



Projet de Traitement Numérique du Signal

Bennaghmouch Aicha, Morieux Thomas

1-SN 2019-2020

Table des matières

1	Introduction	3
2	Construction du signal MF-TDMA à décoder	3
2.1	Parametres	3
2.2	Etude theorique	3
2.2.1	Calcul de la densité spectrale de puissance	3
2.2.2	Expression de la puissance du bruit à ajouter	5
2.3	Implantation	6
2.3.1	Modulation bande base	6
2.3.2	Construction du signal MF-TDMA	7
3	Mise en place du recepteur MF-TDMA	9
3.1	Demultiplexage des porteuses	9
3.1.1	Synthese du filtre passe-bas	9
3.1.2	Synthese du filtre passe-haut	10
3.1.3	Filtrage	12
3.2	Retour en bande de base	12
3.3	Detection du slot utile	13
3.4	Demodulation bande de base	13
4	Conclusion	13
5	Références	14

Table des figures

1	Construction du signal MF-TDMA à décoder	3
2	Tracés de m1 et m2 à l'échelle temporelle	6
3	Tracés des dsp de m1 et m2	7
4	Tracé du signal contenant l'information dans les slots alloués	7
5	Tracé du signal MF-TDMA	8
6	Tracé de la DSP du signal MF-TDMA	8
7	Recepteur MF-TDMA a implanter	9
8	Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas	10
9	Tracé de la DSP de MF-TDMA et du module de la réponse en fréquence du filtre passe-bas	10
10	réponse impulsionnelle du filtre passe-haut	11
11	Tracé de la DSP du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre passe-haut	12
12	Tracés des signaux après filtrage.	13

1 Introduction

L'objectif de ce projet est de décoder deux messages binaires à transmettre par deux utilisateurs : utilisateurs_1 et utilisateurs_2. Une fois décodés, nous obtiendrons deux indices qui nous permettront d'identifier un de nos professeurs.

2 Construction du signal MF-TDMA à décoder

La figure 1 présente la trame MF-TDMA à étudier, implanter puis décoder.

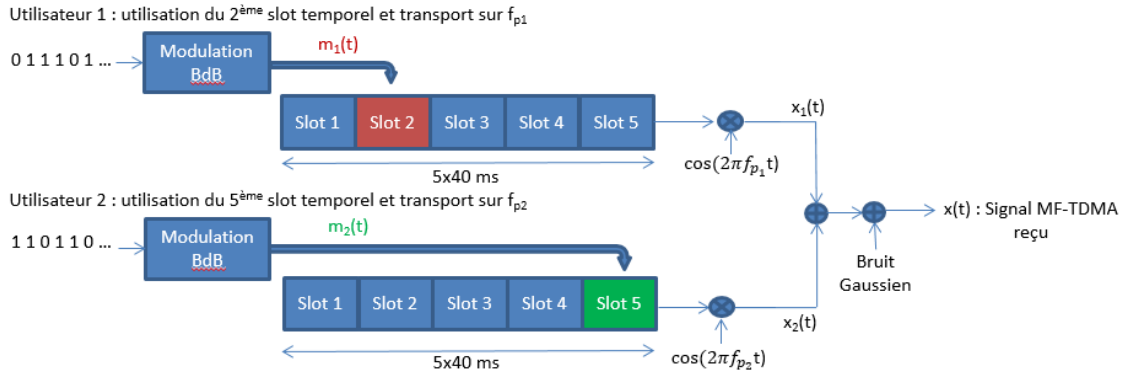


FIGURE 1 – Construction du signal MF-TDMA à décoder

2.1 Parametres

La trame MF-TDMA est composée de 2 porteuses, $f_{p1} = 0$ kHz et $f_{p2} = 46$ kHz, contenant chacune 5 timeslots de durées $T = 40$ ms. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 128 kHz. Les deux utilisateurs vont accéder au système en utilisant la trame de la manière suivante :

- L'utilisateur n° 1 exploite le 2^{ème} timeslot de la porteuse n° 1 (f_{p1}).
- L'utilisateur n° 2 exploite le 5^{ème} timeslot de la porteuse n° 2 (f_{p2}).

Le canal de transmission considéré sera à bruit additif blanc et Gaussien (canal AWGN : Additive White Gaussian Noise). La puissance du bruit à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité donné en dB.

2.2 Etude theorique

Le signal MF-TDMA non bruité peut s'écrire de la manière suivante :

$$x(t) = m_1(t) \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$$

2.2.1 Calcul de la densité spectrale de puissance

Calculons sa densité spectrale de puissance, en fonction de celle des messages $m_1(t)$ et $m_2(t)$: $S_{m1}(t)$ et $S_{m2}(t)$. Pour cela deux solutions sont possibles :

Premier Cas : $m_1(t)$ et $m_2(t)$ aléatoires, indépendants et centrés

Considérons les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ comme aléatoires, indépendants et centrés, et stationnarisons le signal MF-TDMA en considérant des phases aléatoires dans les cosinus : ϕ_1 et ϕ_2 variables aléatoires indépendantes uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$.

Nous voulons calculer la densité spectrale de puissance du signal $x(t)$. Pour cela, nous allons commencer par calculer sa fonction d'auto-corrélation $R_x(\tau)$:

$$\begin{aligned}
R_x(\tau) &= E[x(t)x(t-\tau)] \\
&= E[(m_1(t)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + m_2(t)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)) \\
&\quad (m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1) + \\
&\quad m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2))] \\
&= E[m_1(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1) + \\
&\quad m_1(t)m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2) + \\
&\quad m_2(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1) + \\
&\quad m_2(t)m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2)] \\
&= E[m_1(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)] + \\
&\quad E[m_1(t)m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2)] + \\
&\quad E[m_2(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)] + \\
&\quad E[m_2(t)m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2)]
\end{aligned}$$

On pose $E1 = E[m_1(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)]$

$$\begin{aligned}
E1 &= E[m_1(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)] \\
&= E[m_1(t)m_1(t-\tau)] \cdot E[\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)]
\end{aligned}$$

car $m_1(t)$ et ϕ_1 sont indépendants. D'où :

$$E1 = R_{m1}(\tau) \cdot E[\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)]$$

En utilisant les relations trigonométriques, on obtient :

$$\begin{aligned}
E1 &= R_{m1}(\tau) \cdot E[\cos((2\pi f_1 t + \phi_1) + (2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)) + \cos((2\pi f_1 t + \phi_1) - (2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1))] \\
&= R_{m1}(\tau) \frac{1}{2} E[\cos(4\pi f_1 t + 2\phi_1 + 2\pi f_1 \tau) + \cos(2\pi f_1 \tau)] \\
E1 &= \frac{1}{2} R_{m1}(\tau) \cos(2\pi f_1 \tau)
\end{aligned}$$

On pose $E2 = E[m_2(t)m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2)]$.

De même, on trouve que :

$$E2 = \frac{1}{2} R_{m2}(\tau) \cos(2\pi f_2 \tau)$$

On pose :

$$\begin{aligned}
E3 &= E[m_1(t)m_2(t-\tau)\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)\cos(2\pi f_2(t-\tau) + \phi_2)] \\
E4 &= E[m_2(t)m_1(t-\tau)\cos(2\pi f_2 t + \phi_2)\cos(2\pi f_1(t-\tau) + \phi_1)]
\end{aligned}$$

On sait que l'intégrale d'un cosinus sur une période est nulle. $E[\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)] = 0$ car ϕ_1 est une variable aléatoire indépendante uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$.

$$E3 = E[m_1(t)m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) \cos(2\pi f_2(t - \tau) + \phi_2)]$$

car $m_1(t)$, $m_2(t)$, ϕ_1 et ϕ_2 sont indépendants. D'où :

$$= E[m_1(t)]E[m_2(t - \tau)]E[\cos(2\pi f_1 t + \phi_1)]E[\cos(2\pi f_2(t - \tau) + \phi_2)]$$

$$E3 = 0$$

De même, on obtient $E4 = 0$ car ϕ_2 est une variable aléatoire indépendante uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$. On trouve alors que :

$$\boxed{R_x(\tau) = \frac{1}{2}(R_{m1}(\tau) \cos(2\pi f_1 \tau) + R_{m2}(\tau) \cos(2\pi f_2 \tau))}$$

On peut maintenant calculer la densité spectrale de puissance du signal :

$$S_x(f) = TF[R_x(\tau)] \tag{1}$$

$$= TF\left[\frac{1}{2}(R_{m1}(\tau) \cos(2\pi f_1 \tau) + R_{m2}(\tau) \cos(2\pi f_2 \tau))\right] \tag{2}$$

$$= TF\left[\frac{1}{2}R_{m1}(\tau) \cos(2\pi f_1 \tau)\right] + TF\left[\frac{1}{2}R_{m2}(\tau) \cos(2\pi f_2 \tau)\right] \tag{3}$$

$$= \frac{1}{2}S_{m1}(f)TF[\cos(2\pi f_1 \tau)] + \frac{1}{2}S_{m2}(f)TF[\cos(2\pi f_2 \tau)] \tag{4}$$

$$= \frac{1}{4}S_{m1}(f) * \delta(f - f_1) + \frac{1}{4}S_{m2}(f) * \delta(f - f_2) \tag{5}$$

$$\text{D'où : } \boxed{S_x(f) = \frac{1}{4}(S_{m1}(f - f_1) + S_{m2}(f - f_2))}$$

Deuxième Cas 2 : $m_1(t)$ et $m_2(t)$ déterministes à énergie finie

Considérons les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ comme déterministes à énergie finie et occupant la même bande de fréquence $[b, b]$ autour de 0, avec $b \ll fp_1$ et $b \ll fp_2$. On pourra prendre $\phi_1 = \phi_2 = 0$ pour simplifier les calculs.

Le signal $x(t)$ s'écrit alors comme suit :

$$x(t) = m_1(t) \cos(2\pi f_1 t) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t)$$

2.2.2 Expression de la puissance du bruit à ajouter

Nous allons à présent ajouter un bruit gaussien $n(t)$ au signal précédent.

$$\tilde{x} = x(t) + n(t)$$

On cherche à exprimer la puissance du bruit à ajouter, en fonction de celle supposée connue du signal MF-TDMA non bruité et du rapport signal sur bruit souhaité en dB.

On sait que :

$$SNR_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_x}{P_b}\right) \quad (6)$$

$$= 10(\log(P_x) - \log(P_b)) \quad (7)$$

On a donc : $P_b = 10^{\frac{-SNR_{dB}}{10}} P_x$

2.3 Implantation

2.3.1 Modulation bande base

Nous avons créer des signaux de type NRZ, correspondants aux deux messages à décoder. Pour cela, nous avons déterminer N_s .

1. Calcul de N_s

$$N_s = \frac{T_s}{T_e}$$

avec $T_s = \frac{T}{N_b}$

avec N_b le nombre de bits du message

2. Tracés des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$

Nous avons plot les deux signaux NRZ correspondant à m1 et m2. Ce qui donne la figure suivante :

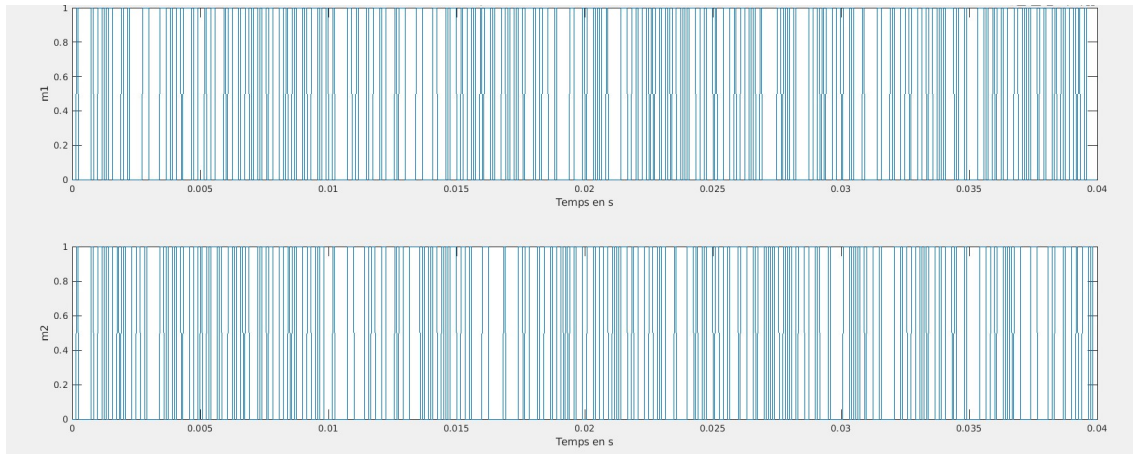


FIGURE 2 – Tracés de m1 et m2 à l'échelle temporelle

3. Estimation et tracé des densités spectrales de puissance des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$. Concernant l'estimation on donnera notamment l'estimateur utilisé.

Nous avons utilisé le périodogramme afin d'estimer les dsp du signal. Ce qui nous donne la figure suivante :

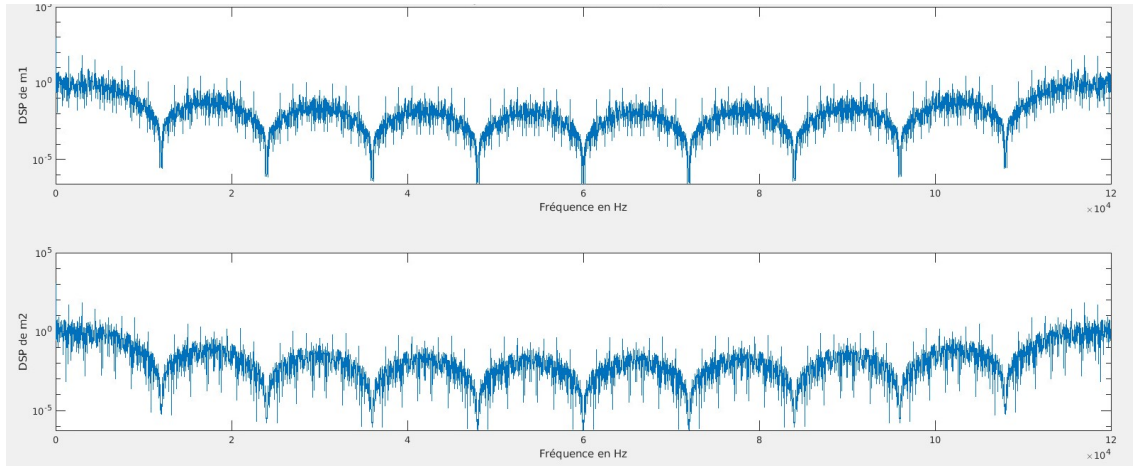


FIGURE 3 – Tracés des dsp de m1 et m2

2.3.2 Construction du signal MF-TDMA

Pour chaque utilisateur on a généré un signal comportant 5 slots de durée $T = 40$ ms, dans lequel on a placé le message NRZ associé généré précédemment dans le slot alloué. En sommant ces signaux, on obtient un signal contenant l'information à transmettre dans les slots alloués (2 et 5).

1. Tracé des signaux à envoyer sur porteuse pour chaque utilisateur.

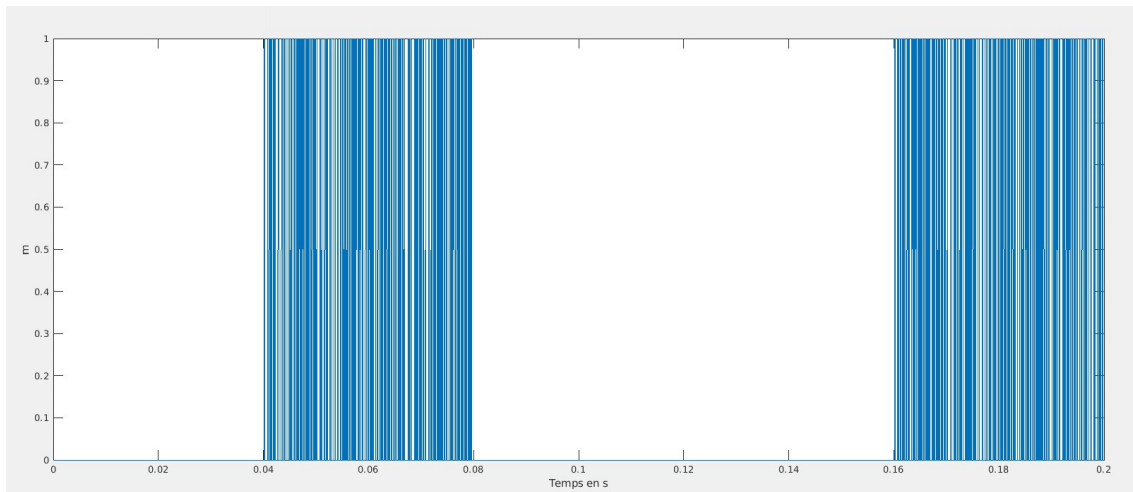


FIGURE 4 – Tracé du signal contenant l'information dans les slots alloués

On voit sur la figure la somme des signaux à envoyer sur porteuse. On remarque bien que l'information du message 1 est dans le slot 2 et celle du message 2 dans le slot 5.

2. Tracé du signal MF-TDMA. Le tracé observé est-il conforme à ce qui est attendu? Explications.

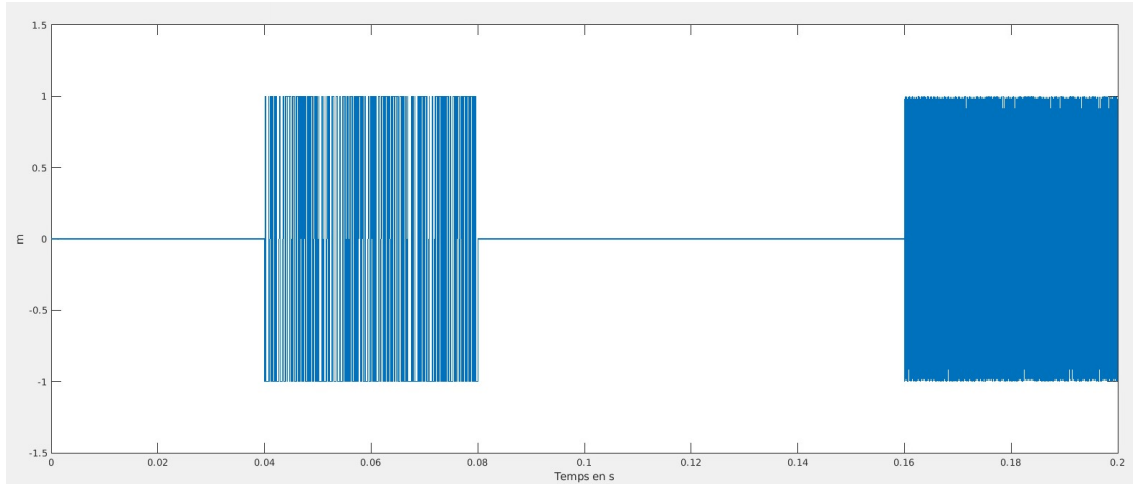


FIGURE 5 – Tracé du signal MF-TDMA

Comme nous avons sommé les deux signaux envoyés sur porteuse avec le bruit, nous obtenons deux bloc d'informations, correspondant à gauche à celui de m_1 et à droite à celui de m_2 . C'est donc conforme avec ce qui est attendu.

3. Estimation puis tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA. Le tracé observé est-il conforme à l'expression théorique obtenue précédemment? Explications. Pour faire un appel à section : on retrouve bien le résultat obtenu dans la partie théorique (paragraphe ??).

Avec un corrélogramme, nous avons estimé la DSP du signal MF-TDMA, donnant ainsi la figure qui suit :

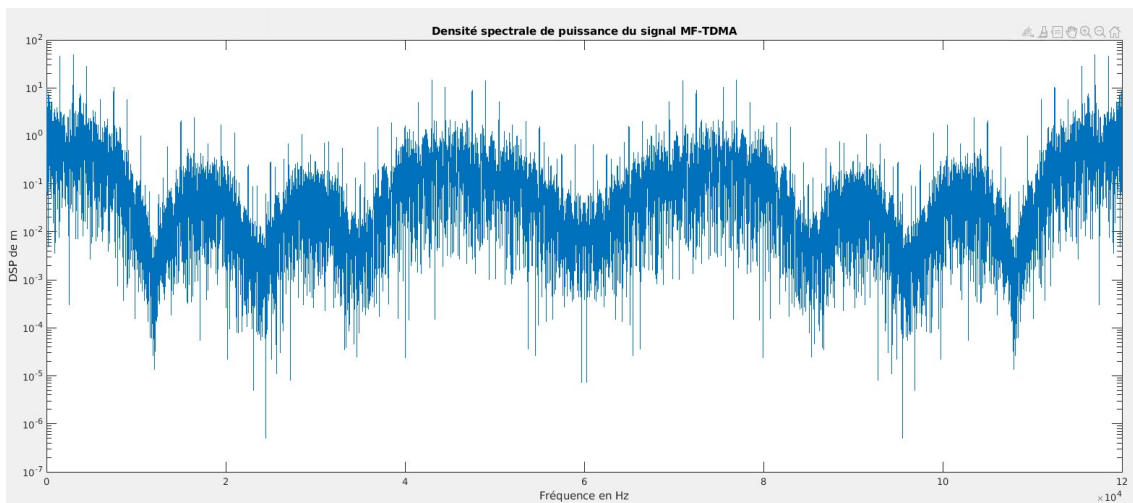


FIGURE 6 – Tracé de la DSP du signal MF-TDMA

3 Mise en place du recepteur MF-TDMA

La figure 7 présente le récepteur à implanter pour retrouver, à partir du signal MF-TDMA bruité, les messages binaires envoyés par les deux utilisateurs.

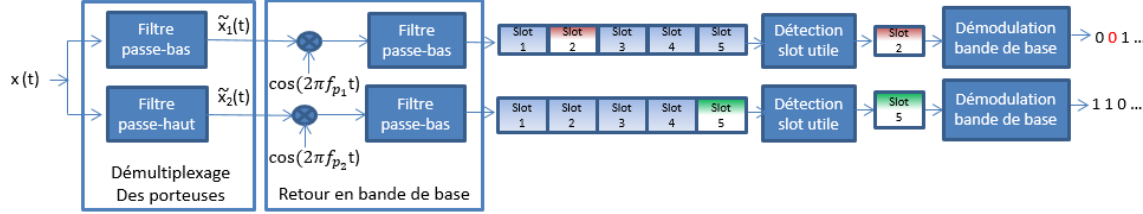


FIGURE 7 – Recepteur MF-TDMA à implanter

3.1 Demultiplexage des porteuses

Le demultiplexage des porteuses se fait par filtrage : à partir du signal MF-TDMA reçu, un filtre passe-bas permet de récupérer le signal porté par le cosinus à la fréquence f_{p1} (provenant de l'utilisateur 1), tandis qu'un filtre passe-haut permet de récupérer le signal porté par le cosinus à la fréquence f_{p2} (provenant de l'utilisateur 2).

3.1.1 Synthèse du filtre passe-bas

Nous avons implémenté un filtre passe-bas de type RIF permettant de récupérer le signal $x_1(t)$ provenant de l'utilisateur 1.

1. Rappel de la réponse impulsionnelle idéale du filtre passe-bas à implanter.

$$h_1 = 2 * f_{cb} * \text{sinc}(2 * f_{cb} * [-(\text{ordre}-1)/2 : (\text{ordre}-1)/2])$$

$$\text{avec } f_{cb} = \frac{f_{p1}}{F_e}$$

f_{p1} étant la fréquence porteuse du message1 et F_e la fréquence d'échantillonnage

2. Explications implémentation.

On applique le filtre passe bas à l'ensemble du message afin de retirer la partie du message 2.

3. Tracé de la réponse impulsionnelle et de la réponse en fréquence du filtre implanté.

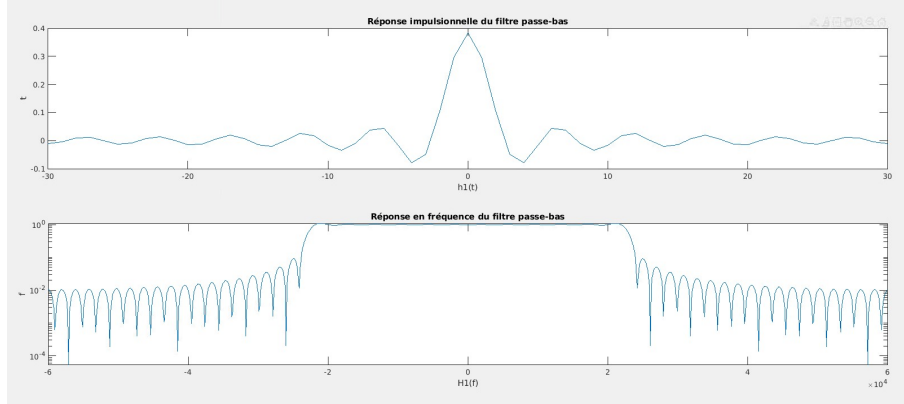


FIGURE 8 – Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas

4. Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre implanté. Le filtre réalise bien la fonction souhaitée vu qu'il nous permet de récupérer uniquement le signal x1 centré en 0.

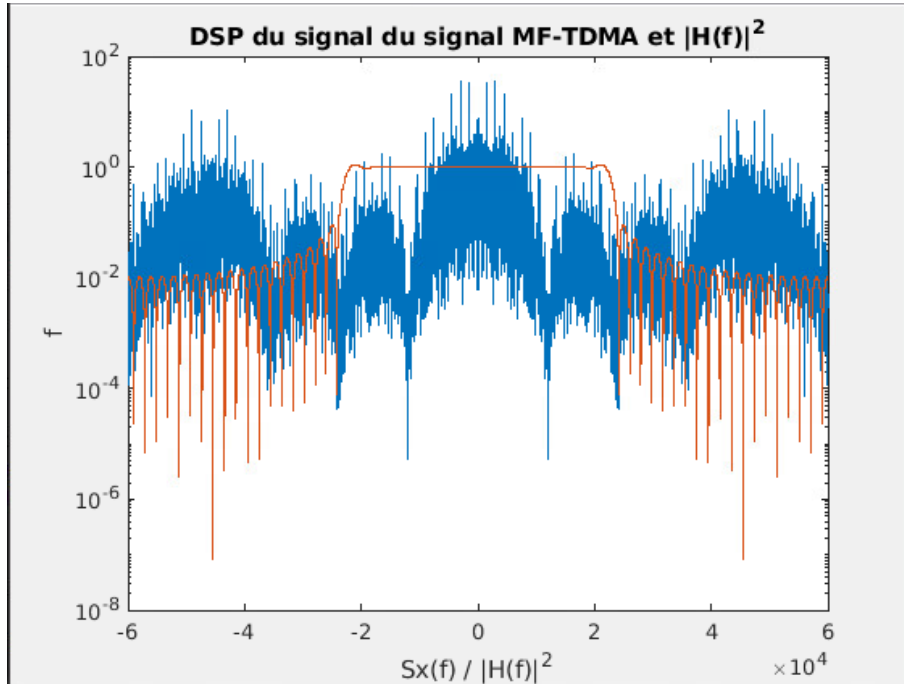


FIGURE 9 – Tracé de la DSP de MF-TDMA et du module de la réponse en fréquence du filtre passe-bas

3.1.2 Synthèse du filtre passe-haut

1. Calcul de la réponse impulsionnelle idéale du filtre passe-haut à implanter.

Pour déterminer la réponse impulsionnelle idéale du filtre passe-haut à implanter, on peut la déduire de celle du filtre passe-bas. En effet, la réponse en fréquence d'un filtre passe-haut idéal vaut 1 moins celle du passe-bas. De ce fait, on peut déterminer la réponse impulsionnelle idéale du passe-haut : $h_2(t) = \delta(t) - h_1(t)$

On a h_2 correspondant à la réponse impulsionnelle idéale du passe-haut, h_1 à celle de h_1 et δ à l'impulsion de Dirac.

2. Explications implémentation.

On utilise un filtre passe-haut afin de récupérer le message deux. En effet, en l'appliquant au message complet, il ne va pas conserver la partie du message 1.

3. Tracé de la réponse impulsionnelle et de la réponse en fréquence du filtre implanté.

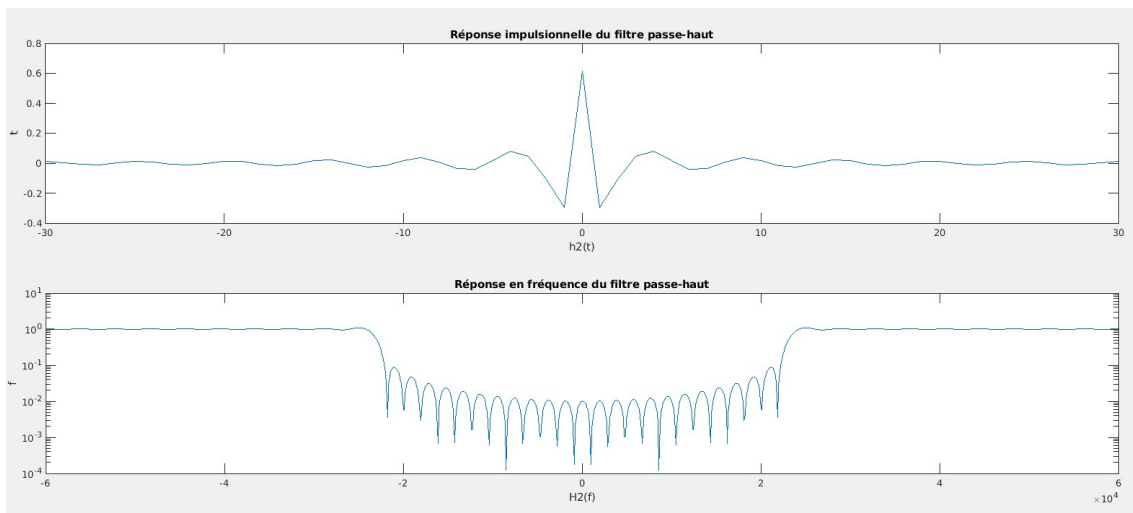


FIGURE 10 – réponse impulsionnelle du filtre passe-haut

4. Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre implanté. Le filtre implanté vous parait-il réaliser la fonction souhaitée? Explications.

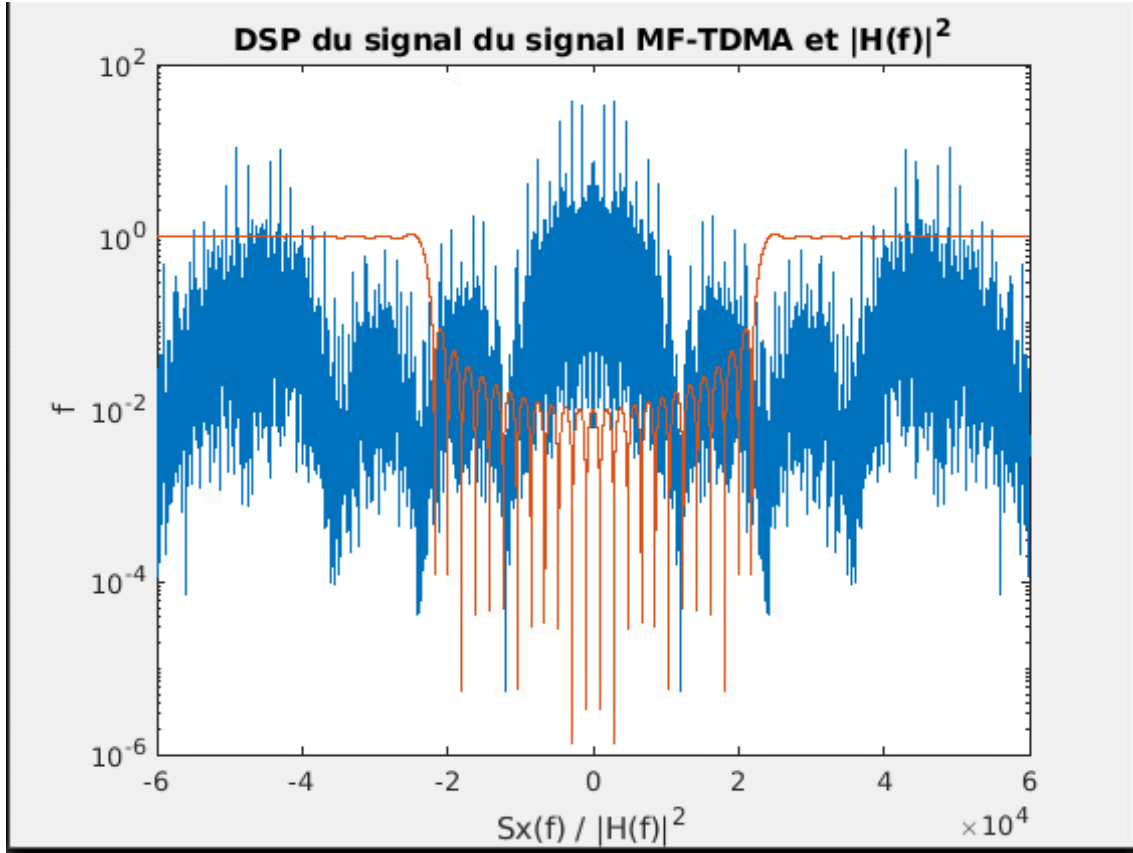


FIGURE 11 – Tracé de la DSP du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre passe-haut

3.1.3 Filtrage

Avant chaque filtrage, nous avons ajouter au message un nombre N de zéros afin d'éviter que le retard ne vienne perturbé le message que nous souhaitons décoder.

Ce $N = \frac{\text{ordre}-1}{2}$ avec ordre qui correspond à l'ordre de la réponse impulsionnelle (ici 61).

En effet, le retard va s'accumuler dans les zéros lors du filtrage. De ce fait, en les enlevant après passage dans le filtre, c'est-à-dire qu'on ne garde que ce qui est après les zéros, le retard ne posera plus de problème. Donc, en répétant cette opération pour chaque filtre, le retard n'impactera plus le décodage.

Tracés des signaux après filtrage.

On observe bien ce qui est conservé pour chaque signal, la partie de l'information de $m1$ pour $x1_tilde$ et celle de $m2$ pour $x2_tilde$.

3.2 Retour en bande de base

On multiplie les deux signaux par un cosinus avec leur fréquence porteuse associée puis on leur applique un filtre passe-bas afin de retrouver les messages de chaque utilisateur. Ces derniers étant dans des trames différentes, nous allons essayer de

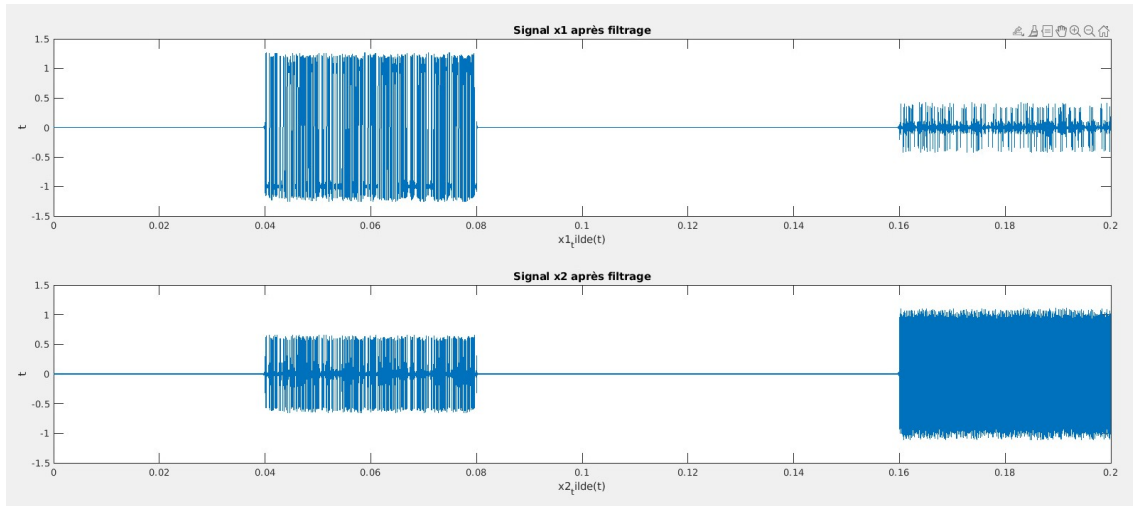


FIGURE 12 – Tracés des signaux après filtrage.

détecter les slots contenant les messages.

3.3 Detection du slot utile

Pour chaque utilisateur, afin de procéder à la détection du slot utile, on divise la trame après retour en bande de base en tranches de durée $T = 40$ ms. Afin de détecter le slot utile, on utilise un détecteur d'énergie. En effet, nous calculons l'énergie de chaque slot sur une trame et nous renvoyons celui avec le max d'énergie, correspondant à la position du message à transmettre. Nous obtenons la slot 2 pour la première trame et la slot 5 pour la seconde. Donc le premier message est contenu dans la slot numéro 2 et le second message dans la slot numéro 5.

3.4 Demodulation bande de base

Pour chaque utilisateur, à partir du message retrouvé dans le slot utile, on réalise une démodulation bande de base qui permet de retrouver les messages binaires envoyés. On utilise ensuite la fonction *bin2str.m* fournie afin de retrouver les messages texte contenus dans les slots intéressantes.

Les messages obtenus des deux utilisateurs sont :

Pour m1 : Ma probabilité d'apparition au semestre 5 est assez élevée

Pour m2 : Mes initiales, placées à l'envers, évoquent un vert support

Ces deux indices nous indiquent que le professeur en question est Jean Yves Tourneret.

4 Conclusion

Au cours de ce projet, nous avons utiliser différentes méthodes afin de transmettre un message et le reconstituer. Ce fut un projet intéressants puisqu'il nous a permis

de mettre en pratique nos connaissances accumulées en tp et les concepts vus en cours, notamment ceux relatifs aux dsp. De plus, il nous a éclairé sur le déroulement des différentes étapes du projet, ainsi que leur rôle.

5 Références

Pas de références.