



SCIENCE DU NUMERIQUE

S6 - TÉLÉCOMMUNICATIONS

Séquence 1-2-3

Transmissions en bande de base

Auteurs :

Bryan CHEN

Aicha BENNAGHMOUCH

3 juin 2022

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

1	Introduction	3
2	Étude de modulateurs bande de base	3
2.1	Introduction	3
2.2	Modulateurs à étudier et comparer	3
2.3	Étude réalisée	3
2.3.1	Modulateur 1	3
2.3.2	Modulateur 2	5
2.3.3	Modulateur 3	6
2.3.4	Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale	7
3	Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist	7
3.1	Introduction	7
3.2	Étude sans canal de propagation	8
3.3	Étude avec canal de propagation sans bruit	10
4	Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance	14
4.1	Introduction	14
4.2	Chaine de référence	14
4.3	Première chaine à étudier, implanter et comparer à la chaine de référence	16
4.3.1	Implantation de la chaine sans bruit	17
4.3.2	Implantation de la chaine avec bruit	17
4.4	Deuxième chaine à étudier, implanter et comparer à la chaine de référence	20
4.5	Implantation de la chaine sans bruit	20
4.6	Implantation de la chaine avec bruit	21
5	Conclusion	24
6	Références	25
7	Annexes éventuelles	25
7.1	Puissance de bruit à introduire dans les chaines de transmission .	25
7.1.1	Chaine de transmission sur porteuse	25
7.1.2	Chaine de transmission passe-bas équivalente à la chaine de transmission sur fréquence porteuse	26

Table des figures

1	Tracé du signal transmis du modulateur 1 ($M = 2$)	4
2	Tracé de la DSP du modulateur 1 ($M = 2$)	4

3	Tracé du signal transmis du modulateur 2 ($M = 4$)	5
4	Tracé de la DSP du modulateur 2 ($M = 4$)	5
5	Tracé du signal transmis du modulateur 3 ($M = 2$)	6
6	Tracé de la DSP du modulateur 3 ($M = 2$)	6
7	Comparaison des DSP des signaux générés par les différents modulateurs	7
8	Tracé du signal en sortie du filtre de réception	8
9	Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission	9
10	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception	9
11	Tracé de la réponse impulsionnelle globale	10
12	Tracé du diagramme de l'oeil ($BW = 8000$)	11
13	$ H(f)H_r(f) $ et $ H_c(f) $ ($BW = 8000$)	11
14	TEB pour $BW = 8000$	12
15	Tracé de la réponse impulsionnelle globale ($BW = 1000$)	12
16	Tracé du diagramme de l'oeil ($BW = 1000$)	13
17	$ H(f)H_r(f) $ et $ H_c(f) $ ($BW = 1000$)	13
18	TEB pour $BW = 1000$	14
19	Tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0	15
20	Tracé du TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur $(E_b/N_0)_{dB}$ pour des valeurs allant de 0 à 8 dB	15
21	Tracé sur une même figure, du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée	16
22	Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception.	16
23	Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$	16
24	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s	17
25	Tracé du diagramme de l'oeil pour plusieurs $(E_b/N_0)_{dB}$	18
26	Tracé du diagramme de l'oeil pour $(E_b/N_0) = 15$	18
27	Tracé du TEB obtenu suivant $(E_b/N_0)_{dB}$	19
28	Tracé du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.	19
29	Tracé du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.	20
30	Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s	21
31	Tracé du TES obtenu suivant $(E_b/N_0)_{dB}$	22
32	Tracé du TES simulé et du TES théorique	23
33	Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique	23
34	Tracé du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et du TEB de la chaîne de référence	24

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était d'implanter et d'étudier une chaîne de transmission en bande de base, afin d'être capable :

- D'en évaluer l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance.
- D'identifier les solutions possibles pour l'optimiser en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.
- De comparer des chaînes de transmission en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

2 Étude de modulateurs bande de base

2.1 Introduction

Ce premier travail va être dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

2.2 Modulateurs à étudier et comparer

Les modulateurs suivants ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_1} = N_{s_1}T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_2} = N_{s_2}T_e$ et de hauteur 1.
- Modulateur 3 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

2.3 Étude réalisée

Les modulateurs précédemment décrits ont été implantés sous Matlab avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un même débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde.

2.3.1 Modulateur 1

Voici ci-dessous le tracé du signal transmis avec une échelle temporelle en secondes (cf. FIGURE 1) et la comparaison du tracé obtenu pour la densité

spectrale de puissance (DSP) simulée avec celui de la DSP théorique du signal généré (superposition sur une même figure) (cf. FIGURE 2).

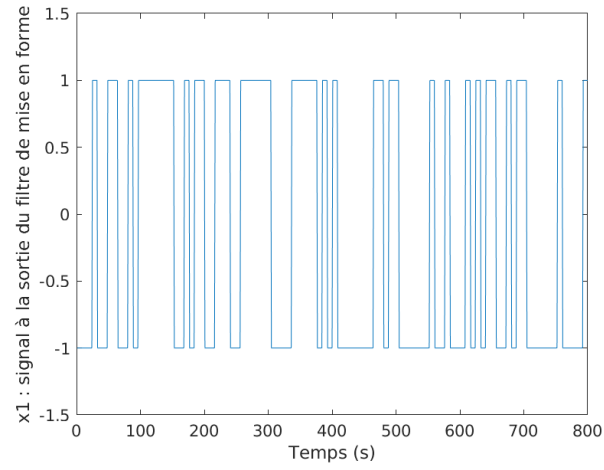


FIGURE 1 – Tracé du signal transmis du modulateur 1 ($M = 2$)

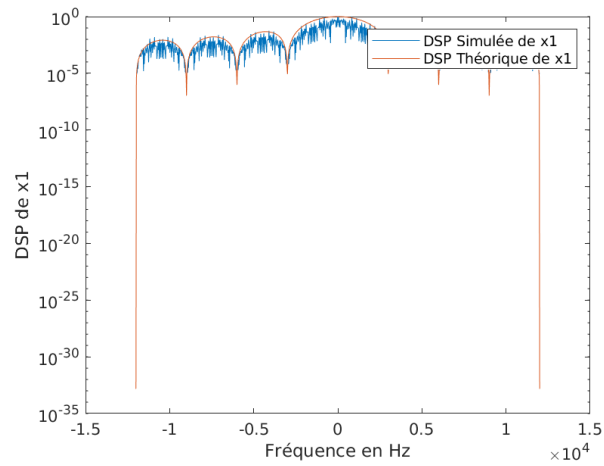


FIGURE 2 – Tracé de la DSP du modulateur 1 ($M = 2$)

2.3.2 Modulateur 2

De la même manière, le signal transmis (cf. FIGURE 3) et la comparaison des DSP (simulée et théorique) du signal généré (cf. FIGURE 4).

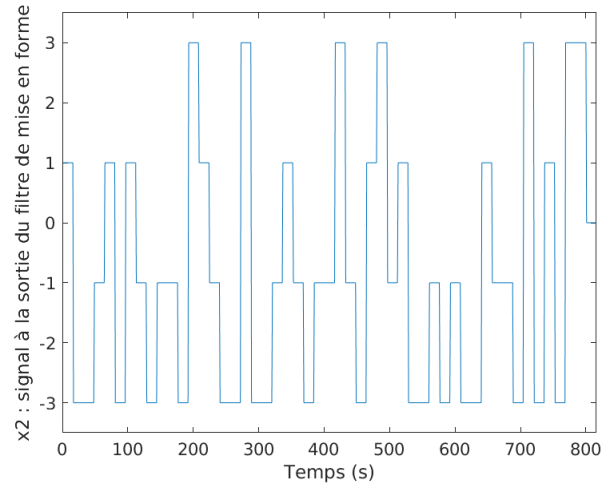


FIGURE 3 – Tracé du signal transmis du modulateur 2 ($M = 4$)

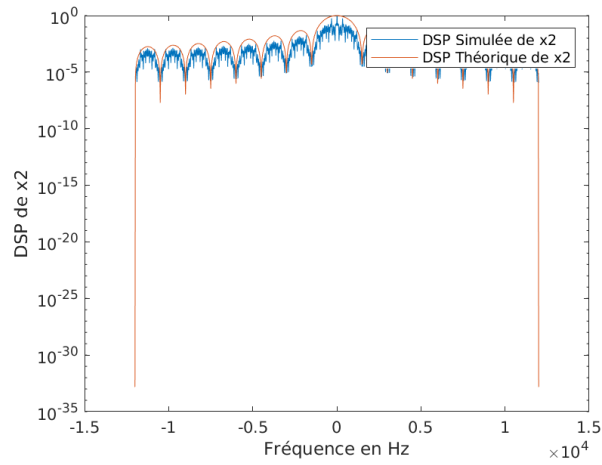


FIGURE 4 – Tracé de la DSP du modulateur 2 ($M = 4$)

2.3.3 Modulateur 3

De la même manière, le signal transmis (cf. FIGURE 5) et la comparaison des DSP (simulée et théorique) du signal généré (cf. FIGURE 6).

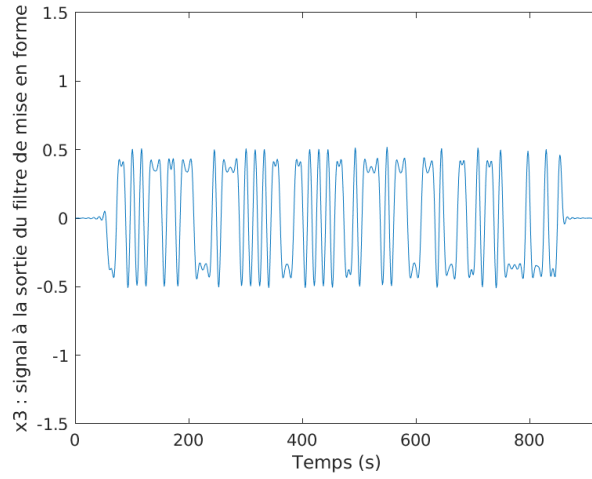


FIGURE 5 – Tracé du signal transmis du modulateur 3 ($M = 2$)

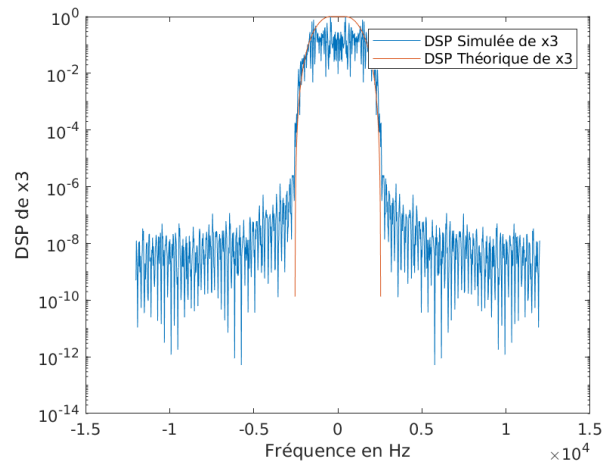


FIGURE 6 – Tracé de la DSP du modulateur 3 ($M = 2$)

2.3.4 Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale

Voici ci-dessous les tracés, sur une même figure, des DSP des signaux générés par les différents modulateurs étudiés. (cf. FIGURE 7)

Par ordre d'efficacité spectrale croissante, on a : $DSP_{x_2} \leq DSP_{x_1} \leq DSP_{x_3}$. En effet, on constate que pour la DSP_{x_3} , la courbe admet une largeur de 1Hz, plus grande que celle de la DSP_{x_1} , qui est également plus grande que celle de la DSP_{x_2} .

Les éléments, les paramètres permettant, quand on implante un modulateur numérique en bande de base, d'augmenter l'efficacité spectrale de la transmission sont le mapping et le filtre de mise en forme.

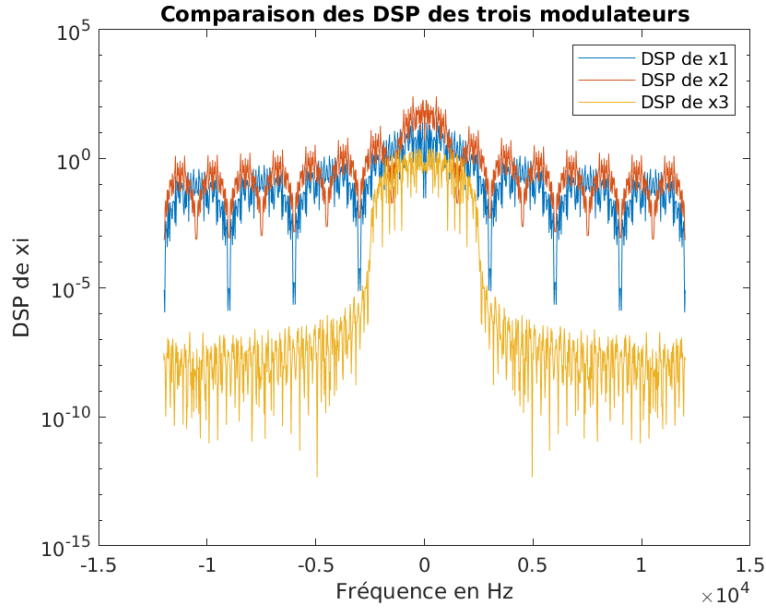


FIGURE 7 – Comparaison des DSP des signaux générés par les différents modulateurs

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

3.1 Introduction

Cette partie va être dédiée à l'étude des interférences entre symboles dans une chaîne de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist.

La chaîne de transmission a été implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde. On a considéré un mapping binaire à moyenne nulle, un filtre de mise en forme et un filtre de réception de même réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1.

3.2 Étude sans canal de propagation

Voici ci-dessous le tracé le signal en sortie du filtre de réception (cf. FIGURE 8) et il est conforme à ce qui est attendu en théorie en effet car on obtient bien un signal rectangulaire allant de $+N_s$ à N_s (voir cours et TDs).

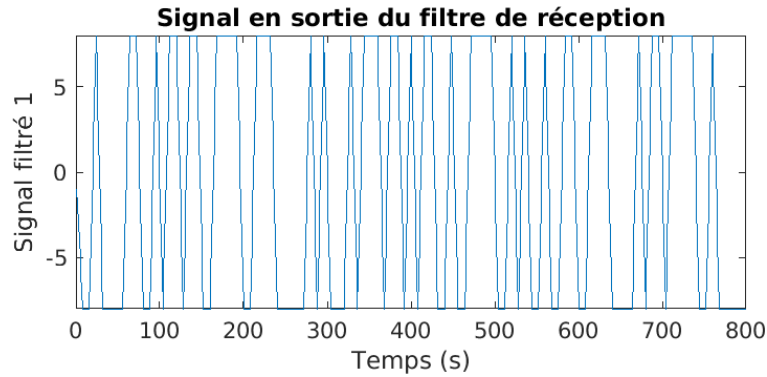


FIGURE 8 – Tracé du signal en sortie du filtre de réception

Voici ci-dessous le tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission, g , (cf. FIGURE 9) et cette dernière est bien conforme à ce qui est attendue en théorie car on retrouve bien un triangle de hauteur N_s allant de 0 à T_s et de largeur $2 \cdot T_s$. (voir cours et TDs).

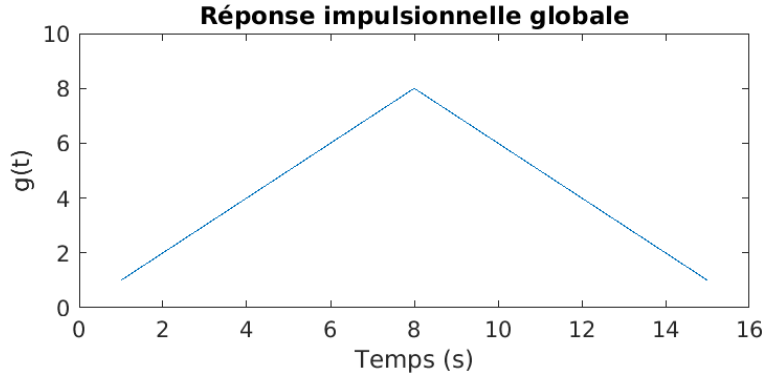


FIGURE 9 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission

D'après le critère de Nyquist, il est possible de déterminer, en utilisant g , l'instant n_0 optimal permettant d'échantillonner aux instants sans interférences entre symboles $n_0 + mN_s$, il faut que g vérifie :
$$\begin{cases} g(n_0) = 0 \\ g(n_0 + mN_s) \neq 0, \forall m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En l'occurrence ici, en prenant $n_0 = 8 = N_s$, on vérifie bien le critère de Nyquist.

Voici ci-dessous le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception (cf. FIGURE 10) et expliquez en quoi il est conforme à ce qui est attendu en théorie (voir cours et TDs). On peut à partir de ce diagramme de l'oeil déterminer l'instant n_0 optimal permettant d'échantillonner aux instants sans interférences entre symboles $n_0 + mN_s$. Il suffit de chercher un instant n_0 où il y a exactement un nombre de symboles d'états possibles (donc là où il y en a 2), et ici, on voit qu'à $n_0 = N_s = 8$, cela vérifie.

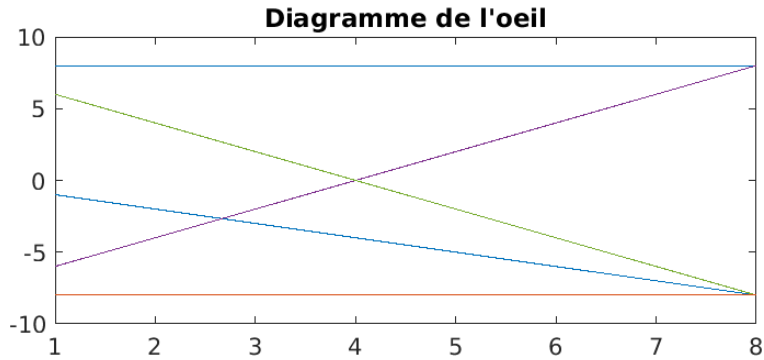


FIGURE 10 – Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception

On obtient les résultats obtenus pour les TEBs calculés avec le n_0 optimal et avec $n_0 = 3$:

Pour le n_0 optimal ($= 8$ ici), on obtient un TEB nul car on arrive à retrouver les symboles émis.

Pour $n_0 = 3$, on obtient un $TEB = 0.53$ car il est impossible de retrouver les symboles émis qui s'explique par le phénomène d'interférence.

3.3 Étude avec canal de propagation sans bruit

On ajoute à la chaine précédente un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit, en considérant un échantillonnage aux instants optimaux.

1. Pour $BW = 8000$ Hz :

Voici le tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission (cf. FIGURE 11) et le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception (cf. FIGURE 12), le tracé, sur la même figure, de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal (cf. FIGURE 13).

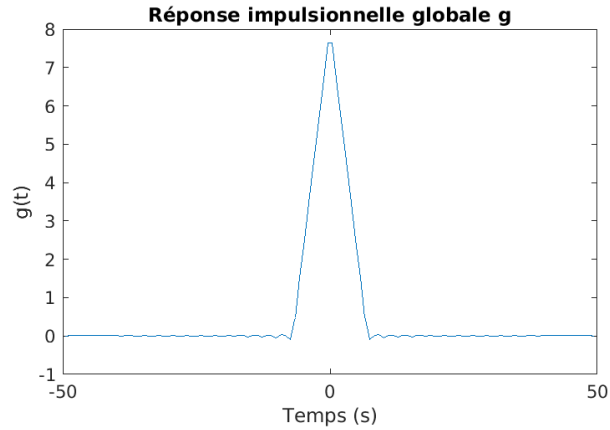


FIGURE 11 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale

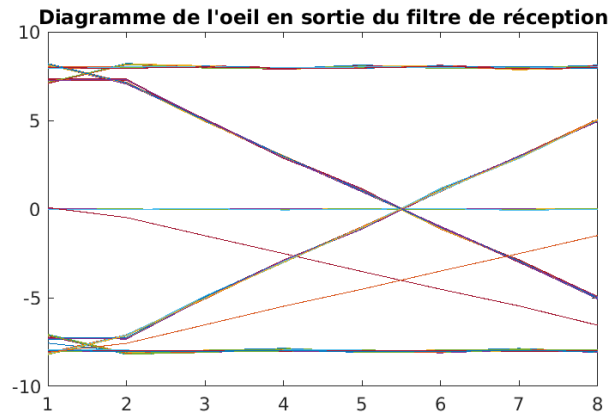


FIGURE 12 – Tracé du diagramme de l'oeil (BW = 8000)

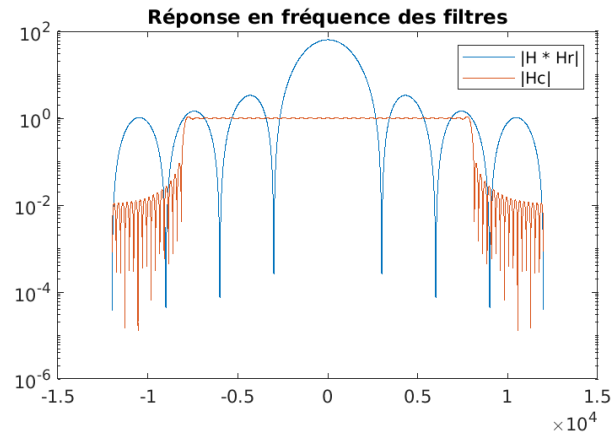


FIGURE 13 – $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$ (BW = 8000)

Le TEB associé en présence de ce canal est encore de 0 (cf. FIGURE 14) car le critère de Nyquist est vérifié et la bande passante du canal est assez grande pour ne pas détériorer le signal.

```

414 %% TEB
415 taux1_2 = sum(bits1 ~= x1_demap_2);
416 TEB1_BW1 = 100 * taux1_2 / nb_bits1;
417 disp([' TEB de la transmission en présence de ce canal pour BW=8000
418       , num2str(TEB1_BW1), '%']);
419
Command Window
>> sequence2
TEB de la transmission en présence de ce canal pour BW=8000 Hz : 0%

```

FIGURE 14 – TEB pour $BW = 8000$

2. Pour $BW = 1000$ Hz :

Voici le tracé de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission (cf. FIGURE 15) et le tracé du diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception (cf. FIGURE 16)

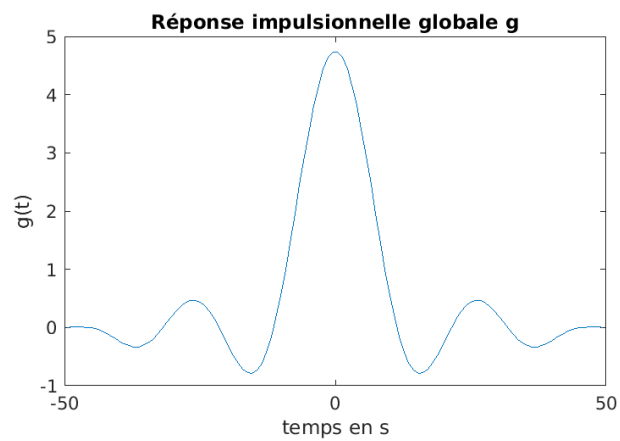


FIGURE 15 – Tracé de la réponse impulsionnelle globale ($BW = 1000$)

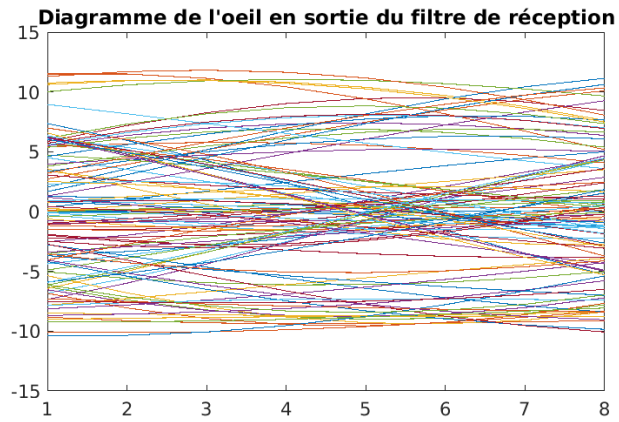


FIGURE 16 – Tracé du diagramme de l'oeil (BW = 1000)

Voici ci-dessous le tracé, sur la même figure, de $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal (cf. FIGURE 17).

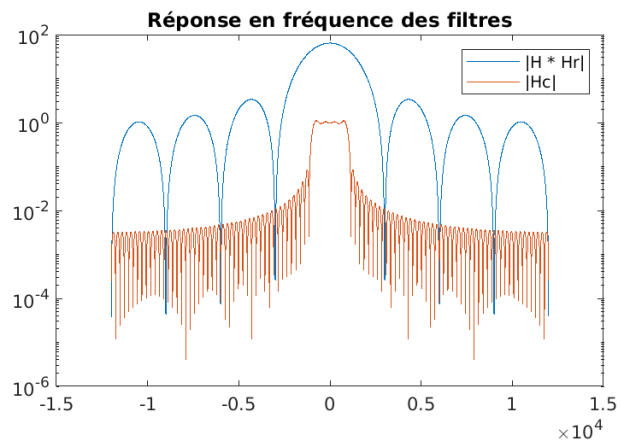


FIGURE 17 – $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$ (BW = 1000)

Le TEB déterminé en présence de ce canal est de 0.15 (soit 15%) (cf. FIGURE 18) car même si le critère de Nyquist est vérifié, la bande passante du canal est trop petite par rapport à g et détériore le signal.

```

459 %% TEB
460 taux1_2 = sum(abs(bits1 - x1_demap_2));
461 TEB1_BW2 = 100 * taux1_2 / nb_bits1;
462 disp([' TEB de la transmission en présence de ce canal pour BW=1000
463       , num2str(TEB1_BW2), '%']);
464
Command Window
>> sequence2
TEB de la transmission en présence de ce canal pour BW=1000 Hz : 15%

```

FIGURE 18 – TEB pour $BW = 1000$

4 Étude de l'impact du bruit, filtrage adapté, taux d'erreur binaire, efficacité en puissance

4.1 Introduction

Cette dernière partie est dédiée à l'étude du bruit dans la chaîne de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission, influence du filtrage adapté, calcul et estimation du taux d'erreur binaire (TEB). Pour cela, nous avons implanté sous Matlab différentes chaînes de transmission afin de les analyser et de les comparer en nous focalisant, cette fois, sur leur efficacité en puissance.

4.2 Chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de durée T_s et de hauteur 1, échantillonnage aux instants $n_0 + mN_s$ optimaux, détecteur à seuil, avec seuil en 0, pour prendre les décisions sur les symboles et demapping adapté au mapping réalisé.

1. Voici ci-dessous le tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0 (cf. FIGURE 19) et on constate que plus le rapport E_b/N_0 est grand, moins il y a de bruit et mieux on arrive à lire le diagramme de l'oeil.

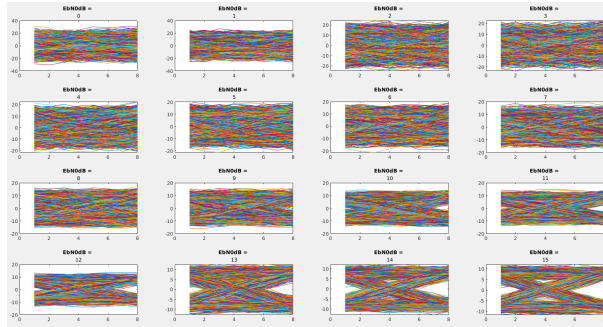


FIGURE 19 – Tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0

2. Voici ci-dessous le tracé du taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur $(E_b/N_0)_{dB}$ pour des valeurs allant de 0 à 8 dB. (cf. FIGURE 20)

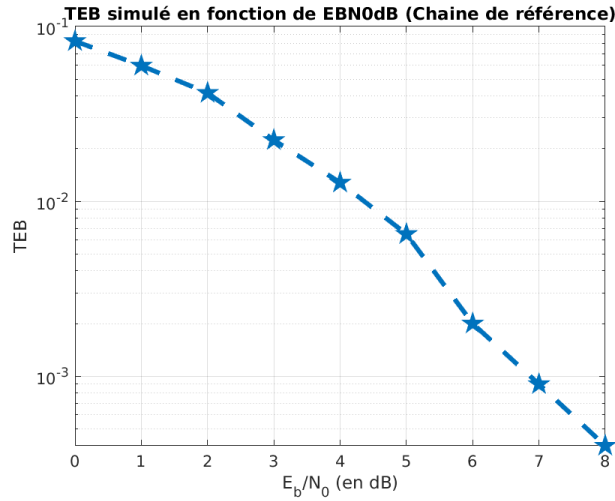


FIGURE 20 – Tracé du TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur $(E_b/N_0)_{dB}$ pour des valeurs allant de 0 à 8 dB

3. Voici ci-dessous le tracé sur une même figure, du TEB simulé et du TEB théorique de la chaine étudiée.(cf. FIGURE 21)

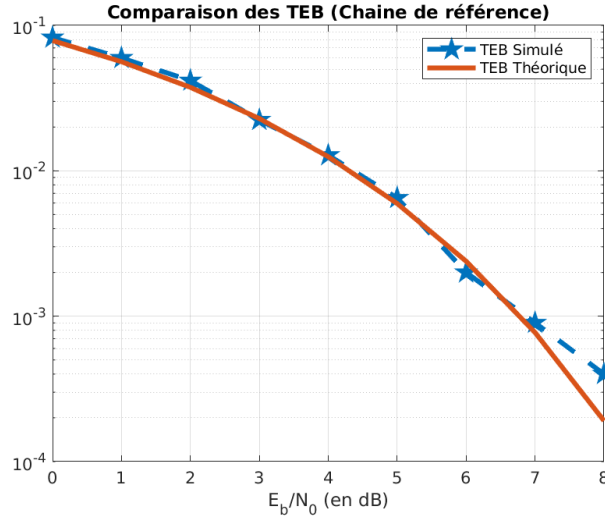


FIGURE 21 – Tracé sur une même figure, du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée

4.3 Première chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping binaire à moyenne nulle, réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , données par la figure 22.

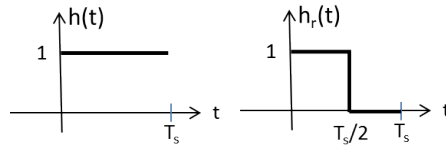


FIGURE 22 – Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception.

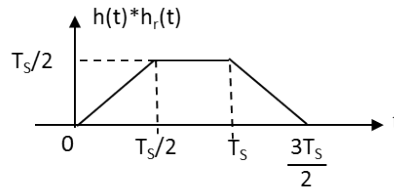


FIGURE 23 – Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$.

4.3.1 Implantation de la chaîne sans bruit

Voici ci-dessous le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s (N_s échantillons) (cf. FIGURE 24).

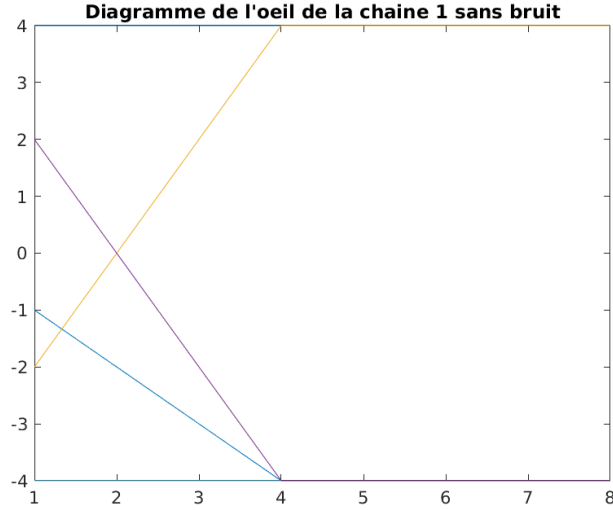


FIGURE 24 – Tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s

On en déduit que les instants d'échantillonnage $n_0 + mN_s$ sont optimaux pour $n_0 \in [\frac{T_s}{2}, T_s] = [4, 8]$. En se référant au cours et/ou aux TDs, ce diagramme de l'oeil est bien conforme à ce qui est attendu en théorie, puisqu'on a déjà eu un exercice où $h(t) \cdot h_r(t)$ avait la même forme que sur FIGURE 23 et où le critère de Nyquist est respecté également pour $n_0 \in [\frac{T_s}{2}, T_s]$.

4.3.2 Implantation de la chaîne avec bruit

1. Voici ci-dessous le tracé du diagramme de l'oeil pour différentes valeurs de E_b/N_0 . (cf. FIGURE 25 et FIGURE 26)

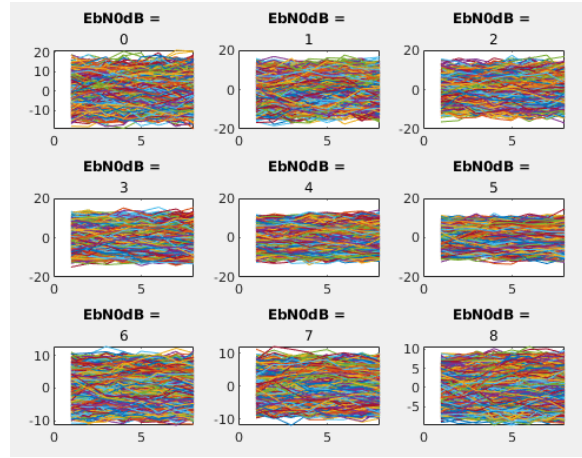


FIGURE 25 – Tracé du diagramme de l’oeil pour plusieurs $(E_b/N_0)_{dB}$

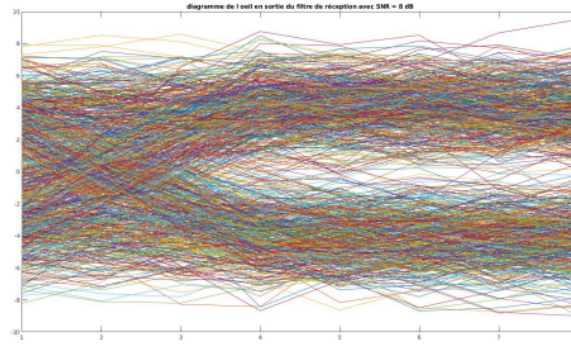


FIGURE 26 – Tracé du diagramme de l’oeil pour $(E_b/N_0) = 15$

On identifie que le bruit impacte important sur la lecture du diagramme de l’oeil (moins facile à lire) (cf. FIGURES 25 et 26) : il apporte une incertitude sur la valeur du signal en un instant t . Ainsi, même en échantillonnant au moment optimal, il se peut qu’il y ait toujours des erreurs.

2. Voici ci-dessous le tracé du TEB obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l’entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB. (cf. FIGURE 27)

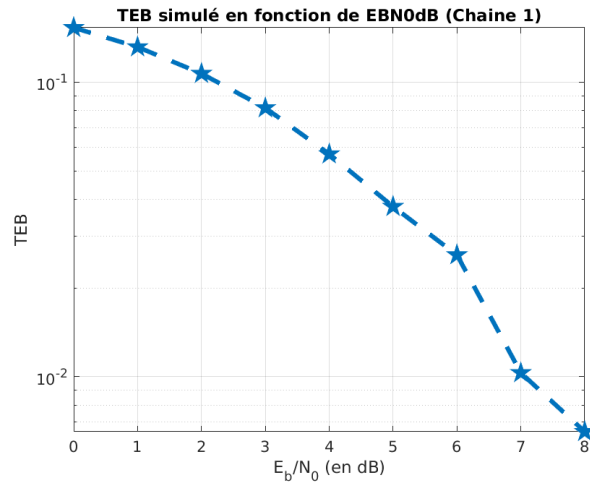


FIGURE 27 – Tracé du TEB obtenu suivant $(E_b/N_0)_{dB}$

3. Voici ci-dessous le tracé, sur une même figure, du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée. (cf. FIGURE 28)

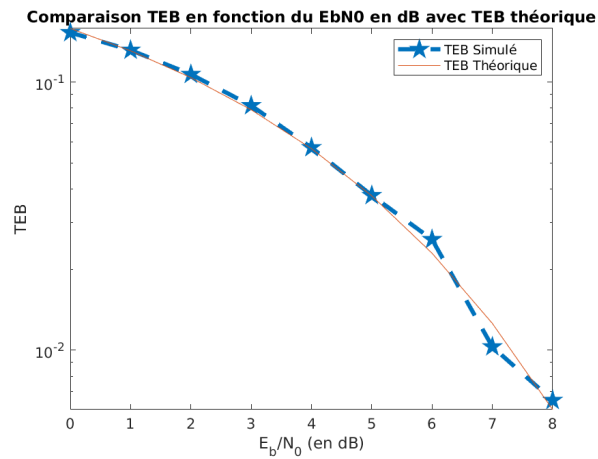


FIGURE 28 – Tracé du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.

4. Voici ci-dessous le tracé, sur une même figure, du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée. (cf. FIGURE 29)

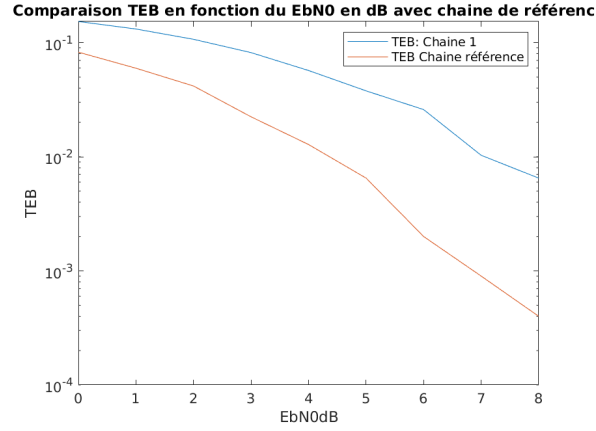


FIGURE 29 – Tracé du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.

5. On observe que la chaîne de référence est meilleure en termes d'efficacité spectrale que la chaîne de transmission, en effet pour un TEB fixé, on a un $\frac{E_b}{N_0}$ plus faible pour la chaîne de référence. Cela est notamment du au fait que le filtre de réception n'est pas adapté pour cette chaîne de transmission.

4.4 Deuxième chaîne à étudier, implanter et comparer à la chaîne de référence

Fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz, débit binaire $R_b = 3000$ bits par seconde, mapping 4-aire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$), réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, h et h_r , rectangulaires de hauteur 1 et de durée T_s .

4.5 Implantation de la chaîne sans bruit

Voici ci-dessous le tracé du diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s (N_s échantillons) (cf. FIGURE 30).

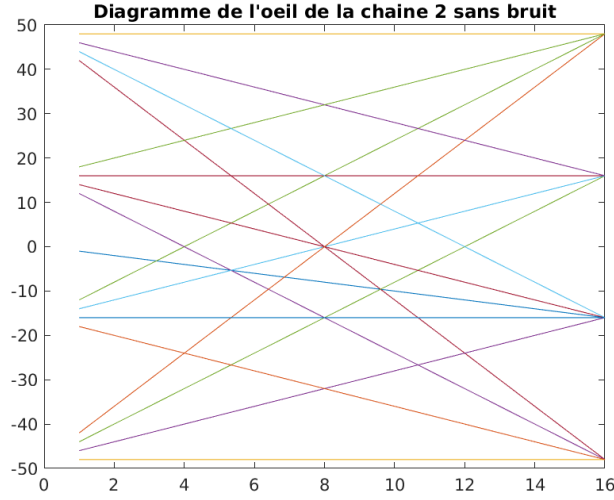


FIGURE 30 – Tracé du diagramme de l’oeil en sortie du filtre de réception sur la durée T_s

On en déduit donc $n_0 = T_s$ comme instant optimal pour respecter Nyquist (mêmes raisons que ce que pour vérifier le critère pour $M = 2$, mais ici il faut en 4). Ce diagramme de l’oeil est conforme à ce qui est attendu en théorie.

4.6 Implantation de la chaine avec bruit

1. Voici ci-dessous le tracé du taux d’erreur symbole (TES) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l’entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels pour des valeurs allant de 0 à 8 dB. (cf. FIGURE 31)

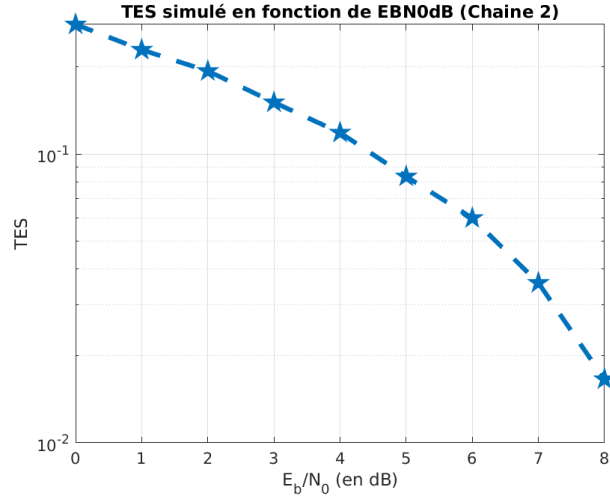


FIGURE 31 – Tracé du TES obtenu suivant $(E_b/N_0)_{dB}$

2. Voici ci-dessous le tracé, sur une même figure, du TES simulé et du TES théorique de la chaîne étudiée donné ci-dessous : $TES = \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$ pour une transmission de symboles 4-aires indépendants prenant leurs valeurs dans $\pm 1, \pm 3$, en utilisant une chaîne de transmission respectant le critère de Nyquist, le critère de filtrage adapté et utilisant les instants optimaux d'échantillonnage et seuils optimaux de décision. (cf. FIGURE 32)

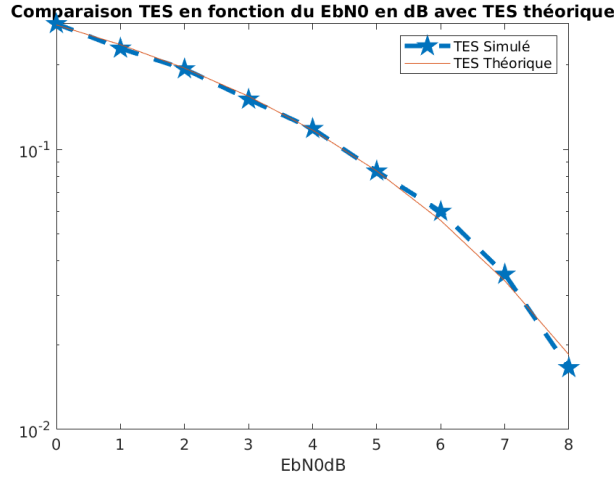


FIGURE 32 – Tracé du TES simulé et du TES théorique

3. Voici ci-dessous le tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et du TEB suivant : $TEB = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$. (cf. FIGURE 33)

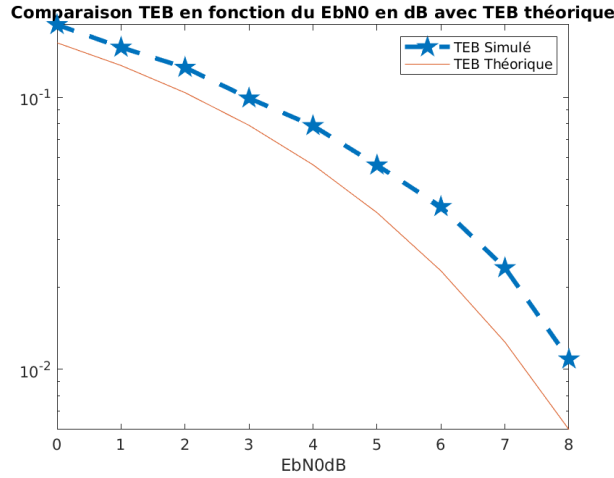


FIGURE 33 – Comparaison du TEB simulé et du TEB théorique

Les deux courbes sont différents parce que le TEB théorique est obtenu lorsqu'on utilise le codage de Gray. Or ici, ce n'est pas le cas.

4. Voici ci-dessous le tracé, sur la même figure, du TEB obtenu par simulation

pour la chaîne de transmission étudiée et du TEB de la chaîne de référence. (cf. FIGURE 34)

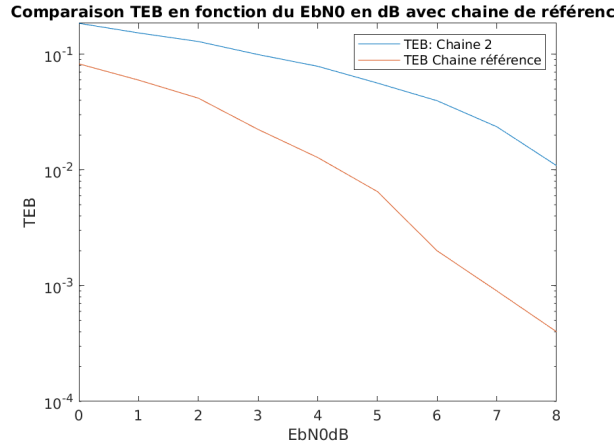


FIGURE 34 – Tracé du TEB obtenu par simulation pour la chaîne de transmission étudiée et du TEB de la chaîne de référence

La chaîne étudiée a un meilleur TEB que la chaîne précédente.

5. La chaîne qui admet l'efficacité en puissance la plus importante est la chaîne de référence. En effet, son TEB est inférieur à celui de la chaîne de transmission. Par ailleurs, dans la mesure où nous avons choisi un mapping 4-aires pour cette deuxième chaîne, ceci était donc prévisible. De ce fait, nous avons une meilleure efficacité spectrale que la chaîne de référence au détriment de l'efficacité en puissance.

5 Conclusion

Ce projet comporte donc 3 parties qui ont chacune plusieurs objectifs.

Pour la première séquence, on peut en effet mettre en évidence les différents éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission. On a ainsi

1. Comparer 3 modulateurs différents.
2. Comprendre les éléments qui influencent l'efficacité spectrale.

Pour la deuxième séquence, le travail consacré à l'étude des interférences entre symboles dans une chaîne de transmission et à l'attention portée sur le res-

pect du critère de Nyquist, et on a ainsi pu

1. Appliquer les méthodes d'échantillonnage vues en cours afin de respecter le critère de Nyquist.
2. Tracer également des diagrammes de l'oeil afin de détecter l'instant optimal d'échantillonnage.

Pour la troisième séquence, on a étudié l'impact de l'ajout du bruit dans la chaîne de transmission numérique, bruit qui a été ajouté par le canal sur la transmission. On a également pu voir l'influence du filtrage adapté et estimer puis calculer le taux d'erreur binaire et symbole afin de pouvoir comparer et de mettre en application la partie théorie qu'on a vu en cours. Ainsi, on a pu

1. Comparer différentes chaînes de transmission.
2. Comprendre l'influence du bruit sur ces différentes chaînes.

6 Références

- [1] **Benoît ESCRIG**, Enseignant-chercheur à Toulouse INP-ENSEEIH
- [2] **Jean-Yves TOURNERET**, Enseignant-chercheur à Toulouse INP-ENSEEIH
- [3] **Nathalie THOMAS**, Enseignante-chercheuse à Toulouse INP-ENSEEIH

7 Annexes éventuelles

7.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaînes de transmission

7.1.1 Chaîne de transmission sur porteuse

On introduit un bruit réel de densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2}$ dans la bande F_e . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M)E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = \frac{1}{F_e}$ étant la période d'échantillonnage
- P_{r_e} représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu : $P_{r_e} = P_r^2$, si P_r représente la puissance du signal reçu.

7.1.2 Chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires X_k prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$ avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2}$$

où m_{TEB} et σ_{TEB}^2 représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.

La précision sur les mesures de TEB sera donnée par ϵ . On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[X_k] = \frac{1}{N} N(1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k\right)^2\right] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ (N cas) alors $E[X_k^2] = 1^2 p + 0^2 (1 - p) = p$,
- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors $E[X_k X_i] = E[X_k] E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} Np + (N^2 - N)p^2 - p^2 = \frac{p(1 - p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1-p}{Np} \approx \frac{1}{Np} \text{ pour } p \ll 1$$

On obtient alors

- le nombre d'élément binaire à générer, N , de manière à obtenir une précision ϵ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 102 avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2} \cdot (10^{-1})^2} = 10^4$ bits,
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $\frac{1}{\epsilon^2}$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision ϵ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $\frac{1}{\epsilon^2} = 102$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise