

Доклад на тему: Новые методы моделирования в  
нейтринной астрономии: транспорт нейтрино и  
света в среде

Аспирант: Аллахвердян В. А.

Научный руководитель: Наумов Д. В.

# Цели работы

- Разработка ПО **npipropagator** для генерации и транспорта нейтрино высоких энергий
- Решение транспортного уравнения Больцмана для распространения света в анизотропно-рассевающей среде.

# Актуальность работы

- Транспорт света

# Актуальность работы

- Транспорт света
  - Отсутствие эффективного метода для моделирования сигнала в нейтринных телескопах.

# Актуальность работы

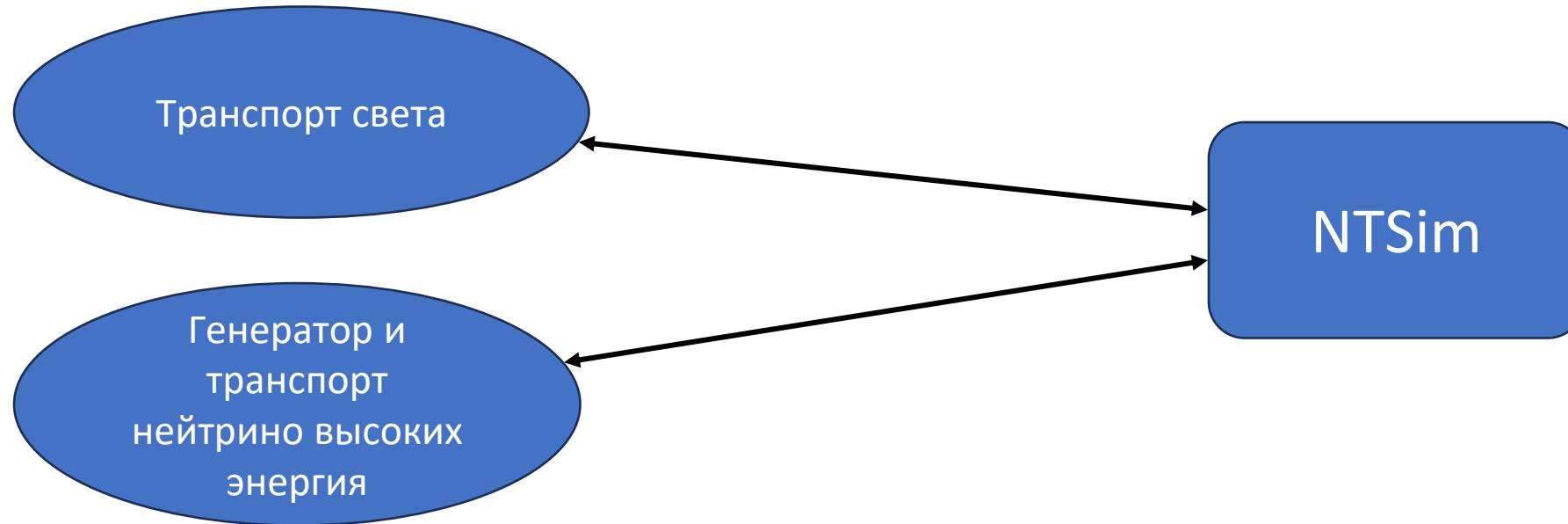
- Транспорт света
- Генератор и транспорт нейтрино высоких энергий

# Актуальность работы

- Транспорт света
- Генератор и транспорт нейтрино высоких энергий
  - Отсутствие доступного ПО.

# Актуальность работы

- Транспорт света
- Генератор и транспорт нейтрино высоких энергий



# Методы решения

- Распространение света:
  - Решение уравнения переноса.
  - Использование python/numpy.
- Нейтринный генератор и пропагатор (*nupropagator*):
  - Глубоко-неупругое сечение взаимодействия (анти)нейтрино на нуклоне для произвольно больших энергий.
  - Учет современных партонных распределений (LHAPDF).
  - Транспорт нейтрино сквозь Землю решением уравнения переноса методом Z-фактора.
  - Использование python/numpy.

# Научная новизна задачи №1

- Получено решение уравнения переноса в виде ряда по количеству рассеяний.
- Найдено аналитическое выражение для первого порядка рассеяния.
- Получены приближения для ряда предельных случаев.

Метод	Проблемы
Методы Монте-Карло	Низкая эффективность метода.
Решение уравнения переноса разложением по сферическим гармоникам [1]	Решение нестабильно при большой асимметрии функции рассеяния.
Решеточные методы (дискретизация) [2]	Нестабильность численного решения и необходимость использовать большие компьютерные ресурсы.

- [1] – Andr'e Liemert, Alwin Kienle «Infinite space Green's function of the time-dependent radiative transfer equation»
- [2] – Kausar Banoo «DIRECT SOLUTION OF THE BOLTZMANN TRANSPORT EQUATION IN NANOSCALE SI DEVICES»

## Научная новизна задачи №2

- Учет современных партонных функций распределения.
- Учет распространения нейтрино сквозь вещество методом Z-фактора. ([arXiv:hep-ph/0112249v2](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0112249v2))

# Эксперимент Baikal-GVD

- Международный проект в области астрофизики частиц и нейтринной астрономии.
- Большой потенциал открытий в астрофизике.
- Глубина озера 1366м.
- Плоское дно и высокая прозрачность воды.
- Толщина льда – 1 м.

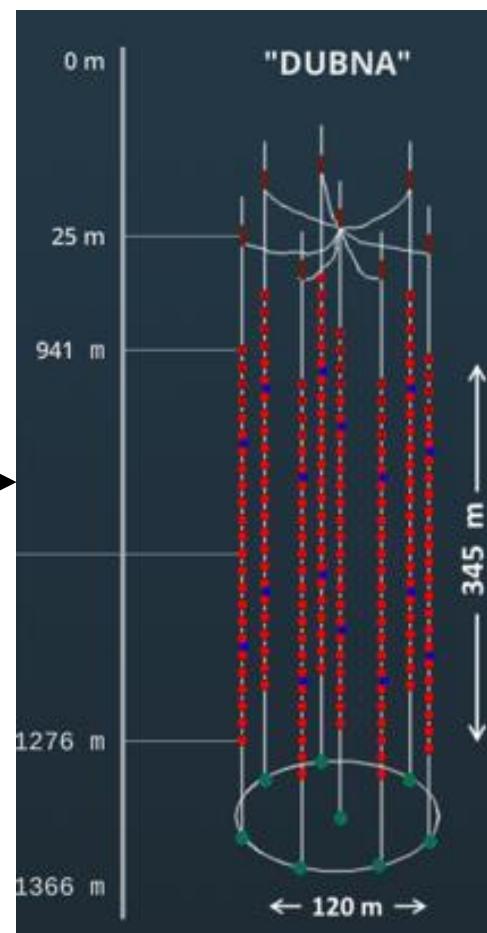
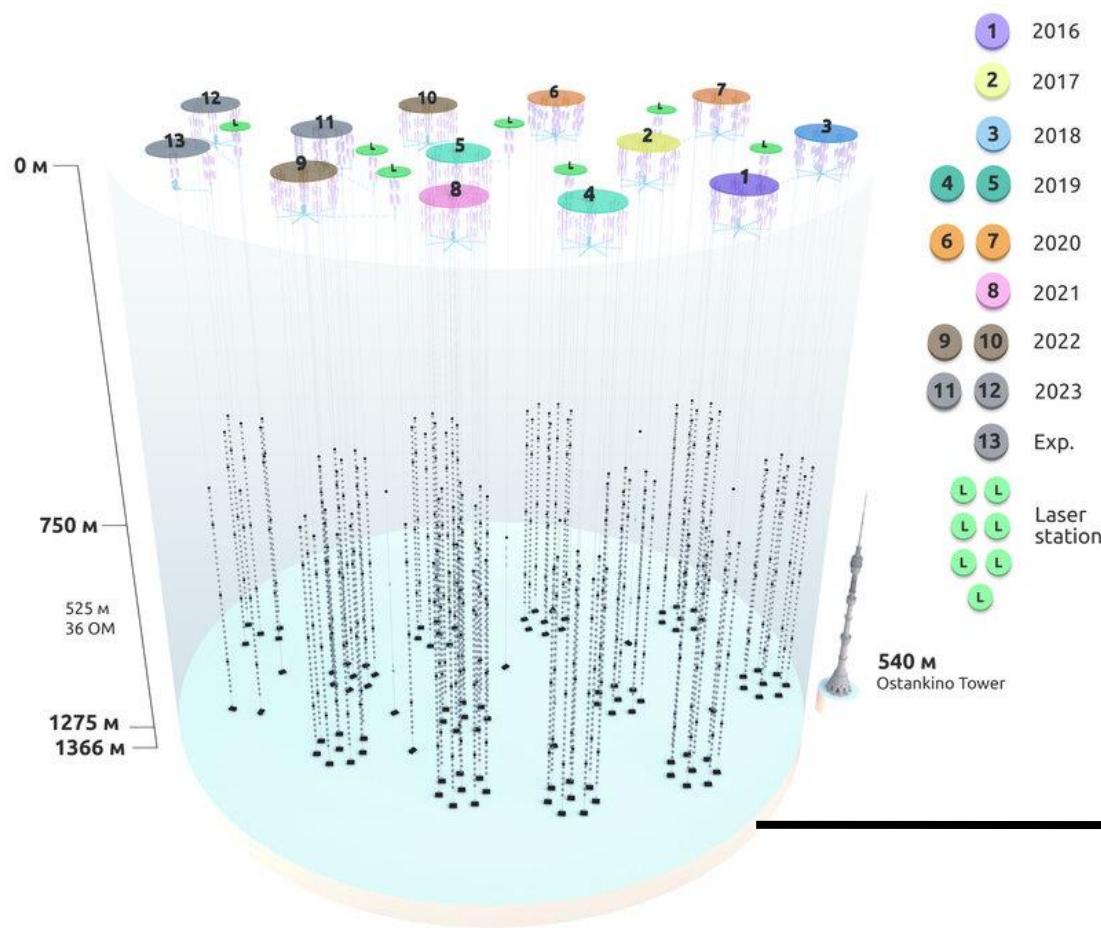


# Цели эксперимента

- Детальное изучение потока космических нейтрино высоких энергий и поиск их источников.
- Поиск кандидатов в темную материю.
- Поиск нейтрино от распада сверхтяжелых частиц.
- Поиск магнитных монополей и других экзотических частиц.

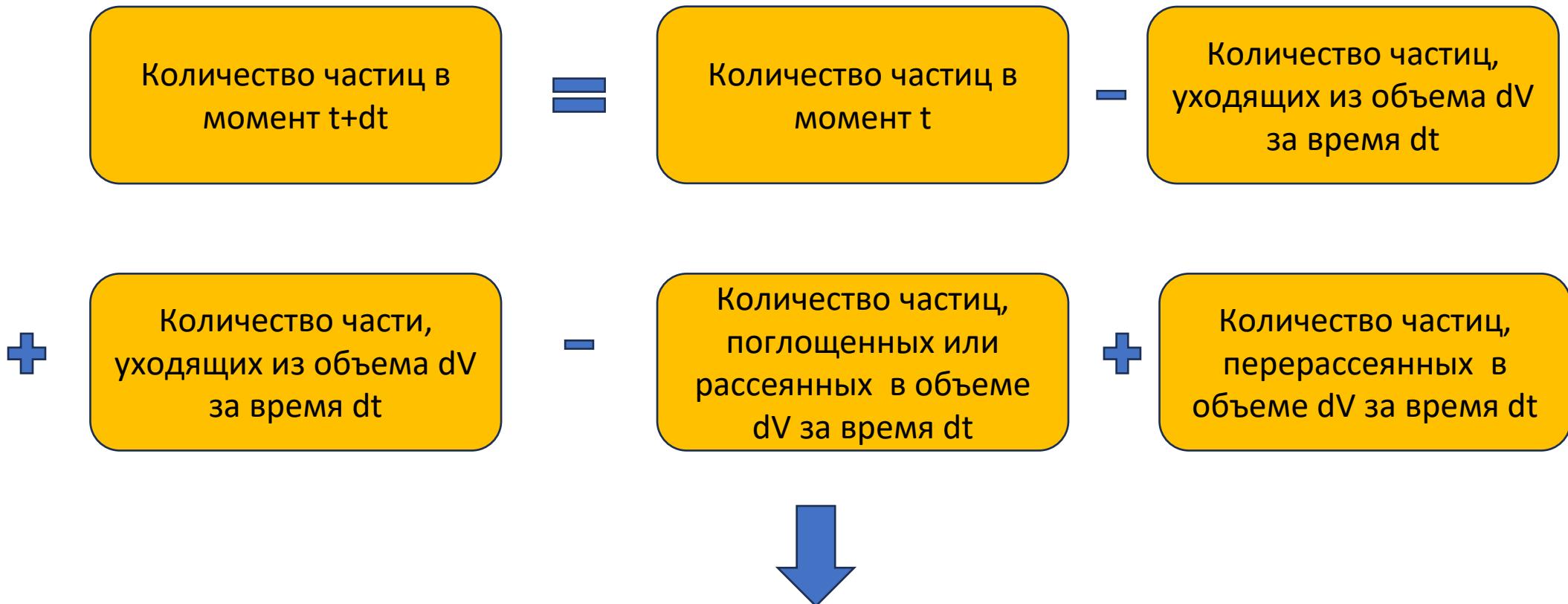


# Телескоп



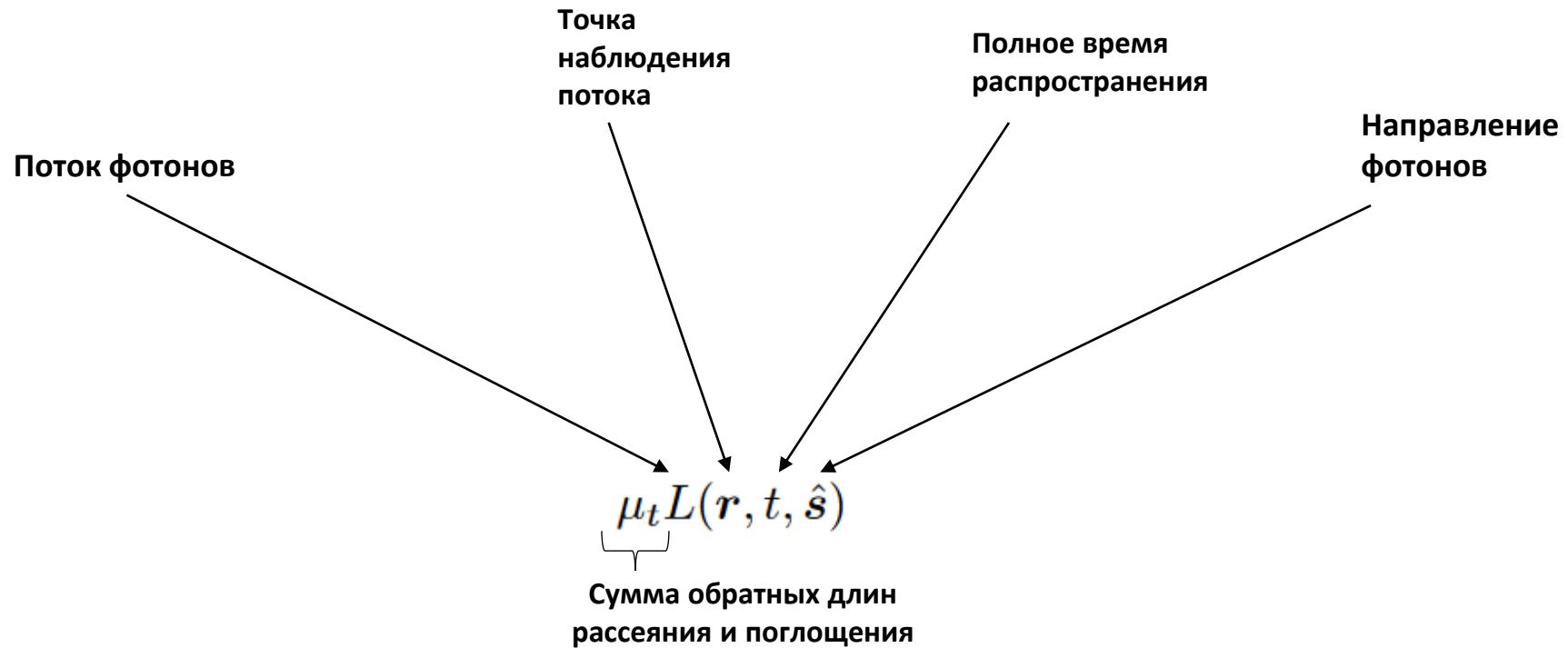
# Трехмерная задача транспорта света

# Детальный баланс



$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t} + \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = S(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_s \int_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{s}}_1 f(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}) L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}_1)$$

# Определения



# Определения

The diagram illustrates the components of the radiance equation. At the top, four labels point to specific parts of the equation:

- Поток фотонов** (Photon flux) points to the first term,  $\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t}$ .
- Точка наблюдения потока** (Point of observation of the flux) points to the second term,  $\hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$ .
- Полное время распространения** (Total propagation time) points to the third term,  $\mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$ .
- Направление фотонов** (Direction of photons) points to the direction vector  $\hat{\mathbf{s}}$ .

Below the equation, two annotations provide additional context:

- Слагаемые, описывающие свободное распространение света** (Terms describing free-space propagation) is associated with the first term.
- Сумма обратных длин рассеяния и поглощения** (Sum of scattering and absorption inverse lengths) is associated with the second and third terms.

$$\underbrace{\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t}}_{\text{Слагаемые, описывающие свободное распространение света}} + \underbrace{\hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}_{\text{Сумма обратных длин рассеяния и поглощения}} + \mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$$

# Определения

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t} + \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = S(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$$

Поток фотонов

Точка наблюдения потока

Полное время распространения

Направление фотонов

Слагаемые, описывающие свободное распространение света

Сумма обратных длин рассеяния и поглощения

Источник фотонов

The diagram illustrates the components of the radiative transfer equation. It shows four labels with arrows pointing to specific terms in the equation:

- Поток фотонов (Photon flux) points to the first term,  $\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t}$ .
- Точка наблюдения потока (Point of observation) points to the second term,  $\hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$ .
- Направление фотонов (Direction of photons) points to the third term,  $\mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$ .
- Источник фотонов (Photon source) points to the fourth term,  $S(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$ .

Below the equation, three groups of terms are bracketed:

- Слагаемые, описывающие свободное распространение света (Terms describing free light propagation) brackets the first two terms.
- Сумма обратных длин рассеяния и поглощения (Sum of scattering and absorption inverse lengths) brackets the last two terms.
- Источник фотонов (Photon source) brackets the entire right side of the equation.

# Определения

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t} + \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = S(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_s \int_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{s}}_1 f(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}) L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}_1)$$

Поток фотонов

Точка наблюдения потока

Полное время распространения

Направление фотонов

Функция рассеяния

Слагаемые, описывающие свободное распространение света

Сумма обратных длин рассеяния и поглощения

Источник фотонов

Перерассеяние фотонов

# Определения

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t} + \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = S(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_s \int_{S^2} d\hat{\mathbf{s}}_1 f(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}) L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}_1)$$

Поток фотонов

Точка наблюдения потока

Полное время распространения

Направление фотонов

Функция рассеяния

Слагаемые, описывающие свободное распространение света

Сумма обратных длин рассеяния и поглощения

Источник фотонов

Перерассеяние фотонов

$$\mu_t = \mu_a + \mu_s, \mu_s = 1/l_s, \mu_a = 1/l_a$$

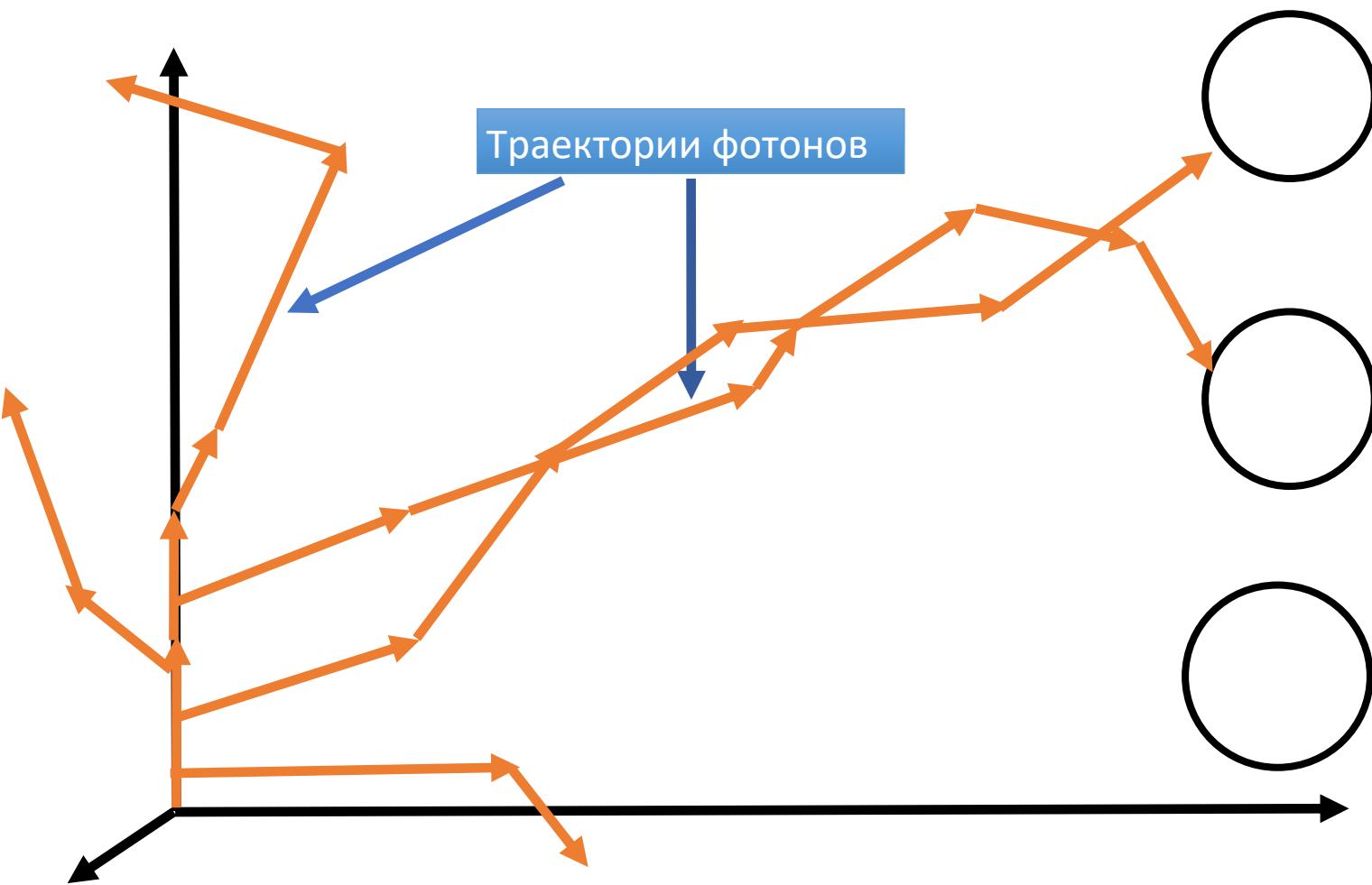
Длина рассеяния

Длина поглощения

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \int_{S^2} d\hat{\mathbf{s}} L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})$$

# Проблема с методом Монте-Карло

$g=0:$

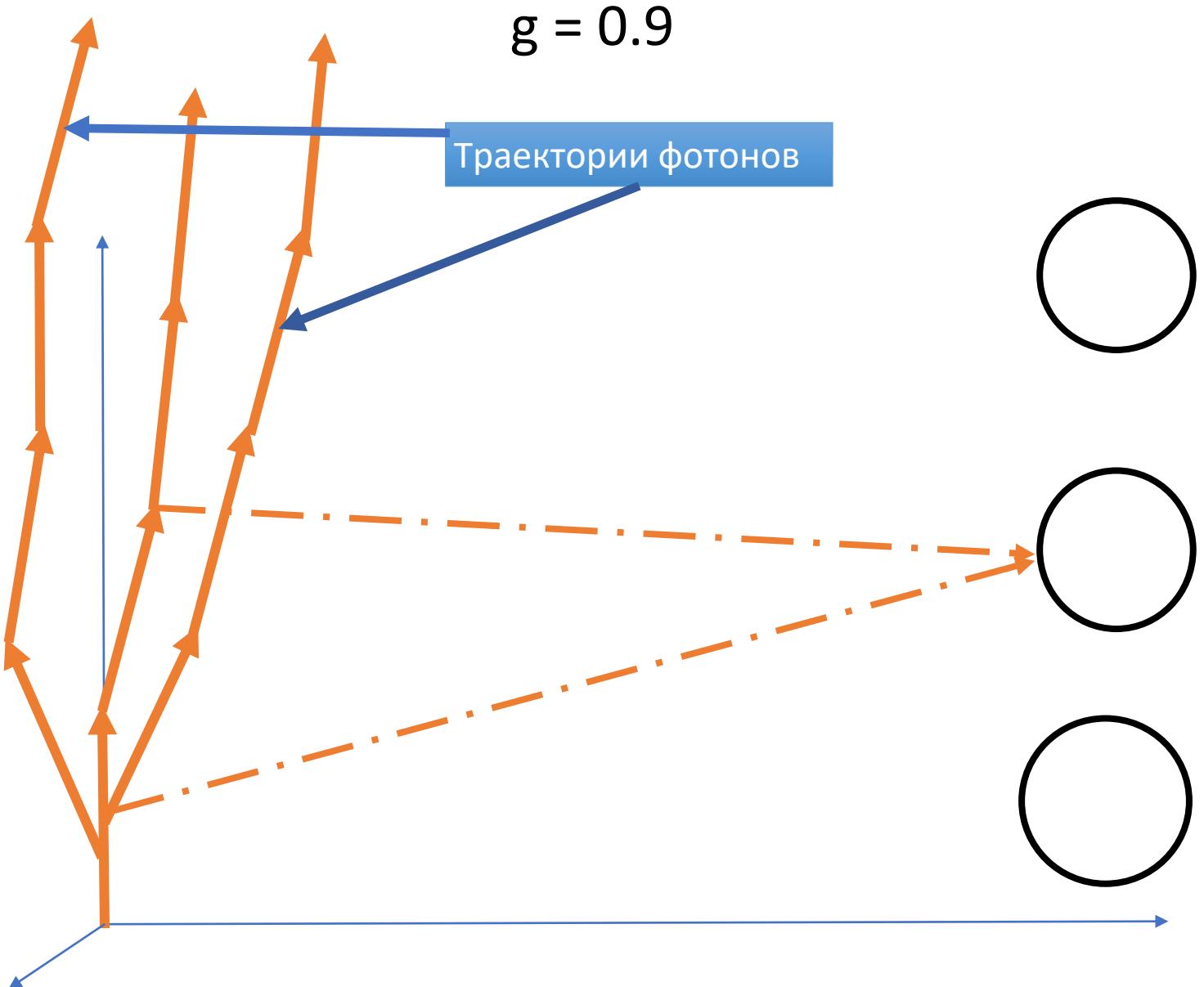


Качественная оценка:

$$\begin{aligned}N_{ph} &\sim N_{tot}(R/r_0)^2 \\&\sim N_{tot}(0.21m/200m)^2 \\&= 10^{-6} N_{tot}\end{aligned}$$

**Оптический модуль,  
радиус  $R$ , положение  $r_0$**

# Проблема с методом Монте-Карло



$$\begin{aligned}N_{\text{ph}} &\sim N_{\text{tot}} f_{\text{scatt}} (R/r_0)^2 \\&\sim 0.006(0.21\text{m}/200\text{m})^2 N_{\text{tot}} \\&= 6 \cdot 10^{-8} N_{\text{tot}}\end{aligned}$$

**Оптический модуль,  
радиус R, положение  $r_0$**

**Низкая эффективность МК**

# Найденные точные решения

- $\mathbf{g} = \mathbf{1}$ :

$$L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = \exp(-\mu_a c t) \delta^3(\mathbf{r} - c \hat{\mathbf{s}} t) \delta^2(\hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{s}}_0)$$

- $\mathbf{g} = -\mathbf{1}$ :

$$L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = \exp(-\mu_t c t) \delta^2(\mathbf{r} - \hat{\mathbf{s}}_0) \delta(r - ct) \delta^2(\hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{s}}_0)$$

$$+ \exp(-\mu_t c t) \delta^2(\mathbf{r} - \hat{\mathbf{s}}_0) \frac{\tilde{\theta}(\tau^2) \mu_s}{2} \left( \sqrt{\frac{ct + r}{ct - r}} I_1(\mu_s \tau) \delta^2(\hat{\mathbf{s}} - \hat{\mathbf{s}}_0) + I_0(\mu_s \tau) \delta^2(\hat{\mathbf{s}} + \hat{\mathbf{s}}_0) \right)$$

$$\tau = \sqrt{(ct)^2 - r^2}$$

$$\tilde{\theta}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

# Решение для произвольного $\mathbf{g}$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}})}{\partial t} + \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_t L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = S(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) + \mu_s \int_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{s}}_1 f(\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}) L(\mathbf{r}, l, \hat{\mathbf{s}}_1)$$

- Эквивалентное интегральное уравнение

$$L(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{s}}) = c \int_0^t dt' e^{-c\mu_t(t-t')} S(\mathbf{r} - c\hat{\mathbf{s}}(t-t'), t', \hat{\mathbf{s}}) + c\mu_s \int_0^t dt' e^{-c\mu_t(t-t')} \hat{V}_{\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}} L(\mathbf{r} - c\hat{\mathbf{s}}(t-t'), t', \hat{\mathbf{s}}')$$

$$\hat{V}_{\hat{\mathbf{s}}\hat{\mathbf{s}}} = \int_{\mathbb{S}^2} d\hat{\mathbf{s}}' f(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}')$$

# Решение для произвольного $g$

- Решение методом последовательных приближений

$$L^{(n)}(r, t, \hat{s}) = c \int_0^t dt' e^{-c\mu_t(t-t')} S(r - c\hat{s}(t-t'), t', \hat{s}) \\ + c\mu_s \int_0^t dt' e^{-c\mu_t(t-t')} \hat{V}_{\hat{s}\hat{s}'} L^{(n-1)}(r - c\hat{s}(t-t'), t', \hat{s}')$$

$$L = L_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \delta L^{(n)}$$

- Точечный источник

$$S(r, t, \hat{s}) = \delta^3(r) \delta(t) \delta^2(\hat{s} - \hat{s}_0)$$

$$L^{(n)}(r, t, \hat{s}) = c \int_0^t dt' e^{-\mu_t c(t-t')} \delta^3(r - c\hat{s}(t-t')) \delta(t') \delta^2(\hat{s} - \hat{s}_0) \\ + c\mu_s \int_0^t dt' e^{-\mu_t c(t-t')} V_{\hat{s}\hat{s}'} L^{(n-1)}(r - c\hat{s}(t-t'), t', \hat{s}')$$

# Сингулярная часть

- Нулевой порядок:

$$L^{(0)}(r, t, \hat{s}) = ce^{-c\mu_t t} \frac{\delta(r - ct)}{r^2} \delta^2(\hat{r} - \hat{s}_0) \delta^2(\hat{s} - \hat{s}_0)$$

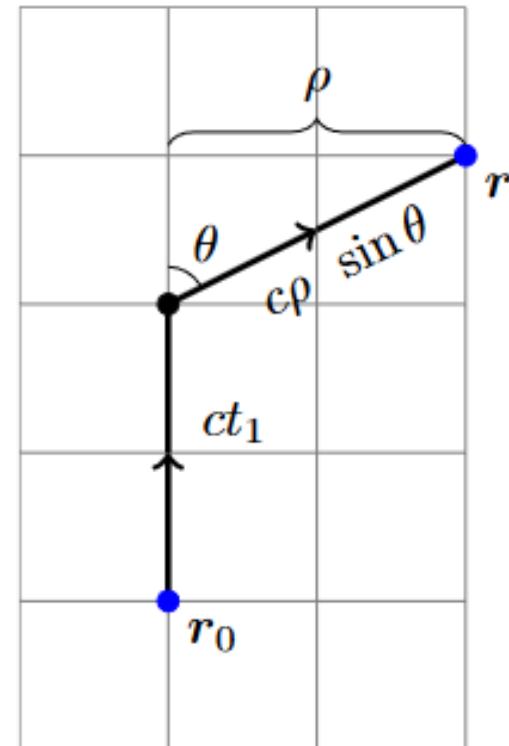
- Первый порядок:

$$\delta L^{(1)} = c^2 \mu_s e^{-c\mu_t t} f(\hat{s} \cdot \hat{s}_0) \int_0^t dt_1 \delta^3(\delta r)$$

$$\delta r = r - c\hat{s}_0 t_1 - c\hat{s}(t - t_1)$$

$$\begin{aligned} \delta L^{(1)} &= 2c\mu_s e^{-c\mu_t t} f(\hat{s} \cdot \hat{s}_0) \delta^2(\hat{s} - \hat{s}^*) \frac{1}{|r - c\hat{s}_0 t|^2} \\ &\times H((ct)^2 - r^2) H(ct - r \cdot \hat{s}_0), \end{aligned}$$

$$\hat{s}^* = \hat{s}_0 + 2 \frac{r - c\hat{s}_0 t}{|r - c\hat{s}_0 t|^2} (ct - r \cdot \hat{s}_0).$$



# Регулярная часть

- Второй порядок

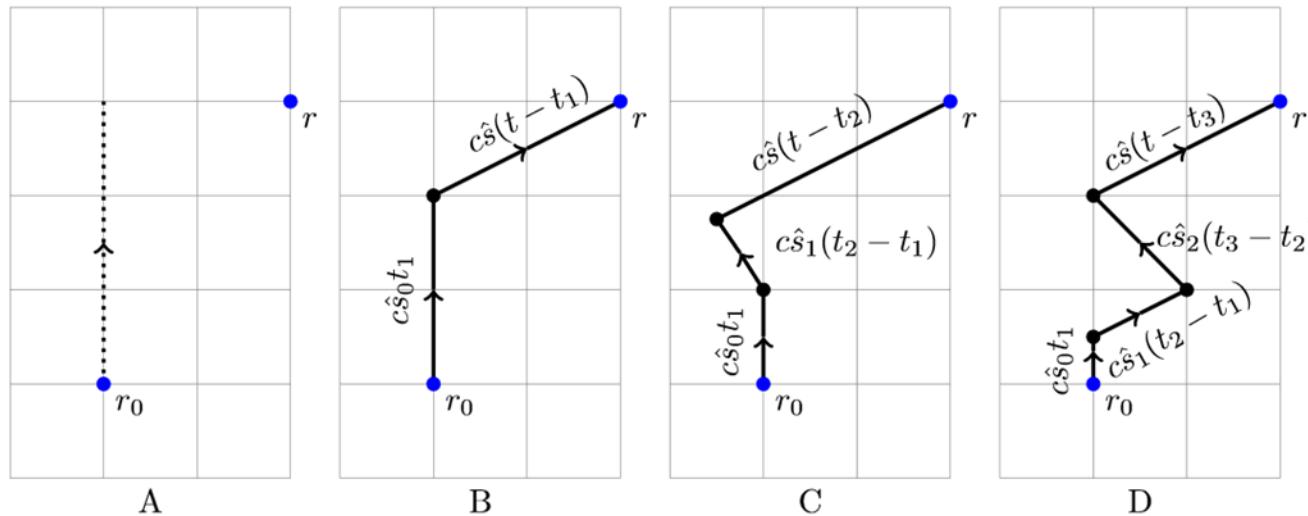
$$\delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - c\hat{\mathbf{s}}(t - t_2) - c\hat{\mathbf{s}}_1(t_2 - t_1) - c\hat{\mathbf{s}}_0 t_1.$$

$$\delta L^{(2)} = c^3 \mu_s^2 e^{-c\mu_t t} \int_0^t dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \int_{S^2} d\hat{\mathbf{s}}_1 f(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_1) f(\hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_0) \delta^3(\delta \mathbf{r})$$

- Третий порядок

$$\delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - c\hat{\mathbf{s}}(t - t_3) - c\hat{\mathbf{s}}_2(t_3 - t_2) - c\hat{\mathbf{s}}_1(t_2 - t_1) - c\hat{\mathbf{s}}_0 t_1.$$

$$\delta L^{(3)} = c^4 \mu_s^3 e^{-c\mu_t t} \int_0^t dt_3 \int_0^{t_3} dt_2 \int_0^{t_2} dt_1 \int_{S^2} d\hat{\mathbf{s}}_1 d\hat{\mathbf{s}}_2 f(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_2) f(\hat{\mathbf{s}}_2 \cdot \hat{\mathbf{s}}_1) f(\hat{\mathbf{s}}_1 \cdot \hat{\mathbf{s}}_0) \delta^3(\delta \mathbf{r})$$



# Общее выражение для потока света

$$L = \underbrace{e^{-\mu_t ct} c \delta^3 (r - c \hat{s}_0 t) \delta^2 (\hat{s} - \hat{s}_0)}_{\text{Нулевой порядок}} + e^{-\mu_a ct} \sum_{n=1}^{\infty} P_n(\mu_s ct) \delta L_s^{(n)}$$

Поглощение в среде

Пуассоновская вероятность  
n-рассеяний

Фактор, связанный с  
рассеянием

Главный результат  
решения задачи №1

$$\delta L_s^{(n)} = n! \prod_{i=1}^n \left( \int_0^1 d\xi_i (1-\xi_i)^{i-1} \right) \prod_{j=1}^{n-1} \left( \int_{S^2} d\hat{s}_j f(\hat{s}_{j+1} \cdot \hat{s}_j) \right) f(\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_0) \times \\ \times c \delta^3(r - cts^{(n)}).$$

$$s^{(n)} = \sum_{k=0}^n \hat{s}_{n-k} \xi_{n-k} \left( \prod_{i=1}^k (1 - \xi_{n-i+1}) \right)$$

$$= \hat{s}_n \xi_n + \hat{s}_{n-1} \xi_{n-1} (1 - \xi_n) + \dots$$

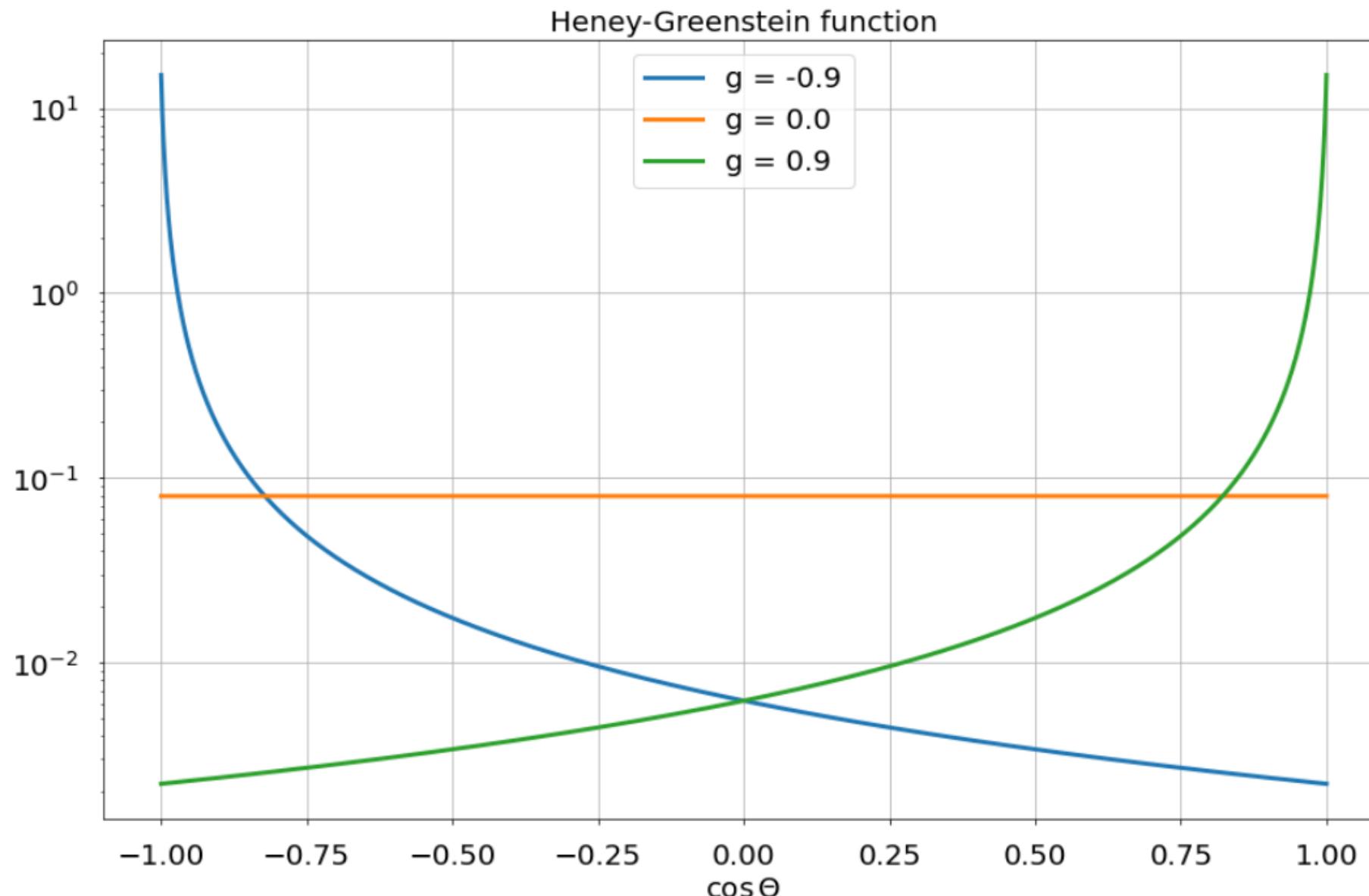
$$+ \hat{s}_1 \xi_1 (1 - \xi_n) \dots (1 - \xi_2)$$

$$+ \hat{s}_0 \xi_0 (1 - \xi_n) \dots (1 - \xi_1)$$

# Функция рассеяния

- Функция Хенни-Гринштейна:

$$f(\hat{s} \cdot \hat{s}') = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g(\hat{s} \cdot \hat{s}'))^{3/2}} \quad \cos \Theta = (\hat{s}, \hat{s}')$$



# Методы вычисления многомерных интегралов

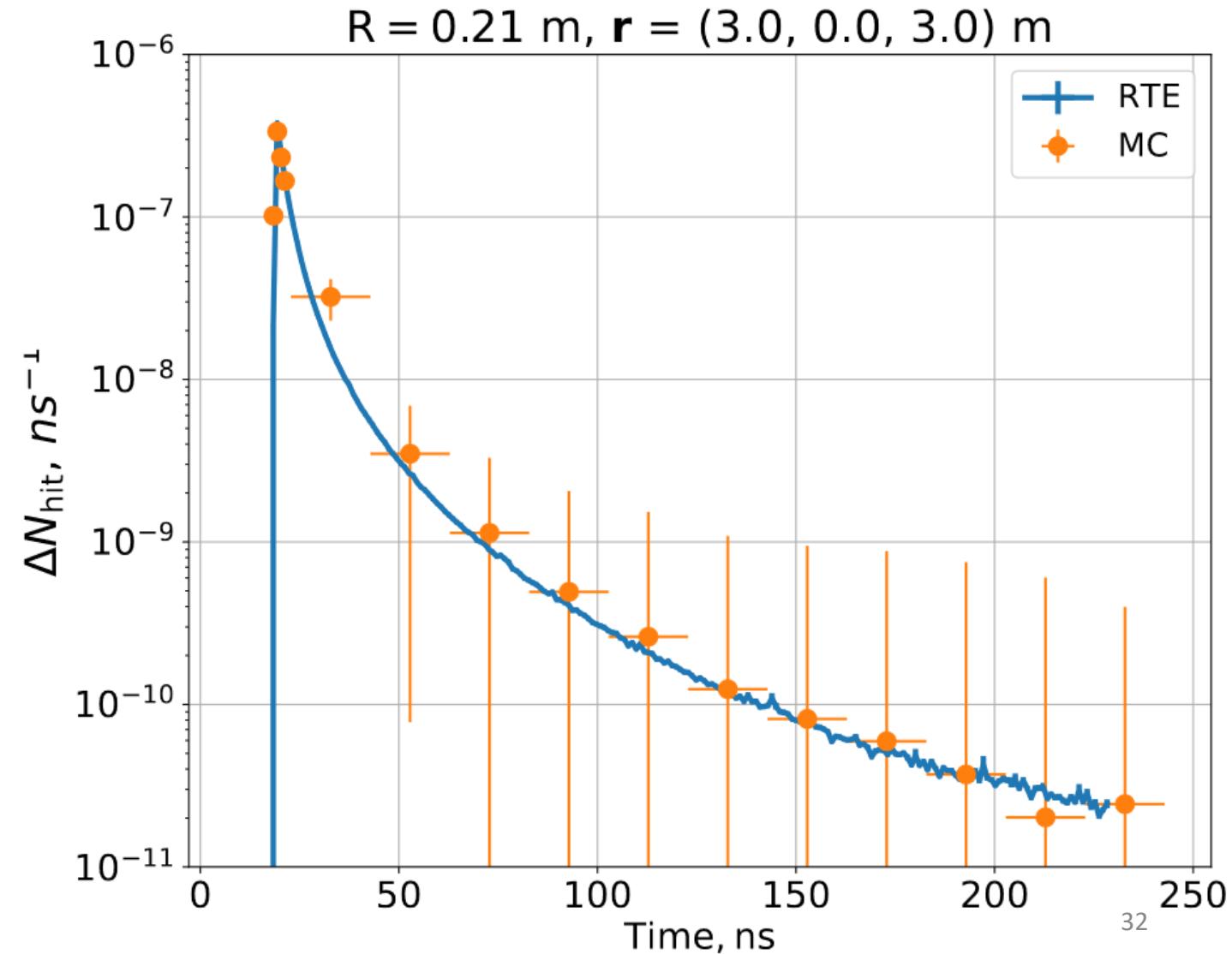
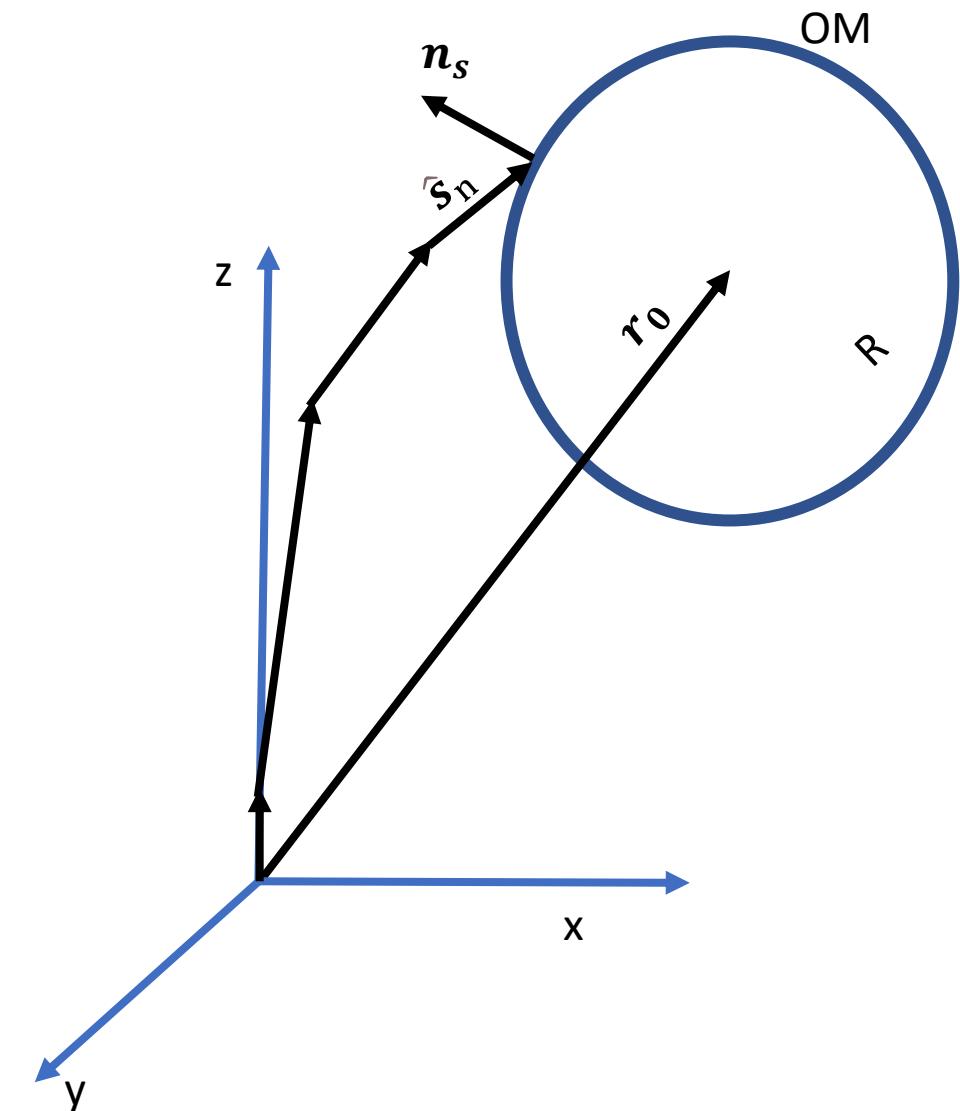
- Vegas/Python3

# Методы вычисления многомерных интегралов

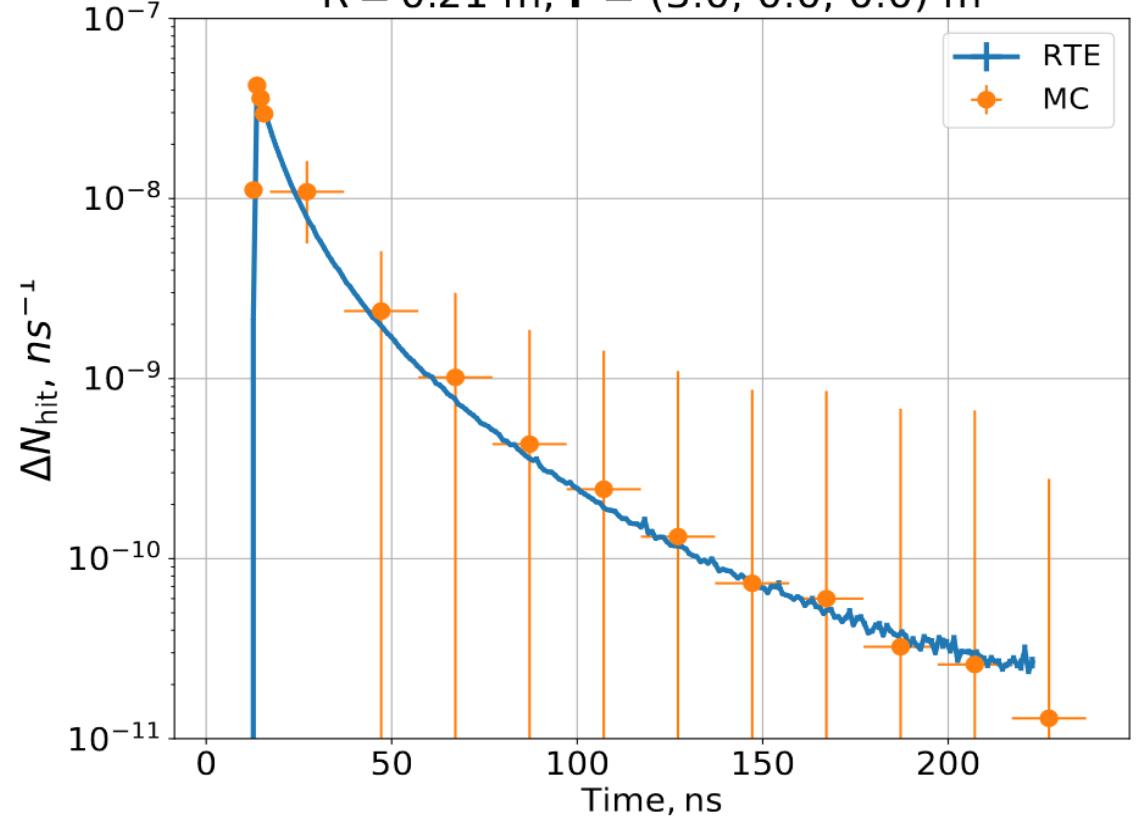
- Vegas/Python3
- Остальные: (MUL, quad, MC, ...)

# Валидация решения методом МК

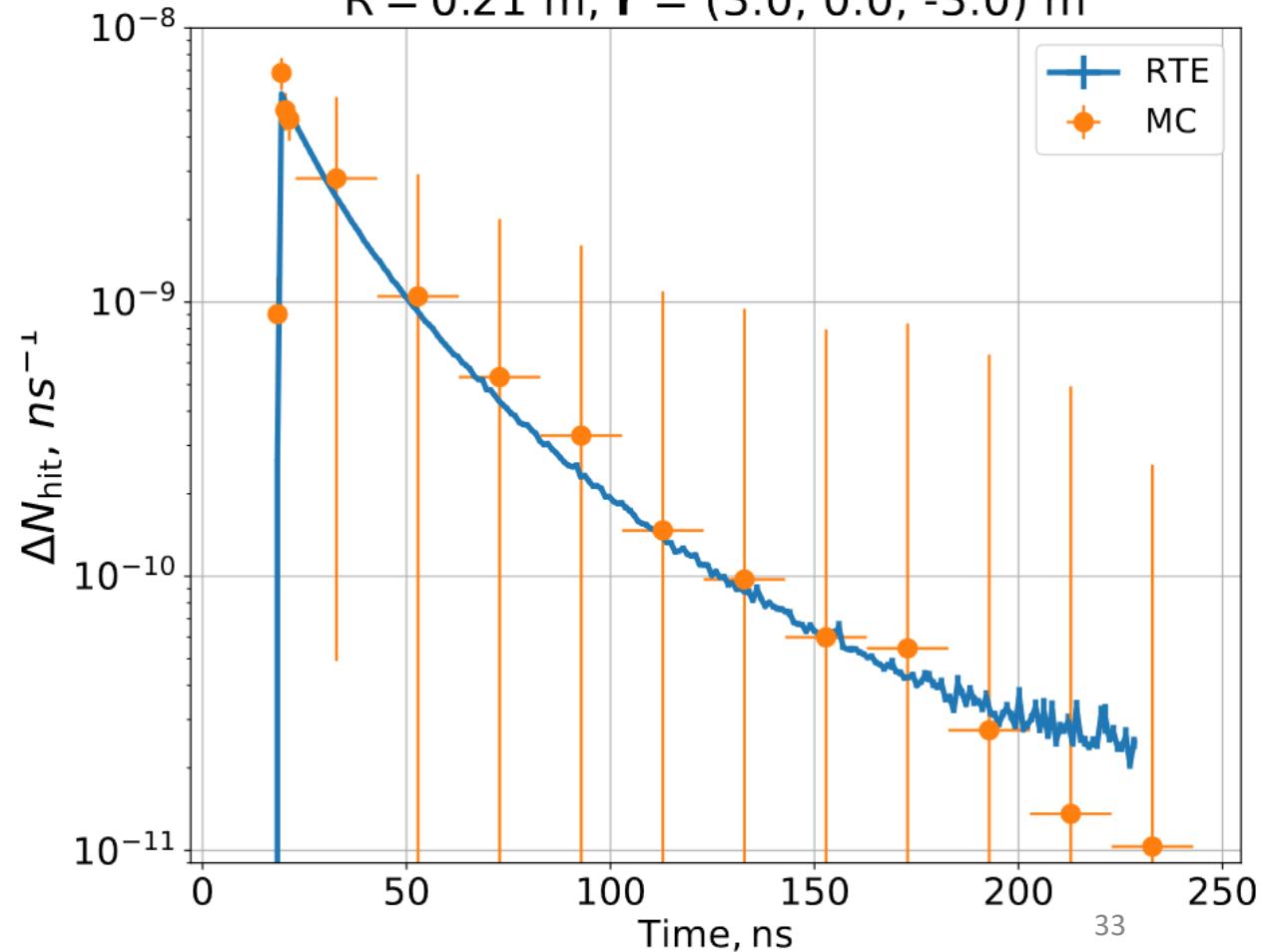
- Сравним количество фотонов на ОМ для разных точек. Мы будем использовать  $\hat{s}_0 = (0, 0, 1)$

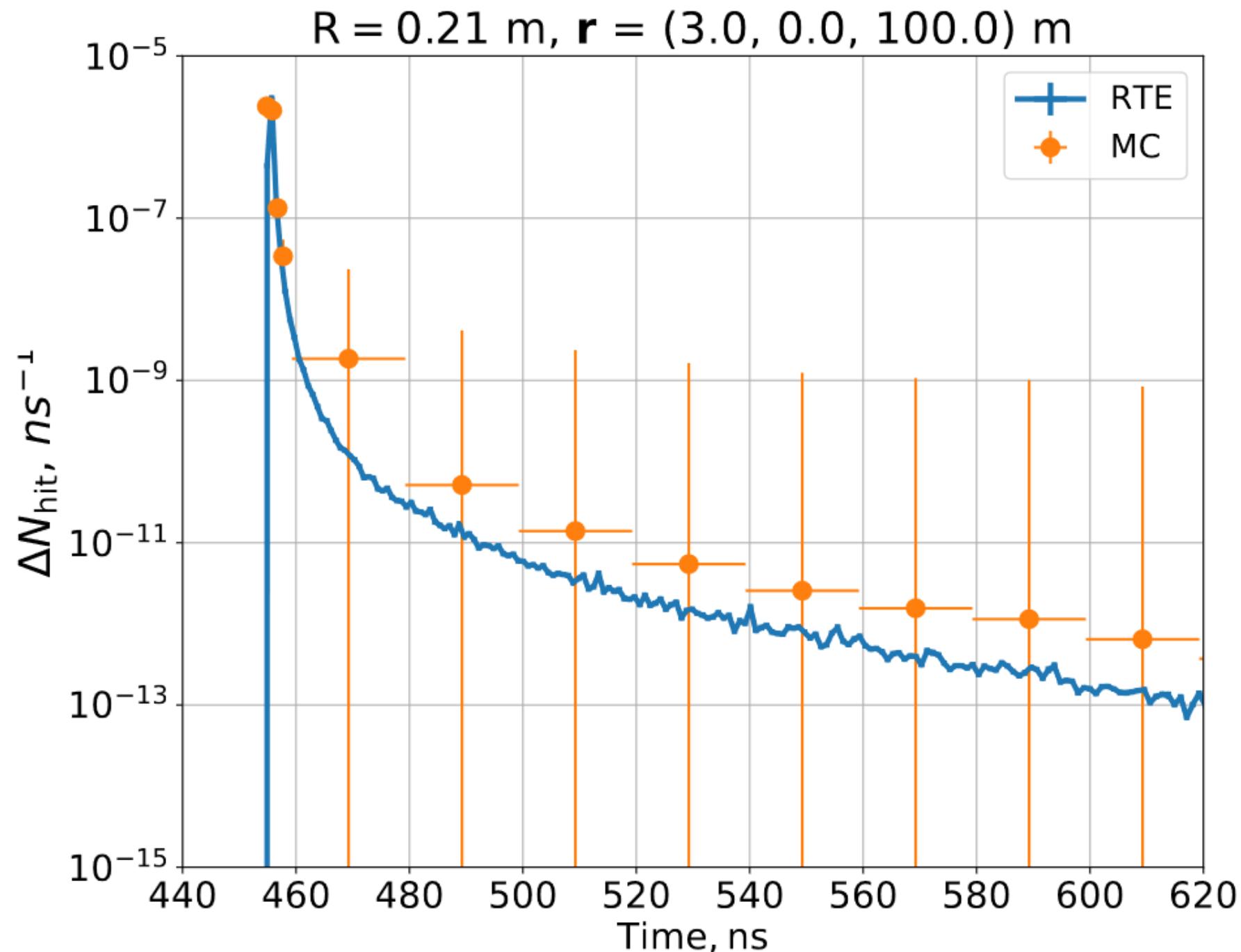


$R = 0.21 \text{ m}$ ,  $\mathbf{r} = (3.0, 0.0, 0.0) \text{ m}$



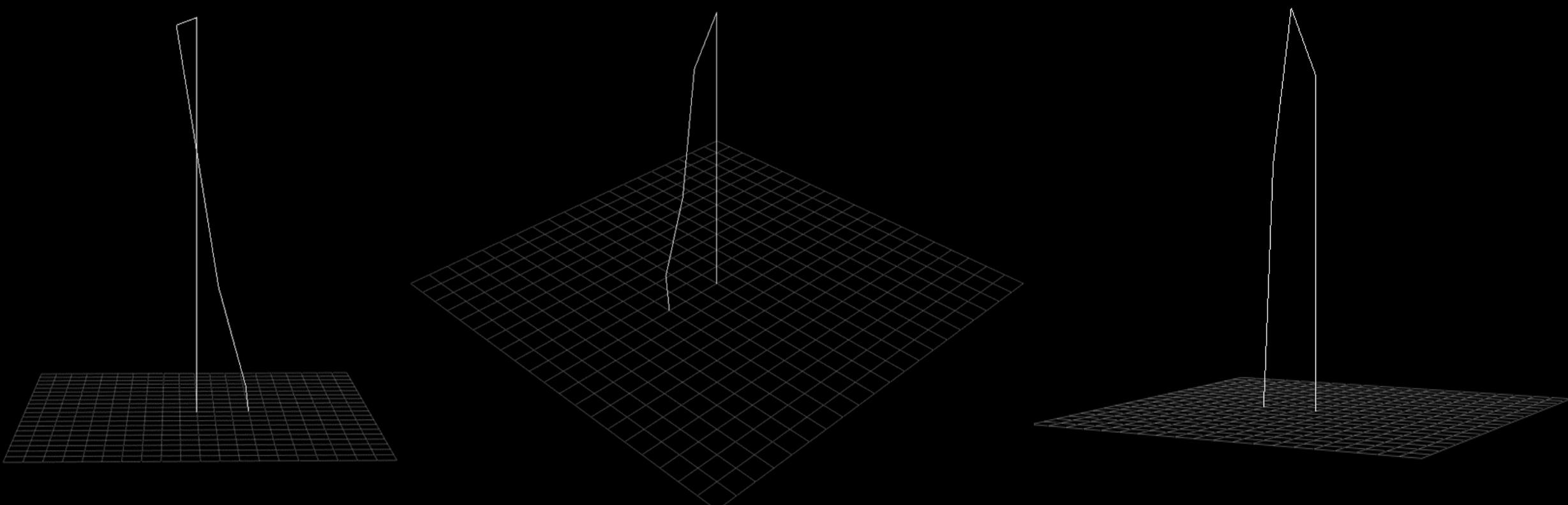
$R = 0.21 \text{ m}$ ,  $\mathbf{r} = (3.0, 0.0, -3.0) \text{ m}$





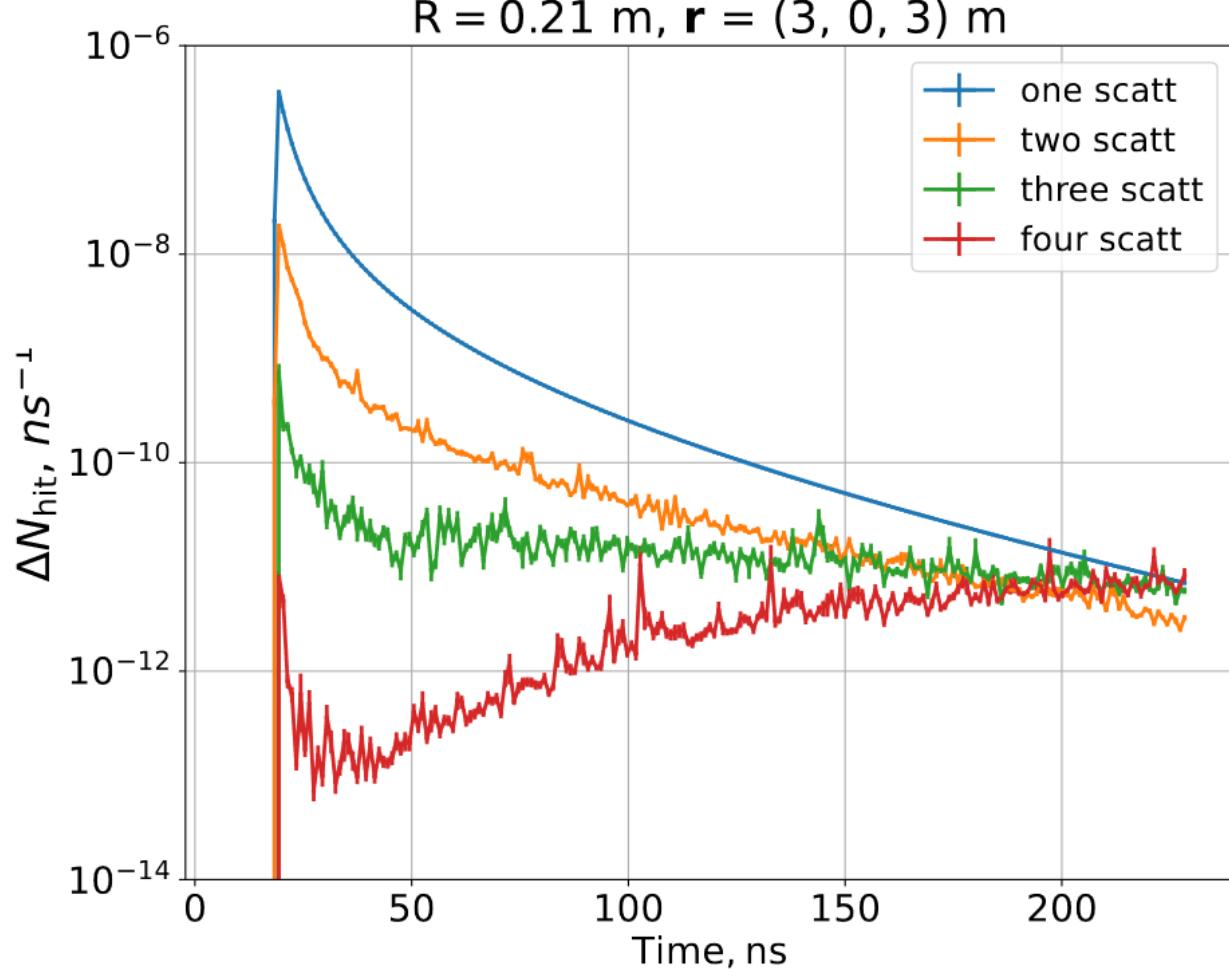
# RTE как Монте-Карло генератор

- Идея: Монте-Карло с фиксированным началом и концом
  - Позволяет увеличить эффективность стандартного МК

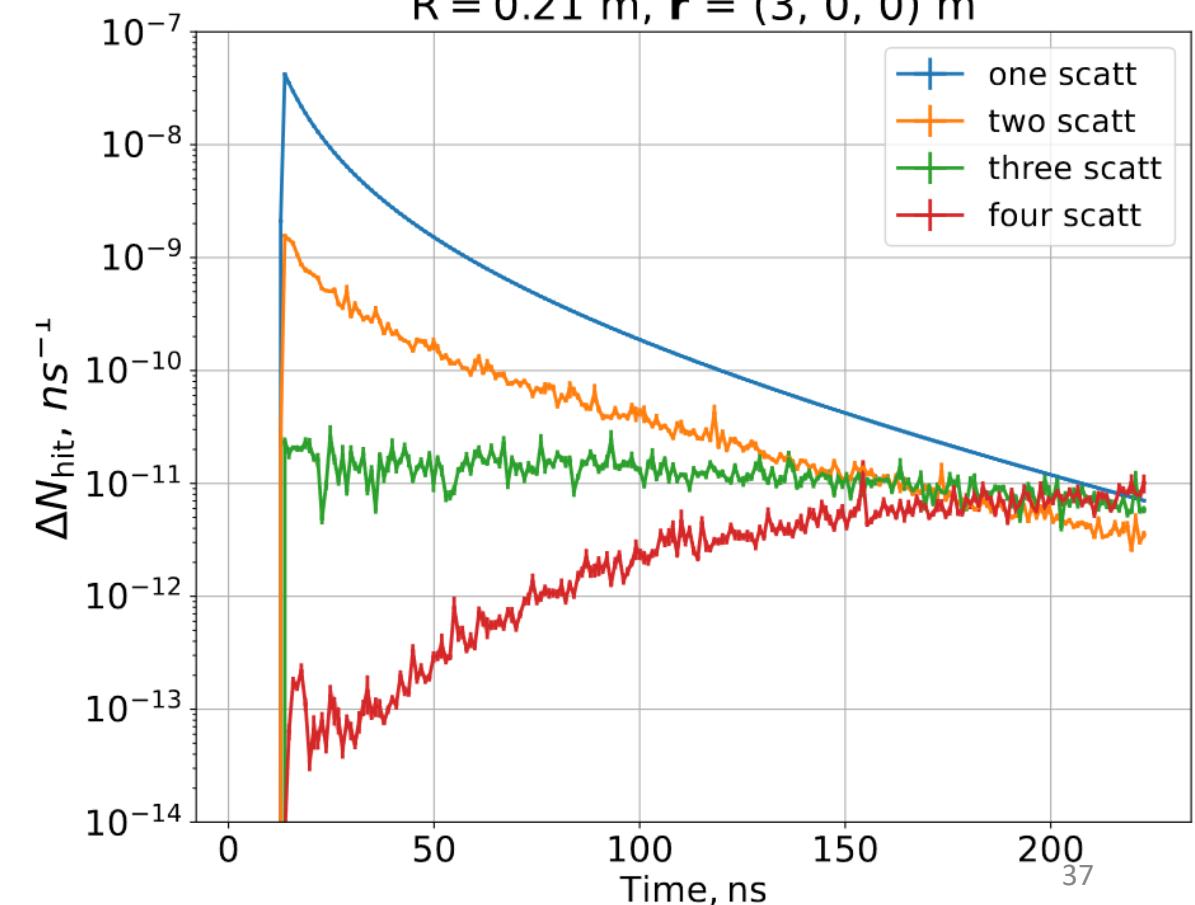


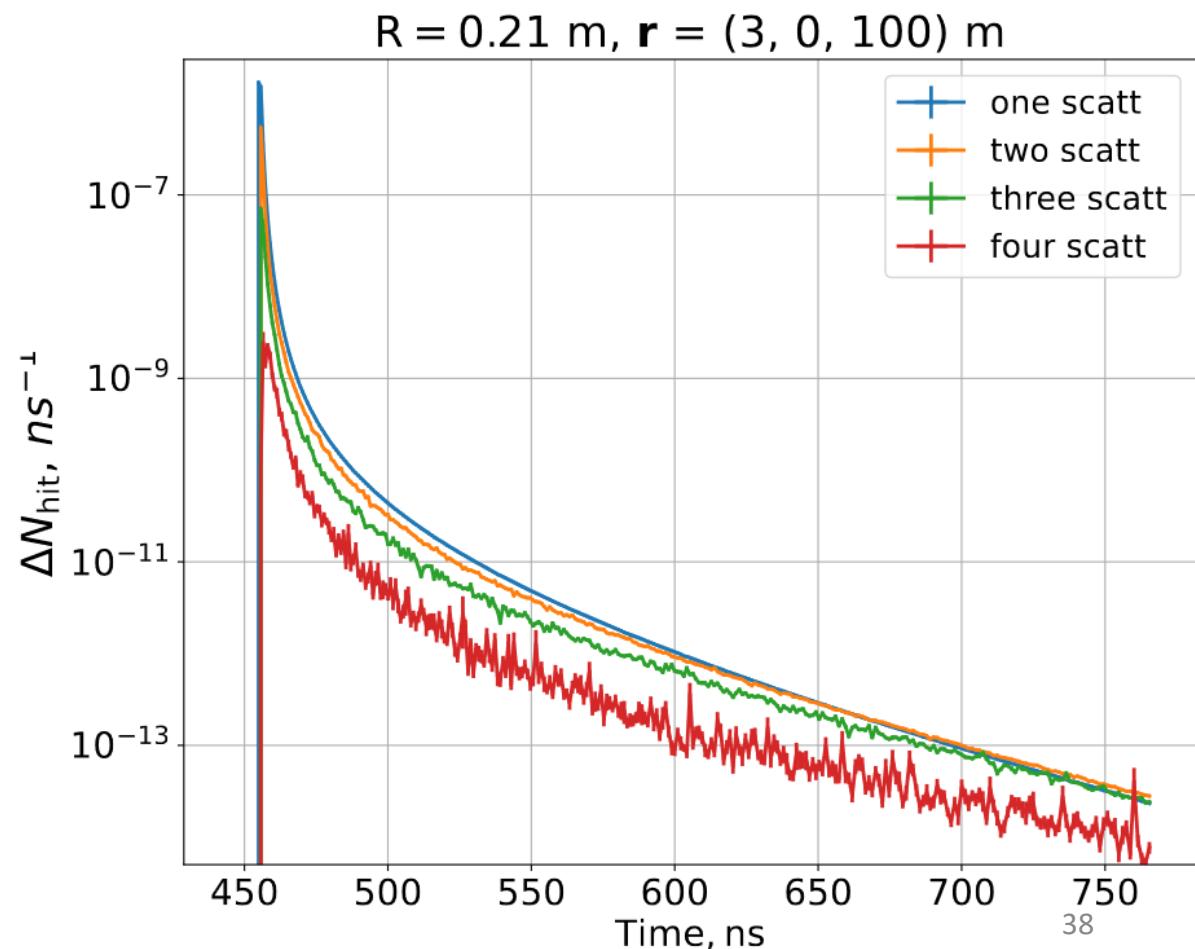
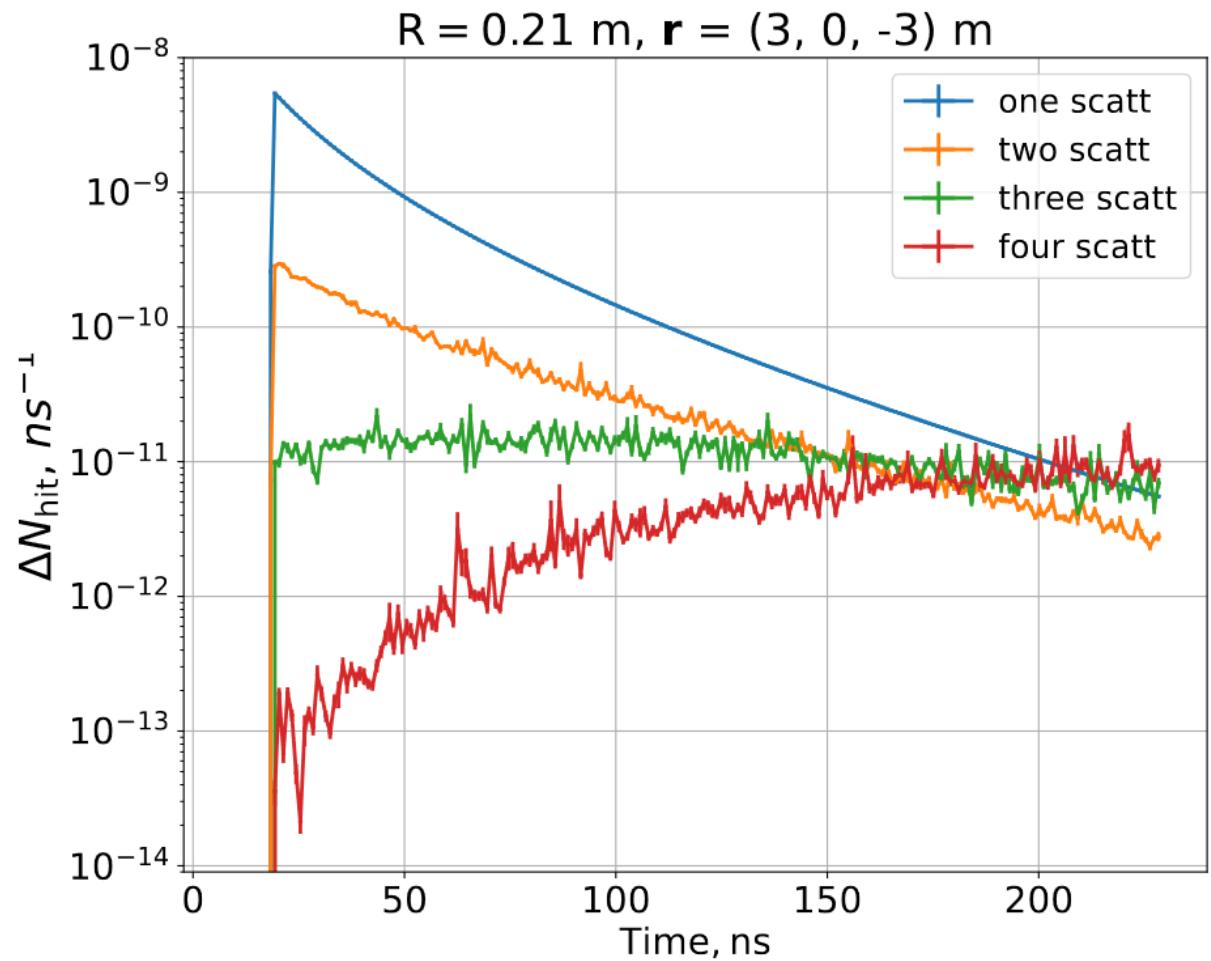
# Вклад разных порядков рассеяния

$R = 0.21 \text{ m}$ ,  $\mathbf{r} = (3, 0, 3) \text{ m}$

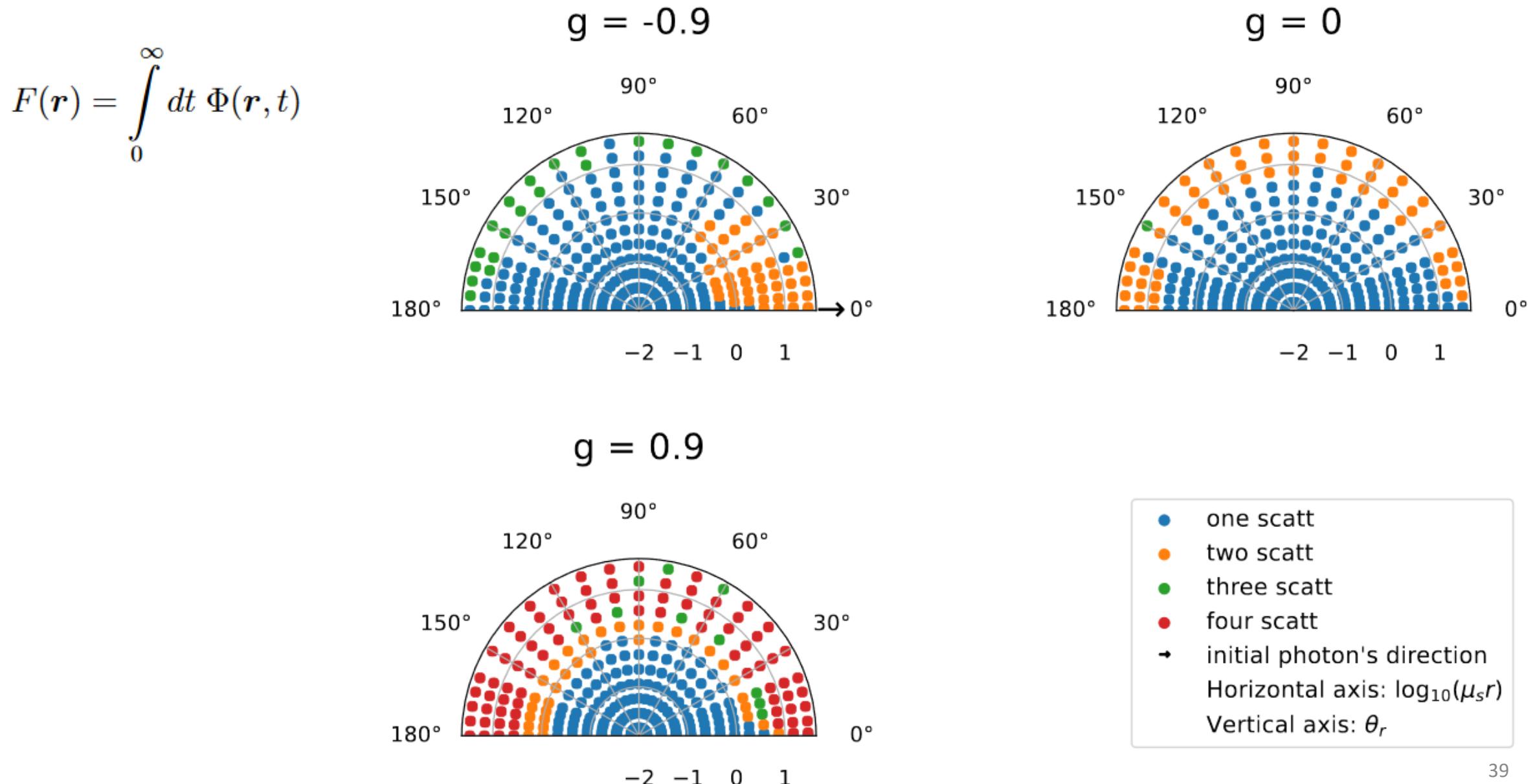


$R = 0.21 \text{ m}$ ,  $\mathbf{r} = (3, 0, 0) \text{ m}$



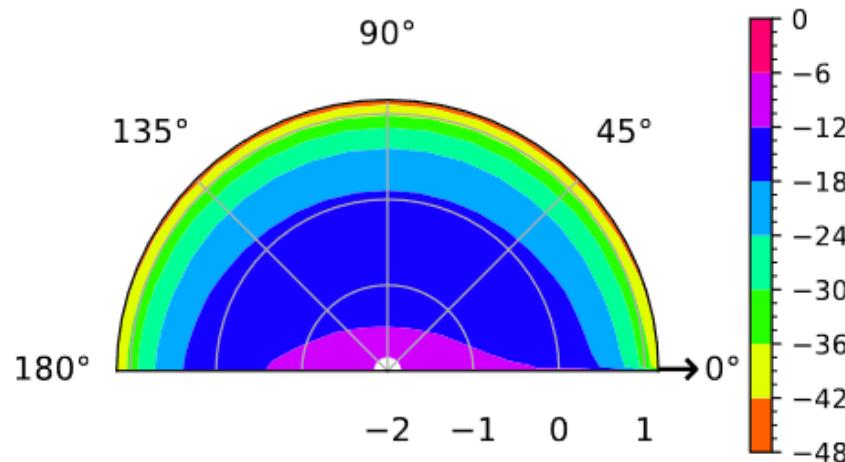


# Карта доминирования порядков

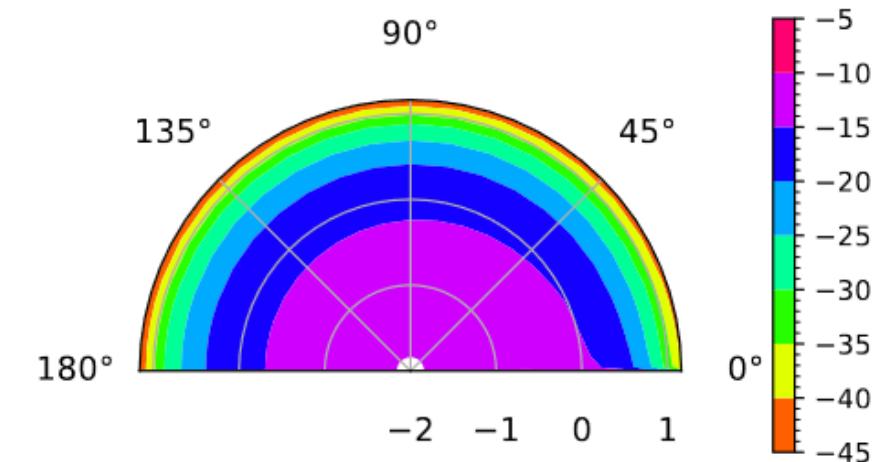


# Карта полного сигнала (с учетом поглощения в среде)

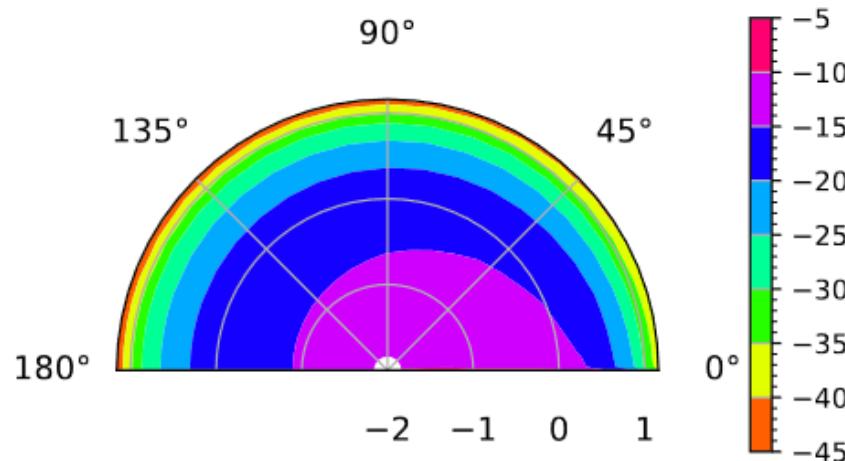
$g = -0.9$



$g = 0$

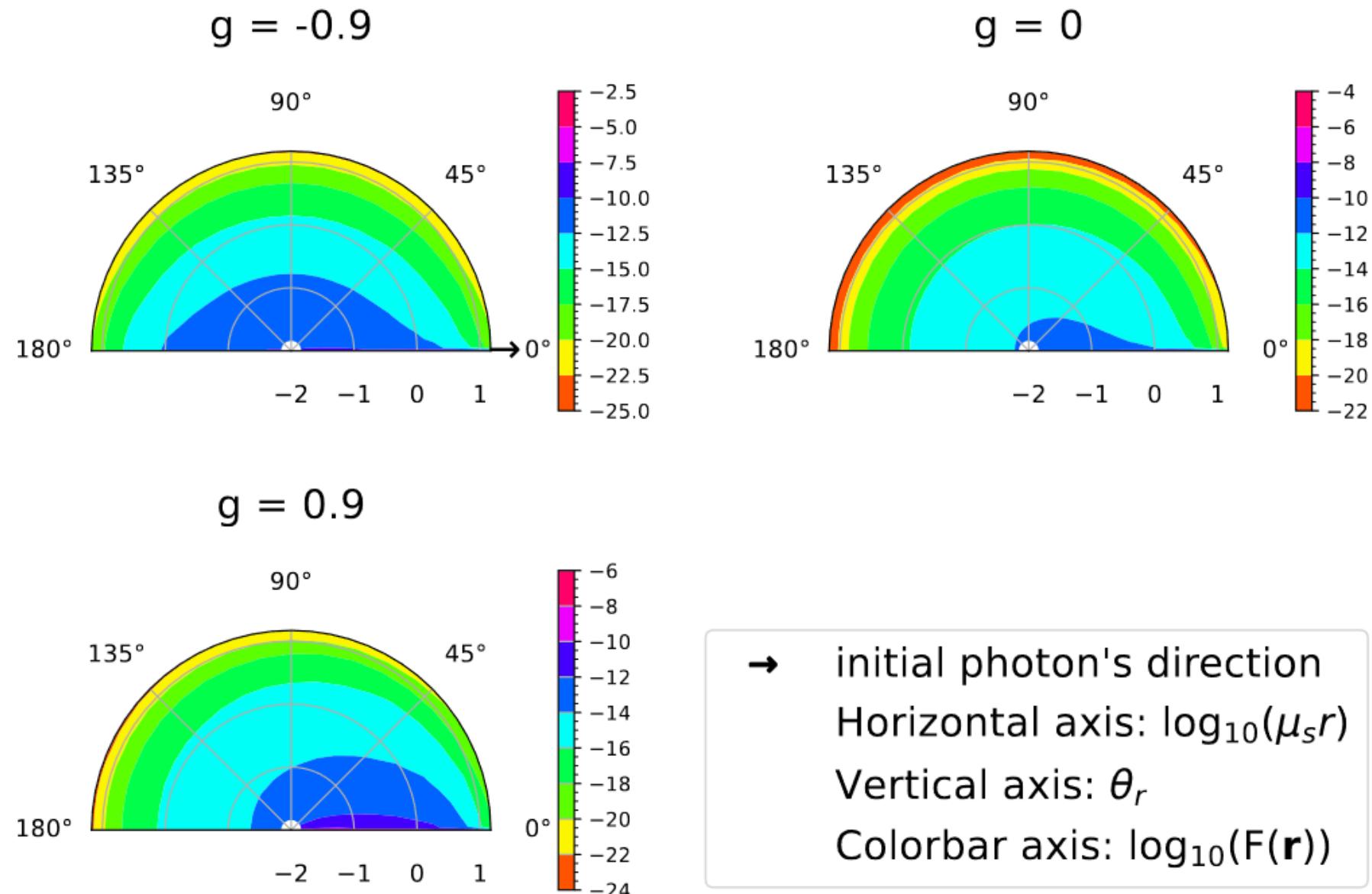


$g = 0.9$



- initial photon's direction
- Horizontal axis:  $\log_{10}(\mu_s r)$
- Vertical axis:  $\theta_r$
- Colorbar axis:  $\log_{10}(F(\mathbf{r}))$

# Карта полного сигнала (без поглощения в среде)



# Сравнение времени работы RTE и Монте-Карло

Test Point $\mathbf{r}$ , in $m$	RTE				MC
	2nd	3rd	4th	Total	
(3, 0, 3)	$8 \cdot 10^{-3}$	0.48	0.48	1.0	$1.2 \cdot 10^4$
(3, 0, 0)	$2.6 \cdot 10^{-2}$	1.4	1.4	3.0	$2.1 \cdot 10^5$
(3, 0, -3)	$9.8 \cdot 10^{-2}$	5.6	5.6	12.1	$2.8 \cdot 10^6$
(3, 0, 100)	$5 \cdot 10^{-2}$	5.7	5.7	13.9	$7.9 \cdot 10^4$

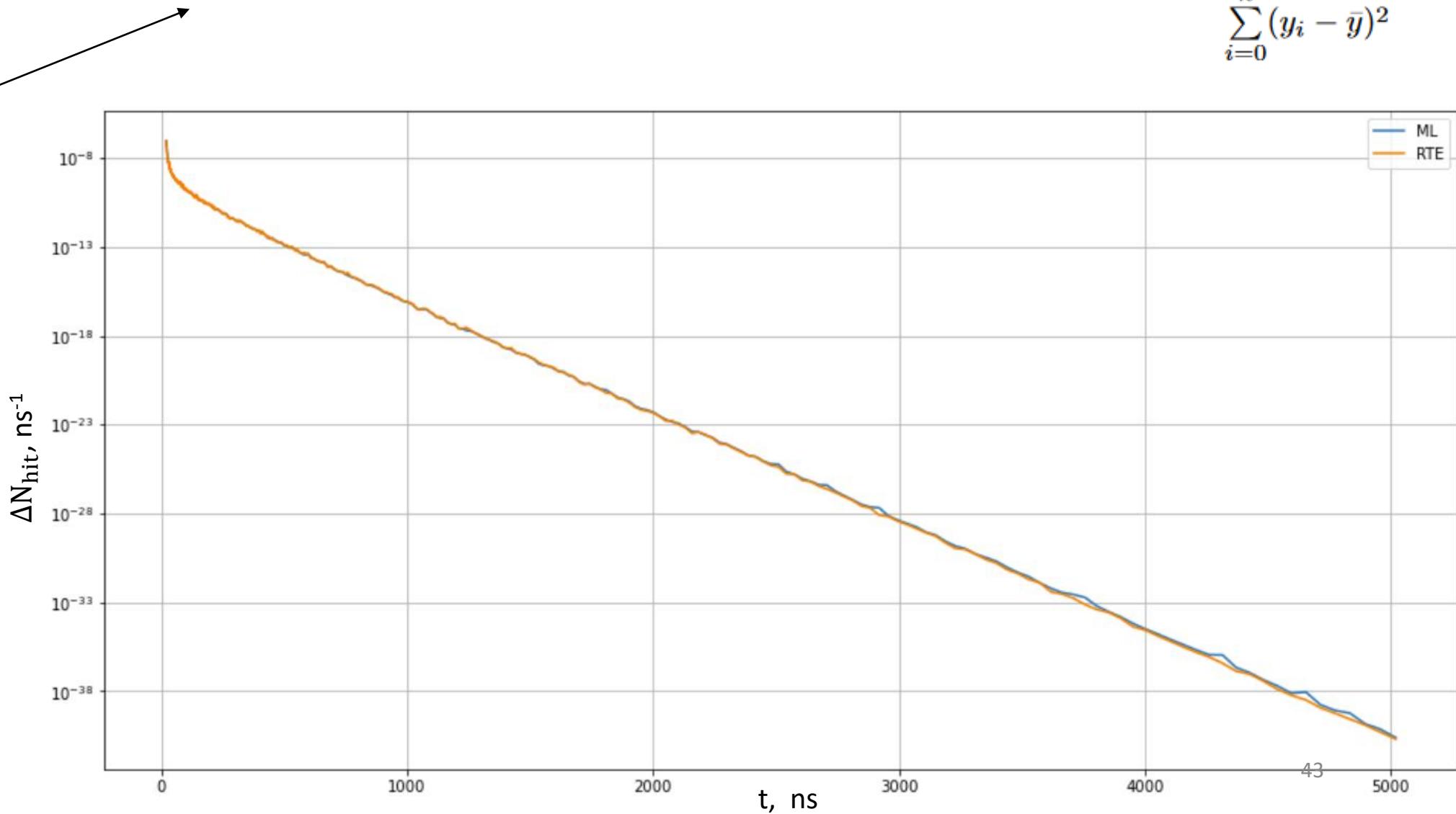
# Машинное обучение в задаче распространения света

Зависимые переменные:  $(t, 1-g, (x,y,z), N)$

Ошибка прогнозирования <10% ( $R^2=0.998$ ).

$$R^2 = \frac{\sum_{i=0}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$$\epsilon = 2 \frac{\Phi_{RTE} - \Phi_{RFR}}{\Phi_{RTE} + \Phi_{RFR}}$$



# Полученные результаты по задаче №1

- Получено решение трехмерной задачи в виде асимптотического ряда.
- Получены аналитические выражения для  $L_0, L_1, \Phi_0, \Phi_1, \Phi_2$ .
- Изучены области доминирования первых четырех порядков.
- Получены приближенные формулы для произвольного порядка для функции  $\Phi$ .
- Исследованы предельные случаи.
- Получены аппроксимации для узких бинов по времени.

- Проведена валидация с Монте-Карло моделированием и показано значительное ускорение по сравнению с ним.
- Предложено увеличение эффективности метода RTE при помощи машинного обучения
- Найдено точное решение одномерной задачи и проведено ее всестороннее исследование:
  - Получено точное решение.
  - Проведена валидация с Монте-Карло моделированием.
  - Получены различные схемы разложения потока по обратной длине рассеяния. На основе этих разложений получен метод Монте-Карло с повышенной скоростью сходимости.
  - Исследованы моменты потока. Найден переход от режима переноса в диффузионный.
  - Исследован вклад числа рассеяния.
- Применен (впервые) метод Z-фактора для задачи переноса света.

- Статьи:
  - 1) **Exact Analytical Solution of the One-Dimensional Time-Dependent Radiative Transfer Equation with Linear Scattering**, Vladimir Allakhverdian, Dmitry V. Naumov. (arXiv:2401.09511, **Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer**, vol 310, 2023)
  - 2) **Infinite Series Solution of the Time-Dependent Radiative Transfer Equation in Anisotropically Scattering Media**, Vladimir Allakhverdian, Dmitry V. Naumov. (arXiv:2401.15698v1, submitted to **Physical Review E**)
- Доклады:
  - **AYSS-2022** (устный доклад).
  - **ESHEP -2022** (постерная сессия).
  - Совещания коллаборации **Baikal-GVD**.

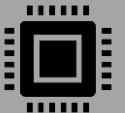
# Нейтринный генератор neutrino propagator



# nupropagator



nupropagator - это программный пакет для расчета потоков нейтрино и лептонов в произвольной точке Земли.

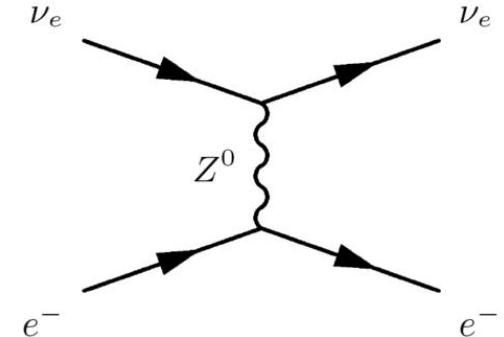
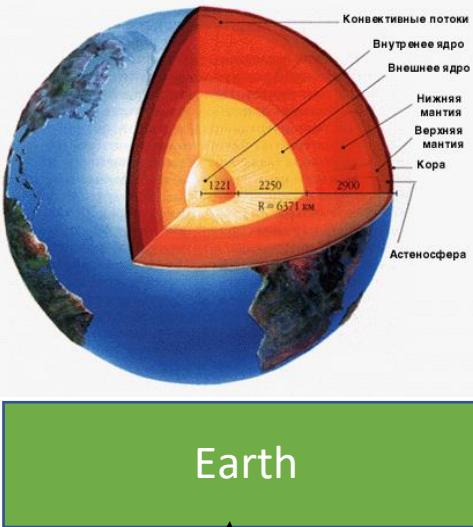
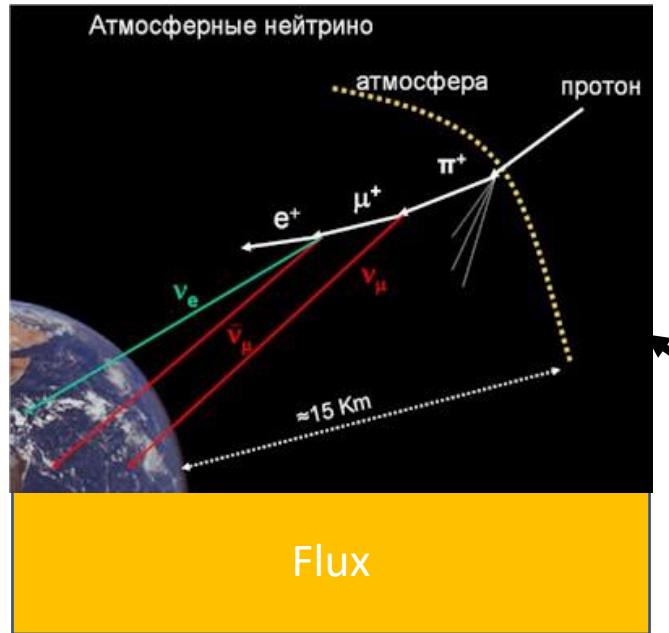


Пакет написан на языке программирования Python и использует модули Numpy, Scipy и Vegas.

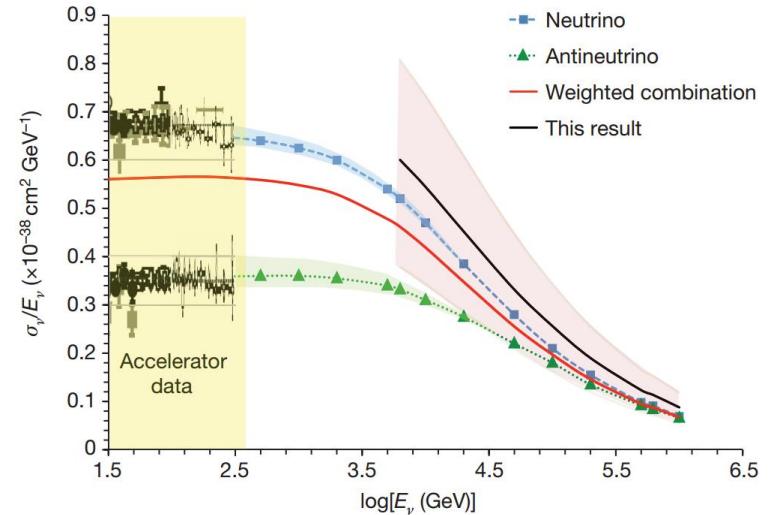


Программа учитывает потоки нейтрино на поверхности Земли и рассчитывает вероятность прохождения нейтрино сквозь толщу вещества, а также разыгрывает конечные частицы после взаимодействия нейтрино.

Атмосферные нейтрино

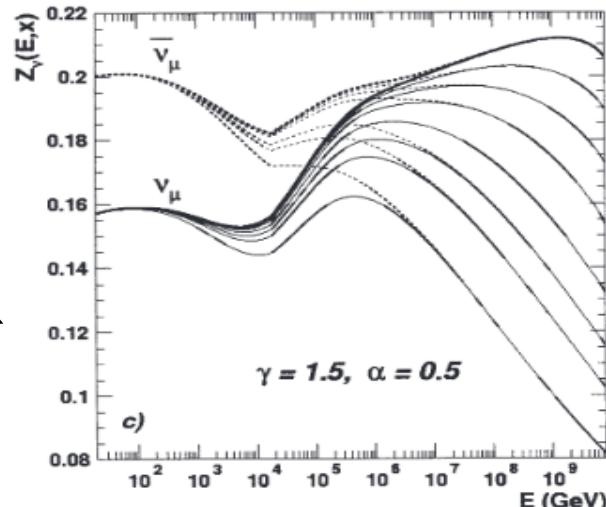


## Cross Section



nupropagator

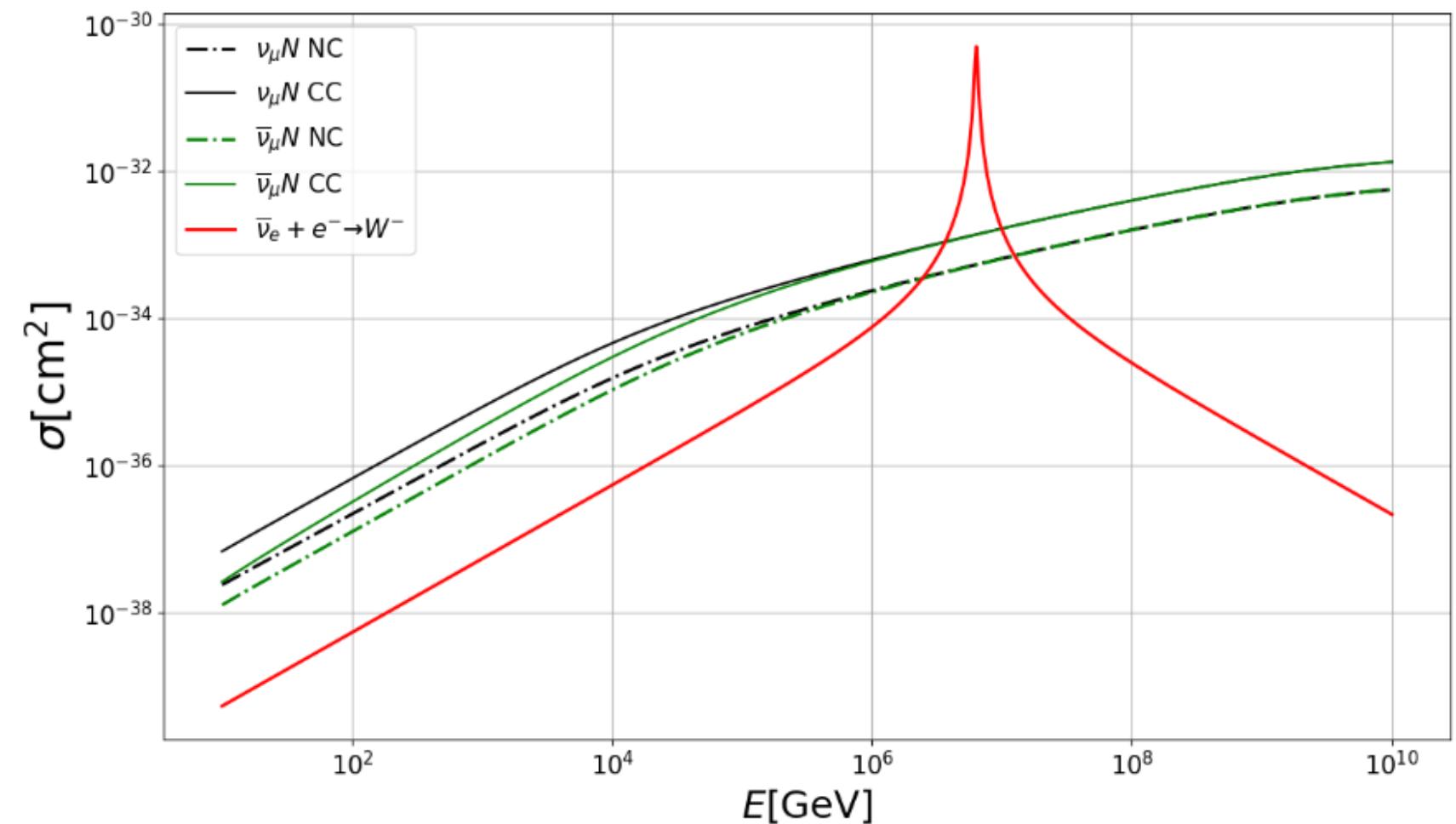
Global



Z-Factor

# Полные и дифференциальные сечения

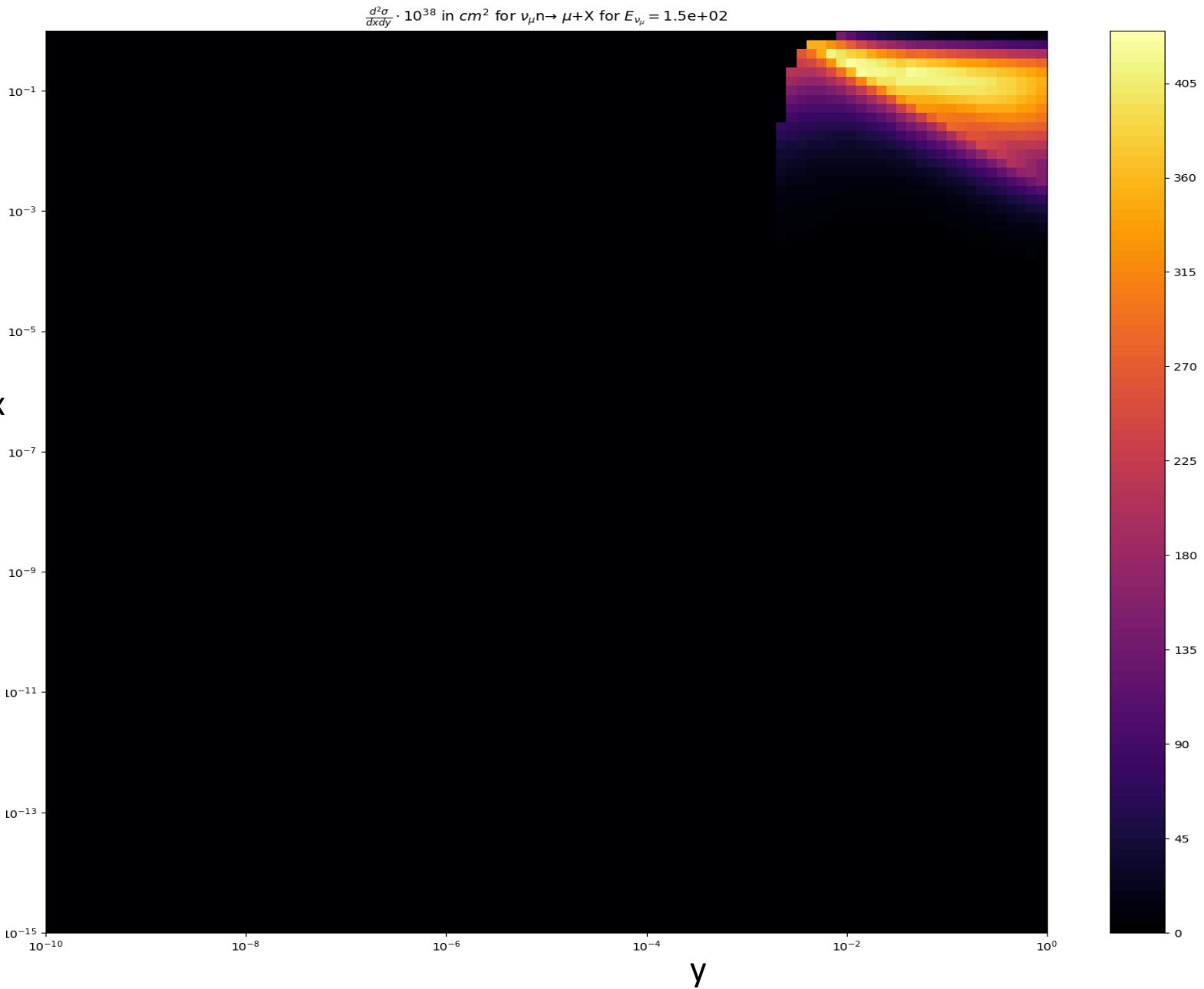
- XsDIS:
  - Реализует дифференциальные сечения.
  - Fortran77 -> Python3 (nudisxs)
  - Написан В. Наумовым и К. Кузьминым.
- nudisxs:
  - Написан Д. Наумовым.
  - Использует LHAPDF



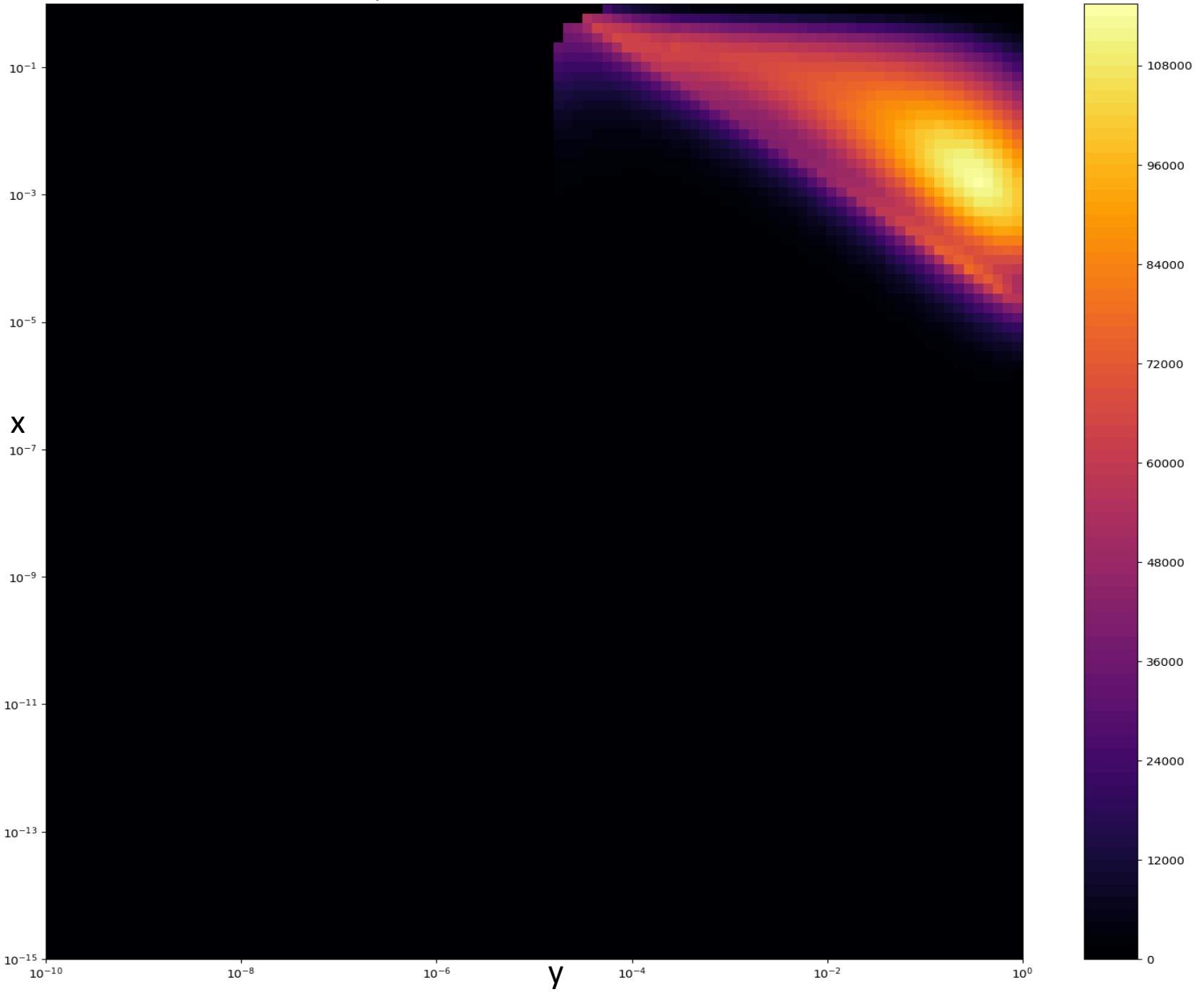
# Дифференциальные сечения

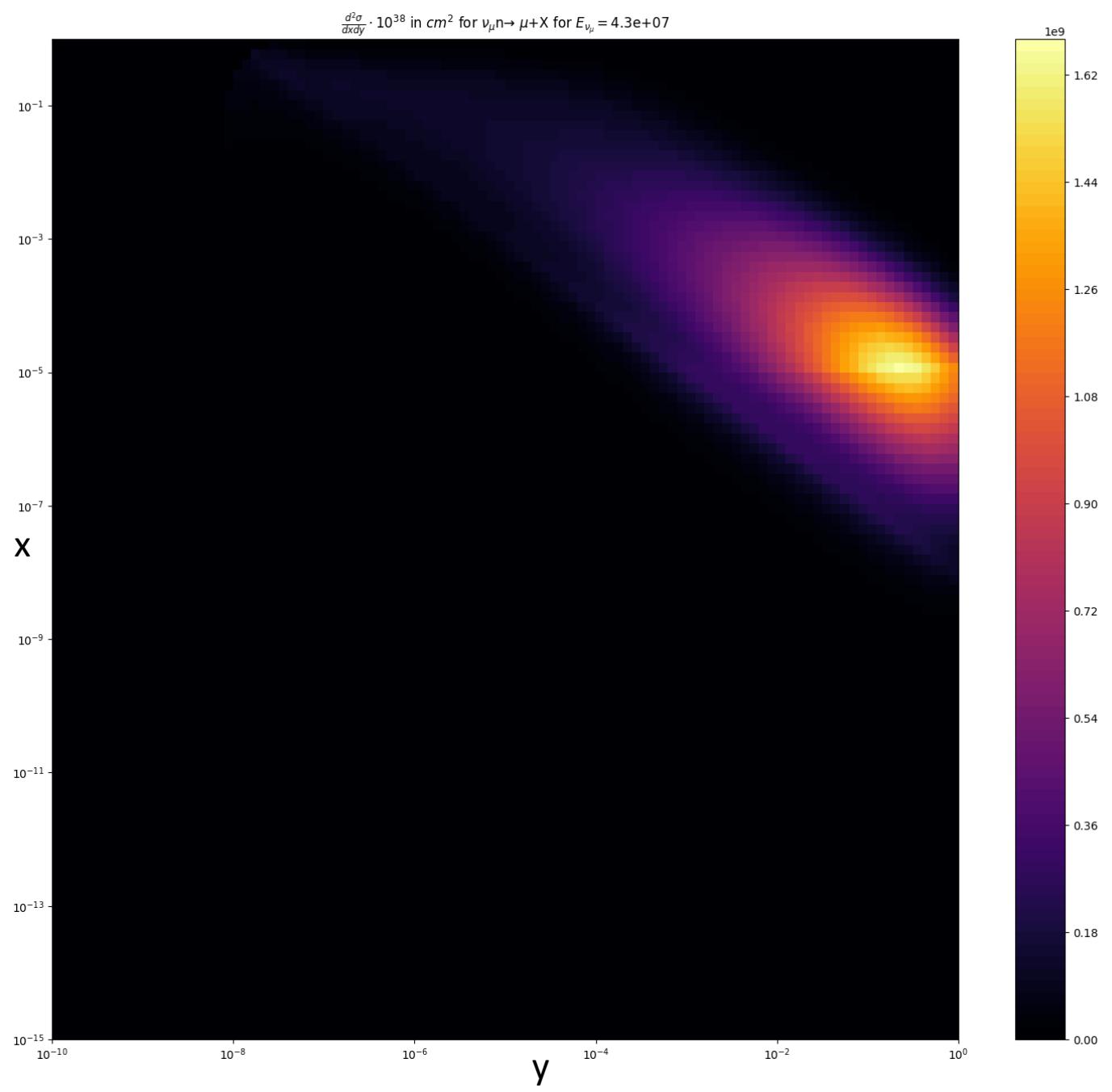
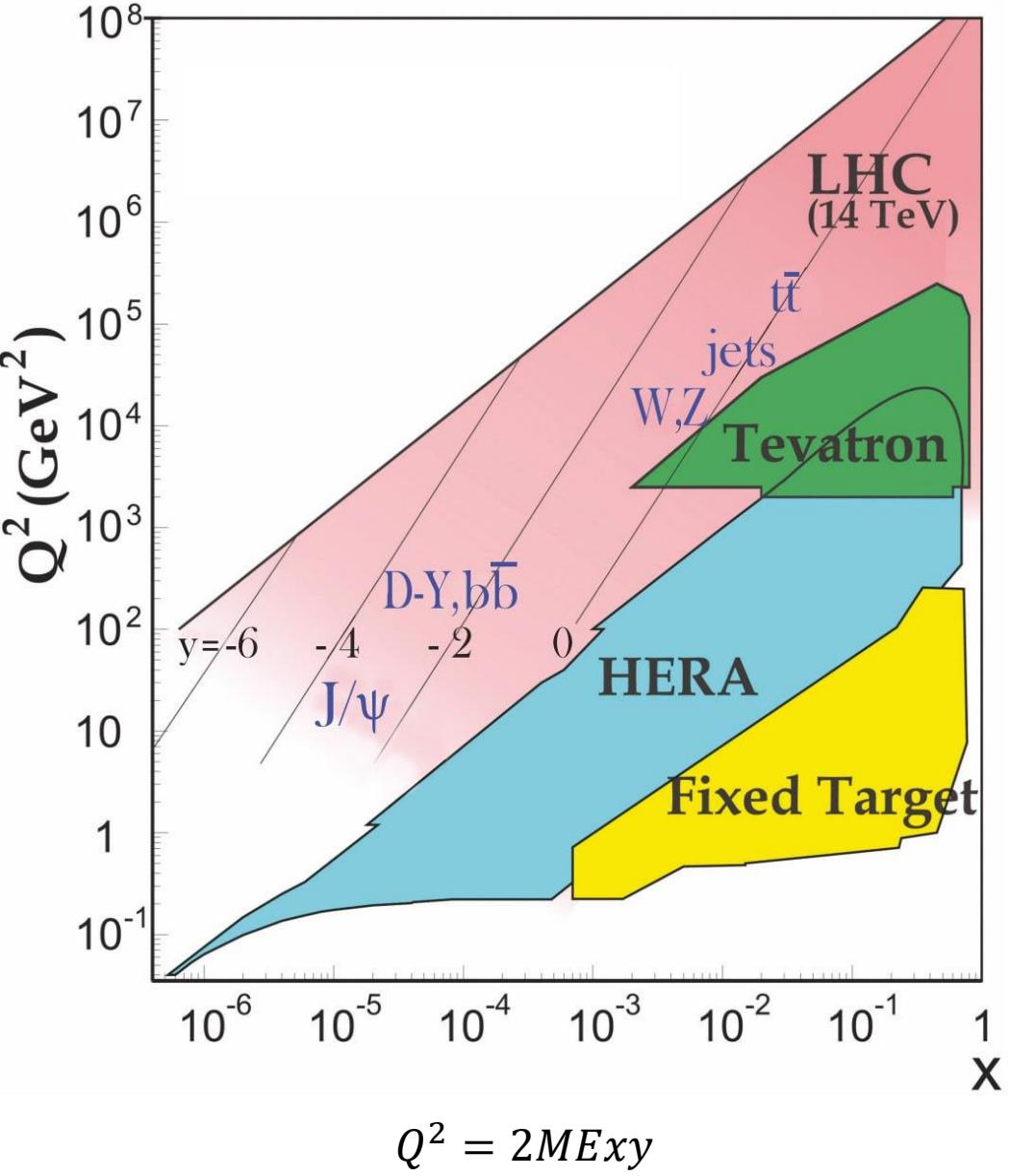
$$y = 1 - \frac{E'}{E}$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{2E(1-y)}{My} \sin^2(\theta/2)$$



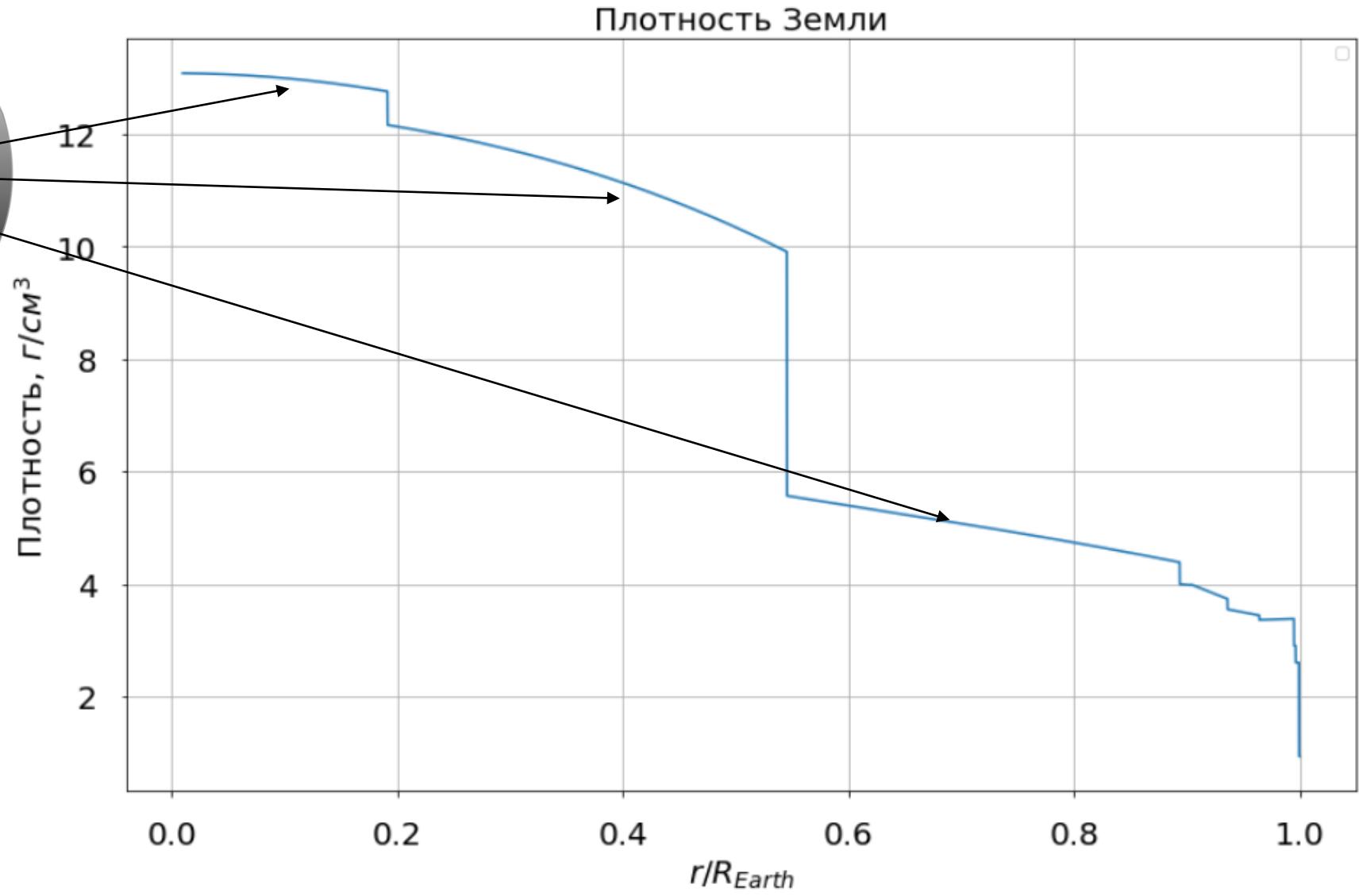
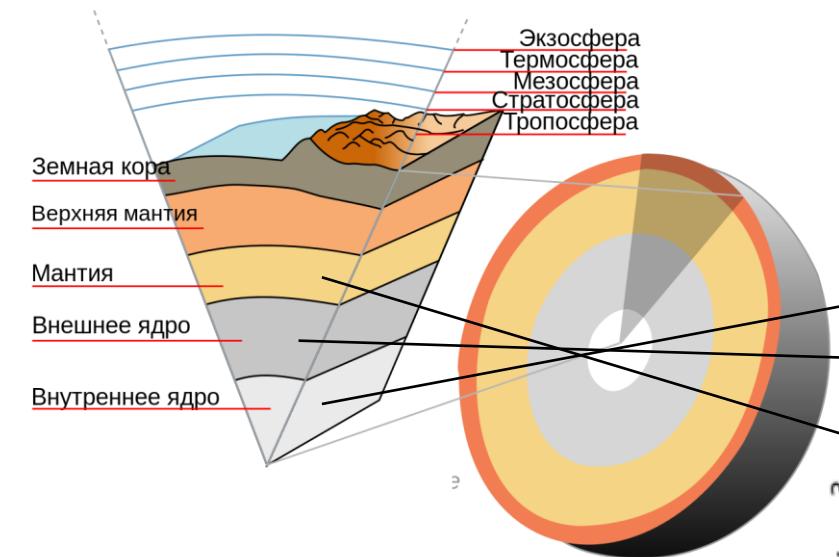
$\frac{d^2\sigma}{dxdy} \cdot 10^{38}$  in  $cm^2$  for  $\nu_\mu n \rightarrow \mu + X$  for  $E_{\nu_\mu} = 2.3e+04$





# Класс Earth

- Модель Земли - PREM



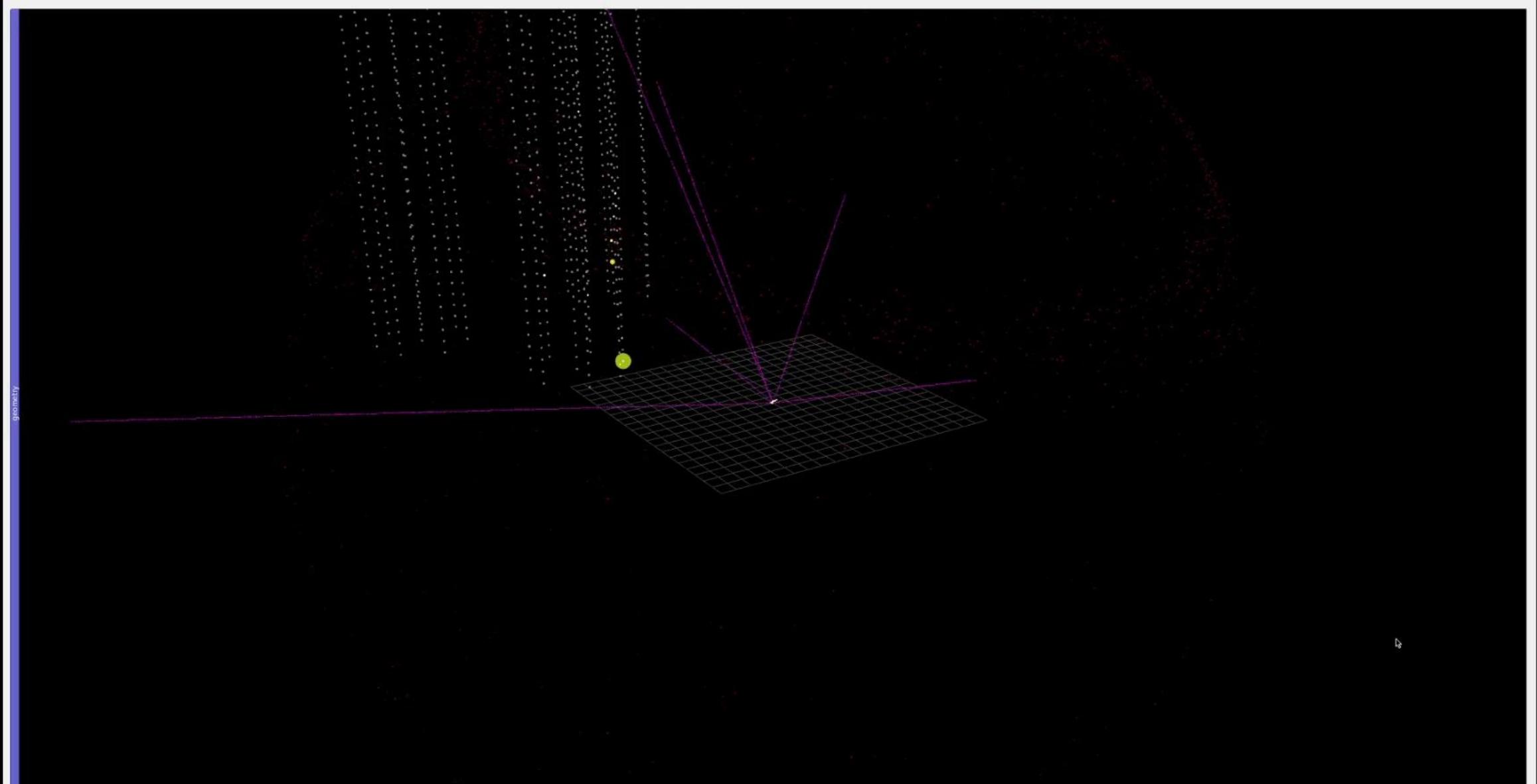
# Класс Earth

- Вычисление потока нейтрино после прохождения глубины вещества  $x$

$$P(E, x) = \exp(-x/\lambda_\nu(E))$$

$$\frac{1}{\lambda_\nu(E)} = \sum_T N_T \sigma_{vT}^{tot}(E)$$

$$x = \int_{\gamma} dl \rho(l)$$



production		tracks info				particles info		photons info		hits info	
key / index	type	value									
-	OrderedDict	length=1									
-	Tracks	ndarray	shape=(29, 4)	dtype=object							
			1	2	3	4					
			22	mu+	-13	2	cyan				
			23	nu(mu)-	-14	2	magenta				

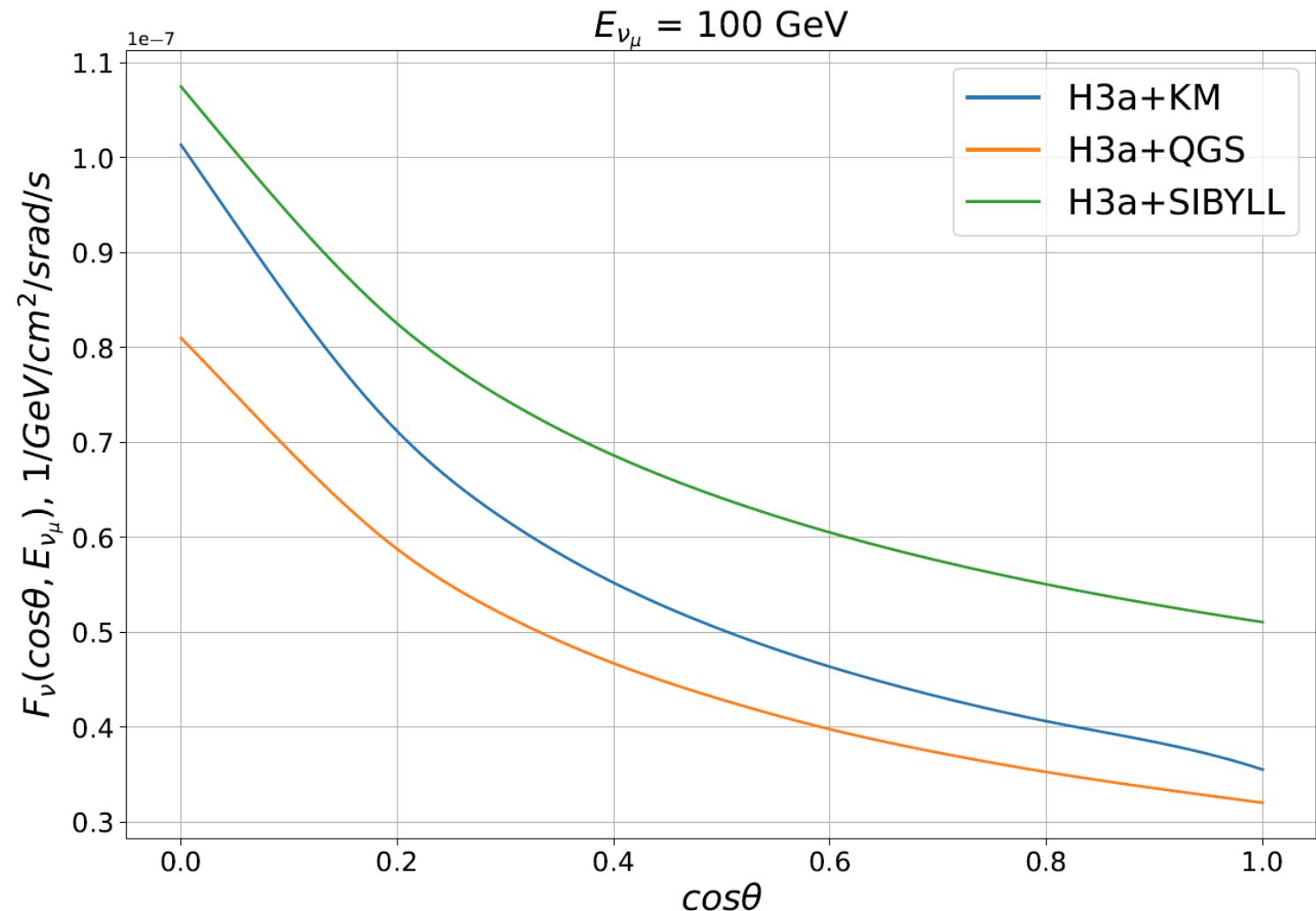
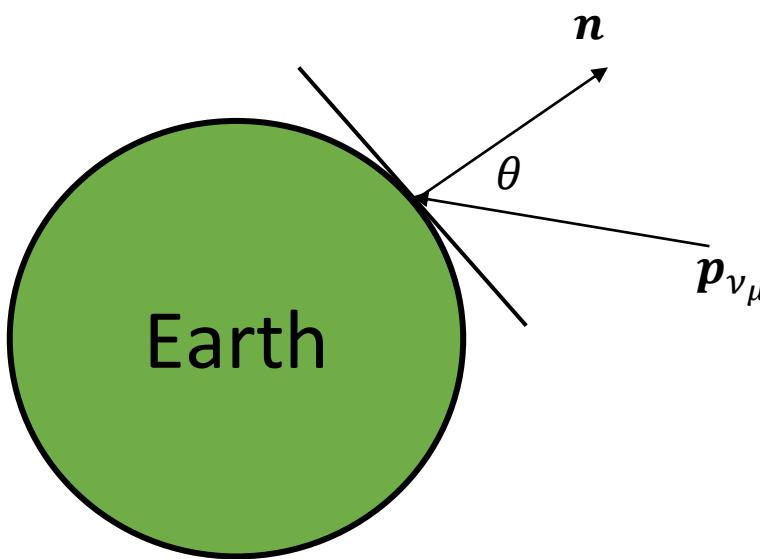
**Display options**

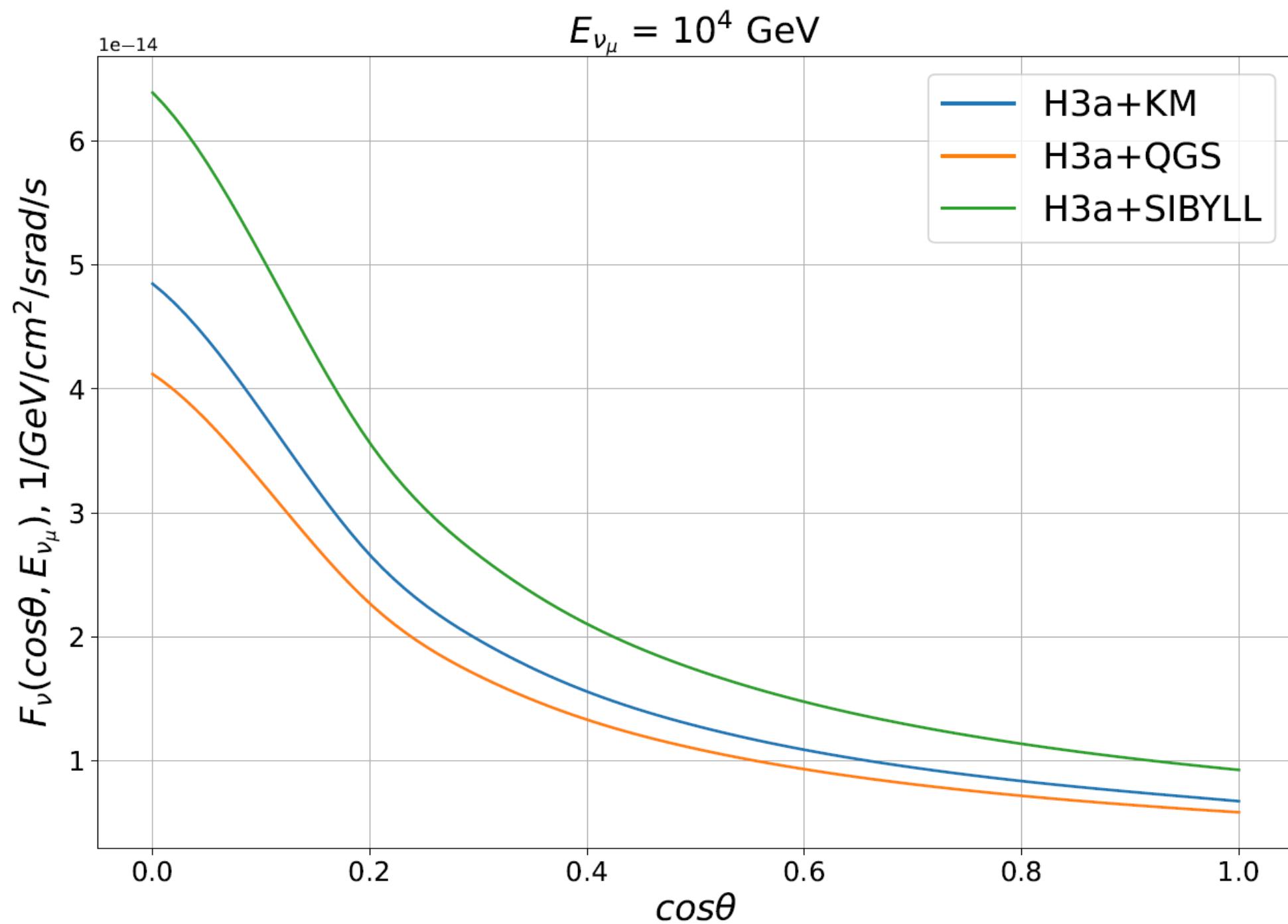
- show\_modules
- show\_boxes
- show\_hits
- show\_photons
- show\_tracks
- min\_energy 0

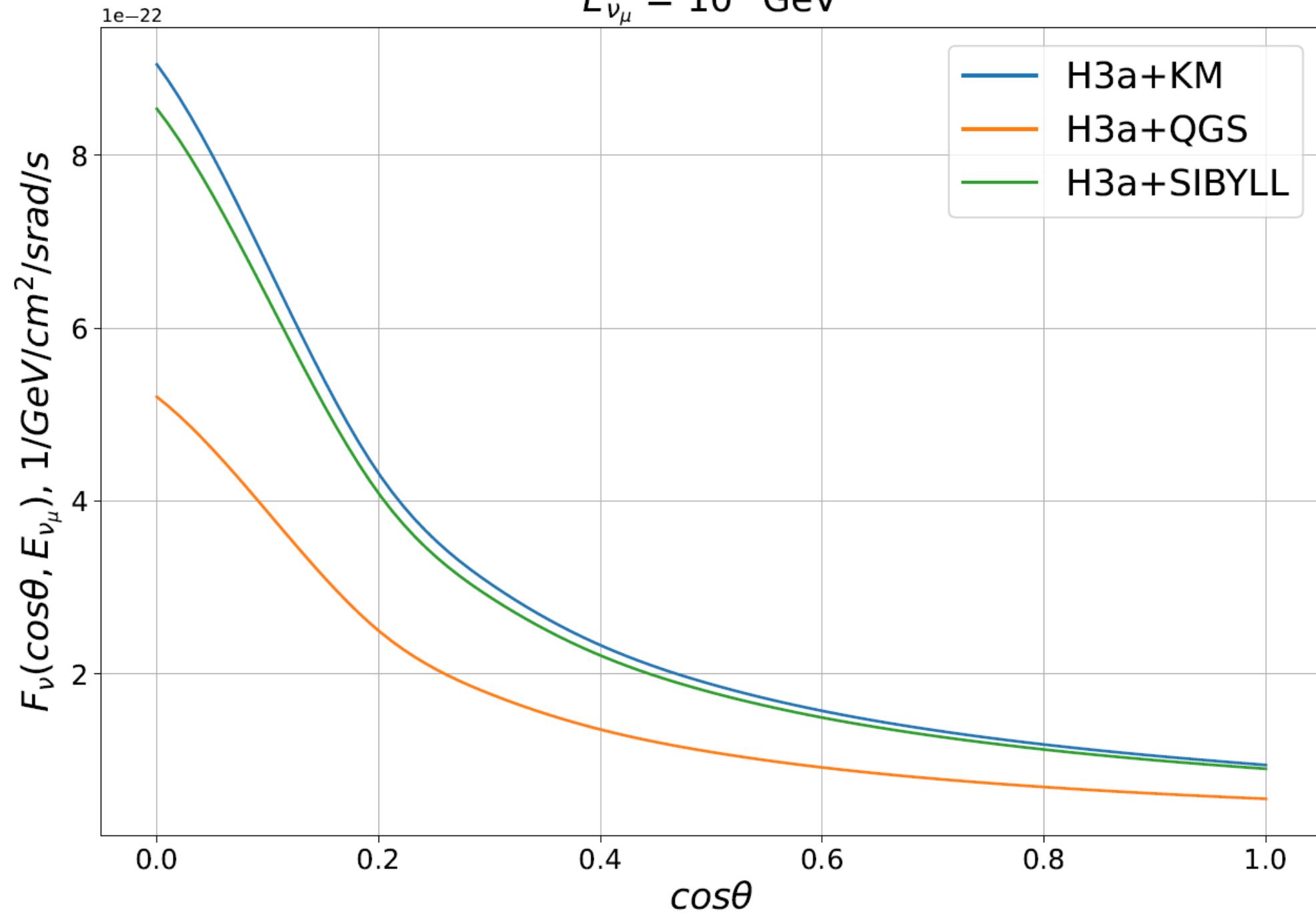
open h5  
next  
previous  
stop animation  
pause  
file=/home/zavyalov\_ubuntu/baikal/work/h5\_output/events\_PDGID\_13\_100\_GeV\_0.05\_0.05.h5  
event=7

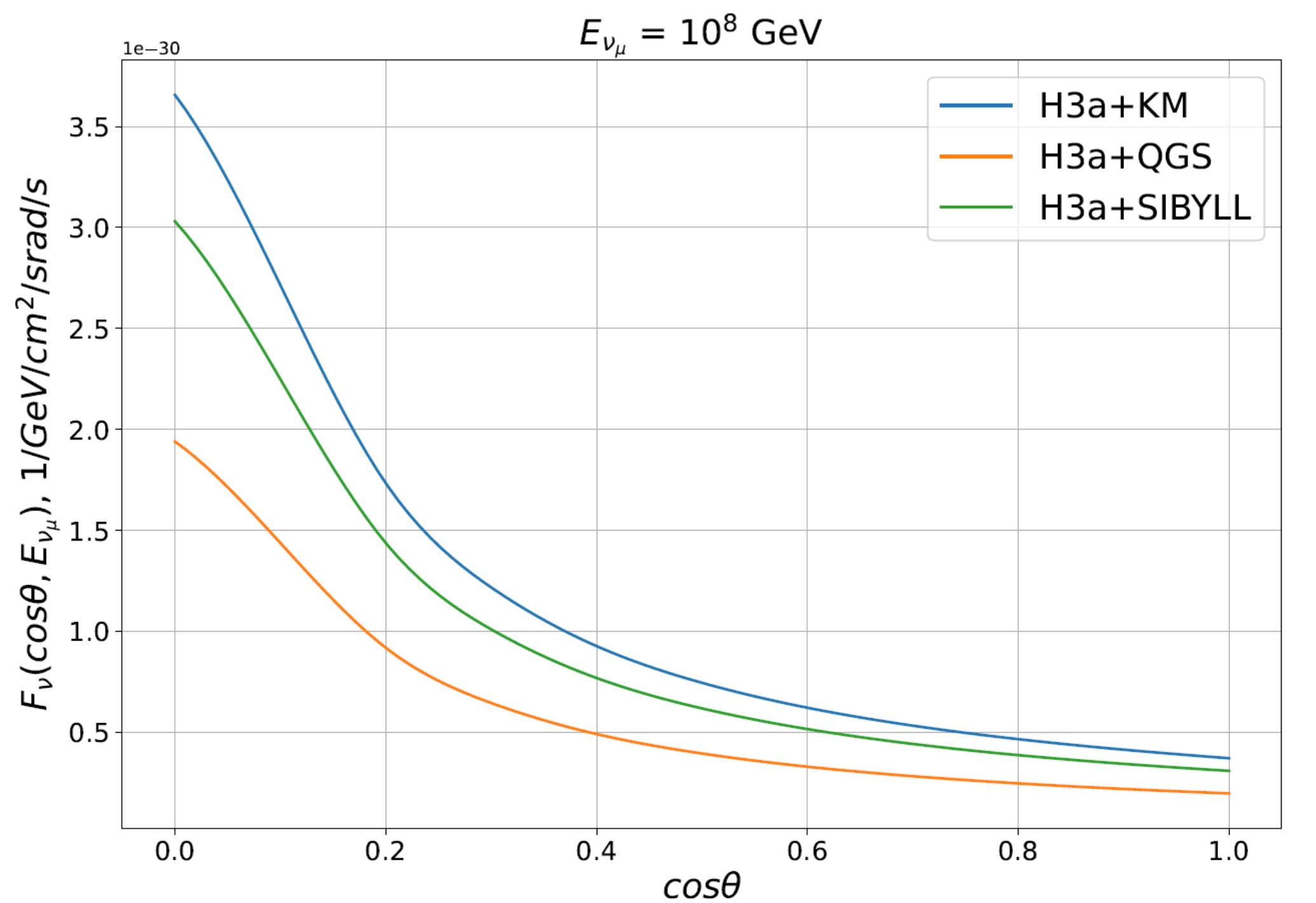
# Класс Flux

- Потоки - рассчитаны С. И. Синеговским и его командой (Phys. Rev. D 91, 063011) на основе различных моделей космических потоков.
- Дополнительно учитываются потоки нейтрино от очарованного кварка.
- Энергия нейтрино разыгрывается либо по модельному потоку, либо по степенному спектру.





$E_{\nu_\mu} = 10^6 \text{ GeV}$ 



# Класс ZF

- Отвечает за расчет поправки к изменению нейтринных потоков за счет эффекта регенерации потока (влияния нейтрального тока при распространении нейтрино)
- Для нейтринных потоков предложен В. А. Наумовым (arXiv:hep-ph/9804301, Astroparticle Physics, vol 10, 1999)

# Метод Z-фактора

- Эволюция нейтринных потоков при распространении вглубь вещества описывается следующим уравнением:

$$\frac{\partial F_\nu(x, E)}{\partial x} = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \left[ \int_0^1 \frac{dy}{1-y} \Phi_\nu(y, E) F_\nu(x, E_y) - F_\nu(x, E) \right]$$

Изменение поток при распространении

Влияние нейтрального тока

Общий фактор ослабевания

$$x = \int_0^L \rho(L') dL',$$
$$\lambda_\nu^{-1}(E) = \sum_T N_T \sigma_{\nu T}^{tot}(E),$$
$$\Phi_\nu(y, E) = \frac{1}{\lambda_\nu(E)} \sum_T N_T \frac{d\sigma_{\nu T \rightarrow \nu X}}{dy},$$
$$E_y = E/(1-y)$$

- Ищем решение в виде:

$$F_\nu(x, E) = F_\nu^0(E) \exp \left( -\frac{x}{\Lambda_\nu(x, E)} \right)$$

$$\Lambda_\nu(x, E) = \frac{\lambda_\nu(E)}{1 - Z_\nu(x, E)}$$

- На новую функцию  $Z$  мы получаем следующее уравнение:

$$Z_\nu(x, E) = \int_0^x dx' \int_0^1 dy \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) \exp [-x' D_\nu(x', E, E_y)]$$

$$D_\nu(x', E, E_y) = \frac{1 - Z_\nu(x, E_y)}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1 - Z_\nu(x, E)}{\lambda_\nu(E)}$$

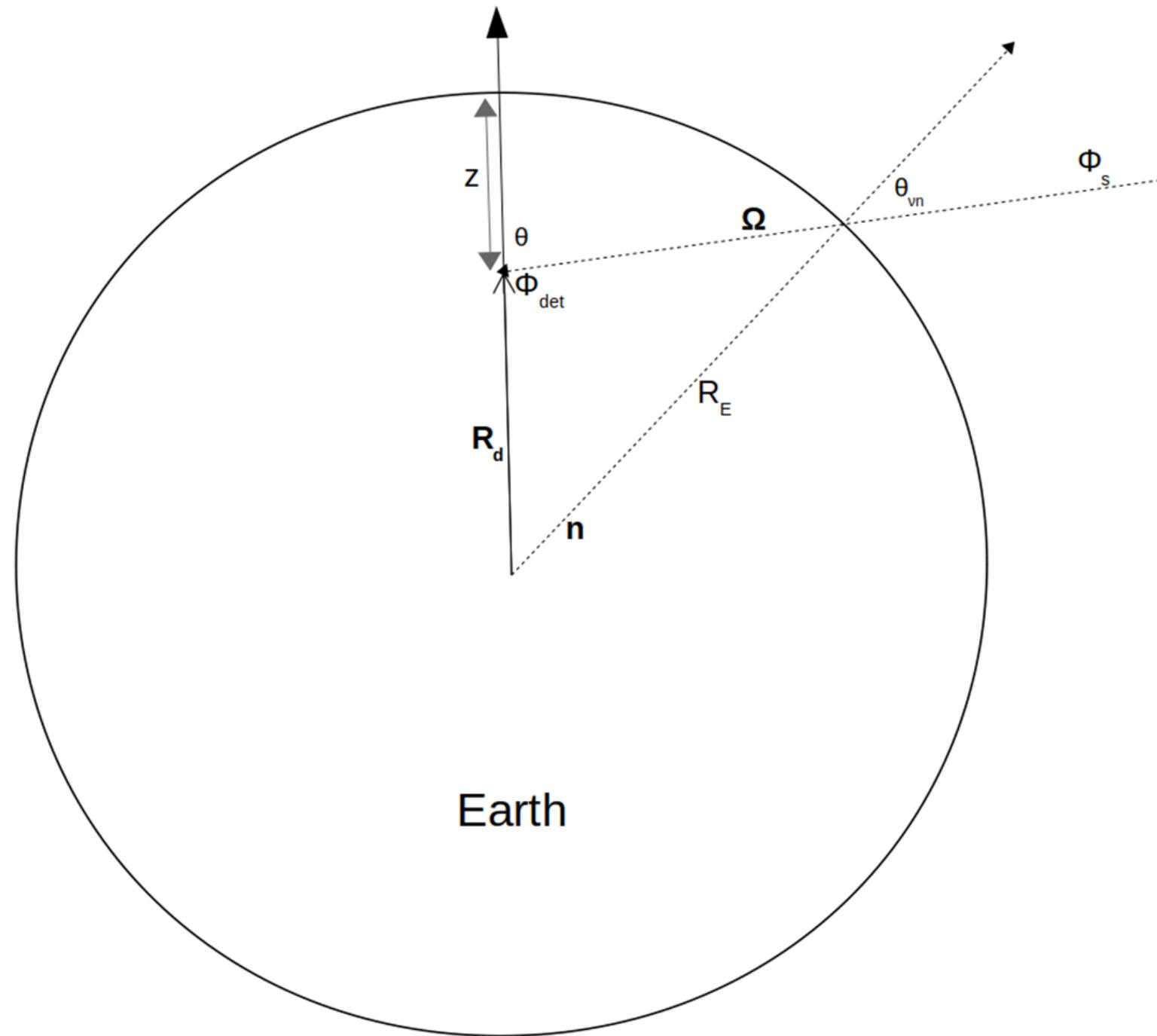
$$\eta_\nu(y, E) = \frac{F_\nu^0(E_y)}{F_\nu^0(E)(1 - y)}.$$

- Это уравнение мы будем решать методом итераций:

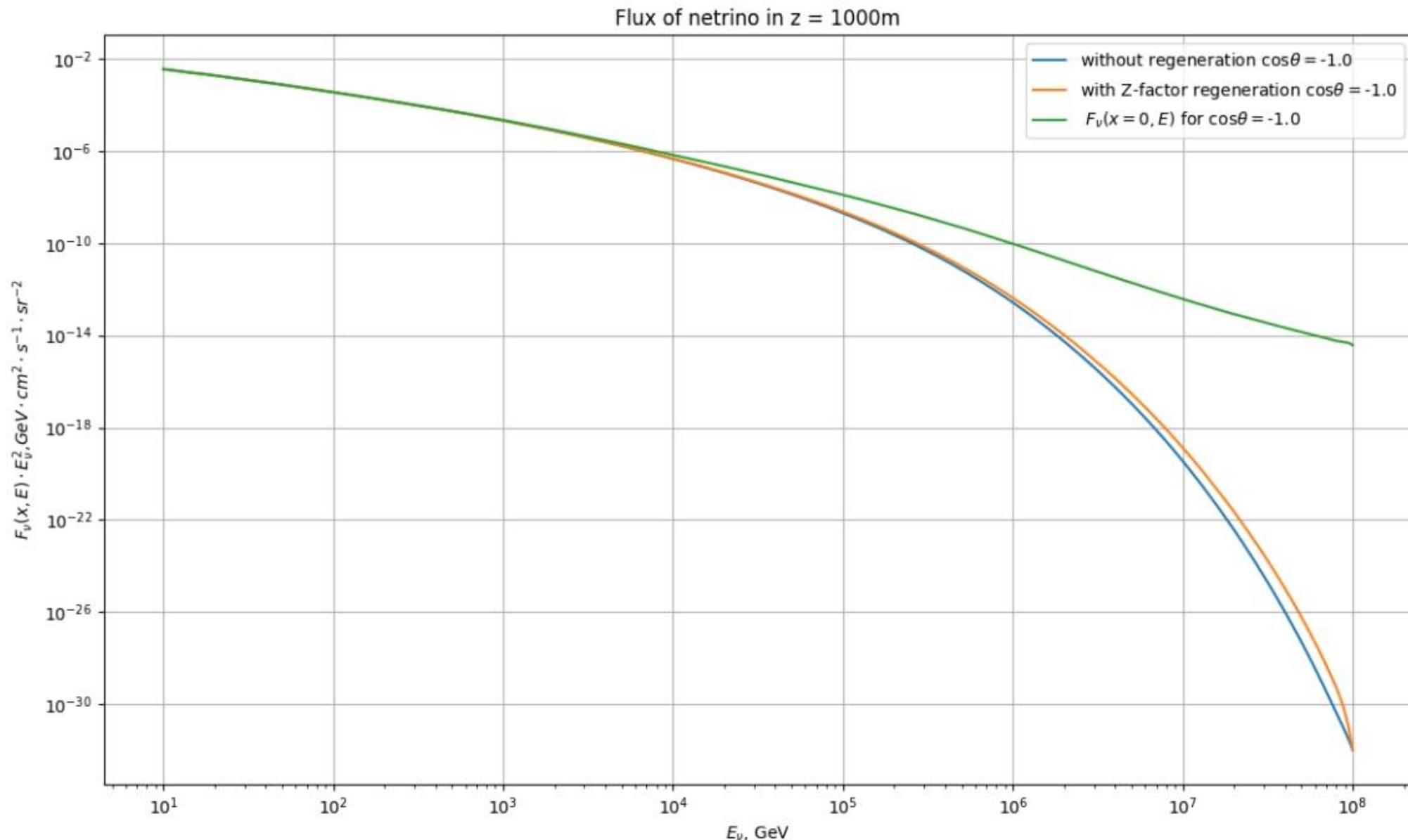
$$Z_\nu^{(n+1)}(x, E) = \int_0^x dx' \int_0^1 dy \eta_\nu(y, E) \Phi_\nu(y, E) \exp \left[ -x' D_\nu^{(n)}(x', E, E_y) \right]$$

$$D_\nu^{(n)}(x', E, E_y) = \frac{1 - Z_\nu^{(n)}(x, E_y)}{\lambda_\nu(E_y)} - \frac{1 - Z_\nu^{(n)}(x, E)}{\lambda_\nu(E)}$$

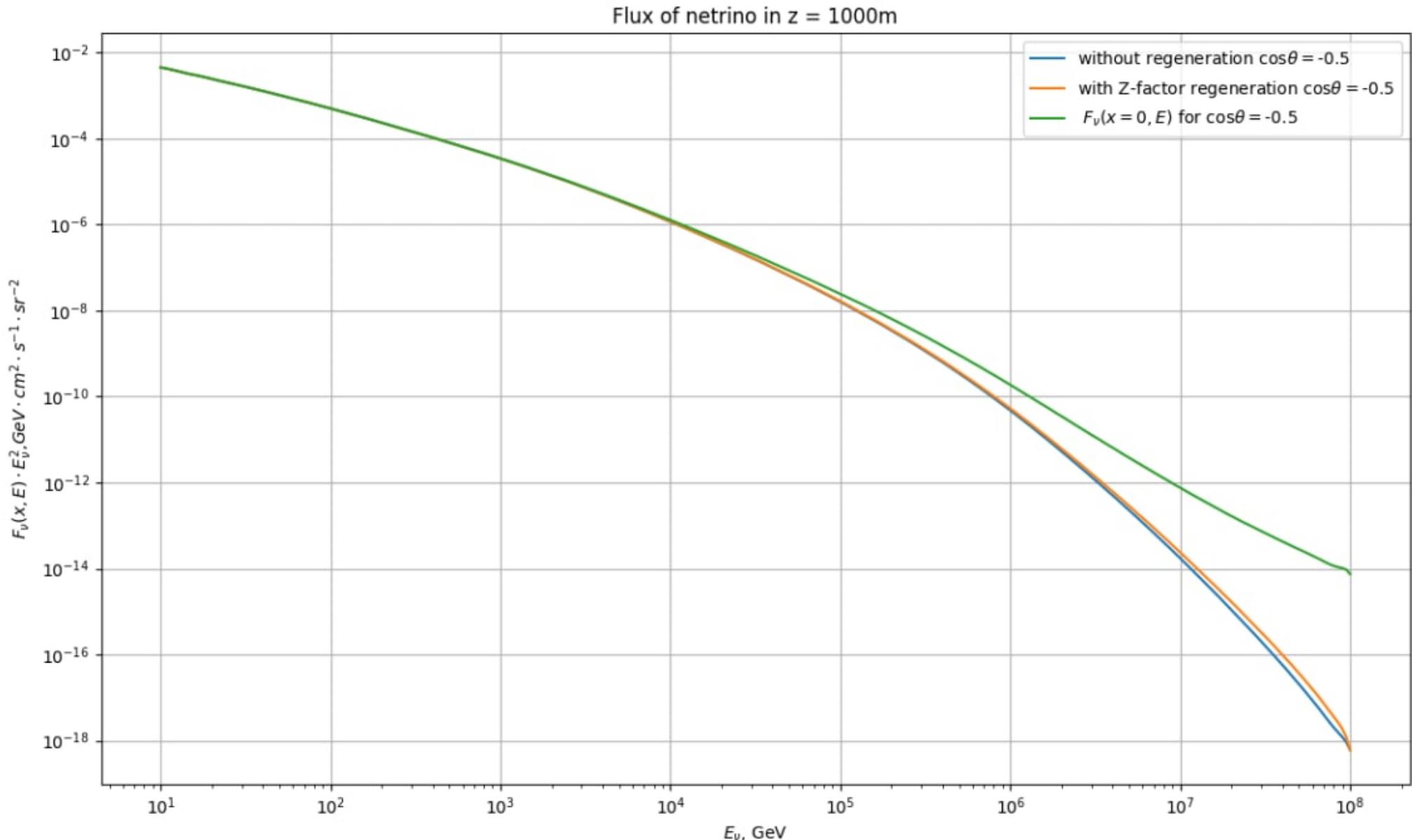
- Детектор в  $(0, 0, R_E - z)$ .
- $\theta_{vn}$  – угол между направлением нейтрино и нормали к поверхности Земли.
- $\theta$  – зенитный угол по отношению к детектору.



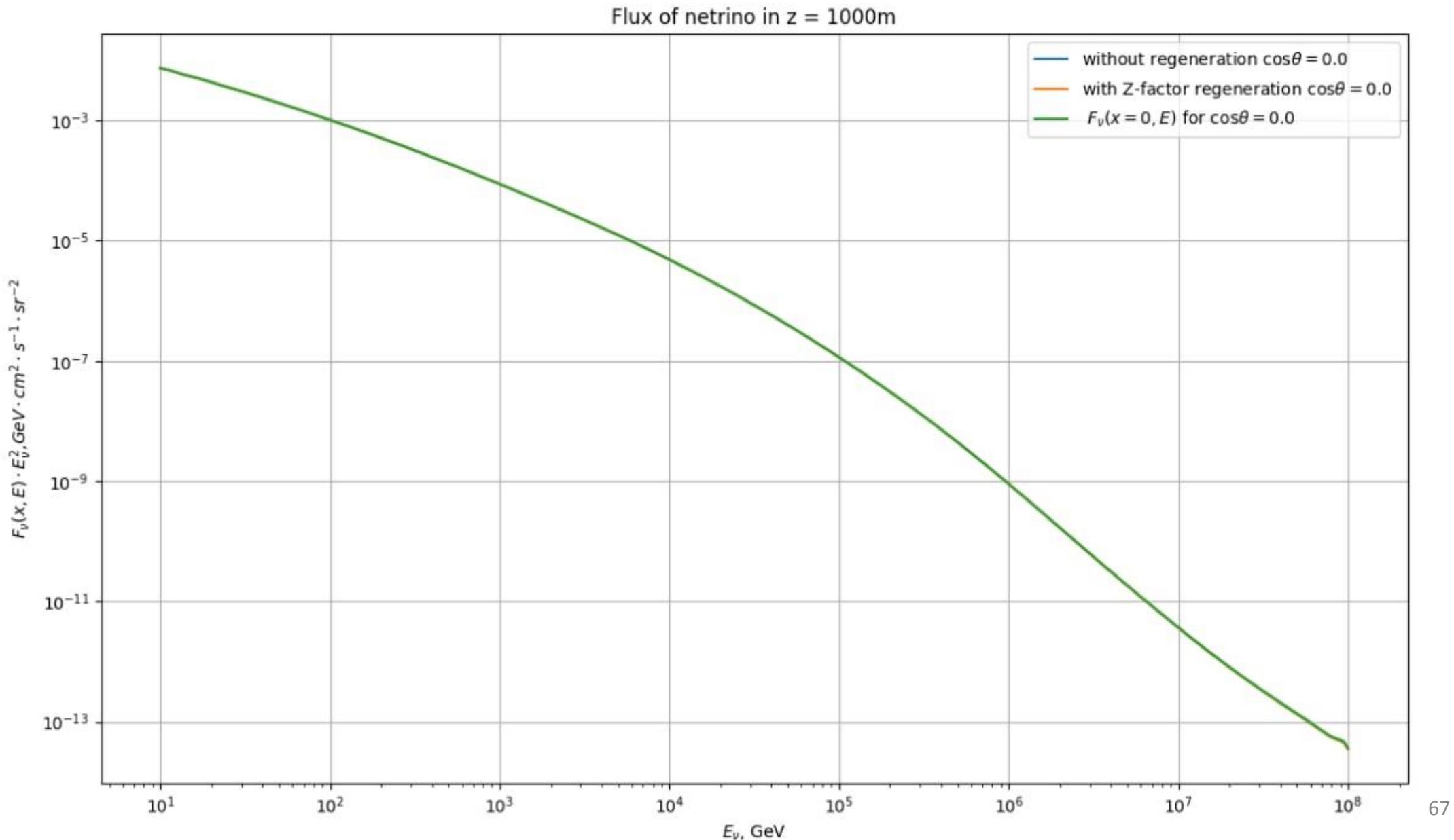
# $F(x=1\text{KM}, E, \cos\theta = -1)$



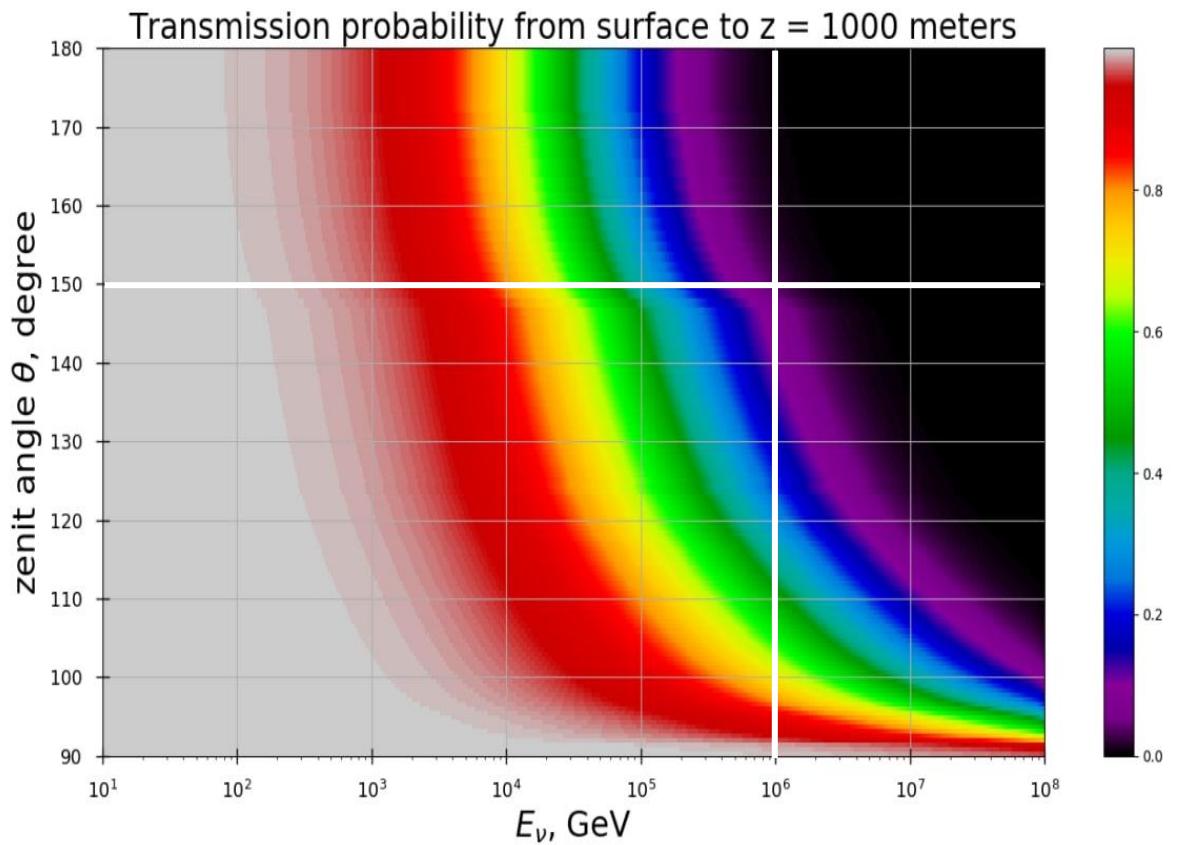
$F(x=1\text{ km}, E, \cos\theta = -0.5)$



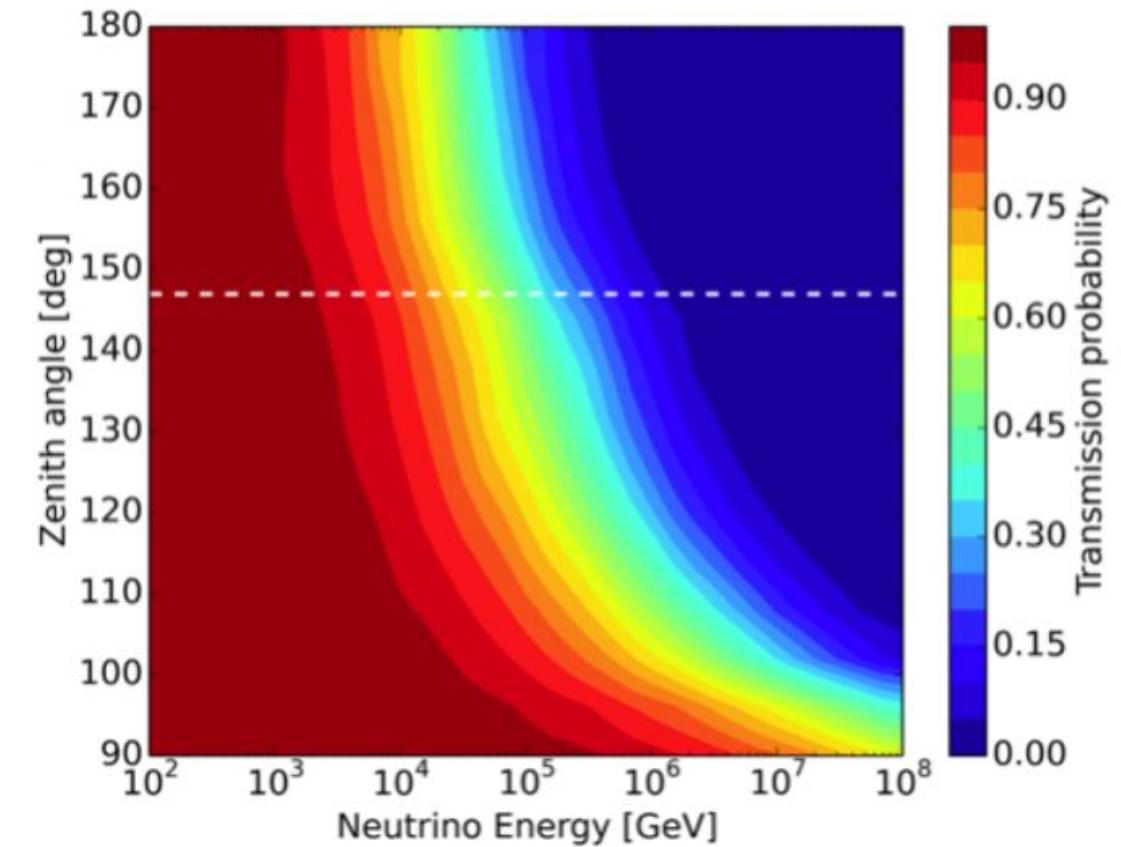
# $F(x=1\text{KM}, E, \cos\theta = 1)$



# Вероятность прохождения нейтрино сквозь Землю



**nupropagator**



**IceCube coll, arXiv:1711.08119v1**

$$\theta_c = \operatorname{arctg} \left( \frac{R_c}{R_E - z} \right) \approx 150^\circ$$

# Класс Kinematic

- В классе Kinematic осуществляется розыгрыш конечных состояний после взаимодействия нейтрино с нуклоном в соответствии с дважды дифференциальными сечениями.



## Заключение по задаче №2

- Разработан программный пакет **nu propagator**, осуществляющий моделирование прохождения нейтрино сквозь Землю и последующее взаимодействие этой частицы с нуклоном.
- Реализован расчет эволюции нейтринных потоков за счет нейтрального взаимодействия с помощью метода Z-фактора.
- Учтены современные сечения благодаря пакету **nudisxs**.
- Данный пакет будет иметь открытый доступ и будет составляющим элементом глобального пакета моделирования **NTsim**, осуществляющего полную цепочку моделирования для эксперимента **Baikal-GVD**.

- Статьи:
  - Jarosław Stasielak at al. (7 members) «**High-Energy Neutrino Astronomy—Baikal-GVD Neutrino Telescope in Lake Baikal**», *Symmetry* 13 (2021) 3, 377
  - V. A. Allakhverdian, D. V. Naumov, S. I. Zavyalov “**Baikal-GVD neutrino telescope: unlocking the secrets of the universe’s catastrophic events**”, (submitted to **Publ. Astron. Obs. Belgrade**).
- Доклады:
  - Совещания коллаборации **Baikal-GVD**.

## Положения, выносимые на защиту

- Разработано программное обеспечение **nupropagator** для генерации и транспортировки нейтрино высоких энергий.
- Выполнено решение уравнения Больцмана для распространения света в анизотропно рассеивающих средах.
- Получены аналитические формулы для расчёта светового потока первых двух порядков.
- Решена одномерная задача переноса излучения.
- Повышена эффективность программы **RTE** за счёт использования методов машинного обучения.

# Статьи

- Категория ВАК К1
  - 1) Exact Analytical Solution of the One-Dimensional Time-Dependent Radiative Transfer Equation with Linear Scattering, Vladimir Allakhverdian, Dmitry V. Naumov. (arXiv:2401.09511, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, vol 310, 2023)
  - 2) Infinite Series Solution of the Time-Dependent Radiative Transfer Equation in Anisotropically Scattering Media, Vladimir Allakhverdian, Dmitry V. Naumov. (arXiv:2401.15698v1, submitted to Physical Review E)
  - 3) Jarosław Stasielak at al. (7 members) «High-Energy Neutrino Astronomy—Baikal-GVD Neutrino Telescope in Lake Baikal», *Symmetry* 13 (2021) 3, 377
  - 4) V. A. Allakhverdian, D. V. Naumov, S. I. Zavyalov “Baikal-GVD neutrino telescope: unlocking the secrets of the universe’s catastrophic events”, (submitted to Publ. Astron. Obs. Belgrade).

Спасибо за внимание!