



SCIENCE DU NUMERIQUE

S6 - TÉLÉCOMMUNICATIONS

---

# Etude de chaines de transmissions

---

## sur fréquence porteuse

---

*Auteurs :*

Bryan CHEN

Aicha BENNAGHMOUCH

3 juin 2022

Département Sciences du Numérique - Première année  
2021-2022

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Définition de la chaine passe-bas équivalente à une chaine de transmission sur fréquence porteuse</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire</b>	<b>5</b>
3.1	Implantation de la chaine sur fréquence porteuse . . . . .	5
3.2	Implantation de la chaine passe-bas équivalente . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Comparaison de modulations sur fréquence porteuse</b>	<b>14</b>
4.1	Transmissions à étudier . . . . .	14
4.2	Implantation sous Matlab . . . . .	14
4.2.1	Etude de chaque chaine de transmission . . . . .	15
4.2.2	Comparaison des chaines de transmission . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>29</b>
<b>6</b>	<b>Références</b>	<b>29</b>
<b>7</b>	<b>Annexes éventuelles</b>	<b>30</b>
7.1	Puissance de bruit à introduire dans les chaines de transmission .	30
7.1.1	Chaine de transmission sur porteuse . . . . .	30
7.1.2	Chaine de transmission passe-bas équivalente à la chaine de transmission sur fréquence porteuse . . . . .	30

## Table des figures

1	Chaîne de transmission sur fréquence porteuse . . . . .	4
2	Chaîne de transmission passe-bas équivalente . . . . .	5
3	Tracé du signal généré sur la voie en phase . . . . .	6
4	Tracé du signal généré sur la voie en quadrature . . . . .	7
5	Tracé du signal transmis sur fréquence porteuse . . . . .	7
6	Tracé de la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse . . . . .	8
7	TEB nul pour la chaine complète sans bruit . . . . .	8
8	TEB nul pour la chaine complète sans bruit . . . . .	9
9	Comparaison du TEB simulé au TEB théorique . . . . .	9
10	Tracé du signal généré sur la voie en phase avec implantation passe-bas équivalente . . . . .	10
11	Tracé du signal généré sur la voie en quadrature avec implantation passe-bas équivalente . . . . .	11
12	Tracé de la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse . . . . .	11

13	TEB nul pour la chaine complète sans bruit . . . . .	12
14	Tracé du TEB suivant les valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ . . . . .	12
15	Tracé des constellations en sortie du mapping . . . . .	13
16	Tracé des constellations en sortie de l'échantillonneur pour plusieurs $E_b/N_0$ . . . . .	13
17	Comparaison des TEBs . . . . .	14
18	Liste des transmissions à étudier . . . . .	14
19	TEB nul pour 4-ASK . . . . .	15
20	TEB nul pour 4-PSK . . . . .	15
21	TEB nul pour 8-PSK . . . . .	16
22	TEB nul pour 16-QAM . . . . .	16
23	Constellation 4-ASK en sortie du mapping . . . . .	17
24	Constellation 4-ASK en sortie de l'échantillonneur . . . . .	17
25	Constellation 4-PSK en sortie du mapping . . . . .	18
26	Constellation 4-PSK en sortie de l'échantillonneur . . . . .	18
27	Constellation 8-PSK en sortie du mapping . . . . .	19
28	Constellation 8-PSK en sortie de l'échantillonneur . . . . .	19
29	Constellation 16-QAM en sortie du mapping . . . . .	20
30	Constellation 16-QAM en sortie de l'échantillonneur . . . . .	20
31	TEB en fonction de $E_b/N_0$ (4-ASK) . . . . .	21
32	TEB en fonction de $E_b/N_0(4 - PSK)$ . . . . .	21
33	TEB en fonction de $E_b/N_0$ (8-PSK) . . . . .	22
34	TEB en fonction de $E_b/N_0$ (16-QAM) . . . . .	22
35	Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (4-ASK) . .	23
36	Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (4-PSK) . .	23
37	Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (8-PSK) . .	24
38	Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (16-QAM) .	24
39	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-ASK . .	25
40	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-PSK . .	26
41	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 8-PSK . .	26
42	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 16-QAM .	27
43	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-ASK avec bruit . . . . .	27
44	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-PSK avec bruit . . . . .	28
45	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 8-PSK avec bruit . . . . .	28
46	Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 16-QAM avec bruit . . . . .	29

## 1 Introduction

Les objectifs du travail présenté dans ce rapport sont les suivants :

1. Être capable d'implanter une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM et d'explicitier le rôle des différents éléments la composant,
2. Être capable de déterminer puis d'implanter la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM
3. Être capable d'expliquer les observations réalisées, les résultats obtenus sur la chaîne implantée (sur porteuse ou passe-bas équivalente) en vous appuyant sur l'étude théorique de cette même chaîne,
4. Être capable de comparer, en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance, plusieurs chaînes de transmission sur fréquence porteuse en utilisant une implantation de type chaîne passe-bas équivalente.

## 2 Définition de la chaîne passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse

Afin de réduire les temps de simulation et de réutiliser les calculs réalisés en bande de base, on définit une chaîne passe-bas équivalente associée à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse à étudier. La figure 1 rappelle le schéma d'une chaîne de transmission sur fréquence porteuse, tandis que la figure 2 rappelle celui de la chaîne passe-bas équivalente associée.

Pour passer de l'une à l'autre, on définit un signal complexe basse fréquence :

$$x_e(t) = I(t) + jQ(t),$$

équivalent au signal modulé sur porteuse transmis :

$$x(t) = Re[x_e(t)e^{j2f_p t}], f_p \text{ étant la fréquence porteuse.}$$

$x_e(t)$  est appelé enveloppe complexe associée à  $x(t)$ . Elle possède une densité spectrale de puissance qui est égale à quatre fois la partie positive de la densité spectrale de puissance de  $S_x(f)$  ramenée autour de la fréquence 0 :

$$S_{x_e}(f) = 4S_x(f + f_p)U(f + f_p), U(f) \text{ représentant la fonction échelon unité}$$

On a aussi :

$$S_x(f) = \frac{1}{4}(S_{x_e}(f - f_p) + S_{x_e}(-f - f_p))$$

De la même manière, on associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit  $n(t)$  introduit par le canal de propagation et filtré sur la bande du signal modulé :

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$$

avec

$$S_{n_e}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p) = 4\frac{N_0}{2} = 2N_0, \text{ autour de la fréquence } 0$$

Il viendra s'ajouter sur la bande  $F_e$  (fréquence d'échantillonnage), avec une même puissance sur chaque voie.

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = N_0 F_e$$

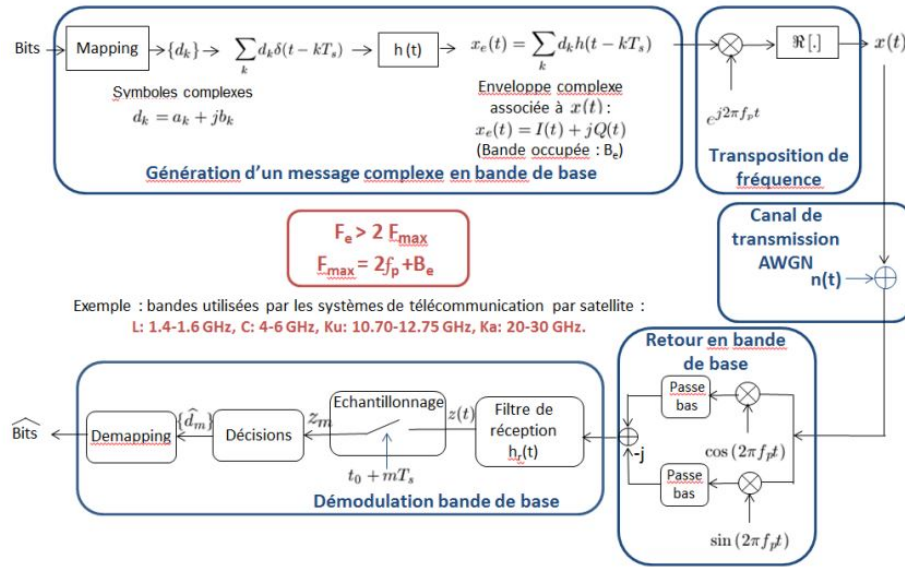


FIGURE 1 – Chaîne de transmission sur fréquence porteuse

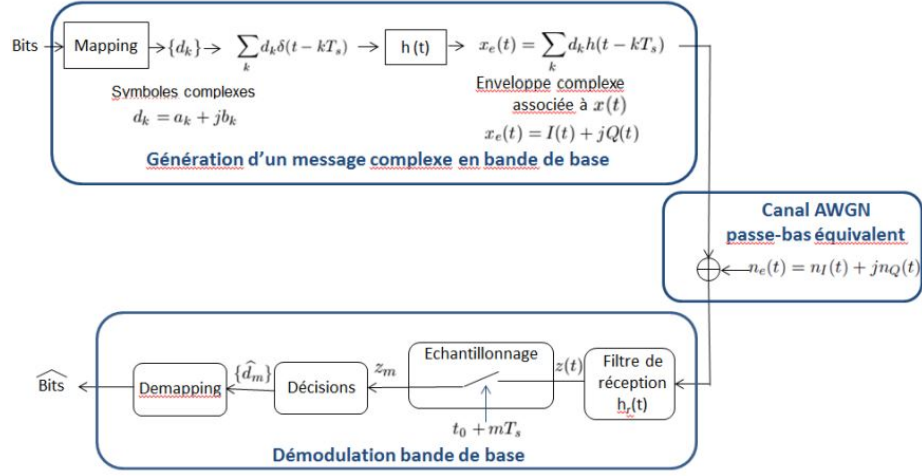


FIGURE 2 – Chaîne de transmission passe-bas équivalente

### 3 Utilisation de la chaîne passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on implante la chaîne de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaîne passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

#### 3.1 Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse

On implantera, dans un premier temps, la chaîne de transmission QPSK sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, canal AWGN et récepteur optimal (critère de Nyquist respecté, filtrage adapté, instants optimaux d'échantillonnage, détecteur à seuil avec seuil optimaux).

Remarque : On peut réaliser ici le mapping/demapping et les prises décisions "à la main", pour les modulations d'ordre plus élevés on utilisera des fonctions Matlab.

Le roll-off du filtre de mise en forme sera pris égal 0.35, la fréquence porteuse  $f_p = 2kHz$ , la fréquence d'échantillonnage  $F_e = 10kHz$  et le débit binaire  $R_b = 2kbps$ .

Le canal de transmission (AWGN) ne fait qu'ajouter un bruit blanc (densité

spectrale de puissance  $\frac{N_0}{2} \forall f$ ) et gaussien au signal en sortie du modulateur. Ce bruit sera ici réel et généré sur la bande  $F_e$  (fréquence d'échantillonnage), grâce à la fonction `randn` de matlab, avec plusieurs puissances différentes, notées  $\sigma_n^2$ , que l'on calculera, en fonction des rapports signal à bruit par bit souhaités à l'entrée du récepteur  $\frac{E_b}{N_0}$ , de la manière suivante (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où  $M$  représente l'ordre de la modulation,  $N_s$  le facteur de suréchantillonnage et  $P_r$  la puissance du signal reçu qui peut être obtenue sous matlab de la manière suivante :  $P_r = \text{mean}(\text{abs}(r).^2)$ , si  $r$  représente le vecteur d'échantillons de signal reçu.

1. Ci-dessous les signaux générés sur les voies en phase (cf. FIGURE 3) et en quadrature (cf. FIGURE 4) ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse (cf. FIGURE 5) :

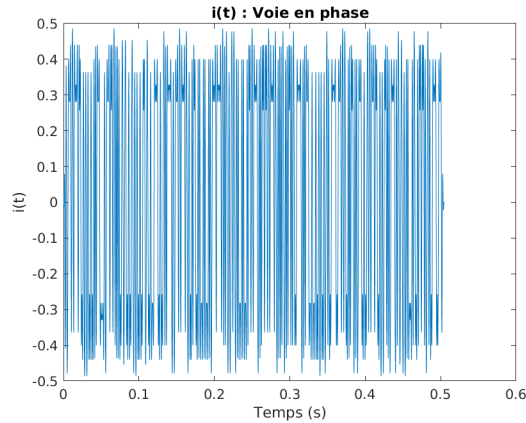


FIGURE 3 – Tracé du signal généré sur la voie en phase

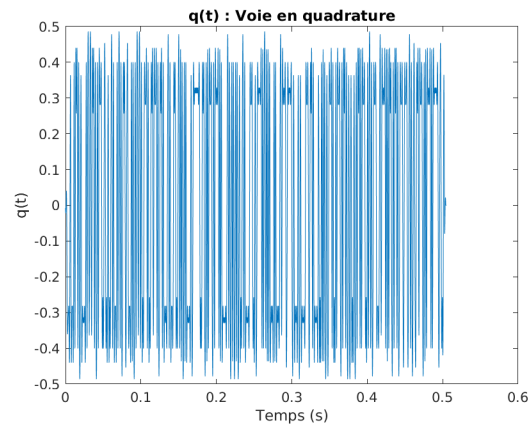


FIGURE 4 – Tracé du signal généré sur la voie en quadrature

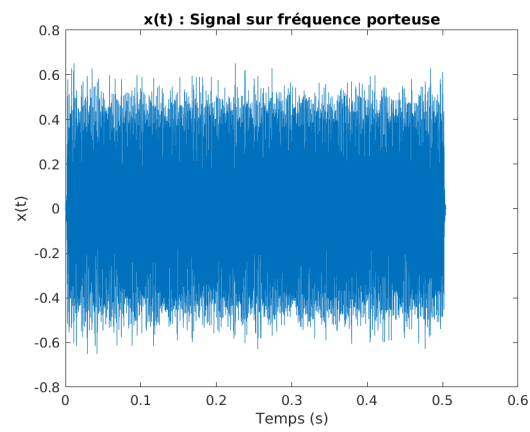


FIGURE 5 – Tracé du signal transmis sur fréquence porteuse



2. Ci-dessous le tracé de la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond à ce qui est attendu en théorie, parce qu'on obtient bien deux gaussiennes autour de  $f_p$  et de  $F_e - f_p$ . (cf. FIGURE 6) :

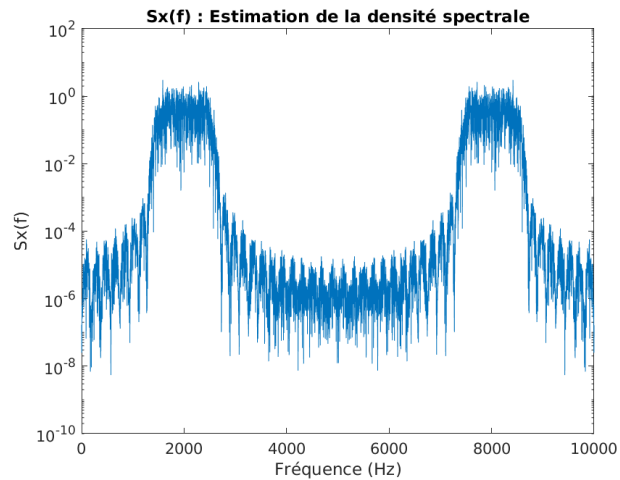


FIGURE 6 – Tracé de la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse

3. Après avoir implanté la chaîne complète sans bruit, on vérifie bien que le TEB obtenu est bien nul. (cf. FIGURE 7) :

```

131 %% TEB
132 TEB = sum(bits~=bits_recus);
133 if sum(bits~=bits_recus)==0
134     display('TEB = 0 ');
135 end

```

Command Window

```

>> sequence4
TEB = 0

```

FIGURE 7 – TEB nul pour la chaîne complète sans bruit

4. Tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur  $(E_b/N_0)_{dB}$  et après ajout du bruit. On prendra des valeurs de  $(E_b/N_0)_{dB}$  allant de 0 à 6 dB. (cf. FIGURE 8) :

```

131 %% TEB
132 TEB = sum(bits~=bits_recus);
133 if sum(bits~=bits_recus)==0
134     display('TEB = 0 ');
135 end

```

---

```

Command Window

>> sequence4
TEB = 0

```

FIGURE 8 – TEB nul pour la chaîne complète sans bruit

5. Ci-dessous la comparaison du TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé sur une même figure) (cf. FIGURE 9) :

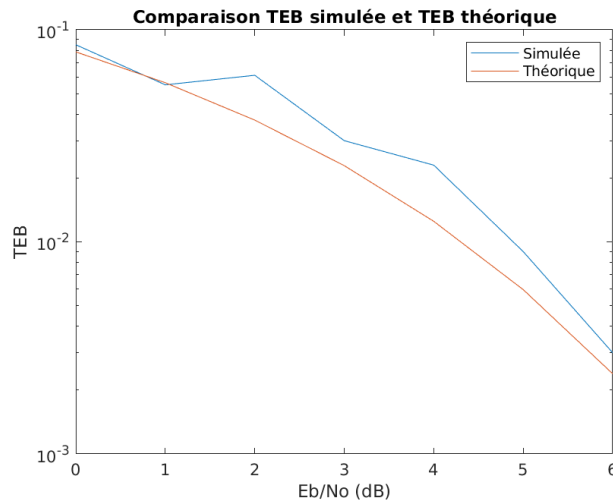


FIGURE 9 – Comparaison du TEB simulé au TEB théorique

### 3.2 Implantation de la chaîne passe-bas équivalente

On plantera, dans un deuxième temps, la chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment.

Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est cette fois un bruit complexe  $n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$ . Il viendra s'ajouter sur la bande  $F_e$  avec une même puissance sur chaque voie ( $\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$ ), puissance

que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur  $\frac{E_b}{N_0}$  souhaités de la manière suivante (démonstration en annexe) :

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = \frac{P_{r_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où  $M$  représente l'ordre de la modulation,  $N_s$  le facteur de suréchantillonnage et  $P_{r_e}$  la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu qui peut être obtenu sous matlab de la manière suivante :  $P_{r_e} = \text{mean}(\text{abs}(r_e).^2)$ , si  $r_e$  représente le vecteur d'échantillons de l'enveloppe complexe associée au signal reçu.

1. Ci-dessous les signaux générés sur les voies en phase (cf. FIGURE 10) et en quadrature (cf. FIGURE 11) :

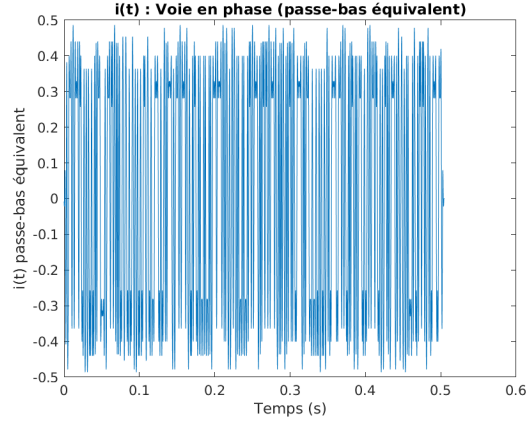


FIGURE 10 – Tracé du signal généré sur la voie en phase avec implantation passe-bas équivalente

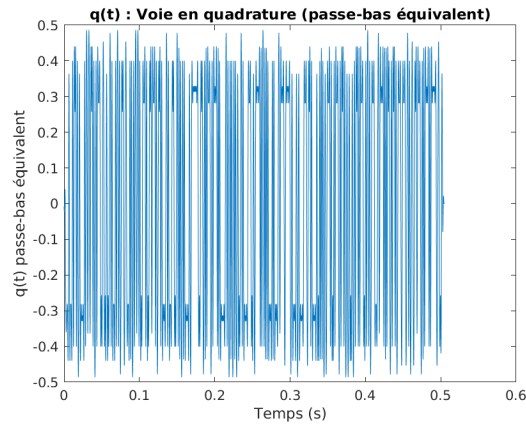


FIGURE 11 – Tracé du signal généré sur la voie en quadrature avec implantation passe-bas équivalente

2. Ci-dessous le tracé de la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse. (cf. FIGURE 12) Le tracé observé (forme, position) correspond à ce qui est attendu en théorie (en effet, on obtient bien deux gaussiennes et symétrique par rapport à la droite  $f = 5000\text{Hz}$ ) :

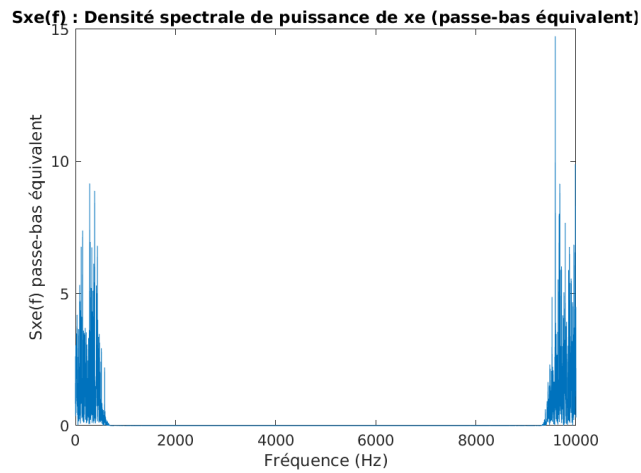


FIGURE 12 – Tracé de la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse

3. Après avoir implanté la chaîne complète sans bruit, on vérifie bien que le TEB obtenu est bien nul. (cf. FIGURE 13) :

```

268 %% TEB
269 TEB_pbe = sum(bits~=bits_recus_pbe);
270 if sum(bits~=bits_recus_pbe)==0
271     display('TEB = 0 (passe-bas équivalent)');
272 end

```

---

**Command Window**

```

>> sequence4
TEB = 0 (passe-bas équivalent)

```

FIGURE 13 – TEB nul pour la chaîne complète sans bruit

4. Tracé du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur  $(E_b/N_0)_{dB}$  et après ajout du bruit. On prendra des valeurs de  $(E_b/N_0)_{dB}$  allant de 0 à 6 dB. (cf. FIGURE 14) :

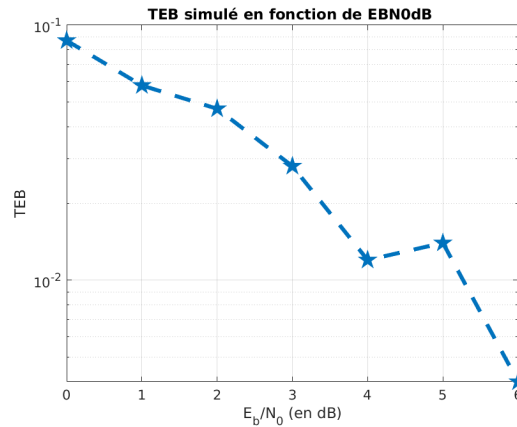


FIGURE 14 – Tracé du TEB suivant les valeurs de  $(E_b/N_0)_{dB}$

5. Ci-dessous le tracé des constellations en sortie du mapping (cf. FIGURE 15) et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$  (cf. FIGURE 16) :

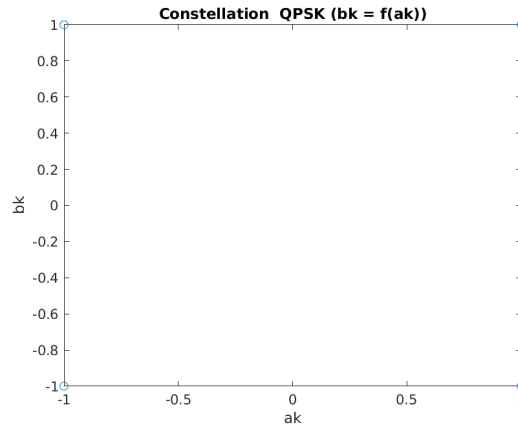


FIGURE 15 – Tracé des constellations en sortie du mapping

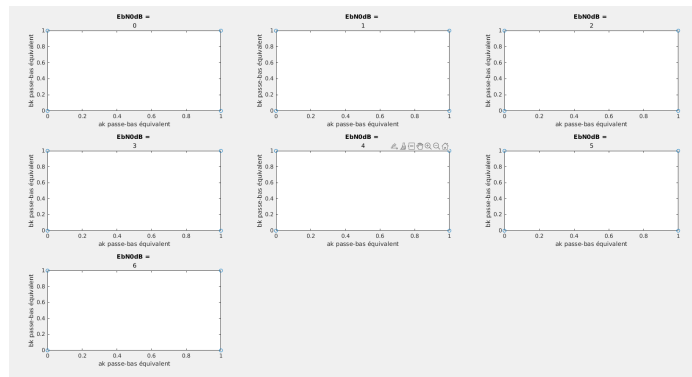


FIGURE 16 – Tracé des constellations en sortie de l'échantillonneur pour plusieurs  $E_b/N_0$

6. On obtient bien le même TEB que celui obtenu avec la chaîne simulée sur fréquence porteuse (cf. FIGURE 17)

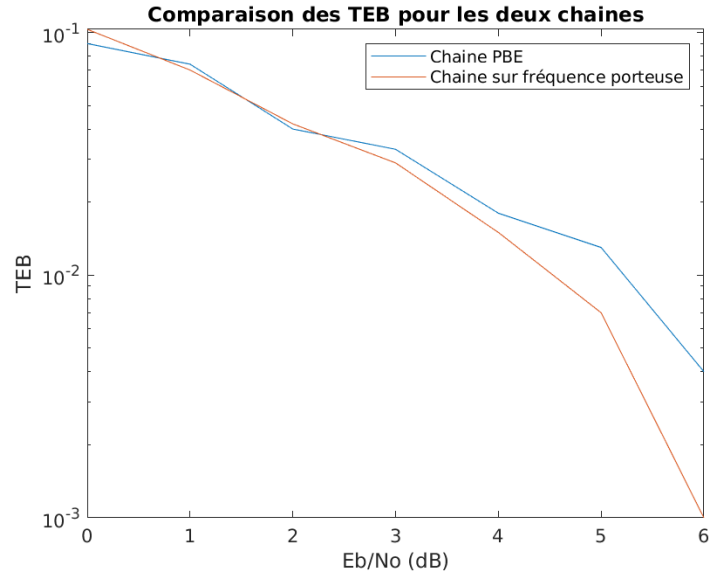


FIGURE 17 – Comparaison des TEBs

## 4 Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

### 4.1 Transmissions à étudier

On considèrera les quatre chaînes de transmission définies dans le tableau suivant (cf. FIGURE 18) ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter" ou filtre en racine de cosinus surélevé en français) :

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Filtre de reception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Debit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-2</sup>

FIGURE 18 – Liste des transmissions à étudier

### 4.2 Implantation sous Matlab

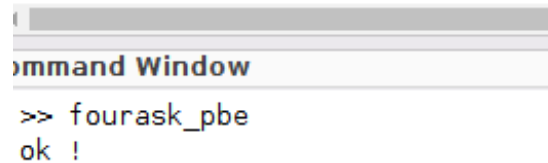
Il s'agira d'implanter, d'analyser et de comparer les chaînes passe-bas équivalentes associées aux chaînes de transmissions proposées dans l'étude théorique. Pour cela :

#### 4.2.1 Etude de chaque chaine de transmission

1. Voici ci-dessous les implantations de la chaine complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

**4-ASK** (cf. FIGURE 19)

```
%% TEB
taux = sum(bits ~= bits_recus);
TEB = 100 * taux / n;
if taux==0
    display('ok ! ');
end
```

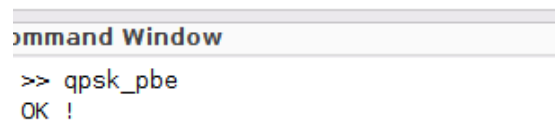


```
Command Window
>> fourask_pbe
ok !
```

FIGURE 19 – TEB nul pour 4-ASK

**4-PSK** (cf. FIGURE 20)

```
%% TEB
TEB_pbe = sum(bits~=bits_recus_pbe);
if sum(bits~=bits_recus_pbe)==0
    display('OK !')
end
```



```
Command Window
>> qpsk_pbe
OK !
```

FIGURE 20 – TEB nul pour 4-PSK

**8-PSK** (cf. FIGURE 21)



```

%% TEB
TEB = sum(bits~=bits_recus);
if sum(bits~=bits_recus)==0
    display('Ok ! ')
end

```

Command Window

```

>> eightpsk_pbe
Ok !

```

FIGURE 21 – TEB nul pour 8-PSK

16-QAM (cf. FIGURE 22)

```

%% TEB
TEB = sum(bits~=bits_recus_final);
if sum(bits~=bits_recus_final)==0
    display('Ok! ')
end

```

Command Window

```

>> sixteenquam_pbe
Ok!

```

FIGURE 22 – TEB nul pour 16-QAM

2. Après ajout du bruit :

Voici ci-dessous les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de  $E_b/N_0$

4-ASK (cf. FIGURE 23 et 24)

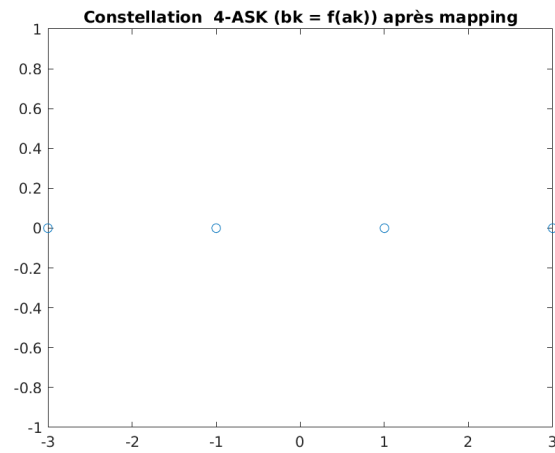


FIGURE 23 – Constellation 4-ASK en sortie du mapping

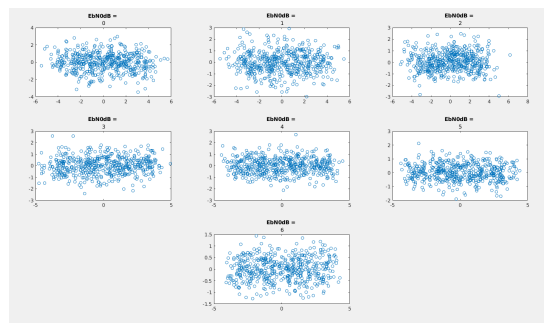


FIGURE 24 – Constellation 4-ASK en sortie de l'échantillonneur

**4-PSK** (cf. FIGURE 25 et 26)

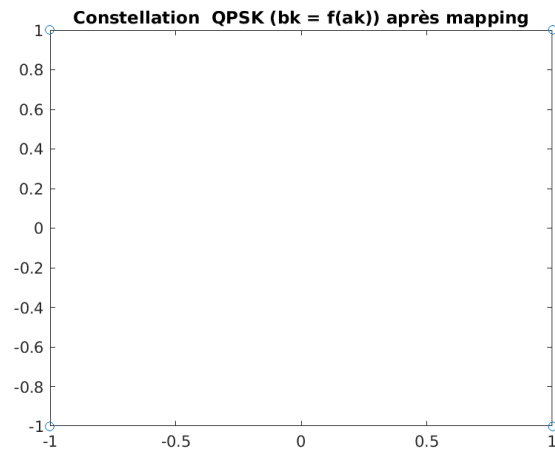


FIGURE 25 – Constellation 4-PSK en sortie du mapping

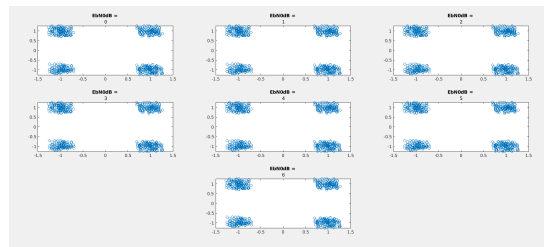


FIGURE 26 – Constellation 4-PSK en sortie de l'échantillonneur

**8-PSK** (cf. FIGURE 27 et 28)

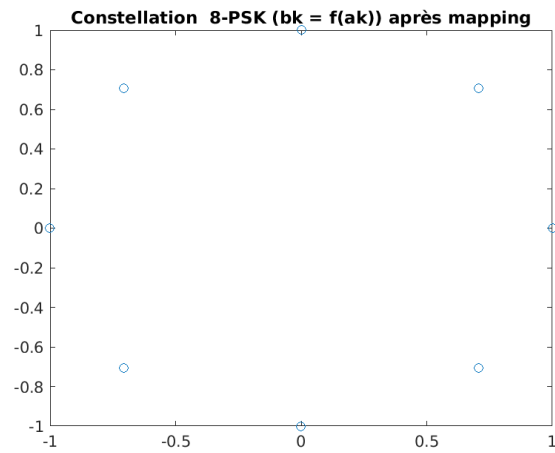


FIGURE 27 – Constellation 8-PSK en sortie du mapping

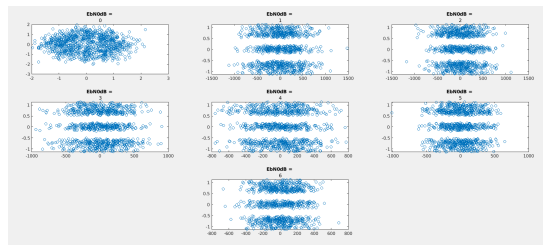


FIGURE 28 – Constellation 8-PSK en sortie de l'échantillonneur

**16-QAM** (cf. FIGURE 29 et 30)

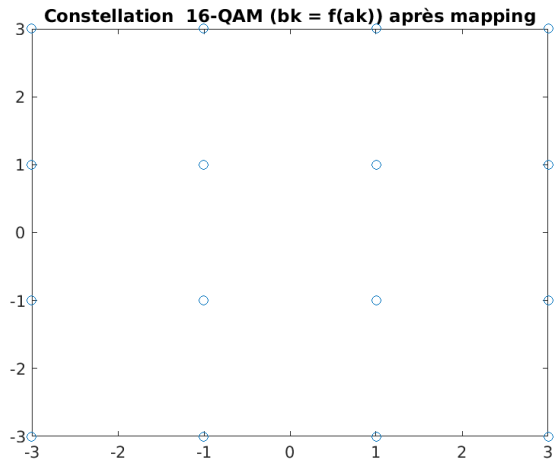


FIGURE 29 – Constellation 16-QAM en sortie du mapping

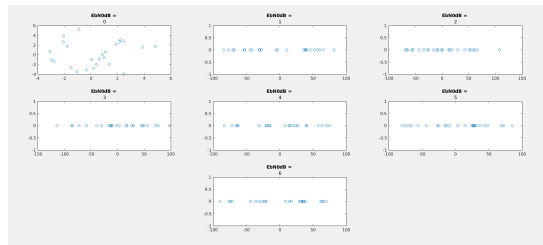


FIGURE 30 – Constellation 16-QAM en sortie de l'échantillonneur

Voici ci-dessous le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur ( $E_b/N_0$ ) en décibels. On prendra des valeurs de  $(E_b/N_0)_dB$  allant de 0 à 6 dB.

**4-ASK** (cf. FIGURE 31)

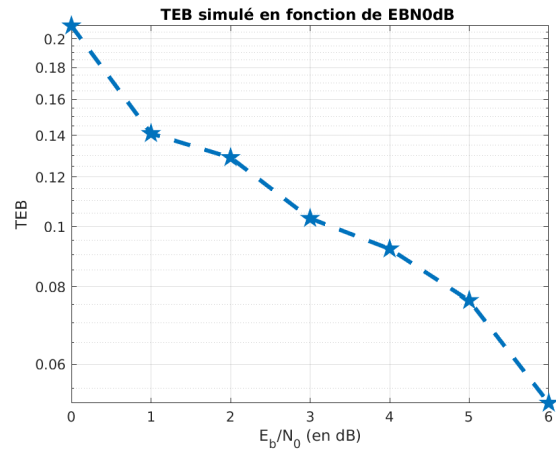


FIGURE 31 – TEB en fonction de  $E_b/N_0$  (4-ASK)

**4-PSK** (cf. FIGURE 32)

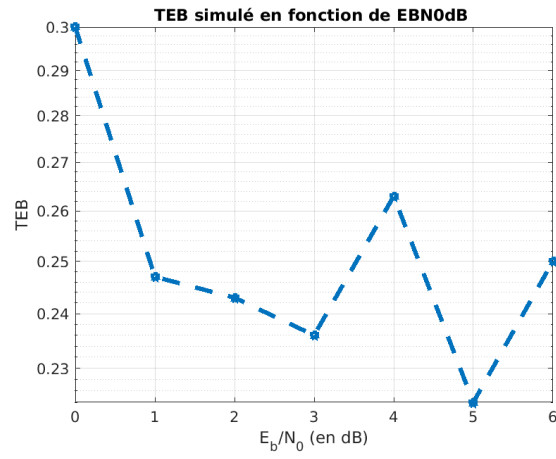


FIGURE 32 – TEB en fonction de  $E_b/N_0$  (4-PSK)

**8-PSK** (cf. FIGURE 33)

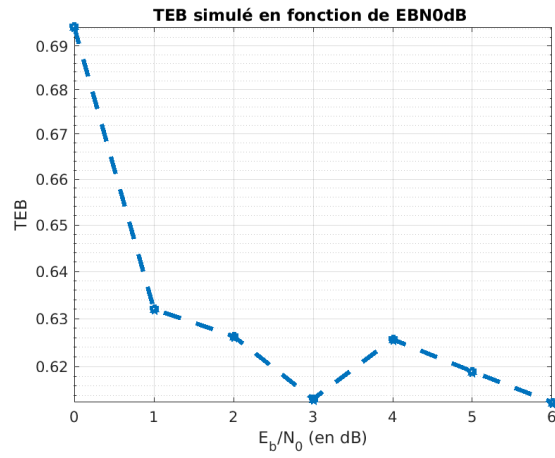


FIGURE 33 – TEB en fonction de  $E_b/N_0$  (8-PSK)

**16-QAM** (cf. FIGURE 34)

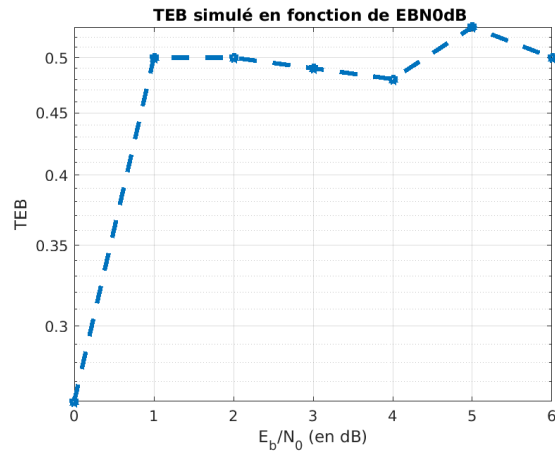


FIGURE 34 – TEB en fonction de  $E_b/N_0$  (16-QAM)

Voici ci-dessous la comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission.

**4-ASK** (cf. FIGURE 35)

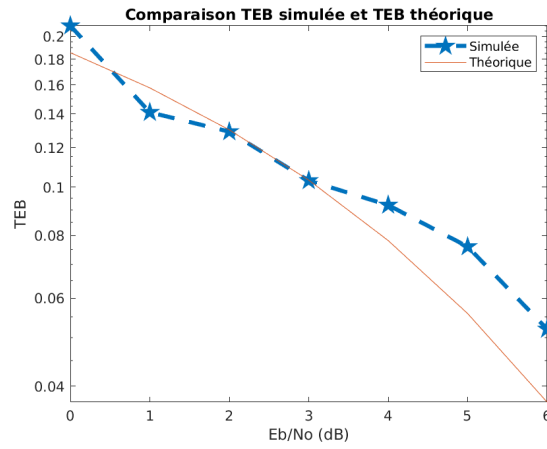


FIGURE 35 – Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (4-ASK)

**4-PSK** (cf. FIGURE 36)

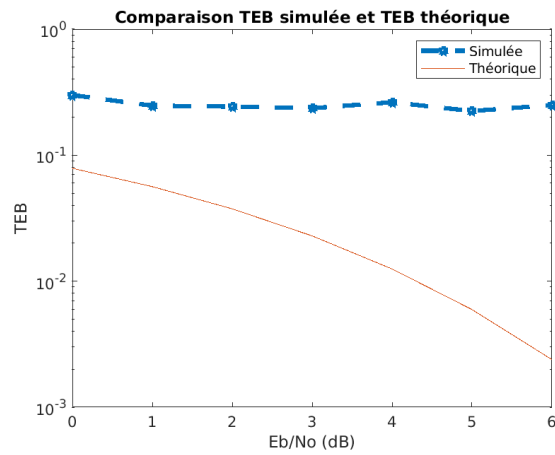


FIGURE 36 – Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (4-PSK)

**8-PSK** (cf. FIGURE 37)



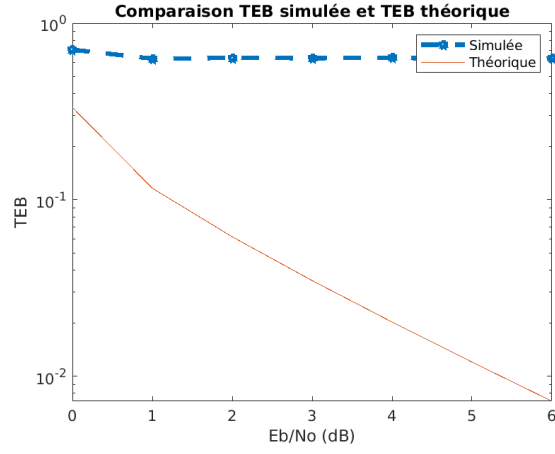


FIGURE 37 – Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (8-PSK)

**16-QAM** (cf. FIGURE 38)

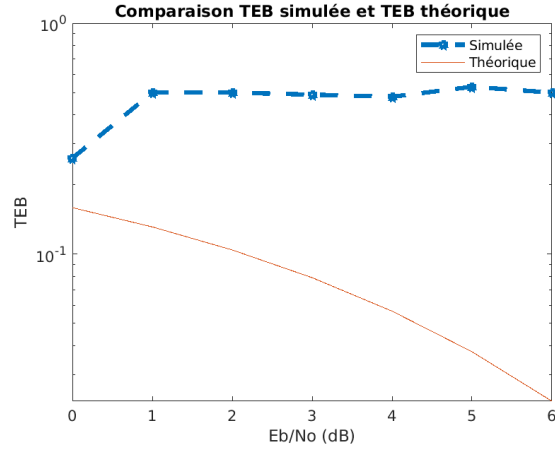


FIGURE 38 – Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique (16-QAM)

#### 4.2.2 Comparaison des chaines de transmission

1. En utilisant les tracés obtenus pour leurs TEBs, on obtient donc la comparaison suivante en termes d'efficacité en puissance :

$$\text{efficacité}_{Q-PSK} > \text{efficacité}_{8-PSK} > \text{efficacité}_{16-QAM} > \text{efficacité}_{4-ASK}$$

(en se basant sur les valeurs des courbes théoriques, on observe que le TEB est plus faible pour un  $E_b/N_0$  donné)

2. Pour un même débit binaire, on obtient les tracés suivant (cf. FIGURE 39) des densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaines de transmission étudiées afin de les comparer en termes d'efficacité spectrale et de les classer (en expliquant votre raisonnement)

**4-ASK** (cf. FIGURE 39)

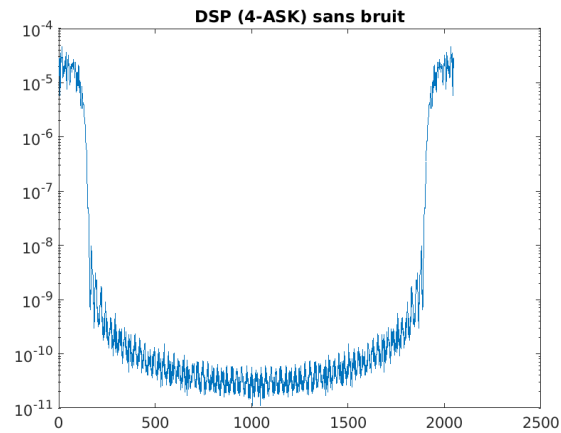


FIGURE 39 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-ASK

**4-PSK** (cf. FIGURE 40)

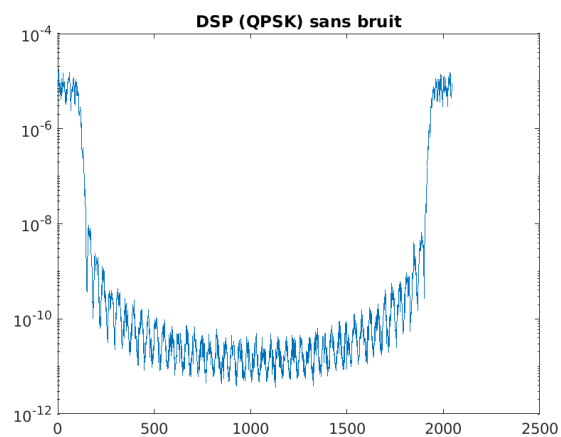


FIGURE 40 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-PSK

**8-PSK** (cf. FIGURE 41)

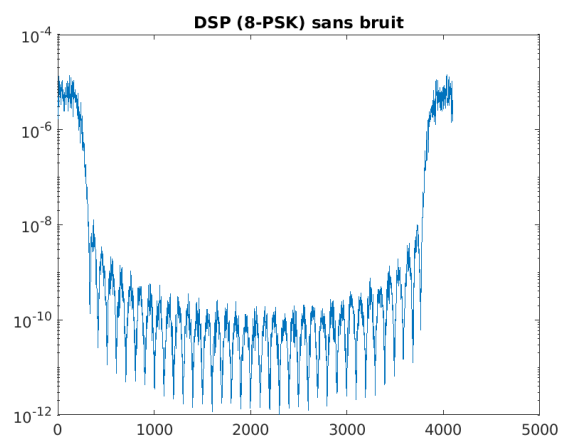


FIGURE 41 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 8-PSK

16-QAM (cf. FIGURE 42)

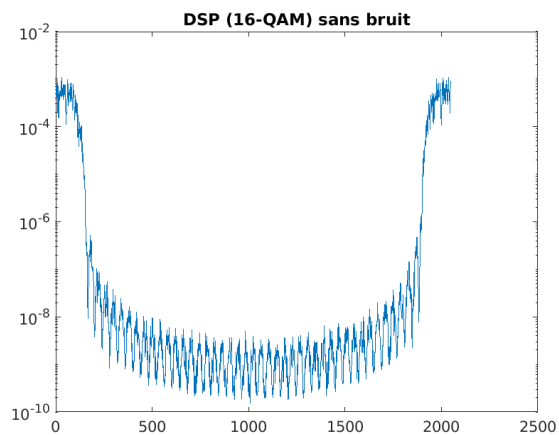


FIGURE 42 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 16-QAM

Et ci-dessous les tracés de la densité spectrale de puissance des signaux émis avec bruit :

4-ASK (cf. FIGURE 43)

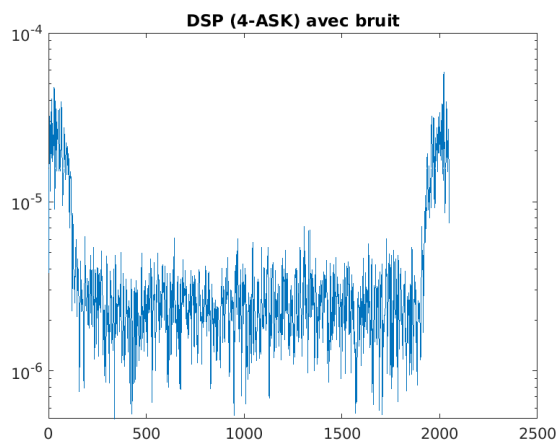


FIGURE 43 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-ASK avec bruit

**4-PSK** (cf. FIGURE 44)

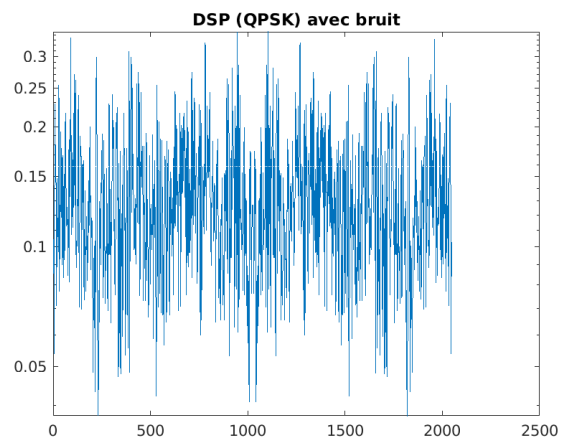


FIGURE 44 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 4-PSK avec bruit

**8-PSK** (cf. FIGURE 45)

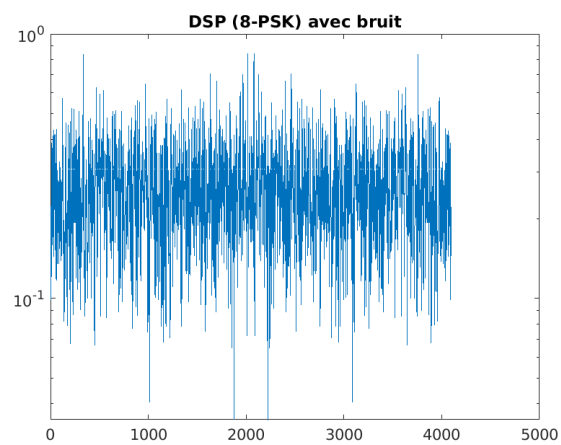


FIGURE 45 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 8-PSK avec bruit

**16-QAM** (cf. FIGURE 46)

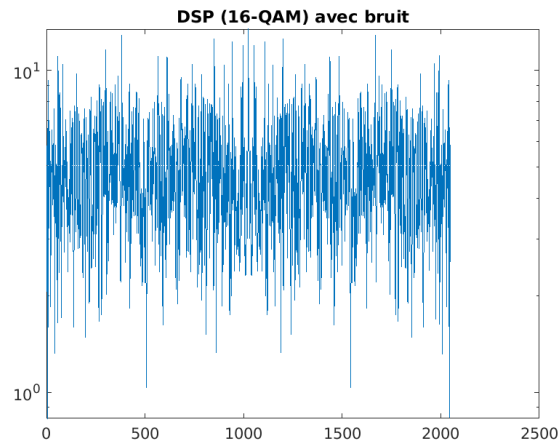


FIGURE 46 – Tracé du densité spectrale de puissance du signal émis 16-QAM avec bruit

## 5 Conclusion

Au cours de ce TP qui traite ainsi des transmissions sur fréquence porteuse, on a donc pu :

1. Mettre en application nos connaissances au sein de ce TP.
2. Implanter une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK, ASK et QAM avec des M différents.
3. Déterminer et implanter la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM.

## 6 Références

- [1] **Benoît ESCRIG**, Enseignant-chercheur à Toulouse INP-ENSEEIHT
- [2] **Jean-Yves TOURNERET**, Enseignant-chercheur à Toulouse INP-ENSEEIHT
- [3] **Nathalie THOMAS**, Enseignante-chercheuse à Toulouse INP-ENSEEIHT

## 7 Annexes éventuelles

### 7.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaines de transmission

#### 7.1.1 Chaîne de transmission sur porteuse

On introduit un bruit réel de densité spectrale de puissance  $\frac{N_0}{2}$  dans la bande  $F_e$ . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où

- $E_s$  représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur :  $E_s = \log_2(M) E_b$ , si  $E_b$  représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et  $M$  l'ordre de la modulation,
- $T_s$  représente la durée symbole,
- $N_s$  représente le facteur de suréchantillonnage :  $T_s = N_s T_e$ ,  $T_e = \frac{1}{F_e}$  étant la période d'échantillonnage
- $P_{r_e}$  représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu :  $P_{r_e} = P_r^2$ , si  $P_r$  représente la puissance du signal reçu.

#### 7.1.2 Chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires  $X_k$  prenant leurs valeurs dans l'ensemble  $\{0, 1\}$  avec les probabilités  $P[X_k = 0] = 1 - p$  (pas d'erreur) et  $P[X_k = 1] = p$  (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2}$$

où  $m_{TEB}$  et  $\sigma_{TEB}^2$  représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.

La précision sur les mesures de TEB sera donnée par  $\epsilon$ . On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[X_k] = \frac{1}{N} N(1 \cdot p + 0 \cdot (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E[(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k)^2] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N E[X_k X_i] - p^2$$

- si  $k = i$  (N cas) alors  $E[X_k^2] = 1^2 p + 0^2(1-p) = p$ ,
- si  $k \neq i$  ( $N^2 - N$  cas) alors  $E[X_k X_i] = E[X_k]E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} Np + (N^2 - N)p^2 - p^2 = \frac{p(1-p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1-p}{Np} \approx \frac{1}{Np} \text{ pour } p \ll 1$$

On obtient alors

- le nombre d'élément binaire à générer, N, de manière à obtenir une précision  $\epsilon$  fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 102 avec une précision de 10%, il faudra générer  $N = \frac{1}{10^{-2} \cdot (10^{-1})^2} = 10^4$  bits,
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer  $\frac{1}{\epsilon^2}$  erreurs pour obtenir une mesure avec une précision  $\epsilon$  fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision  $\epsilon = 10\%$ , il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir  $\frac{1}{\epsilon^2} = 102$  avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise