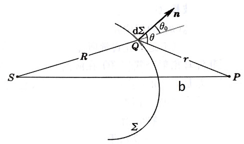
4 衍射

4.1

- 惠更斯-菲涅尔原理：波前 Σ 上每个面源 $\mathrm{d}\Sigma$ 都可以看成新的振动中心，它们发出次波。在空间某一点 P 的振动是所有次波在该点的相干叠加。

- 菲涅尔-基尔霍夫衍射积分公式：



$$\widetilde{U}(P)=\frac{-i}{2\lambda}\iint(\cos\theta_0+\cos\theta)\widetilde{U}_0(Q)\frac{e^{ikr}}{r}\mathrm{d}\Sigma$$

傍轴条件下：

$$\widetilde{U}(P)=\frac{-i}{\lambda r_0}\iint\widetilde{U}_0(Q)e^{ikr}\mathrm{d}\Sigma$$

4.2

- 半波带法

$$A(P_0)=\frac{1}{2}\left(A_1+(-1)^{n+1}A_n\right)$$

波带半径 $\rho_k=\sqrt{\frac{Rb}{R+b}k\lambda}=\sqrt{k}\rho_1$

$$\frac{1}{f}=\frac{k\lambda}{\rho_k^2}=\frac{1}{R}+\frac{1}{b}$$

次焦点 $f'=\pm\frac{2k+1}{f}$

4.3

- 单缝夫琅禾费衍射 (I_0 为场中心强度,a 为缝宽度，$\alpha=\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$)

$$I_\theta=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

- 暗纹位置

$$\sin\theta=\pm\frac{\lambda}{a},\ \alpha=\pm n\pi$$

- 亮斑角宽度 = 零级亮斑半角宽

$$\Delta\theta=\frac{\lambda}{a}$$

- 圆孔夫琅禾费衍射，a 为半径，($x=\frac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta$)

$$I(\theta)=I_0\left[\frac{2J_1(x)}{x}\right]^2$$

4.4

- 艾里斑

$$\Delta\theta=0.61\frac{l}{a}=1.22\frac{\lambda}{D}$$

- 判断最小分辨角的瑞利判据：

$$\delta\theta_{min}=1.22\frac{\lambda}{D}$$

- 最小分辨距离 (u 为透镜半径/物距夹角), 截止频率的倒数即为分辨距离

$$\delta y_{min}=\frac{0.61\lambda}{n\sin u}$$

4.5

- 光栅强度分布 (d 为光栅常数)

$$I=a_0^2\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2,$$

$$\alpha=\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta,\ \beta=\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

- 光栅主极大

$$\sin\theta=k\frac{\lambda}{d}$$

- 光栅零点 (相邻 k 有 $N-1$ 条)

$$\sin\theta=\left(k+\frac{m}{N}\right)\frac{\lambda}{d},m=[1,N-1]$$

- 光栅半角宽

$$\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}\approx\frac{\lambda}{Nd}$$

- 正弦光栅（仅有三个主极大）

$$\widetilde{U}\propto\frac{\sin\beta}{\beta}+\frac{1}{2}\frac{\sin(\beta-\pi)}{\beta-\pi}+\frac{1}{2}\frac{\sin(\beta+\pi)}{\beta+\pi}$$

4.6

- 角/线色散本领

$$D_l=\frac{\delta l}{\delta\lambda}=fD_\theta=f\frac{\delta\theta}{\delta\lambda}=f\frac{k}{d\cos\theta_k}$$

- 色分辨本领

$$R=\equiv\frac{\lambda}{\delta\lambda}=kN$$

- 工作波段限制

$$\lambda_{max}<d,\ \lambda_{min}>\lambda_{max}/2$$

- 闪耀光栅 n 级闪耀波长

$$2d\sin\theta_b=n\lambda_{2b}$$

5 变换光学与全息成像

5.1

- 平面波前函数

$$U(x,y)=U(O)\exp\left(ik\left(\sin\theta_1x+\sin\theta_2y\right)\right),$$

$$U(O)=Ae^{i\varphi(O)}$$

- 球面波前函数 (指数 + 则发散)

$$U=A/\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z^2}$$

$$\times\exp\left(\pm ik\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z^2}\right)$$

- 傍轴球面波前函数

$U=$

$$\frac{Ae^{ikr_0}}{z}\exp\left(ik\frac{x^2+y^2}{2z}\right)\exp\left(-ik\frac{xx_0+yy_0}{z}\right)$$

- 远场球面波前函数

$U=$

$$\frac{Ae^{ikz}}{z}\exp\left(ik\frac{x^2+y^2}{2z}\right)\exp\left(-ik\frac{xx_0+yy_0}{z}\right)$$

- 透镜相位变换函数 (屏函数)

$$T=\exp\left(-ik\frac{x^2+y^2}{2F}\right)$$

- 楔形棱镜

$T=\exp\left(-ik\left(n-1\right)\alpha x\right)$,$\alpha$ 楔角,n 折射率

5.2

- 空间频谱,$1/d$ 为 (物) 空间频率

$$\sin\theta_n=n\lambda/d$$

$$T=\frac{a}{d}\frac{\sin\alpha_n}{\alpha_n},\ \alpha_n=n\pi a/d$$

- 相干光分辨本领：以孔径能传递 0、1 级谱为条件

$$\frac{D/2}{f}\le\sin\theta=\frac{\lambda}{d}$$

- 阿贝成像原理

  1. 物平面发出夫琅禾费衍射，在透镜像方焦面上形成衍射图样是物平面的空间频谱。
  2. 频谱面上的各衍射斑发出的次波在像平面上干涉，形成的图样即为像。

- 空间滤波实验

  在频谱面上加滤波器改变频谱，以修饰或改变像。

- 相称显微镜

  在显微镜物镜的后焦面上加空间滤波器滤掉低频，可将相位型的物变成有衬度的振幅型。

$$I=A_1^2[3+2\cos\delta+2\varphi\sin\delta-2\cos\delta-2]$$

$$=A_1^2[1+2\varphi\sin\delta]$$

反衬度取决于 $2\varphi\sin\delta,\delta=\pm\frac{\pi}{2}$ 反衬度最大

- 相称显微镜

5.3

- 夫琅禾费衍射装置

标准远场：

$$U=Ae^{ikr_0}$$

$$\cdot\iint T\exp\left(-ik\left(\sin\theta_1x+\sin\theta_2y\right)\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

远场接收：

$$U=Ae^{ikz}\exp\left(ik\frac{x'^2+y'^2}{2z}\right)$$

$$\cdot\iint T\exp\left(-ik\frac{xx'+yy'}{z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

焦面接收：

$$U=Ae^{i\varphi}$$

$$\cdot\iint T\exp\left(-ik\left(\sin\theta_1x+\sin\theta_2y\right)\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

像面接收：

$$U=A\exp\left(ik\left(SQS'\right)\right)\exp\left(ik\frac{x'^2+y'^2}{2z}\right)$$

$$\cdot\iint T\exp\left(-ik\left(\sin\theta_1x+\sin\theta_2y\right)\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

5.4

- 全息照相：无源空间的边值定解

  1. 物光波 + 参考光波 = 物光波前的全息记录 (全息图)
  2. 照明波 + 全息图 = 物光波前的重建 (+1 级虚像，-1 级实像 (凹凸反转))

- 体全息

  介质中纵深条纹记录，再现时三维衍射。

- 应用

  全息电影，全息电视，全息显微技术，全息干涉技术。

6 偏振

6.1

- 旋光方向

  波垂直于纸面迎面而来，若 E 按逆时针旋转则为左旋光。

- 马吕斯定律

$$I_2=A_2^2=I_1\cos^2\theta$$

- 偏振度

$$P=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$$

6.2

- 各种反射率

	p分量	s分量
振幅反射率r	E_{1p}'/E_{1p}	E_{1s}'/E_{1s}
强度反射率R	r_p^2	r_s^2
能流反射率R'	r_p^2	r_s^2
振幅透射率t	E_{2p}'/E_{1p}	E_{2s}'/E_{1s}
强度透射率T	$\frac{n_2}{n_1}\lvert t_p\rvert^2$	$\frac{n_2}{n_1}\lvert t_s\rvert^2$
能流透射率T'	$\frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_p$	$\frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_s$

- 光的强度

$$I = \frac{n}{2c\mu_0}|E|^2 \propto n|E|^2$$

- 各种守恒

$$\begin{array}{r|r} R_p + \frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_p = 1 & R_s + \frac{\cos i_2}{\cos i_1}T_s = 1 \\ |r_p|^2 + \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1}|t_p|^2 = 1 & |r_s|^2 + \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1}|t_s|^2 = 1 \\ r^2 + tt' = 1 & r' = -r \end{array}$$

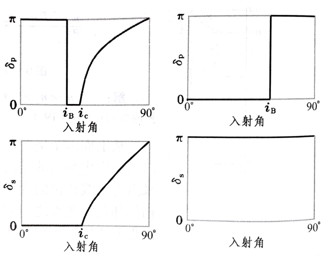
- 菲涅尔公式

$$\begin{aligned} E_{1p}' &= \tfrac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} E_{1p} = \tfrac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} E_{1p} \\ E_{2p} &= \tfrac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} E_{1p} \\ E_{1s}' &= \tfrac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} E_{1s} = \tfrac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_2 + i_1)} E_{1s} \\ E_{2s} &= \tfrac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} E_{1s} = \tfrac{2 \cos i_1 \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)} \end{aligned}$$

- 布鲁斯特角 = 入射角的 p 方向反射率为 0

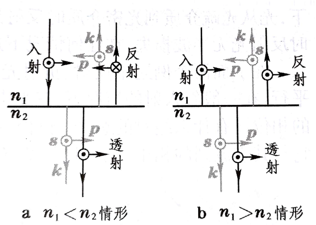
$$i_B = \arctan(n_2/n_1)$$

- 半波损失



6－17 $n_1>n_2$(内反射)时的相位改变

6－16 $n_1<n_2$(外反射)时的相位改变



6.3

- 寻常光 (o 光)-垂直方向
- 非常光 (e 光)-平行方向
- 光轴方向 o,e 光不分开，对角线方向。
- 主截面，与光轴垂直的平面。若主截面与入射面重合，则两折射线皆在入射面内。
- 负晶体-冰洲石-$v_e > v_o$，正晶体-石英-$v_o > v_e$

6.4

- 晶体偏振器

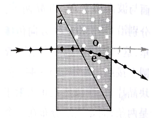


图 6－45 罗雄棱镜

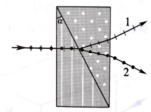


图 6－46 沃拉斯顿棱镜

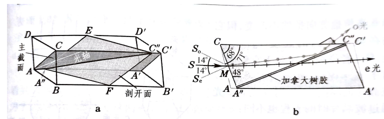


图 6－47 尼科耳棱镜

- 波晶片
  相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta l = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$
- 偏振光经过 $\lambda/4$ 片后变化

入射光	$\lambda/4$ 片光轴取向	出射光
线偏振	e 轴或 o 轴与偏振方向一致*	线偏振
	e 轴或 o 轴与偏振方向成 45° 角	圆偏振
	其它取向	椭圆偏振
圆偏振	任何取向	线偏振
椭圆偏振	e 轴或 o 轴与椭圆主轴一致	线偏振
	其它取向	椭圆偏振

- 偏振光检验

第一步	令入射光通过偏振片 I，改变偏振片 I 的透振方向 P_1，观察透光强度的变化(图 6－58a)				
观察到的现象	有消光	强度无变化		强度有变化，但无消光	
结论	线偏振	自然光或圆偏振		部分偏振或椭圆偏振	
第二步		a. 令入射光依次通过 $\lambda/4$ 片和偏振片 II，改变偏振片 II 的透振方向 P_2，观察透射光的强度变化(6－58b)		b. 同 a，只是 $\lambda/4$ 片的光轴方向必须与第一步中偏振片 I 产生的强度极大或极小的透振方向重合	
观察到的现象		有消光	无消光	有消光	无消光
结论		圆偏振	自然光	椭圆偏振	部分偏振

6.5

- 当 (1) $P_1 \perp P_2, e$ 轴为角平分线，(2) P_1, e 轴不动，P_2 转到与 P_1 平行。

$$\begin{aligned} P_1 \perp P_2, I_2 &= \frac{A_1^2}{2}[1 + \cos(\Delta + \pi)] \\ &= \frac{A_1^2}{2}(1 - \cos\Delta) \\ P_1 \parallel P_2, I_2 &= \frac{A_1^2}{2}(1 + \cos\Delta) \end{aligned}$$

7 光与物质相互作用光的量子性

7.1

- 吸收系数/布格定律

$$-\mathrm{d}I = \alpha I \mathrm{d}x$$

$$I = I_0 e^{-\alpha l}$$

a^{-1} 的意义是光减少到原来的 $e^{-1} \approx 36\%$ 所需要的厚度。

- 比尔定律：对于溶液，其吸收系数与浓度成正比:

$$\alpha = AC \implies I = I_0 e^{-ACl}$$

- 复数折射率，衰减指数

$$\alpha = 2n\kappa\omega/c = 4\pi n\kappa/\lambda$$

$$\widetilde{n} = n(1 + i\kappa)\,,\ \widetilde{E} = E_0 \exp(-i\omega(t - nx/c))$$

- 光谱：
  原子气体-线光谱
  分子-带光谱

7.2

- 正常色散：
  n 随 λ 增大而下降，且下降率在短波一端更大。
- 柯西正常色散经验公式：

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

- 相速 v_p：波面传播速度，折射率法测。

$$v_p = \frac{c}{n}$$

- 群速 v_g：波包振幅最大的地方的传播速度

$$v_g = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}$$

- 群速与相速关系

$$\frac{c}{v_g} = \frac{c}{v_p} + \omega\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega} \implies n_g = n - \lambda\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$$

当 $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} < 0$, 群速小。