание счетчика Гейгера посредством усилия разбивает ампулу с синильной кислотой в камере, где находится...кошка <sup>8</sup>.

Итак, дело начинается с того, что наблюдатель, заглядывая в свою «записную книжку» с целью предсказать результат будущего измерения, среди возможных результатов наблюдения находит «факт» возможной интерференции состояний живой и мертвой кошки! В самом деле, из (3) следует

$$|\psi_{M}|^{2} = |c_{1}\psi_{1}|^{2} + |c_{2}\psi_{2}|^{2} + 2\operatorname{Re} c_{1}^{*}c_{2}\psi_{1}\psi_{2}; \tag{4}$$

последний член указывает на такую странную возможность.

После наблюдения фактического события ( $\psi_1$  или  $\psi_2$ ) судебная медицина свидетельствует о смерти несчастной кошки или о ее здоровье, а волновая функция «стягивается» в судебном протоколе к  $\psi_1$  или к  $\psi_2$ !

Нетрудно видеть, что этот страшный пример можно сделать еще более волнующим, если на место кошки поставить самого наблюдателя вместе с медицинскими чиновниками. Тогда в случае  $\psi_1$  уже некому будет «стягивать» волновую функцию.

Обратимся, однако, к более реалистическим примерам. Представим себе, что речь идет о распаде радиоактивного атома. Пусть состояние  $\psi_1$  есть состояние нераспавшегося атома, а состояние  $\psi_2$  — распавшегося. Теория показывает, что  $c_1 \cong e^{-\lambda t}$ , где t — время, а  $T = 1/\lambda$  — период полураспада;  $|c_2|^2 = 1 - |c_1|^2$ , так что коэффициент  $c_2$  возрастает со временем, а коэффициент  $c_1$  уменьшается. Вообразим себе, что речь идет о далеком прошлом, когда ни один наблюдатель не мог бы передать нам информацию о фактической судьбе радиоактивного атома. Пусть это происходит во времена ихтиозавров! Если период t, отделяющий нас от этого времени, значительно превосходит период распада атома T, то мы можем с большой степенью вероятности утверждать, что атом распался. Однако для окружения атома совсем не безразлично, когда именно он распался на самом деле.

Уместно вспомнить рассказ писателя-фантаста Р. Бредбери, который описывает, как путешественники в доисторическое прошлое по неосторожности раздавили бабочку, и это малое событие повлияло на исход президентских выборов в США в 2000 году!

Распад атома мог вызвать ту или иную цепочку событий, содержание которой могло существенно зависеть от того момента времени, когда

произошел этот распад. Между тем современный нам наблюдатель все еще не имел случая «стянуть» волновую функцию в функцию  $\psi$ , содержащую суперпозицию двух возможностей: атом распался —  $\psi_2$ , или другая возможность  $\psi_1$  — он еще находится в исходном состоянии.

Если же современный наблюдатель все же даст себе труд измерить состояние атома, то скорее всего он найдет, что атом распался и находится в состоянии  $\psi_2$ . Однако наш современник, если  $t\gg T$ , серьезно опаздывает со своим заключением, так как какой-либо другой наблюдатель пришел бы к такому же выводу, но раньше нашего современника. Таким образом, хотелось бы выразить на языке квантовой механики утверждение *«атом* распался» независимо от наблюдателя. Действительно, это событие ведет к различным следствиям в зависимости от момента распада атома и поэтому не может быть связано с изменениями информации наблюдателя.

Наблюдатель не участвует в событиях, о которых идет речь, поэтому должен быть исключен из игры.

Если вообразить себе последовательность наблюдателей, из которых один наш современник, а другие предшествуют ему один ранее другого, то в этой последовательности наблюдателей один будет выделен тем, что он первым отметит факт распада атома. Этот момент должен иметь объективное значение и находить свое отражение в аппарате квантовой механики без привлечения наблюдателя. Описанные сейчас парадоксы, свойственные пониманию волновой функции как сборника информации, как «записной книжки» наблюдателя, разъясняются, если подвергнуть анализу не только действие измерительного прибора на микросистему, но и действие микросистемы на прибор.

Идея о важности этой стороны дела легла в основу монографии автора  $^9$  и независимо от автора, в несколько иной форме, была развита в работах итальянских физиков А. Данери, А. Лоинджера и Г. Проспери  $^{10}$  \*).

§ 3

Мы начнем с простого примера, который иллюстрирует возможность математического описания эволюции совместной системы, состоящей из макросистемы (M) и измерительного прибора (II).

Заметим два важных обстоятельства:

а) Каждый измерительный прибор состоит из двух функционально различных частей: анализатора (A) и детектора (Д):  $\Pi=A+\mathcal{J}$ . Первая часть прибора обеспечивает разделение парциальных состояний  $\Phi_L$ , входящих в суперпозицию (1), на отдельные каналы (L); иными словами, она практически осуществляет спектральное разложение сложного исходного состояния микросистемы  $\Psi$  на парциальные состояния  $\Phi_L$ .

Вторая часть, детектор, дает макроскопический сигнал, указывающей, в каком канале фактически оказалась микрочастица. Первая функция измерительного прибора как анализатора квантового ансамбля достаточно подробно освещена в литературе (см., например, 7).

Вторая функция, детектирование  $\mathcal{A}$ , напротив, либо оставлялась в тени, либо рассматривалась весьма поверхностно. Между тем именно исследование работы детектора снимает парадоксы, свойственные информационной точке зрения на процесс измерения.

б) Детектор должен быть макроскопически неустойчивой системой. Действительно, в противоположном случае микросистема не найдет в себе достаточно импульсно-энергетических ресурсов, чтобы вызвать макроскопическое явление — срабатывание детектора.

<sup>\*)</sup> См. также 11.

Это очевидное для физиков-экспериментаторов обстоятельство не подвергалось достаточному теоретическому анализу при обсуждении проблемы измерения.

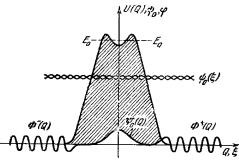
Обратимся теперь к простейшим примерам.

### А. Определение импульса микрочастицы по ее взаимодействию с макроскопическим телом

Рассмотрим теперь простой, но несколько формальный пример определения импульса k микрочастицы  $\mu$  по ее взаимодействию с макроскопическим телом M \*).

С самого начала очевидно, что это тело должно находиться в неустойчивом (или в почти неустойчивом) равновесии, иначе микрочастица не сможет «сдвинуть» его с места.

В качестве такого тела мы предложим шарик с массой M; координата его центра тяжести пусть будет Q, а потенциальная энергия U(Q) вида, изображенного на рисунке. Мы, следовательно, предполагаем, что шарик находится в максимуме потенциальной энергии U. Его относительная устойчивость обусловлена небольшим относительным минимумом энергии U(Q). Достаточно сообщить ему незначительную энергию  $\Delta E > U_0 - E_0$ , и шарик покатится под «откос». Таким образом, потенциальная энергия U(Q)имеет вид высокого вулкана с неглубоким кратером (ср. рисунок). Этот шарик и будет являться де-



Потенциальная эпергия  $U\left(Q\right)$  тяжелого шарика M.

 $E_0$  — энергия его исходного состояния. На этом же графике приведены волновые функции  $\Psi_0$  (Q),  $\Phi^\pm$  (Q),  $\psi_0$  (§). Области, отмеченые символом  $\Phi^\pm$  (Q), — области квантового движения шарика; области, отмеченые символом  $\Psi_0$  (Q), — области классического, макроскопического движения шарика.

тектором, определяющим направление импульса микрочастицы (она может толкнуть этот шарик *вправо* или *влево*).

Ввиду того, что шарику, преследуя максимальную простоту, мы приписываем лишь одну степень свободы Q, нам будет удобнее описывать всю задачу не матрицей плотности, а волновыми функциями.

Мы предположим, что в начальный момент времени t=0 микрочастица  $\mu$  описывается волновой функцией

$$\psi_0(\xi) = A^+ e^{ih\xi} + A^- e^{-ih\xi},\tag{5}$$

где  $\xi$  — координата микрочастицы, k — ее импульс. Таким образом, предполагается, что имеется чистое состояние, однако с неопределенным импульсом  $\pm k$ . Задача нашего прибора заключается в определении знака импульса (направления движения частицы).

Волновую функцию макроприбора (шарика M) обозначим при t=0 через

$$\Psi_0(Q) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-Q^2/2a^2},$$
 (6)

где  $a=\sqrt{\hbar/M\omega_0}$ ,  $\omega_0$  — частота колебаний шарика в глубине кратера.

<sup>\*)</sup> Этот пример впервые опубликован в  $^{12}$  (см. также  $^{9}$ ).

Таким образом, при t=0 волновая функция всей системы «микрочастица  $\mu+$  шарик M» будет

$$\Phi(Q, \xi, 0) = \Phi_0(Q, \xi) = \Psi_0(Q) \psi_0(\xi). \tag{7}$$

Гамильтониан, описывающий эту систему, очевидно, будет

$$\mathscr{H}(Q, \xi) = -\frac{\hbar}{2M} \frac{\partial^2}{\partial Q^2} + U(Q) - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + W(Q, \xi), \tag{8}$$

где  $W\left(Q,\,\xi\right)-\vartheta$ нергия взаимодействия шарика и микрочастицы. Микрочастицу  $\mu$  мы считаем свободной, а шарик M имеет потенциальную энергию  $U\left(Q\right)$ . Для простоты предположим, что  $W\left(Q,\,\xi\right)$  имеет вид

$$W(Q, \xi) = g\delta(Q - \xi) \tag{9}$$

и волновая функция  $\Phi\left(Q,\,\xi,\,t\right)$  для любого момента времени t подчиняется уравнению

Мы будем искать эту функцию в виде

$$\Phi(Q, \xi, t) = \Phi_0(Q, \xi) + \Phi^+(Q, \xi, t) + \Phi^-(Q, \xi, t). \tag{11}$$

Считая, что константа связи g мала, мы найдем функции  $\Phi^+$  и  $\Phi^-$  в первом приближении теории возмущений. В этом приближении

$$\Phi^+(Q, \xi, t) = \int U^+_{p'k'}(t) \, \Psi_{p'}(Q) \, e^{ik'\xi} e^{i(\omega_{p'} + \omega_{k'})t} \, dp' \, dk' = 0$$

$$= e^{i(\omega_0^{} + \omega_h^{})t} \int U^{+}_{p'h'}(t) \, \Psi_{p'}(Q) \, e^{ih'\xi} e^{-i\Omega t} \, dp' \, dk', \qquad (12)$$

$$\Omega = \omega_0 + \omega_k - \omega_{p'} - \omega_{k'} = \frac{z}{t} ; \qquad (13)$$

здесь  $\omega_0=E_0/\hbar$ — энергия шарика в начальном состоянии,  $\omega_{p'}=E_{p'}/\hbar$ ,  $E_{p'}$ — его энергия в конечном состоянии, p'— импульс шарика после перехода в возбужденное состояние,  $\hbar\omega_\hbar=\epsilon_\hbar$  и  $\hbar\omega_\hbar'=\epsilon_\kappa'$ — энергии частицы до взаимодействия и после взаимодействия с шариком. Функция  $\Phi^-(Q,\,\xi,\,t)$  имеет аналогичный вид.

Далее, интегрирование уравнения (10) после подстановки в него функции (11) с учетом (12) дает

$$U_{p'k'}^{+}(t) = \frac{1}{\hbar} \frac{e^{i\Omega t} - 1}{\Omega} U_{p'k'0k'}^{+}, \tag{14}$$

где матричный элемент  $U^+_{p'h'0k}$  равен

$$U_{p'h'0h}^{+} = gA^{+} \int_{S} \Psi_{p'}^{*}(Q) e^{-ih'\xi} \delta(Q - \xi) \Psi_{0}(Q) e^{ih\xi} dQ d\xi.$$
 (15)

Функция шарика в возбужденном состоянии  $\Psi_{p'}(Q)$  может быть записана в квазиклассическом приближении в виде

$$\Psi_{p'}(Q) \sim N_{p'} e^{\frac{1}{h} S_{p'}(Q)},$$
 (16)

где  $N_{p'}$  — нормирующий множитель, а  $S_{p'}(Q)$  — функция действия, приближенно равная  $S_{p'}(Q)\cong p'Q$ . По этой причине интеграл в (15) равен фурье-образу  $\widetilde{\Psi}_0(\alpha)$  от  $\Psi_0(Q)$  при  $\alpha=p'\dotplus k'-k$ . Поэтому

$$\Phi^{+}(Q,\,\xi,\,t) = e^{\mathrm{i}(\omega_{0} + \omega_{k})t} \frac{gA^{+}}{\hbar} \int N_{p'}^{*}\widetilde{\Psi}_{0}\left(p' + k' - k\right) \frac{1 - e^{-\mathrm{i}\Omega t}}{\Omega} \Psi_{p'}(Q) e^{\mathrm{i}k'\xi} dp' dk'. \tag{17}$$

Пусть теперь  $\mathscr{P}$ —то значение импульса шарика, которое отвечает сохранению энергии при взаимодействии. Из (15) следует, что это будет при z/t=0 и

$$\omega_p = \frac{E_p}{\hbar} = \omega_0 + \omega_h - \omega_{h'}, \ E_p = \frac{\mathcal{S}^{\circ 2}}{2M} + \text{const};$$

поэтому

$$\frac{\mathcal{F}^{\prime 2}}{2M} - \frac{\mathcal{F}^2}{2M} = \frac{z}{t} \ . \tag{18}$$

Отсюда находим, что  $\mathfrak{F}'-\mathfrak{F}=-z/vt,\ d\mathfrak{F}'=-\frac{dz}{vt}$ , где  $v=\mathfrak{F}/M-$ скорость шарика. Далее, при  $z\cong 0$ 

$$\frac{k'^2}{2\mu} - \frac{k^2}{2\mu} = \omega_0 - \frac{\mathcal{P}'^2}{2M} \,, \tag{19}$$

или

$$(k'-k)(k'-k) = 2\mu\omega_0 - \frac{\mu}{M} \mathcal{J}^{'2}.$$
 (20)

Если функция  $\Psi_0(Q)$  не слишком острая (амплитуда не очень мала, что будет при не очень глубоком кратере!), то ее образ Фурье  $\widetilde{\Psi}_0(p'+k'-k)$  будет заметно отличен от нуля только при

$$p' + k' - k \cong 0. \tag{21}$$

Из (20) и (21) при  $M \to \infty$  следует, что

$$k' = -k, (22)$$

$$\mathcal{S} = 2k,\tag{23}$$

что и следовало ожидать при столкновении легкой частицы с тяжелым, слабо связанным шариком: произошло упругое отражение легкой микрочастицы с малой (при  $M \longrightarrow \infty$  исчезающе малой) передачей энергии.

Обозначим теперь  $p'+k'-k=\mathfrak{F}+k'-k-rac{z}{vt}=q$ , так что dk'=dq,

 $k'=q-\mathfrak{F}+k+\frac{z}{vt}$ . Вводя в интеграл (17) новые переменные интегрирования q и z, получим из (17)

$$\Phi^{+}\left(Q,\ \xi,\ t\right) = \frac{gA^{+}}{\hbar} e^{\imath(\omega_{0} + \omega_{h})t} \frac{|N_{p}|^{2}}{v} \psi_{0}\left(\xi\right) e^{i\mathcal{J}} Q_{e}^{i(k-\mathcal{P})\xi} I^{+}\left(\frac{Q-\xi}{vt}\right), \quad (24)$$

где

$$I^{+}\left(\frac{Q-\xi}{vt}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1-e^{-iz}}{z} e^{-\frac{iz}{vl}(Q-\xi)} dz. \tag{25}$$

Если обозначить известный разрывный интеграл

$$J(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iaz}}{z} dz = \begin{cases} \pi i, \ a > 0, \\ -\pi i, \ a < 0. \end{cases}$$
 (26)

TO

$$I^{\pm} \left( \frac{Q - \xi}{vt} \right) = J \left( \frac{\xi - Q}{vt} \right) - J \left( \frac{vt + \xi - Q}{vt} \right). \tag{27}$$

Заметим, что для  $I^+$  vt>0, так как в этом случае  $\mathscr{G}=2k>0$ . Поэтому из (27) следует, что  $I^+=-2\pi i$  для  $vt>Q-\xi$  и  $Q-\xi>0$ ; иначе:  $I^+=0$ . Напомним, что ввиду наличия в  $\Phi^+$  множителя  $\Psi_0(\xi)$  важны только малые значения  $|\xi|\leqslant a$ . Поэтому полученный результат означает, что  $\Phi^+$  ( $Q,\xi,t$ ) отлично от нуля при  $t\to\infty$  только в области  $0< Q<+\infty$ , т. е. справа от вершины кратера, что соответствует полученному от микрочастицы положительному импульсу  $\mathscr{F}=2k$ .

6 УФН, т. 95, вып. 1

Совершенно подобным же образом протекает вычисление функции  $\Phi^-(Q,\,\xi,\,t)$ . В этом случае  $\mathscr{F}<0,\,v<0$  и вместо множителя  $I^+$  получим множитель

$$I^{-}\left(\frac{Q-\xi}{vt}\right) = J\left(\frac{Q-\xi}{vt}\right) - J\left(\frac{vt-Q+\xi}{vt}\right), \tag{27}$$

отличный от нуля для  $vt < Q - \xi < 0$ . В этом случае шарик вывалится из кратера налево.

Построим теперь матрицу плотности для нашего случая:

$$\rho(Q, \, \xi, \, Q', \, \xi') = \Psi^*(Q, \, \xi, \, t) \, \Psi(Q', \, \xi', \, t) = \Phi_0^*(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi_0(Q', \, \xi', \, t) + \\
+ \Phi_0^*(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^+(Q', \, \xi', \, t) + \Phi_0^*(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^-(Q', \, \xi', \, t) + \\
+ \Phi^{+*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi_0(Q', \, \xi', \, t) + \Phi^{-*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi_0(Q', \, \xi', \, t) + \\
+ \Phi^{+*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^+(Q', \, \xi', \, t) + \Phi^{+*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^-(Q', \, \xi', \, t) + \\
+ \Phi^{-*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^+(Q', \, \xi', \, t) + \Phi^{+*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^+(Q', \, \xi', \, t) + \\
+ \Phi^{-*}(Q, \, \xi, \, t) \, \Phi^-(Q', \, \xi', \, t). \tag{28}$$

При  $t \to \infty$  и  $\mid Q \mid$ ,  $\mid Q' \mid > a$  все члены этой матрицы исчезают, кроме двух последних. Именно, члены, содержащие  $\Phi_0$ , исчезают при  $Q, Q' \to \pm \infty$  как  $\exp(-Q^2/a^2)$  или  $\exp(-Q'^2/a^2)$ , а интерференционные члены, содержащие произведения типа  $\Phi^{+*}\Phi^-$ , исчезают при  $t \to \infty$  из-за свойств функций  $I^{\pm}(Q-\xi/vt)$ . Поэтому при  $t \to \infty$  и для  $\mid Q \mid$ ,  $\mid Q' \mid \gg a$  получаем

$$\rho(Q, \xi; Q', \xi', t) = \Phi^{+*}(Q, \xi, t) \Phi^{+}(Q', \xi', t) + + \Phi^{-*}(Q, \xi, t) \Phi^{-}(Q', \xi', t), t \to \infty, |Q|, |Q'| \gg a.$$
 (29)

Мы видим, что макроскопический прибор разрушает интерференцию состояний микрочастицы  $A^+e^{ik\xi}$  и  $A^-e^{-ik\xi}$ ; далее, при Q и  $Q' \longrightarrow +\infty$ 

$$\rho(Q, \xi; Q', \xi', t) \to \Phi^{+*}(Q, \xi, t) \Phi^{+}(Q', \xi', t)$$
 (30)

и при  $Q, Q' \longrightarrow -\infty$ 

$$\rho(Q, \xi; Q', \xi', t) \longrightarrow \Phi^{-*}(Q, \xi, t) \Phi^{-}(Q', \xi', t).$$
 (30')

Эти два случая отвечают наблюдению шарика либо справа от кратера (30), либо слева от него (30').

При  $Q \to +\infty$  и  $Q' \to -\infty$  или  $Q \to -\infty$  и  $Q' \to +\infty$  (это случай интерференции результатов наблюдений справа и слева)  $\rho$  (Q,  $\xi$ ; Q',  $\xi'$  t)  $\to$ 0. Этого и следовало ожидать от «хорошего» прибора: его «стрелка» должна занимать одно из возможных определенных положений. В нашем примере «стрелкой» служит тяжелый макроскопический шарик. На этом примере ясно видно, как квантовое явление — рассеяние кванта на шарике M — само собой перерастает благодаря слабой устойчивости шарика, расположенного на вершине потенциальной горы, в макроскопическое, классическое явление — движение тяжелого шарика вправо или влево от кратера. При этом макроскопичность явления обеспечивается достаточной высотой потенциальной горы, на вершине которой первоначально покоился шарик.

# Б. Термодинамически неустойчивый детектор

Рассмотрим схематический пример термодинамически неустойчивого детектора микрочастицы  $^9$ . В качестве микрочастицы будем иметь в виду атом, имеющий один валентный электрон, так что весь атом имеет магнитный момент, равный магнитному моменту этого электрона:  $M_B \sigma$ , где  $M_B -$ 

магнетон Бора, а  $\sigma(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  — спиновая матрица Паули. Волновая функция атома  $\Psi$  может быть записана в виде

$$\Psi(Q, x) = \Psi_1(Q) \, \psi_1(x) + \Psi_2(Q) \, \psi_2(x), \tag{31}$$

где  $\Psi_1(Q)$  и  $\Psi_2(Q)$  — функции, описывающие движение атома в целом;  $\psi_1(x)$  и  $\psi_2(x)$  — функции, описывающие внутреннее состояние атома и соответствующие двум возможным ориентациям магнитного момента атомного электрона.

Для определенности мы будем считать, что магнитное поле направлено по оси Oz, так что функция  $\psi_1$  отвечает ориентации момента по оси Oz, а функция  $\psi_2$  — ориентации против направления этой оси. Мы предположим, что под действием внешнего магнитного поля H, которое мы считаем неоднородным, пучки атомов, имеющих различную ориентацию магнитных моментов, уже разделены пространственно, так что

$$\Psi_{1}(Q) \Psi_{2}(Q) = 0.$$
 (32)

Таким образом, мы будем считать, что первая функция измерительного прибора — разрушение интерференции состояний  $\psi_1(x)$  и  $\psi_2(x)$ , соответствующих различным ориентациям спина валентного электрона, уже выполнена. Иными словами, после прохождения неоднородного магнитного поля нам остается только «подставить» под каждый из пучков свой детектор, который бы зарегистрировал факт попадания частицы, принадлежащей соответствующему пучку, т. е. фактически зарегистрировал бы то или иное состояние частицы («состояние» в смысле ориентации ее спина).

В качестве такого детектора мы рассмотрим систему из большого числа осцилляторов  $s=1,\,2,\,\ldots,\,N,\,N\to\infty$ , которые, чтобы не отяжелять расчет дополнительными обозначениями, будем считать двумерными, совершающими колебания в плоскости  $x,\,y$ . Далее, мы предположим, что колебания типа «x» и колебания типа «y» практически не взаимодействуют друг с другом.

Это позволит нам приписать различную температуру  $\theta$  «x»-колебаниям и «y»-колебаниям. Именно, мы будем считать, что в исходном состоянии детектора (в «исходном» в смысле взаимодействия с микрочастицей  $\mu$ ) «x»-колебания связаны с термостатом Гиббса, имеющим температуру  $\theta$ ; поэтому и сами «x»-колебания имеют также при t=0 такую же температуру; что же касается «y»-колебаний, то мы предположим, что при t=0 они находятся при температуре абсолютного нуля. Таким образом, детектор находится в термодинамически неустойчивом состоянии: всякое, даже небольшое, воздействие, связывающее «x»- и «y»-колебания, немедленно приведет к интенсивной передаче энергии от «x»-колебаний к «y»-колебаниям.

Факт «нагревания» «у»-колебаний и есть то макроскопическое явление, которое  $y\partial ocmosepsem$  состояние данной индивидуальной микрочастицы, в нашем примере атома.

Рассмотрим теперь математически работу такого детектора. Гамильтониан невозмущенной системы наших осцилляторов мы напишем в виде

$$\mathscr{H}_0 = \sum_{s=1}^N \mathscr{H}_0(x_s y_s) - E_0, \tag{33}$$

$$\mathcal{H}_0(x_s y_s) = -\frac{\hbar^2}{2M} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_s^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_s^2} \right) + \frac{M\omega_0^2}{2} (x_s^2 + y_s^2); \tag{34}$$

здесь  $E_0$  — нулевая энергия,  $E_0=h\omega_0/2N,~M$  — масса осциллятора,  $\omega_0$  — частота их собственных колебаний.

Энергию взаимодействия W этих осцилляторов с микрочастицей из пучка, падающего на детектор, мы примем в виде

$$W = \omega \sum_{s=1}^{N} \mathbf{M}_{sz} \sigma_{sz} = -i\hbar \omega \sum_{s=1}^{N} \sigma_{z} \frac{\partial}{\partial y_{s}}, \qquad (35)$$

где  $M_s$ — механический момент осциллятора, а  $\sigma_z$  — спиновая матрица оптического электрона атома. Так как мы предположили, что атомы в пучке ориентированы по оси z, вместо  $M\sigma$  мы написали  $M_z\sigma_z$ , где

$$M_z = -i\hbar \left(x_s \frac{\partial}{\partial y_s} - y_s \frac{\partial}{\partial x_s}\right) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi_s}$$
,

и вместо  $\sigma$  — просто  $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ; очевидно, для одного детектора нужно вместо  $\sigma_z$  взять +1, а для другого -1. Заметим, что

$$x_s = r_s \cos \varphi_s, \quad y_s = r_s \sin \varphi_s, \tag{36}$$

$$r_s = +\sqrt{x_s^2 + y_s^2}.$$
 (36')

Детектор  $\mathcal{A}$  мы будем описывать матрицей плотности  $\rho$ , которую возьмем в «x, y»-представлении.

Подразумевая под «х» всю совокупность x-координат осцилляторов  $(x_1, x_2, \ldots, x_s, \ldots, x_N)$ , а под «у» — таким же образом все координаты  $(y_1, y_2, \ldots, y_s, \ldots, y_N)$ , мы можем записать матрицу  $\rho$  в виде  $\rho = \rho(x, y; x', y', t)$ .

Матрица р удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + [\mathcal{H}_0 + W, \rho] = 0. \tag{37}$$

Нам удобнее будет вместо матрицы  $\rho$  работать с матрицей

$$\widetilde{\rho} = e^{\frac{i\mathscr{H}_0 t}{\hbar}} \rho e^{-\frac{i\mathscr{H}_0 t}{\hbar}}.$$
(38)

Заметим, что  $[W,~\mathcal{H}_0]=0$ , поэтому  $\widetilde{W}=W,$  и, подставляя вместо  $\rho$  ее выражение через  $\widetilde{\rho}$ , мы получим для  $\widetilde{\rho}$ 

$$\frac{\partial \widetilde{\rho}}{\partial t} + [W, \ \widetilde{\rho}] = 0. \tag{39}$$

При подстановках оператора W из (35) следует придерживаться правил умножения матриц с непрерывными строками и колонками. Для применения этого правила W нужно записать в матричной форме. Например, вместо оператора —  $i\hbar \frac{\partial}{\partial q}$  следует писать

$$\mathcal{F}_{q'q''} \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial q'} \delta(q' - q''). \tag{40}$$

Умножение Ро означает

$$(\mathcal{P}\rho)_{q'q'''} = \int \mathcal{P}_{q'q''}\rho \ (q''', \ q'') \ dq''' = -i\hbar \ \frac{\partial}{\partial q'} \rho \ (q', \ q'') \tag{40'}$$

и т. п. Если воспользоваться этими простыми правилами, то подстановка W в (39) приведет, в раскрытом виде, к простому уравнению в частных производных

$$\frac{\partial \widetilde{\rho}}{\partial t} + \omega \sum_{s=1}^{N} \left( \frac{\partial \widetilde{\rho}}{\partial \varphi_{s}} + \frac{\partial \widetilde{\rho}}{\partial \varphi_{s}'} \right) = 0.$$
 (41)

Это уравнение решается элементарно. Его общий интеграл есть

$$\widetilde{\rho} = \widetilde{\rho} \left( \omega t + \varphi_1, \quad \omega t + \varphi_2, \quad \ldots, \quad \omega t + \varphi_s, \quad \ldots, \quad \omega t + \varphi_N, \quad r_1, \quad r_2, \quad \ldots, \quad r_s; \quad \omega t + \varphi'_1, \quad \omega t + \varphi'_2, \quad \ldots, \quad \omega t + \varphi'_N, \quad r'_1, \quad r'_2, \quad \ldots, \quad r'_N, \quad (42)$$

куда  $r_1,\ r_2,\ \dots,\ r_N$  и  $r_1',\ r_2',\ \dots,\ r_N'$  входят как параметры.

Обратимся теперь к начальным данным для этой матрицы. Чтобы избежать загромождающих формулы множителей, введем в качестве единицы длины величину  $l-Vh/2H\omega_0$  и вместо температуры  $\theta$  обратную ей величину  $\beta=\hbar\omega_0/\theta$ . В этих единицах все наши величины станут безразмерными. При t=0 матрица  $\widetilde{\rho}(x,y;x',y',0)=\rho_\theta(x,x')\rho_0(y,y')$ . Соответственно сделанным предположениям об абсолютном нуле температуры «у»-колебаний имеем

$$\rho_{0}(y, y') = C_{0}e^{-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{N}(y_{s}^{2}+y_{s}'^{2})}$$
(43)

где  $C_0$  — некоторый постоянный нормировочный множитель, а  $\exp(-y_s^2/2)$  — волновая функция, описывающая нулевое колебание s-го осциллятора по оси Oy.

Значительно сложнее обстоит дело с вычислением матрицы  $\rho_{\theta}(x, x')$ , так как «x»-колебания находятся при температуре  $\theta$ . В этом случае состояние является смешанным и веса отдельных состояний  $\psi_{n}(x)$ , имеющих энергию  $E_{n}$ , будут  $e^{-F_{n}/\theta} = e^{-\beta E_{n}}$ ; поэтому матрица  $\rho_{0}(x, x')$ , описывающая ансамбль, находящийся в равновесии с термостатом Гиббса при температуре  $\theta$ , запишется в виде

$$\rho_{\mathcal{E}}(x, x') e^{\beta F(\beta)} \sum_{n} e^{-\beta E_{n}} \psi_{n}^{*}(x) \psi_{n}(x') = e^{\beta F(\beta)} Z_{0}(x, x'), \tag{44}$$

где

$$Z_{0}(x, x') = \sum_{n} e^{-\beta E_{n}} \psi_{n}^{*}(x) \psi_{n}(x').$$
 (45)

Здесь сумма распространена сперва по всем состояниям n, имеющим энергию  $E_n$ , а затем по всем состояниям с различной энергией  $E_n$ . Даже в случае осцилляторов прямое вычисление такой суммы весьма затруднительно. Поэтому мы применим обходной маневр, основанный на том факте, что если  $\mathcal{H}(x)$ — оператор Гамильтона рассматриваемой системы, а  $\psi_n^*(x)$ — его собственная функция, то

$$\mathscr{H}(x)\,\psi_n^*(x) = E_n\psi_n^*(x) \tag{46}$$

и, стало быть,

$$f(\mathcal{H}) \psi_n^*(x) = f(E_n) \psi_n^*(x).$$

Поэтому (45) мы можем записать в виде

$$Z_{\theta}(x, x') = \sum_{n} e^{-\beta \mathscr{H}(x)} \psi_{n}^{*}(x) \psi_{n}(x')$$

$$(45')$$

и, дифференцируя по  $\beta$ , найдем, что сумма  $Z_0\left(x,\,x'\right)$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial Z_{\theta}}{\partial \beta} + \mathcal{H} Z_{\theta} - 0. \tag{47}$$

Вместо  $\mathcal{H}(x)$  мы должны подставить сюда невозмущенный оператор Гамильтона для «x»-колебаний, т. е.

$$\mathscr{H}_0(x) = \sum_{s=1}^{N} \left( -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_s^2} + \frac{1}{2} x_s^2 \right) - \frac{1}{2} N, \tag{48}$$

который мы заимствуем из (33) и (34), учитывая новые единицы измерения длины x.

Переменные в уравнении (47) в силу аддитивности гамильтониана (48) разделются, и мы можем решать (48) в явном виде для одной переменной x; в этом случае имеем

$$\frac{\partial Z_{\theta}\left(x,\,x'\right)}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \frac{\partial^{2} Z_{\theta}\left(x,\,x'\right)}{\partial x^{2}} + \left(\frac{1}{2}\,x^{2} - \frac{1}{2}\right) Z\left(x,\,x'\right) = 0. \tag{49}$$

Будем искать решение этого уравнения в форме

$$Z_{\theta}(x, x') = \exp\{a + bx^2 + cxx' + bx'^2\}$$
 (50)

и с граничным условием

$$Z_{\theta}(x, x') \sim \frac{1}{\sqrt{\beta}} e^{-\frac{1}{2\beta}(x-x')^2}, \quad \theta \longrightarrow \infty, \ \beta \longrightarrow 0,$$
 (51)

что соответствует испарению осцилляторов при  $\theta \to \infty$ . (51) имеет вид суммы для частиц идеального газа.

Подстановка (40') в (49) приводит к уравнениям

$$\frac{\partial a}{\partial \beta} = b - \frac{1}{2} , \quad \frac{\partial b}{\partial \beta} = 2b^2 - \frac{1}{2} , \tag{52}$$

$$\frac{\partial c}{\partial \beta} = 2bc, \qquad \frac{\partial b}{\partial \beta} = \frac{1}{2}c^2.$$
 (52')

Эта система совместна и имеет решение

$$b = -\frac{1}{2} \frac{e^{2\beta} + 1}{e^{2\beta} - 1} \to -\frac{1}{2\beta} , \qquad (53)$$

$$a = \int \left(b - \frac{1}{2}\right) d\beta = -\frac{\beta}{2} + \int b \, d\beta \longrightarrow -\frac{1}{2} \lg \beta, \tag{53'}$$

$$c^2 = (4b^2 - 1), \quad c - \sqrt{4b^2 - 1};$$
 (53")

введем еще

$$\gamma = \frac{c}{2b} = -\sqrt{1 - \frac{1}{4b^2}} \to -1.$$
 (53")

Из этих данных для a, b, c видно, что начальное условие (51) удовлетворено.

На основании (50), (53) и (53'), (53"), (53") мы можем теперь записать матрицу  $\rho_{\theta}(x, x')$  в явном виде:

$$\rho_{\theta}(x, x') = C_{\theta} e^{b \sum_{s=1}^{N} (x_{s}^{2} - 2\gamma x_{s} x_{s}' + \tilde{x}_{s}'^{2})};$$
(54)

вдесь  $C_{\theta}$ — некоторый нормирующий множитель, а именно  $C_{\theta}=e^{\beta F(\beta)}$ , где  $F\left(\beta\right)$ — свободная энергия осциллятора. Учитывая теперь еще (43), получим полную матрицу плотности  $\widetilde{\rho}$ , описывающую состояние детектора при t=0:

$$\widetilde{\rho}(x, y; x', y', \theta) = C_0 C_0 e^{b \sum_{s=1}^{N} (x_s^2 - 2\gamma x_s x_s' + x_s'^2) - \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{N} (y_s^2 + y_s'^2)}.$$
 (55)

Чтобы найти теперь матрицу  $\widetilde{\rho}$  в момент времени t, нужно учесть (36) и (36') и заменить всюду в (55), согласно (42), углы  $\varphi_s$  на  $\varphi_s + \omega t$ 

и углы  $\phi_s'$  на  $\phi_s' + \omega t$ . В результате получим

$$\widetilde{\rho}(x, y; x', y', t) = C_0 C_0 e^{\Delta + A \cos 2\omega t + B \sin 2\omega t}, \tag{56}$$

где

$$\Delta = \frac{b}{2} \sum_{s=1}^{N} \left[ r_s^2 + r_s'^2 - 2\gamma r_s r_s' \cos(\varphi_s - \varphi_s') \right] - \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{N} (r_s^2 + r_s'^2), \tag{57}$$

$$A = \frac{b}{2} \sum_{s=1}^{N} \left[ r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos (\varphi_s + \varphi_s') \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos^2 \varphi_s' \right] - \frac{b}{2} \left[ r_s^2 \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos^2 \varphi_s' - 2\gamma r_s' \cos^2 \varphi_s' \right] - \frac{b}{2} \left[$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{N} (r_s^2 \cos 2\varphi_s + r_s'^2 \cos 2\varphi_s'), \quad (58)$$

$$B = -\frac{b}{2} \sum_{s=1}^{N} \left[ r_s^2 \sin 2\varphi_s + r_s'^2 \sin 2\varphi_s' - 2\gamma r_s r_s' \sin (\varphi_s + \varphi_s') \right] +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{N}\left(r_{s}^{2}\sin 2\varphi_{s}+r_{s}^{\prime 2}\sin 2\varphi_{s}^{\prime}\right). \quad (59)$$

Этот несколько громоздкий результат следует усреднить за период  $^{1}/_{2}\omega$ , если мы считаем, что частота, характеризующая связь атома с детектором, достаточно велика.

Поэтому наблюдаемый результат будет определяться матрицей

$$\widetilde{\rho}(x, y; x', y', t) = C_0 C_0 e^{\Delta} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} e^{[A\cos 2\omega t + B\sin 2\omega t]} dt.$$
 (60)

Последний интеграл приводится к функции Бесселя:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} e^{[A\cos 2\omega t + B\sin 2\omega t]} dt = I_0(R), \tag{61}$$

где  $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ . Поэтому усредненная по времени матрица  $\rho$  (x, y; x', y', t) равна

$$\widetilde{\rho}(x, y; x', y', t) = C_0 C_0 e^A I_0(R);$$
(62)

$$I_0(R) = 1 - \frac{1}{4} R^2 + \dots, \quad |R| \ll 1,$$
 (63)

$$I_0(R) \cong \frac{e^R}{\sqrt{2\pi R}} + \dots, \qquad |R| \gg 1,$$
 (63')

так что при малых R имеем

$$\overline{\widetilde{\rho}(x, y; x', y', t)} = C_0 C_0 e^{\Delta}$$
(64)

и при больших R

$$\overline{\widetilde{\rho}(x, y; x', y', t)} = C_0 C_\theta \frac{e^{\Delta - R}}{\sqrt{2\pi R}}. \tag{64'}$$

Если вспомнить, что

$$b = -\frac{1}{2\beta} = -\frac{\theta}{2} ,$$

то появление множители  $e^{\Delta}$  с  $\Delta$  из (58) указывает на то, что энергия распределилась между «х»-колебаниями и «у»-колебаниями, а температура понизилась от  $\theta$  на  $\theta/2$ .

При больших значениях R результат также свидетельствует о перераспределении энергии между  $\langle y \rangle$ - и  $\langle x \rangle$ -колебаниями, но не является столь наглядным, как при малых R.

Итак, мы видим, что микрочастица, вторгшись в термодинамически неустойчивый детектор, произвела там полное перераспределение энергии, т. е. макроскопическое явление. Из приведенных примеров видно, что макроскопический измерительный прибор должен быть неустойчивой системой (точнее, почти неустойчивой).

В силу этой неустойчивости исходное квантовое явление само собой перерастает в явление макроскопическое, посредством которого микросистемы и заявляют о своем появлении в том или ином канале.

Имея в виду грандиозный масштаб такого макроскопического явления сравнительно с инициирующим его исходным микроявлением, мы можем рассматривать его как *взрыв*.

Таким образом, микрочастица заявляет о своем состоянии взрывом в микромире.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С изложенной точки зрения редукция волнового пакета (2) отражает объективный процесс, заключающийся в том, что микроявление порождает макроявление.

Это превращение квантового явления в макроскопическое может быть прослежено математически.

При этом взгляде на измерение сами собой отпадают парадоксы, связанные с кажущимся прямым влиянием изменения информации наблюдателя на течение реальных событий, и вся физическая картина явлений, изучаемых квантовой механикой, может быть теперь резюмирована следующим образом.

Квантовая механика изучает микросистемы  $\mu$  в определенной макроскопической обстановке  $\mathfrak{M}$ , символически — она изучает сумму  $\mu+\mathfrak{M}$ . Макроскопическая обстановка может быть разложена на две части:

$$\mathfrak{M}=M+\Pi$$
.

Первая часть диктует микросистеме  $\mu$  условия ее движения, иными словами, определяет ее состояние. Вторая часть  $\Pi$  макрообстановки является макроскопически неустойчивой, и микрочастица способна вызвать в ней макроскопическое явление \*). Эта часть может быть использована наблюдателем в качестве измерительного прибора, если наличие  $\Pi$ , по возможности, не влияет на часть макрообстановки M, организующей исходное состояние микрочастицы. Повторение (или, иначе, воспроизводство) тождественных совокупностей  $\mathfrak{M}+\mu$  образует квантовый ансамбль. Этот ансамбль может быть охарактеризован волновой функцией  $\Psi_{\mu}$  (или, в общем случае, матрицей плотности  $\rho_{M}$ ).

Повторение совокупностей  $\mathfrak{M}$  (или, иначе, их воспроизводство) также образует квантовый ансамбль, который может быть описан матрицей плотности  $\rho_{\mathfrak{M}}$ . Эта матрица плотности в начальный момент времени может быть записана в виде произведения двух матриц плотности:

$$\rho_{\mathfrak{M}}^{0} = \rho_{M}^{0} \rho_{H}^{0},$$

где  $ho_H^0$  — матрица плотности, описывающая макроскопически неустойчивую часть макрообстановки  $\Pi$  в начальный момент времени.

<sup>\*)</sup> Ясно, что Э не всегда содержит И.

Ансамбль, описываемый матрицей плотности ру, обладает той существенной особенностью, что с течением времени в нем развивается макроскопическое явление, инициированное микросистемой.

Развитие этого явления и есть физический механизм, обусловливаю-

щий редукцию волновой функции (2).

Ясно, что различная организация макроскопически неустойчивой части макрообстановки П будет приводить к различным типам редукции и соответствовать в обычном понимании различным измерительным аппаратам.

Объединенный институт ядерных исследований, Дубпа

#### ИПТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Бор, УФН 16 (4), 446 (1936); 66 (3), 571 (1958).

2. В. Гейзенберг, Физические принципы квантовой механики, М., ГТТИ, 1932. 3. Дж. фон Иейман, Математические основания квантовой механики. М., «Паука»,

1964.

- А. Эйнштейн и др., УФН 16 (4), 440 (1936).
   Д. Бом, в сб. «Вопросы причипности в кванговой теории», М., ИЛ, 1955.
   Д. И. Мандельштам, Лекции по квантовой механике, Собр. соч., т. 5, М., Изд-во АН СССР, 1950.
- 7. Д. И. Блохинцев, Основы квантовой механики, 4-е изд., М., «Высшая школа», 1963. 8. E. Schrödinger, Reports of Solvay Congress, 1928.

- 9. Д. И. В лохинцев, Принципиальные вопросы квантовой механики, М., «Нау-Ka», 1966. 10. A. Daneri, A. Loinger, G. Prosperi, Nucl. Phys. 33, 297 (1962).

11. H. S. Green, Nuovo Cimento 9, 88 (1958).

12. Д. 11. Блохинцев, Вопросы философии, № 9, 108 (1963).