

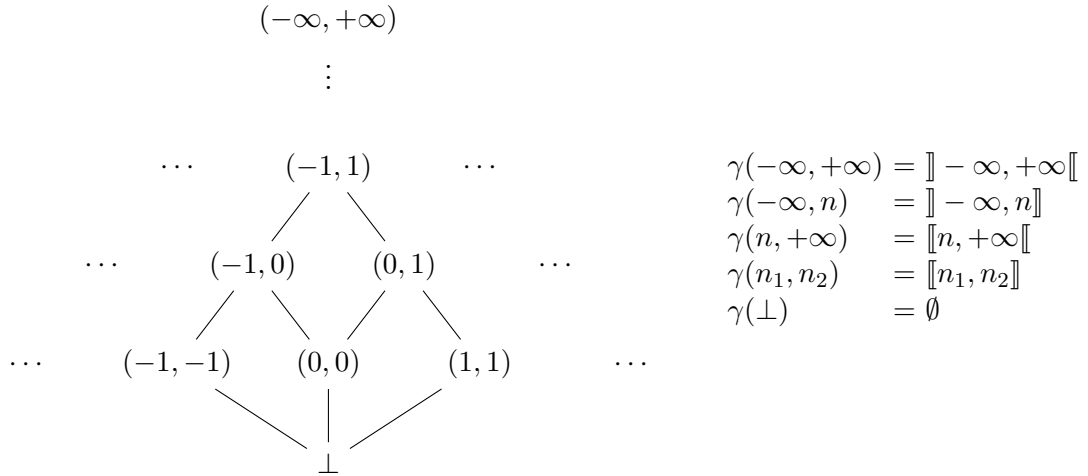
## Domaines des intervalles et élargissement

L'objectif de ce TP est d'implémenter le domaine des intervalles et quelques élargissements.

### Le domaine des intervalles

Ce domaine permet de borner les variables à chaque point de programme.

Treillis  $(\mathcal{D}^\#, \sqsubseteq^\#)$  avec  $\mathcal{D}^\# = \perp \cup \{(n_1, n_2) \in (\mathbb{Z} \cup \{-\infty\}) \times (\mathbb{Z} \cup \{+\infty\}) \mid n_1 \leq n_2\}$ .



1. Implémenter ce domaine dans l'analyseur fourni (voir dans le TP précédent comment implémenter un nouveau domaine en partant du fichier `src/domains/dummy.ml`). On gardera pour l'instant les valeurs par défaut pour les fonctions `widening`, `sem_times`, `sem_div`, `backsem_times` et `backsem_div`.

Indications :

— On utilisera le type suivant :

```
type t = Bot | Itv of int option * int option
```

où `None` représente  $\pm\infty$  et `Some n` la borne finie  $n$ <sup>1</sup>.

— Il pourra s'avérer pratique d'étendre certaines fonctions des entiers sur  $\mathbb{Z} \cup \{-\infty\}$  ou  $\mathbb{Z} \cup \{+\infty\}$ . Exemple pour " $\leq$ " :

```
(* Extension de <= à Z U {-oo}. *)
let leq_minf x y = match x, y with
| None, _ -> true (* -oo <= y *)
| _, None -> false (* x > -oo (x != -oo) *)
| Some x, Some y -> x <= y
```

```
(* Extension de <= à Z U {+oo}. *)
let leq_pinf x y = match x, y with
| _, None -> true (* x <= +oo *)
| None, _ -> false (* +oo > y (y != +oo) *)
| Some x, Some y -> x <= y
```

---

1. Pour rappel, le type `option`, disponible par défaut en OCAML, est défini comme suit :  
`type 'a option = None | Some of 'a.`

- On pourra utiliser la petite fonction suivante pour maintenir l'invariant de type  $n_1 \leq n_2$  lorsqu'on crée des intervalles :

```
let mk_itv o1 o2 = match o1, o2 with
  | None, _ | _, None -> Itv (o1, o2)
  | Some n1, Some n2 -> if n1 > n2 then Bot else Itv (o1, o2)
```

2. Tester le domaine sur le programme suivant (fichier `examples/ex09.tiny`) :

```
i=0;
while (i < 10) {
  ++i;
}
```

puis sur le même programme en remplaçant 10 par 1 000 000. Qu'observe t-on ? (utiliser l'option `-v 2` si on ne voit aucune différence)

3. Pour remédier au problème, implémenter l'élargissement vu en cours :

$$x^\# \nabla y^\# = \begin{cases} \llbracket a, b \rrbracket & \text{si } x^\# = \llbracket a, b \rrbracket, y^\# = \llbracket c, d \rrbracket, c \geq a, d \leq b \\ \llbracket a, +\infty \rrbracket & \text{si } x^\# = \llbracket a, b \rrbracket, y^\# = \llbracket c, d \rrbracket, c \geq a, d > b \\ \llbracket -\infty, b \rrbracket & \text{si } x^\# = \llbracket a, b \rrbracket, y^\# = \llbracket c, d \rrbracket, c < a, d \leq b \\ \llbracket -\infty, +\infty \rrbracket & \text{si } x^\# = \llbracket a, b \rrbracket, y^\# = \llbracket c, d \rrbracket, c < a, d > b \\ y^\# & \text{si } x^\# = \perp \\ x^\# & \text{si } y^\# = \perp \end{cases}$$

4. Tester le nouveau domaine sur les programmes précédents puis sur le programme suivant (fichier `examples/ex10.tiny`) :

```
i = 0; j = 0;
while (i < 10) {
  if (i <= 0) {
    ++i;
    j = i;
  } else {
    ++i;
  }
}
```

Quel intervalle obtient t-on pour la variable `j` ? Proposer un nouvel élargissement permettant d'obtenir la réponse exacte  $\llbracket 0, 1 \rrbracket$  (indice : cet élargissement est dit *avec retard*).

Question subsidiaire : que se passe t-il dans votre domaine si le programme analysé contient des expressions telles celles de `examples/ex08.tiny` ? On peut essayer d'y remédier à l'aide du module `InfInt` fourni (documentation : `src/doc/InfInt.html`).