1-1、 设英文字母 E 出现的概率为 0.105，x 出现的概率为 0.002。试求 E 和 x 的信息量。

解：$P(E)=0.105 \qquad P(x)=0.002$

$$I(E)=-\log_2 P(E)=-\log_2 0.105=3.25\ bit$$

$$I(x)=-\log_2 P(x)=-\log_2 0.002=8.97 bit$$

1-2、 信息源的符号集由 A，B，C，D 和 E 组成，设每一符号独立出现，其出现的概率为 $1/4, 1/8, 1/8, 3/16$ 和 $5/16$。试求该信息源符号的平均信息量。

解：$H=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{5}{16}\log_2\frac{5}{16}=2.23 \,{}^{bit}\!/_{\text{符号}}$$

1-3、 设有四个消息 A、B、C、D 分别以概率 $1/4, 1/8, 1/8, 1/2$ 传送，每一消息的出现是相互独立的。试计算其平均信息量。

解：$H=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$=-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}=1.75 \,{}^{bit}\!/_{\text{符号}}$$

1-4、 一个由字母 A，B，C，D 组成的字。对于传输的每一个字母用二进制脉冲编码，00 代替 A，01 代替 B，10 代替 C，11 代替 D。每个脉冲宽度为 $5ms$。

（1） 不同的字母是等概率出现时，试计算传输的平均信息速率。

（2） 若每个字母出现的概率为 $P_A=\frac{1}{5}, P_B=\frac{1}{4}, P_C=\frac{1}{4}, P_D=\frac{3}{10}$，试计算传输的平均信息速率。

解：首先计算平均信息量。

（1） $H=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$=4\times(-\frac{1}{4})\times\log_2\frac{1}{4}=2\ {bit}/{字母}$$

平均信息速率=2 $({bit}/{字母})\Big/(2\times5\ {ms}/{字母})$ =200 ${bit}/{s}$

（2） $H=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$=-\frac{1}{5}\log_2\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}-\frac{3}{10}\log_2\frac{3}{10}=1.985\ {bit}/{字母}$$

平均信息速率=1.985 $({bit}/{字母})\Big/(2\times5\ {ms}/{字母})$ =198.5 ${bit}/{s}$

1-5、 国际莫尔斯电码用点和划的序列发送英文字母，划用持续 3 单位的电流脉冲表示，点用持续 1 单位的电流脉冲表示，且划出现的概率是点出现的概率的1/3：

（1） 计算点和划的信息量；

（2） 计算点和划的平均信息量。

解：令点出现的概率为 $P(A)$，划出现的概率为 $P(B)$

$$P(A)+P(B)=1,\frac{1}{3}P(A)=P(B)\qquad\Rightarrow\qquad P(A)=3/4\qquad P(B)=1/4$$

（1） $I(A)=-\log_2 P(A)=0.415bit$

$$I(B)=-\log_2 P(B)=2bit$$

（2） $H=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$=-\frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}=0.811bit$$

1-6、 设一信息源的输出由 128 个不同符号组成。其中 16 个出现的概率为$1/32$，其余 112 个出现的概率为$1/224$。信息源每秒发出 1000 个符号，且每个符号彼此独立。试计算该信息源的平均信息速率。

解：$H=-\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

$$=16\times(-\frac{1}{32})\log_2\frac{1}{32}+112\times(-\frac{1}{224})\log_2(\frac{1}{224})=6.4\ {bit}/{符号}$$

平均信息速率为$6.4\times1000=6400\ {bit}/{s}$。

1-7、 对于二电平数字信号，每秒钟传输 300 个码元，问此传码率R_B等于多少？若数字信号 0 和 1 出现是独立等概的，那么传信率R_b等于多少？

解：$R_B=300B$　　$R_b=300\ {bit}/{s}$

1-8、 若题 1-2 中信息源以 1000B 速率传送信息，则传送 1 小时的信息量为多少？传送 1 小时可能达到的最大信息量为多少？

解：传送 1 小时的信息量　　$2.23\times1000\times3600=8.028Mbit$

传送 1 小时可能达到的最大信息量

先求出最大的熵：$H_{\max}=-\log_2\frac{1}{5}=2.32\ {bit}/{符号}$

则传送 1 小时可能达到的最大信息量 $2.32\times1000\times3600=8.352Mbit$

1-9、 如果二进独立等概信号，码元宽度为$0.5ms$，求R_B和R_b；有四进信号，码元宽度为$0.5ms$，求传码率R_B和独立等概时的传信率R_b。

解：二进独立等概信号：$R_B = \dfrac{1}{0.5\times10^{-3}} = 2000B$，$R_b = 2000\ {}^{bit}\!/\!_{s}$

四进独立等概信号：$R_B = \dfrac{1}{0.5\times10^{-3}} = 2000B$，$R_b = 2\times2000 = 4000\ {}^{bit}\!/\!_{s}$。

小结：

记住各个量的单位：

信息量：bit　　$I = -\log_2 P(x)$

信源符号的平均信息量（熵）：${}^{bit}\!/\!_{符号}$　$H = -\sum P(x_i)\log_2 P(x_i)$

平均信息速率：${}^{bit}\!/\!_{s}$ =（${}^{bit}\!/\!_{符号}$）$/$（s/符号）

传码率：R_B　（B）

传信率：R_b　${}^{bit}\!/\!_{s}$

2-1、设随机过程 $\xi(t)$ 可表示成 $\xi(t)=2\cos(2\pi t+\theta)$，式中 θ 是一个离散随变量，且 $P(\theta=0)=1/2$、$P(\theta=\pi/2)=1/2$，试求 $E[\xi(1)]$ 及 $R_{\xi}(0,1)$。

解：$E[\xi(1)]=\frac{1}{2}\times 2\cos(2\pi+0)+\frac{1}{2}\times 2\cos(2\pi+\pi/2)=1$；

$R_{\xi}(0,1)=E[\xi(0)\xi(1)]=\frac{1}{2}\times 2\cos(0)2\cos(2\pi+0)+\frac{1}{2}\times\cos(\pi/2)2\cos(2\pi+\pi/2)=2$。

2-2、设 $Z(t)=X_1\cos w_0 t-X_2\sin w_0 t$ 是一随机过程，若 X_1 和 X_2 是彼此独立且具有均值为 0、方差为 σ^2 的正态随机变量，试求：

（1） $E[Z(t)]$、$E[Z^2(t)]$；

（2） $Z(t)$ 的一维分布密度函数 $f(z)$；

（3） $B(t_1,t_2)$ 和 $R(t_1,t_2)$。

解：（1） $E[Z(t)]=E[X_1\cos w_0 t-X_2\sin w_0 t]=\cos w_0 tE[X_1]-\sin w_0 tE[X_2]=0$

因为 X_1 和 X_2 是彼此独立的正态随机变量，X_1 和 X_2 是彼此互不相关，所以

$E[X_1X_2]=0$

$E[Z^2(t)]=E[X_1^2\cos^2 w_0 t+X_2^2\sin^2 w_0 t]=\cos^2 w_0 tE[X_1^2]+\sin^2 w_0 tE[X_2^2]$

又 $E[X_1]=0$；$D[X_1]=E[X_1^2]-E^2[X_1]=\sigma^2\Rightarrow E[X_1^2]=\sigma^2$

同理 $E[X_2^2]=\sigma^2$

代入可得 $E[Z^2(t)]=\sigma^2$

（2） 由 $E[Z(t)]=0$；$E[Z^2(t)]=\sigma^2$ 又因为 $Z(t)$ 是高斯分布

可得 $D[Z(t)]=\sigma^2$

$$f[z(t)]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{z^2}{2\sigma^2})$$

（3） $B(t_1,t_2)=R(t_1,t_2)-E[Z(t_1)]E[Z(t_2)]=R(t_1,t_2)$

$=E[(X_1\cos w_0 t_1-X_2\sin w_0 t_1)(X_1\cos w_0 t_2-X_2\sin w_0 t_2)]$

$$=E[X_1^2\cos(w_0t_1)\cos(w_0t_2)+X_2^2\sin(w_0t_1)\sin(w_0t_2)]$$

$$=\sigma^2\cos w_0(t_1-t_2)=\sigma^2\cos w_0\tau \qquad 令 t_1=t_2+\tau$$

2-3、求乘积 $Z(t)=X(t)Y(t)$ 的自相关函数。已知 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是统计独立的平稳随机过程，且它们的自相关函数分别为 $R_x(\tau)$、$R_y(\tau)$。

解：因 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是统计独立，故 $E[XY]=E[X]E[Y]$

$$R_Z(\tau)=E[Z(t)Z(t+\tau)]=E[X(t)Y(t)X(t+\tau)Y(t+\tau)]$$

$$=E[X(t)X(t+\tau)]E[Y(t)Y(t+\tau)]=R_X(\tau)R_Y(\tau)$$

2-4、若随机过程 $Z(t)=m(t)\cos(w_0t+\theta)$，其中 $m(t)$ 是宽平稳随机过程，且自相关函数 $R_m(\tau)$ 为

$$R_m(\tau)=\begin{cases}1+\tau,-1<\tau<0\\ 1-\tau,0\le\tau<1\\ 0,其它\end{cases}$$

θ 是服从均匀分布的随机变量，它与 $m(t)$ 彼此统计独立。

（1） 证明 $Z(t)$ 是宽平稳的；

（2） 绘出自相关函数 $R_Z(\tau)$ 的波形；

（3） 求功率谱密度 $P_Z(w)$ 及功率 S。

解：（1） $Z(t)$ 是宽平稳的 $\Leftrightarrow$ $E[Z(t)]$ 为常数；$R_Z(t_1,t_2)=R_Z(t_1-t_2)$

$$E[(Z(t)]=E[m(t)\cos(w_0t+\theta)]=E[m(t)]E[\cos(w_0t+\theta)]$$

$$=[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos(w_0t+\theta)d\theta]E[Z(t)]=0$$

$$R_Z(t_1,t_2)=E[Z(t_1)Z(t_2)]=E[m(t_1)\cos(w_0t_1+\theta)m(t_2)\cos(w_0t_2+\theta)]$$

$$=E[m(t_1)m(t_2)]E[\cos(w_0t_1+\theta)\cos(w_0t_2+\theta)]$$

$$E[m(t_1)m(t_2)]=R_m(t_2-t_1) 只与 t_2-t_1=\tau 有关；$$

令$t_2 = t_1 + \tau$

$$E\{\cos(w_0 t_1 + \theta)\cos[w_0(t_1+\tau)+\theta]\}$$

$$= E\{\cos(w_0 t_1 + \theta)[\cos(w_0 t_1 + \theta)\cos w_0\tau - \sin(w_0 t_1 + \theta)\sin w_0\tau]\}$$

$$= \cos w_0\tau \cdot E[\cos^2(w_0 t_1 + \theta)] - \sin w_0\tau \cdot E[\cos(w_0 t_1 + \theta)\sin(w_0 t_1 + \theta)]$$

$$= \cos(w_0\tau)\cdot E\{\frac{1}{2}[1+\cos 2(w_0 t_1 + \theta)]\} - 0$$

$$= \frac{1}{2}\cos(w_0\tau)$$

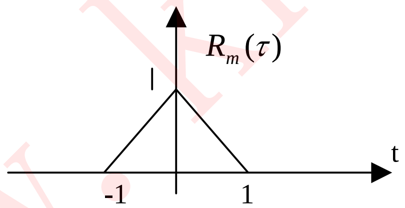
所以 $R_Z(t_1,t_2) = \frac{1}{2}\cos(w_0\tau)\cdot R_m(\tau)$只与$\tau$有关，证毕。

(2) 波形略；

(3) $$R_Z(\tau) = \frac{1}{2}\cos(w_0\tau)\cdot R_m(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1+\tau)\cos(w_0\tau), -1 < \tau < 0 \\ \frac{1}{2}(1-\tau)\cos(w_0\tau), 0 \le \tau < 1 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$$

$$P_Z(w) \Leftrightarrow R_Z(\tau)$$

而 $R_Z(\tau)$的波形为



可以对$R_m(\tau)$求两次导数，再利用付氏变换的性质求出$R_m(\tau)$的付氏变换。

$$R_m''(\tau) = \delta(\tau+1) - 2\delta(\tau) + \delta(\tau-1) \quad \Rightarrow P_m(w) = \frac{\sin(w/2)}{w/2} = Sa^2(\frac{w}{2})$$

$$\Rightarrow P_Z(w) = \frac{1}{4}[Sa^2(\frac{w+w_0}{2}) + Sa^2(\frac{w-w_0}{2})]$$

功率S：$S = R_Z(0) = 1/2$

2-5、已知噪生 $n(t)$ 的自相关函数 $R_n(\tau)=\frac{a}{2}\exp(-a|\tau|)$，$a$ 为常数：

（1） 求 $P_n(w)$ 和 S ；

（2） 绘出 $R_n(\tau)$ 与 $P_n(w)$ 的波形。

解：(1) 因为 $\exp(-a|t|)\Leftrightarrow\frac{2a}{w^2+a^2}$

所以 $R_n(\tau)=\frac{a}{2}\exp(-a|\tau|)\Leftrightarrow P_n(w)=\frac{a^2}{w^2+a^2}$

$S=R(0)=\frac{a}{2}$

（3） 略

2-6、$\xi(t)$ 是一个平稳随机过程，它的自相关函数是周期为 2 S 的周期函数。在区间（-1，1）上，该自相关函数 $R(\tau)=1-|\tau|$。试求 $\xi(t)$ 的功率谱密度 $P_\xi(w)$。

解：见第 4 题 $R(\tau)=1-|\tau|\Leftrightarrow Sa^2(\frac{w}{2})$

因为 $\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n)$ 所以 $\xi(t)=R(\tau)*\delta_T(t)$

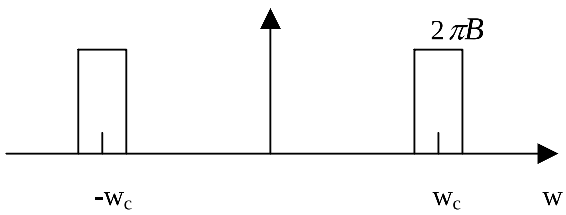
据付氏变换的性质可得 $P_\xi(w)=P_R(w)F_\delta(w)$

而 $\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-2n)\Leftrightarrow\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n\pi)$

故

$$P_\xi(w)=P_R(w)F_\delta(w)=Sa^2(\frac{w}{2})\cdot\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n\pi)=\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w-n\pi)Sa^2(\frac{w-n\pi}{2})$$

2-7、将一个均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声加到一个中心角频率为 w_c、带宽为 B 的理想带通滤波器上，如图



（1） 求滤波器输出噪声的自相关函数；

（2） 写出输出噪声的一维概率密度函数。

解：(1) $P_O(w)=|H(w)|^2 P_i(w)=\dfrac{n_0}{2}H(w)$

因为 $\dfrac{\pi}{w_0}G_{2w_0}(w)\Leftrightarrow Sa(w_0\tau)$，故 $G_{2B\pi}(w)\Leftrightarrow BSa(B\pi\tau)$

又 $H(w)=G_{2B\pi}(w)*[\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)]$

$\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)\Leftrightarrow \dfrac{1}{\pi}\cos(w_c\tau)$

由 付氏变换的性质 $f_1(t)\cdot f_2(t)\Leftrightarrow \dfrac{1}{2\pi}F_1(w)*F_2(w)$

可得 $P_O(w)=\dfrac{n_0}{2}H(w)=\dfrac{n_0}{2}G_{2B\pi}(w)*[\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)]$

$\Leftrightarrow R(\tau)=n_0 BSa(B\pi\tau)\cos(w_c\tau)$

(2) $E[\xi_O(t)]=0$ ；$R(0)=E[\xi_O^2(t)]=Bn_0$ ；$R(\infty)=E^2[\xi_O(t)]=0$

所以 $\sigma^2=R(0)-R(\infty)=Bn_0$

又因为输出噪声分布为高斯分布

可得输出噪声分布函数为 $f[\xi_o(t)]=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi Bn_0}}\exp(-\dfrac{t^2}{2Bn_0})$。

2-8、设 RC 低通滤波器如图所示，求当输入均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 的白噪声时，输出过程的功率谱密度和自相关函数。

解：$H(w)=\dfrac{1/jwC}{R+1/jwC}=\dfrac{1}{jwRC+1}$

(1) $P_O(w)=P_i(w)|H(w)|^2=\dfrac{n_0}{2}\cdot\dfrac{1}{1+(wRC)^2}$

(2) 因为 $\exp(-a|\tau|)\Leftrightarrow \dfrac{2a}{w^2+a^2}$

所以 $P_O(w)=\dfrac{n_0}{2}\cdot\dfrac{1}{1+(wRC)^2}\Leftrightarrow R_O(\tau)=\dfrac{n_0}{4RC}\exp(-\dfrac{|\tau|}{RC})$

2-9、将均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声加到低通滤波器的输入端，

(1) 求输出噪声的自相关函数；
(2) 求输出噪声的方差。

解：$H(w)=\dfrac{R}{R+jwL}$

（1） $P_O(w)=P_i(w)|H(w)|^2=\dfrac{n_0}{2}\cdot\dfrac{R^2}{R^2+(wL)^2}\Leftrightarrow R_O(\tau)=\dfrac{n_0R}{4L}\exp(-\dfrac{R}{L}|\tau|)$

（2） $E[n_o(t)]=0$；

$$\sigma^2=R(0)-R(\infty)=R(0)=\frac{n_0R}{4L}$$

2-10、设有一个随机二进制矩形脉冲波形，它的每个脉冲的持续时为T_b，脉冲幅度取±1的概率相等。现假设任一间隔T_b内波形取值与任何别的间隔内取值统计无关，且过程具有宽平稳性，试证：

（1） 自相关函数 $R_\xi(\tau)=\begin{cases}0,|\tau|>T_b\\1-|\tau|/T_b,|\tau|\le T_b\end{cases}$

（2） 功率谱密度 $P_\xi(w)=T_b[Sa(\pi fT_b)]^2$。

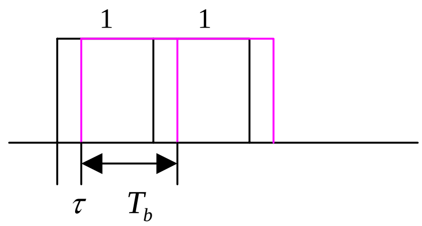
解： (1) $R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]$

①当$|\tau|>T_b$时，$\xi(t)$与$\xi(t+\tau)$无关，故$R_\xi(\tau)=0$

②当$|\tau|\le T_b$时，因脉冲幅度取±1的概率相等，所以在 $2T_b$内，该波形取

-1 -1、1 1、-1 1、1 -1 的概率均为$1/4$。

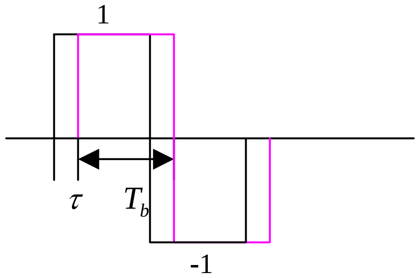
（A） 波形取-1-1、11 时，



在图示的一个间隔T_b内，$R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]$

$$=\frac{1}{4}\times1=1/4$$

（B） 波形取-1 1、1 -1 时，



在图示的一个间隔T_b内，$R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]$

$$=\frac{1}{4}\times(\frac{T_b-|\tau|}{T_b}-\frac{|\tau|}{T_b})$$

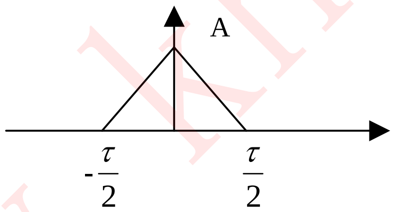
当$|\tau|\le T_b$时，$R_\xi(\tau)=E[\xi(t)\xi(t+\tau)]$

$$=2\times\frac{1}{4}+2\times\frac{1}{4}\times(\frac{T_b-|\tau|}{T_b}-\frac{|\tau|}{T_b})$$

$$=1-\frac{|\tau|}{T_b}$$

故 $R_\xi(\tau)=\begin{cases}0,|\tau|>T_b\\1-|\tau|/T_b,|\tau|\le T_b\end{cases}$

（2）



$\Leftrightarrow\frac{A\tau}{2}Sa^2(\frac{w\tau}{4})$

其中 $\frac{A\tau}{2}$ 为时域波形的面积。

所以$R_\xi(\tau)\Leftrightarrow P_\xi(w)=T_bSa^2(\frac{wT_b}{2})$。

2-11、图示为单个输入、两个输出的线形过滤器，若输入过程$\eta(t)$是平稳的，求$\xi_1(t)$与$\xi_2(t)$的互功率谱密度的表示式。（提示：互功率谱密度与互相关函数为付利叶变换对）

解：$\xi_1(t)=\int_0^\infty\eta(t-\alpha)h_1(\alpha)d\alpha$ $\quad\xi_2(t)=\int_0^\infty\eta(t-\beta)h_2(\beta)d\beta$

$$R_{12}(t_1,t_1+\tau)=E[\xi_1(t_1)\xi_2(t_1+\tau)]$$

$$= E[\int_0^\infty \eta(t_1-\alpha)h_1(\alpha)d\alpha \int_0^\infty \eta(t_1+\tau-\beta)h_2(\beta)d\beta]$$

$$=\int_0^\infty\int_0^\infty h_1(\alpha)h_2(\beta)R_\eta(\tau+\alpha-\beta)d\alpha d\beta$$

所以 $P_{12}(w)=\int_{-\infty}^{\infty}R_{12}(\tau)e^{-jw\tau}d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}d\tau\int_0^\infty d\alpha\int_0^\infty[h_1(\alpha)h_2(\beta)R_\eta(\tau+\alpha-\beta)e^{-jw\tau}d\beta$

令 $\tau^{'}=\tau+\alpha-\beta$

$$P_{12}(w)=\int_0^\infty h(\alpha)e^{jw\alpha}d\alpha\int_0^\infty h(\beta)e^{-jw\beta}d\beta\int_{-\infty}^{\infty}[R_\eta(\tau^{'})e^{-jw\tau^{'}}d\tau^{'}=H_1^*(w)H_2(w)P_\eta(w)$$

2-12、若 $\xi(t)$ 是平稳随机过程，自相关函数为 $R_\xi(\tau)$，试求它通过图示系统后的自相关函数及功率谱密度。

解：$h(t)=\delta(t)+\delta(t-T)\Leftrightarrow H(w)=1+e^{-jwT}$　　$|H(w)|=(2+2\cos wT)^{1/2}$

$$P_O(w)=|H(w)|^2P_\xi(w)=2(1+\cos wT)P_\xi(w)$$

$$P_O(w)=2P_\xi(w)+2\cos wT\cdot P_\xi(w)=2P_\xi(w)+(e^{-jwT}+e^{jwT})P_\xi(w)$$

$$\Leftrightarrow 2R_\xi(\tau)+R_\xi(\tau-T)+R_\xi(\tau+T)$$

2-13、若通过题 2-8 的低通滤波器的随机过程是均值为 0，功率谱密度为 $n_0/2$ 的高斯白噪声，试求输出过程的一维概率密度函数。

解：$E[n_o(t)]=0$；

$$P_O(w)=\frac{n_0}{2}\cdot\frac{1}{1+(wRC)^2}\Leftrightarrow R_O(\tau)=\frac{n_0}{4RC}\exp(-\frac{|\tau|}{RC})$$

$$\Rightarrow \sigma^2=\frac{n_0}{4Rc}$$

又因为输出过程为高斯过程，所以其一维概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$$

2-14、一噪声的功率密度函数如图，试求其自相关函数为 $KSa(\Omega\tau/2)\cos(w_0\tau)$。

解：见题 2-7 的解法；

$$P_n(w)=\frac{\pi K}{\Omega}G_\Omega(w)*[\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0)]$$

$$\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0)\Leftrightarrow\frac{1}{\pi}\cos(w_0\tau)$$

由 付氏变换的性质 $f_1(t)\cdot f_2(t)\Leftrightarrow\frac{1}{2\pi}F_1(w)*F_2(w)$

可得 $P_n(w)=\frac{\pi K}{\Omega}G_\Omega(w)*[\delta(w+w_0)+\delta(w-w_0)]$

$$\Leftrightarrow R(\tau)=KSa(\Omega\tau/2)\cos(w_0\tau)$$

2-15、略

3-1、设一恒参信道的幅频特性和相频特性分别为$|H(w)|=K_0$，$\varphi(w)=-wt_d$，其中，K_0,t_d都是常数。试确定信号$s(t)$通过该信道后输出信号的时域表示式，并讨论之。

解：$H(w)=K_0e^{-jwt_d}$

$$S_O(w)=H(w)S(w)=K_0e^{-jwt_d}S(w)\Leftrightarrow s_o(t)=K_0s(t-t_d)$$

确定信号$s(t)$通过该信道后，没有失真，只是信号发生了延时。

3-2、设某恒参信道的幅频特性为$H(w)=[1+\cos T_0]e^{-jwt_d}$，其中，$t_d$ 都是常数。试确定信号$s(t)$通过该信道后输出信号的时域表示式，并讨论之。

解：$H(w)=[1+\cos T]e^{-jwt_d}$

$$S_O(w)=H(w)S(w)=[1+\cos T_0]e^{-jwt_d}S(w)=[e^{-jwt_d}+\frac{1}{2}e^{-jw(T_0+t_d)}+\frac{1}{2}e^{-jw(t_d-T_0)}]S(w)$$

$$\Leftrightarrow s(t-t_d)+\frac{1}{2}s(t-t_d-T_0)+\frac{1}{2}s(t-t_d+T_0)$$

信号经过三条延时不同的路径传播，同时会产生频率选择性衰落。见教材第 50 页。

3-3、设某恒参信道可用下图所示的线形二端对网络来等效。试求它的传递函数，并说明信号通过该信道时会产生哪些失真？

解：$H(w)=\dfrac{R}{R+\dfrac{1}{jwc}}=\dfrac{jwRc}{1+jwRc}$

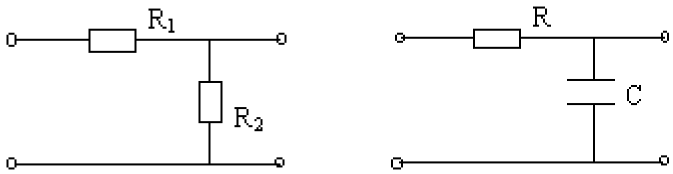
$$H(w)=\frac{jwRc}{1+jwRc}=|H(w)|e^{j\varphi(w)}$$

其中 $|H(w)|=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{(wRc)^2}+1}}$　　$\varphi(w)=\dfrac{\pi}{2}-arctg(wRc)$

则群迟延 $\tau(w)=\dfrac{d\varphi(w)}{dw}=\dfrac{Rc}{1+(wRc)^2}$

可见，信号通过该信道时会频率失真和群迟延畸变。

3-4、今有两个恒参信道,其等效模型分别如图 P3-2(a)、(b)所示，试求这两个信道的群迟延特性，并画出它们的群迟延曲线，同时说明信号通过它们时有无群迟延失真？



解：图 A

$$H(w)=\frac{R_2}{R_1+R_2}=|H(w)|e^{-j\varphi(w)}$$

其中$|H(w)|=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$， $\varphi(w)=0$

故$\tau(w)=\dfrac{d\varphi(w)}{dw}=0$，没有群迟延；

图 B

$$H(w)=\frac{\frac{1}{jwc}}{R+\frac{1}{jwc}}=|H(w)|e^{-j\varphi(w)}$$

其中$|H(w)|=\dfrac{1}{\sqrt{1+(wRc)^2}}$， $\varphi(w)=-arctg(wRc)$

故$\tau(w)=\dfrac{d\varphi(w)}{dw}=\dfrac{Rc}{1+(wRc)^2}$，有群迟延失真。

3-5、一信号波形$s(t)=A\cos\Omega t\cos w_0 t$，通过衰减为固定常数值、存在相移的网络。试证明：若$w_0>>\Omega$、且$w_0\pm\Omega$附近的相频特性可近似为线形，则该网络对$s(t)$的迟延等于它的包络的迟延。

证明：令该网络的传递函数为$H(w)$，则$H(w)=Ke^{-j\varphi(w)}$ $w_0\pm\Omega$附近，$\varphi(w)=wt_0$

即$H(w)=Ke^{-jwt_0}\Leftrightarrow h(t)=K\delta(t-t_0)$

输出信号为$y(t)=s(t)*h(t)=AK\cos\Omega(t-t_0)\cos w_0(t-t_0)$

对包络的迟延为$A\cos\Omega t*K\delta(t-t_0)=AK\cos\Omega(t-t_0)$

证毕。

3-6、瑞利衰落的包络值V为何值时，V的一维概率密度函数有最大值？

解：瑞利衰落的包络值V的一维概率密度函数为

$$f(V)=\frac{V}{\sigma^2}\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})$$

一维概率密度函数有最大值，则 $\frac{df(V)}{dV}=0\Leftrightarrow\frac{\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})}{\sigma^2}-\frac{V^2}{\sigma^4}\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})=0$

可得 $V=\sigma$

3-7、试根据瑞利衰落的包络值V的一维概率密度函数求包络V的数学期望和方差。

解：$E(V)=\int_{-\infty}^{\infty}Vf(V)dV=2\int_0^{\infty}\frac{V^2}{\sigma^2}\exp(-\frac{V^2}{2\sigma^2})dV=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma$

$D(V)=(2-\frac{\pi}{2})\sigma^2$ 见概率论教材。

3-8、假设某随参信道的两径时延差τ为$1\,ms$，试求该信道在哪些频率上传输衰耗最大？选用哪些频率传输信号最有利？

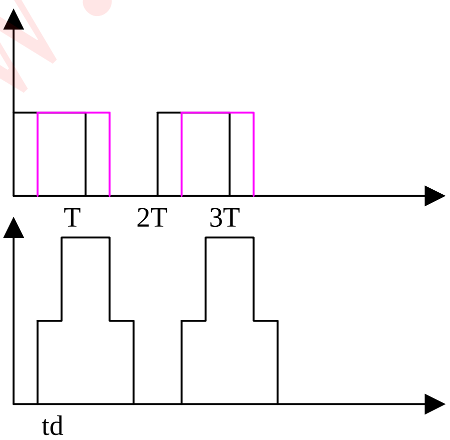
解：见第 50 页，该网络的幅频特性为$2\left|\cos\frac{w\tau}{2}\right|=2\left|\cos(\pi f)\right|$

当 $f=n+\frac{1}{2}(KHz)$ 时，出现传输零点，传输衰耗最大

当 $f=(n+\frac{1}{2})KHz$ 时，出现传输极点，传输信号最有利。

3-9、题图 3.3 所示的传号和空号相间的数字信号通过某随参信道。已知接收信号是通过该信道两条路径的信号之和。设两径的传输衰减相等（均为 d），且时延差 τ =T/4。试画出接收信号的波形示意图。

解：



接收信号的波形

3-10、设某随参信道的最大多径时延差等于 $3ms$，为了避免发生频率选择性衰落，试估算在该信道上传输的数字信号的占用频带范围。

解：$\Delta f=\frac{1}{\tau_m}=\frac{1}{3\times10^{-3}}=333Hz$

工程上的一般公式为 $\Delta f_s=(\frac{1}{3}\sim\frac{1}{5})\Delta f=66.7\sim111Hz$

3-11、略

3-12、若两个电阻的阻值都为 1000Ω，它们的温度分别为 300K 和 400K，试求这两个电阻串联后两端的噪声功率谱密度。

解：$S_1(w)$=2KTR=2×1.38×10^{-23}×300×1000=8.28×10^{-18} V^2／Hz

$S_2(w)$=2×1.38×10^{-23}×400×1000=11.04×10^{-18} V^2／Hz

$S(w)=S_1(w)+S_2(w)$=19.32×10^{-18} V^2／Hz

3-13、具有 $6.5MHz$ 带宽的某高斯信道，若信道功率与噪声功率谱密度之比为 $45.5MHz$，试求其信道容量。

解：$C=B\log_2(1+\frac{S}{N})=6.5\times\log_2(1+\frac{45.5}{6.5})=19.5MHz$

3-14、设高斯信道的带宽为 $4KHz$，信号与噪声功率之比为 63，试确定利用这种信道的理想通信系统的传信率与差错率。

解：信道容量为 $C=B\log_2(1+\frac{S}{N})=4\times\log_2(64)=24KHz$

理想通信系统的传信率为 $24\,Kbit/s$，差错率为 0。

3-15、某一待传输的图片约含 2.25×10^6 个像元。为了很好地重现图片需要 12 个亮度电平。假若所有这些亮度电平等概率出现，试计算用 3min 传送一张图片时所需的信道带宽(设信道中信噪功率比为 30dB)。

解：每像元信息量=-$\log_2$（1/12）≈3.58 bit

图片包含信息量=3.58×2.25×10^6≈8.06×10^6 bit

要在 3min 内传送一张图片时，C=8.06×10^6/180≈4.48×10^4 bit/s

S/N=30dB=$10^{30/10}$=1000

B=C/$\log_2$(1+S/N)≈4.49×10^3 Hz

4.2 习题解答

4-1 一知线性调制信号表示式如下：

(1) $\cos\Omega t\cos w_c t$

(2) $(1+0.5\sin\Omega t)\cos w_c t$

式中，$w_c=6\Omega$。试分别划出它们的勃兴图和频谱图。

解

(1) $\cos\Omega t\cos w_c t$ 的波形略。

设 $S_M(w)=F[\cos\Omega t\cos w_c t]$,根据 $w_c=6\Omega$ 可得

$S_M(w)=\pi/2[\delta(w+\Omega+w_c)+\delta(w+\Omega-w_c)+\delta(w-\Omega+w_c)+\delta(w-\Omega-w_c)]=\pi/2[\delta(w+7\Omega)+\delta(w+5\Omega)+\delta(w-5\Omega)+\delta(w-7\Omega)]$

该频谱图略。

(2) $(1+0.5\sin\Omega t)\cos w_c t$ 的波形图略。

设 $S_M(w)=F[(1+0.5\sin\Omega t)\cos w_c t]$，根据 $w_c=6\Omega$ 可得

$S_M(w)=\pi[\delta(w+w_c)+\delta(w-w_c)]+0.5\times j\pi/2+[\delta(w+\Omega+w_c)+\delta(w+\Omega-w_c)-\delta(w-\Omega+w_c)-\delta(w-\Omega-w_c)]$

$=\pi[\delta(w+6\Omega)+\delta(w-6\Omega)]+j\pi/4[\delta(w+7\Omega)-\delta(w+5\Omega)+\delta(w-5\Omega)-\delta(w-7\Omega)]$

该频谱图略。

4-2 根据图 4-14 所示的调制信号波形，试画出 DSB 及 AM 信号的波形图，并比较他们分别通过包络检波器后的波形差别。

解 设载波 $s(t)=\sin w_c t$

(1) DSB 信号 $s_{DSB}(t)=m(t)\sin w_c t$

该信号波形以及通过包络检波器的输出 e(t)波形略。

(2) AM 信号 $s_{AM}(t)=[m_0+m(t)]\sin w_c t$,且有 $m_0\geq|m(t)|_{max}$.

该信号波形以及通过包络检波器的输出 e(t)波形略。

4-3 已知调制信号 $m(t)=\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)$,载波为 $\cos 10^4\pi t$,进行单边带调制，是确定该单边带信号的表达式，并画出频谱图。

解 根据单边带信号的时域表达式，可确定上边代信号

$s_{USB}(t)=1/2m(t)\cos w_c t-1/2\ \hat{m}(t)\ \sin w_c$

$=1/2[\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)]\cos 10^4\pi t-1/2[\sin(2000\pi t)+\sin(4000\pi t)]\sin 10^4\pi t$

$=1/4[\cos 12000\pi t+\cos 8000\pi t+\cos 14000\pi t+\cos 6000\pi t]-1/4[\cos 8000\pi t-\cos 12000\pi t+\cos 6000\pi t-\cos 14000\pi t]=1/2\cos 12000\pi t+1/2\cos 14000\pi t$

$s_{USB}(w)=\pi/2[\delta(w+14000\pi)+\delta(w+12000\pi)+\delta(w-12000\pi)+\delta(w-14000\pi)]$

同理，下边带信号为

$s_{LSB}(t)=1/2m(t)\cos w_c t+1/2\ \hat{m}(t)\ \sin w_c$

$=1/2[\cos(2000\pi t)+\cos(4000\pi t)]\cos 10^4\pi t+1/2[\sin(2000\pi t)+\sin(4000\pi t)]\sin 10^4\pi t$

$=1/2\cos 8000\pi t+\cos 6000\pi t$

$s_{LSB}(w)=\ \pi/2[\delta(w+8000\pi)+\delta(w+6000\pi)+\ \delta(w-8000\pi)+\delta(w-6000\pi)]$

两种单边带信号的频谱图略。

4-4　将调幅波通过残留边带滤波器产生残留边带信号。若此滤波器的传输函数 H(w) 如图 4-18 所示(斜线段为直线)。当调制信号为 $m(t)=A[\sin(100\pi t)+\sin(6000\pi t)]$ 时，试确定所得残留边带信号的表示式。

解　设调幅波 $s_{AM}(t)=[m_0+m(t)]C\cos w_c t$，其中 $m_0\geq|m(t)|_{max}=A$,同时根据残留边带滤波器在载波 f_c 处具有互补对称特性，可以得出载频 f_c=10KHz。因此

$s_{AM}(t)=[m_0+A(\sin(100\pi t)+\sin(6000\pi t))\cos 20000\pi t$

$=m_0\cos20000\pi t+A/2[\sin20\ 100\pi t-\sin19\ 900\pi t+$

$\sin26\ 000\pi t+\sin14000\pi t)]$

$s_{AM}(w)=\ \pi m_0[\delta(w+20\ 000\pi)+\delta(w-20\ 000\pi)]+j\pi A/2+[\delta(w+20\ 000\pi)-\delta(w-20\ 000\pi)-\delta(w+19\ 900\pi)+\delta(w-19\ 900\pi)+\delta(w+26\ 000\pi)-\ \delta(w-26\ 000\pi)-\ \delta(w+14\ 000\pi)+\delta(w-14\ 000\pi)]$

同时，根据图 4-18 可得

$w=\pm20\ 000\pi$ ($f=\pm10$kHz)时，$H(w)=0.5$

$w=\pm20\ 100\pi$ ($f=\pm10.05$kHz)时，$H(w)=0.55$

$w=\pm19\ 900\pi$ ($f=\pm9.95$kHz)时，$H(w)=0.45$

$w=\pm26\ 000\pi$ ($f=\pm13$kHz)时，$H(w)=1$

$w=\pm14\ 000\pi$ ($f=\pm7$kHz)时，$H(w)=0$

所以，残留边带信号频谱

$s_{VSB}(w)=\ s_{AM}(w)\cdot H(w)=\ \pi m_0/2[\delta(w+20\ 000\pi)+\delta(w-20\ 000\pi)]+j\pi A/2+[0.55\delta(w+20\ 100\pi)-0.55\delta(w-20\ 100\pi)-0.45\delta(w+19\ 900\pi)+0.45\delta(w-19\ 900\pi)+\delta(w+26\ 000\pi)-\ \delta(w-26\ 000\pi)]$

$s_{VSB}(t)=\ F^{-1}[s_{VSB}(w)]=\ m_0/2\ \cos\ 20000\pi t+\ A/2(0.55\ \sin20100\pi t-0.45\sin19\ 900\pi t+\sin26\ 000\pi t)]$

4-5 某调制方框图如图 4-19(b)所示。已知 m(t)的频谱如图 4-19(a)，载频 $w_1<<w_2$, $w_1>w_H$,且理想低通滤波器的截止频率为 w_1，时求输出信号 s(t),并说 s(t)为何种已调信号 。

解 设 m(t)与 $\cos w_1 t$ 相乘后的输出为 $s_1(t)$，则 $s_1(t)$是一个 DSB 信号，其频谱如图 4-20(a) 所示。$s_1(t)$再经过截止频率为 w_1 的理想低通滤波器，所得输出信号 $s'_1(t)$显然是一个下边带信号，其频谱略

时域表达式则为

$s'_1(t)=1/2m(t)\cos w_1t+1/2\hat{m}(t)\ \sin w_1t$

同理，m(t)与 $\sin w_1t$ 相乘后的输出 $s_2(t)$ 再经过理想低通滤波器之后，得到输出信号 $s'_2(t)$ 也是一个下边带信号，其时域表示式为

$s'_2(t)=1/2m(t)\sin w_1t+1/2\hat{m}(t)\cos w_1t$

因此，调治器最终的输出信号

$s(t)=[1/2m(t)\cos w_1t+1/2\hat{m}(t)\ \sin w_1t]\cos w_2t+[1/2m(t)\sin w_1t+1/2\hat{m}(t)\cos w_1t]\sin w_2t$

$=1/2m(t)[\cos w_1t\cos w_2t-\sin w_1t\sin w_2t]+1/2\hat{m}(t)\ [\sin w_1t\cos w_2t-\cos w_1t\sin w_2t]=1/2m(t)\cos(w_2-w_1)t-1/2\hat{m}(t)\ \sin(w_2-w_1)t$

显然，s(t)是一个载波角频率为(w_2- w_1)的上边带信号。

4-6 某调制系统如图 4-21 所示。 为了在输出端同时分别得到 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$，试确定接收端的 $c_1(t)$和 $c_2(t)$ 。

解 设发送端合成以后的发送信号 $f(t)= f_1(t)\cos w_0t+ f_2(t)\sin w_0t$。根据图 4-21 的处理框图，接受端采用的是相干解调，若假设相干载波为 $\cos w_0t$，则解调后的输出

$f_0(t)= f(t)\cdot \cos w_0t\big|_{LPF}$

$=[f_1(t)\cos w_0t+ f_2(t)\sin w_0t]\cos w_0t\big|_{LPF}$

$=[1/2f_1(t)+1/2\, f_1(t)\cos 2w_0t+ 1/2f_2(t)\sin 2w_0t]\big|_{LPF}$

$=1/2\, f_1(t)$

这时可以得到 $f_1(t)$。

同理。假设接收端的相干载波为 $\sin w_0t$，则解调后的输出

$f_0(t)= f(t)\cdot \sin w_0t\big|_{LPF}$

$=[f_1(t)\cos w_0t+ f_2(t)\sin w_0t]\sin w_0t\big|_{LPF}$

$=[1/2f_1(t)+1/2\, f_1(t)\sin 2w_0t- 1/2f_2(t)\cos 2w_0t]\big|_{LPF}$

$=1/2\, f_2(t)$

这时可以得到 $f_2(t)$。

综上所述，可以确定 $c_1(t)= \cos w_0t$, $c_2(t)= \sin w_0t$.

4-7 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$W/Hz,在该信道中传输抑制载波的双边带信号，并设调制信号 m(t)的频带限制在 5KHz,而载波为 100 KHz，已调信号的功率为 10Kw。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器滤波，试问：

(1) 该理想带通滤波器应具有怎样的传输特性 H(w)?

(2) 解调器输入端的信噪功率比为多少？

(3) 解调器输出端的信噪功率比为多少？

(4) 求解调器输出端的噪声功率谱密度，并用图形表示出来。

解 (1) 该理想带通滤波器是用于滤除带外噪声，并保证已调信号顺利通过。由于已调信号的中心频率为载频 100 KHz，带宽则是 m(t)带宽的两倍，即 B=2×5 KHz=10 KHz,为保证信号顺利通过，理想带通滤波器具有如下传输特性：

$$H(w)=\begin{cases}K, 95kHz\le|f|\le 105kHz\\ 0,\text{其它}\end{cases}$$

其中，K 为常数。

(2)解调器输入端的噪声是经过理想带通滤波器后的高斯窄带噪声，其带宽为 B，因此输入端的噪声功率

$N_i=2P_n(f)\cdot B=2\times0.5\times10^{-3}\times10\times10^3=10$W

已知输入信号功率 S_i=10Kw,故有

$$S_i/N_i=\frac{10\times10^3}{10}=1000$$

(3) 由于双边带调制系统的调制制度增益 G=2,因此，解调器输出端的信噪比

$$S_O/N_O=2\times\frac{Si}{Ni}=2000$$

(4) 相干解调时，解调器的输出噪声 $n_0(t)=1/2\ n_c(t)$,其中 $n_c(t)$是解调器输入端高斯窄带噪声的同向分量，其功率谱密度

$$P_{nc}(f)=\begin{cases}2P_n(f)=10^{-3}W/Hz, |f|\le\dfrac{B}{2}=5kHz\\ 0,\text{其它}\end{cases}$$

(5) 因此输出噪声 $n_0(t)$的功率谱密度为

$$P_{no}(f)=\frac{1}{4}P_{nc}(f)=\begin{cases}0.25\times10^{-3}W/Hz, |f|\le 5kHz\\ 0,\text{其它}\end{cases}$$

4-8 若对某一信号用 DSB 进行传输，设加至接收机的调制信号 m(t)之功率谱密度为

$$P_m(f)=\begin{cases}\dfrac{n_m}{2}\cdot\dfrac{|f|}{f_m}, |f|\le f_m\\ 0, |f|>f_m\end{cases}$$

试求：

(1) 接收机的输入信号功率；

(2) 接收机的输出信号功率；

(3) 若叠加于 DSB 信号的白噪声具有双边带功率谱密度为 $n_0/2$,设解调器的输出端接有截止频率为 f_m 的理想低通滤波器，那么，输出信噪功率比是多少？

解

(1) 设 DSB 已调信号 $s_{DSB}(t)=m(t)\cos w_c t$,则接收机的输入信号功率

$$S_i=\overline{s^2{}_{DSB}(t)}=\frac{1}{2}\overline{m^2(t)}=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}P_m(f)df$$

$$=\frac{1}{2}\times2\times\int_0^{f_m}\frac{n_m}{2}\cdot\frac{f}{f_m}df$$

$$=\frac{n_m f_m}{4}$$

(2) 相干解调之后，接收机的输出信号 $m_0(t)=1/2\ m(t)$，因此，输出信号功率

$$S_0=\overline{m^2{}_0(t)}=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}=\frac{n_m f_m}{8}$$

(3) 解调器的输入噪声功率为

$N_i= n_0B=2\ n_0f_m$

对于相干解调方式，解调器输出噪声功率

$N_O= 1/4\ N_i =n_0f_m/2$

因此，输出信噪功率比

$S_O/N_O= (n_mf_m/8)/(n_0f_m/2)=\dfrac{n_m}{4n_0}$

4-9 设某信道具有均匀的双边噪声功率谱密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$W/Hz,在该信道中传输抑制载波的单边带(上边带)信号,并设调制信号 m(t)的频带限制在 5KHz,而载波为 100 KHz,已调信号的功率为 10Kw。若接收机的输入信号在加至解调器之前，先经过一理想带通滤波器滤波，试问：

(1)该理想带通滤波器应具有怎样的传输特性 H(w)?

(2)解调器输入端的信噪功率比为多少？

(3)解调器输出端的信噪功率比为多少？

解 (1) 单边带信号的载频 100 KHz，带宽 B=5 KHz。为保证信号顺利通过，理想带通滤波器具有如下传输特性：

$$H(w)=\begin{cases} K,100kHz\le|f|\le105kHz \\ 0,\text{其它} \end{cases}$$

(2)解调器输入端的噪声与已调信号的带宽相同，

$N_i=2P_n(f)\cdot B=2\times0.5\times10^{-3}\times5\times10^{3}=5W$

同时已知输入信号功率 S_i=10Kw,故有

$S_i/N_i=10\times10^{3}/5=2000$

(6) 由于单边带调制系统的调制制度增益 G=1,因此，解调器输出端的信噪比

$S_O/N_O=S_i/N_i=2000$

4-10 某线性调制系统的输出信噪比为 20dB,输出噪声功率为 10^{-9}W,由发射机输出端到解调器输入之间总的传输损耗为 100 dB,试求:

(1) DSB/SC 时的发射机输出功率；

(2) SSB/SC 时的发射机输出功率.

解

(1) 在 DSB/SC 方式中，调制制度增益 G=2，因此解调器输入信噪比

$S_i/N_i=1/2\times S_O/N_O=1/2\times10^{10/20}=50$

同时，在相干解调时，

$N_i=4N_O=4\times10^{-9}$ W

因此解调器输入端的信号功率

$S_i=50N_i=2\times10^{-7}$ W

考虑到发射机输出端到解调器输入之间传输损耗为 100 dB,可得发射机输出功率

$S_O=10^{100/10}\times S_i=2\times10^{3}$ W

(2) 在 SSB/SC 方式中，调制制度增益 G=1，

$S_i/N_i=S_O/N_O=100$

同时，在相干解调时，

$N_i=4N_O=4\times10^{-9}$ W

因此解调器输入端的信号功率

$S_i=100N_i=4\times10^{-7}$ W

考虑到发射机输出端到解调器输入之间传输损耗为 100 dB,可得发射机输出功率

$S_O=10^{100/10}\times S_i=4\times10^{3}$ W

4-11 设调制信号 m(t)的功率普密度与题 4-8 相同，若用 SSB 调制方式进行传输(忽略信道的影响)，试求：

(1) 接收机的收入信号功率；

(2)接收机的输出信号功率；

(3)若叠加于 SSB 信号的白噪声具有双边带功率谱密度为 $n_0/2$,设解调器的输出端接有截止频率为 f_m 的理想低通滤波器，那么，输出信噪功率比是多少？

(4)该系统的调制制度增益 G 为多少？

解

(1) 设 SSB 已调信号 $s_{SSB}(t)=1/2m(t)\cos w_ct \pm 1/2\hat{m}(t)\ \sin w_ct$,

则接收机的输入信号功率

$$S_i = \frac{1}{4}\overline{m^2(t)} = \frac{1}{4}\times 2\int_0^{f_m}\frac{n_m}{2}\cdot\frac{f}{f_m}df$$

$$= \frac{n_m f_m}{8}$$

(2)相干解调之后，接收机的输出信号 $m_0(t)=1/4\ m(t)$，因此，输出信号功率

$$S_o = \overline{m^2{}_0(t)} = \frac{1}{16}\overline{m^2(t)}$$

$$= \frac{n_m f_m}{32}$$

(3)对于相干解调方式，解调器输出噪声功率

$N_O= 1/4\ N_i =n_0f_m/4$

因此，输出信噪功率比

$S_O/ N_O= (n_mf_m/32)/(n_0f_m/4)= \dfrac{f_m}{8n_0}$

(4)由以上分析可得，$S_O=1/4\ S_i$，$N_O= 1/4\ N_i$，该系统的调制制度增益

$G=(S_O/ N_O)/(S_i/ N_i)=1$

4-12 试证明：当 AM 信号采用同步检测法进行解调时，其制度增益 G 与大信噪比情况下 AM 采用包络检波解调时的制度增益 G 的结果相同。

证明 设解调器输入 AM 信号 $s_{AM}(t)$为

$s_{AM}(t)=[A+m(t)]\cos w_ct$

式中，$A \geq |m(t)|_{max}$,输入噪声 $n_i(t)$为

$n_i(t)= n_c(t)\cos w_ct-n_s(t)\sin w_ct$

显然，解调器输入的信号功率 S_i 和噪声功率 N_i 分别为

$$S_i = \overline{s^2{}_{AM}(t)} = \frac{A^2}{2} + \frac{\overline{m^2(t)}}{2}$$

$$N_i = \overline{n^2{}_i(t)} = n_0 B$$

设同步检测时的相干载波为 $\cos w_ct$，则解调器的输出 $s_0(t)$应为

$s_0(t)=[s_{AM}(t)+n_i(t)]\cos w_c t|_{LPF}$

$=\{[A+m(t)]\cos w_c t\cos w_c t$

$+[n_c(t)\cos w_c t-n_s(t)\sin w_c t]\}|_{LPF}$

$=A/2+m(t)/2+n_c(t)/2$

其中有用信号为 m(t)/2，噪声分量为 $n_c(t)/2$，直流分量 A/2 可以除去，因此输出信号功率 s_0 和 N_O 分别为

$$S_0=\frac{1}{4}\overline{m^2(t)}$$

$$N_o=\frac{1}{4}\overline{n_c^{\ 2}(t)}=\frac{1}{4}N_i$$

所以，在采用同步检测法进行解调时，AM 信号的调制制度增益

$$G=\frac{S_O/N_O}{S_i/N_i}=\frac{2\overline{m^2(t)}}{A^2+\overline{m^2(t)}}$$

4-13 设某信道具有均匀的双边噪声功率普密度 $P_n(f)=0.5\times10^{-3}$ W/Hz,在该信道中传输振幅信号，并设调制信号 m(t)的频带限制于 5KHZ,载频是 100khz,边带功率为 10kw,载波功率为 40kw。若接收机的输入信号先经过一个合适的理想带通滤波器，然后在加至包络检波器进行解调。试求：

(1) 解调器输入端的信噪功率比；

(2) 解调器输出端的信噪功率比；

(3) 制度增益 G。

解

(1)设振幅调制信号 $s_{AM}(t)=[A+m(t)]\cos w_c t$，则已调信号功率

$$Si=\frac{A^2}{2}+\frac{\overline{m^2(t)}}{2}=P_c+P_s$$

根据题意可知，$P_c=\frac{A^2}{2}=40kW,P_s=\frac{\overline{m^2(t)}}{2}=10kW$,因此

$S_i=P_c+P_s=40+10=50kW$

另外，输入端的噪声功率

$N_i=2P_n(f)\cdot B=2\times0.5\times10^{-3}\times5\times10^3\times2=10W$

故有输入信噪比

$S_i/N_i=50\times10^3/10=5000$

(2)在大信噪比，即 $A+m(t)>>n_i(t)$时，包络检波器的输出为

$e(t)=A+m(t)+n_c(t)$

其中 m(t)为有用信号， $n_c(t)$为噪声分量。故有

$$S_0=\overline{m^2(t)}=2\times 10kW$$

$$N_o=\overline{n_c{}^2(t)}=N_i=10W$$

因此输出信噪比

$S_O/N_O=20\times10^3/10=2000$

(3) 根据(1)(2)结果 ，可得

$G=(S_O/N_O)/(S_i/N_i)=2000/5000=2/5$

4-14 设被接受的调幅信号为 $s_m(t)=A[1+m(t)]\cos w_c t$,采用包络检波法解调，其中 m(t)的功率普密度与题 4-8 相同。若一双边功率普密度为 $n_0/2$ 的噪声叠加于已调信号，试求解调器输出的信噪功率比。

解 在大信噪比,，即 $A+m(t)>>n_i(t)$时，包络检波器的输出为

$e(t)=A+m(t)+n_c(t)$

其中 m(t)为有用信号， $n_c(t)$为噪声分量。故有

$$S_0=\overline{m^2(t)}=2\int_0^{f_m}\frac{n_m}{2}\cdot\frac{f}{f_m}df$$

$$=\frac{n_m f_m}{2}$$

$$N_o=\overline{n_c{}^2(t)}=n^2{}_i(t)=n_0B=2n_0f_m$$

因此解调器输出信噪比

$S_O/N_O=(n_mf_m/2)/(2n_0f_m)=\dfrac{n_m}{4n_o}$

4-15 试证明：若在残留边带信号中加入大的载波，则可用包络检波法实现解调。

证明 设调制信号为 f(t),残留边带滤波器特性为 $h(t)\Leftrightarrow H(w)$,则残留边带信号 $s_{VSB}(t)$为

$s_{VSB}(t)=[f(t)\cos w_c t]*h(t)$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}f(t-\tau)\cos w_c(t-\tau)h(\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}f(t-\tau)\cos w_c t\cos w_c\tau+\sin w_c t\sin w_c\tau]h(\tau)d\tau$$

$$=\cos w_c t\int_{-\infty}^{\infty}f(t-\tau)h(\tau)\cos w_c\tau d\tau+\sin w_c t\int_{-\infty}^{\infty}f(t-\tau)h(\tau)\sin w_c\tau d$$ 其中 $h_c(t)=$

$$=[f(t)*h_c(t)]\cos w_c t, h_s(t)=h(t)\sin w_c t$$

$h(t)\cos w_c t$，$h_s(t)=h(t)\sin w_c t$

设 f(t)的截止频率为 w_H，

根据残留边带滤波器特性

$H(w+w_c)+H(w-w_c)=C$, $|w|<w_H$

可得

$f(t)*h_c(t)\Leftrightarrow F(w)[H(w+w_c)+H(w-w_c)]=CF(w)$

即 f(t) $*$ $h_c(t)$= C f(t)，(C 为常数)
架设在残留边带信号中加入一个大载波，
$s(t)= s_{VSB}(t)+A\cos w_c t$
$=[cf(t)+A]\cos w_c t+[f(t) * h_s(t)]\sin w_c t$

其中包络 $v(t)=\sqrt{[cf(t)+A]^2+[f(t)*h_s(t)]^2} \approx cf(t)+A$

去直流,即可从包络信号中恢复出原始的基带信号 f(t).

4-16 设一宽带信号频率调制系统，载波振幅为 100V,频率为 100MHz，调制信号 m(t) 的频带限制于 5kHz， $\overline{m^2(t)}$ =5000V^2，k_f=500π Hz/V,最大频偏△f=75 kHz ,并设信道中噪声功率谱密度是均匀的，其 $P_n(f)=10^{-3}$W/Hz(单边谱),试求：

(2) 短接收机输入端理想带通滤波器的传输特性 H(w);
(3) 解调器输入端的信噪功率比；
(4) 解调器输出端的信噪功率比；
(5) 若 m(t)以调振幅方法传输。并以包络检波器检波，试比较在输出信噪比和所需带宽方面与频率调制系统有何不同？

解

(1) 接收机输入端的带通滤波器应该能让已调信号完全通过，并最大限度地滤除带外噪声。根据题意可知

m_f=△f/f_m=75/5=15
品带信号带宽
$B=2(m_f+1) f_m$=2×（15+1）×5=160
信号所处频率范围为 100MHz±0.16 kHz /2 MHz。因此，理想带通滤波器的传输特性应为

$$H(w)=\begin{cases} K, 99.92MHz \le |f| \le 100.08MHz \\ 0,\text{其它} \end{cases}$$

其中 K 为常数。

(2) 设解调器输入端的信号为

$$s_{FM}(t)=A\cos[wct+\int_{-\infty}^{t} k_f m(\tau)d\tau$$

则该点的信号功率和噪声功率分别为
$S_i=A^2/2=100^2/2=5000$
$N_i= P_n(f)\cdot B=10^{-3}\times160\times10^3$=160W
故有
S_i/ N_i=5000/160=31.2

(3) 根据调频信号解调器输出信噪比公式

$$\frac{S_O}{N_O}=\frac{3A^2k_f\overline{m^2(t)}}{8\pi^2 n_o f^3{}_m}=\frac{3\times100^2\times(500\pi)^2\times5000}{8\pi^2\times10^{-3}\times(5\times10^3)^3}=37500$$

(4) 若以振幅调制方法传输 m(t),则所需带宽
$B_{AM}=2 f_m$=10 kHz< B_{FM}=160 kHz

同时，包络检波器输出信噪比

$$\frac{S_O}{N_O}=\frac{\overline{m^2(t)}}{\overline{n^2{}_c(t)}}=\frac{\overline{m^2(t)}}{N_i}=\frac{5000}{10^{-3}\times 10\times 10^3}$$

$$=500<(\frac{S_O}{N_O})_{FM}=37500$$

由此可见，频率调制系统于振甫调制系统相比，试通过增加信号带宽，提高了输出信噪比。

4-17 设有一个频分多路复用系统，副载波用 DSB/SC 调制，主载波用 FM 调制。如果有 60 路等幅的音频输入通路 ，每路频带限制在 3.3 kHz 以下，防护频带为 0.7 kHz.

(1) 如果最大频偏为 800 kHz，试求传输信号的带宽；

(2) 试分析与第一路相比时第 60 路输入信噪比降低的程度(降低鉴频器输入的噪声是白色的，且解调器中无去加重电路。

解

(1) 分两种情况讨论：

① 各路信号经过 DSB 调制后，在相邻两路信号之间架防护频带 f_g，其频谱结构(FM 调制以前的信号频谱)略。

设频分复用之后的 60 路 DSB 信号总带宽为 $f`_m$

则有

$f`_m=n\times 2\,f_m+(n-1)\,f_g=60\times 2\times 3.3+59\times 0.7$

$=437.3\text{kHz}$

对该信号进行 FM 调制，最终所得传输信号的带宽为

$B=2(\triangle f+f`_m)=2\times(800+437.3)=2474.6\text{ kHz}\approx 2.48\text{MHz}$

② 各路音频信号加上防护频带之后，再进行 DSB 调制，频分复用的频谱结构略。

该信号的总带宽

$f`_m=n\times(2\,f_m+2\,f_g)-2\,f_g=60\times(3.3+0.7)\times 2-1.4$

$=478.6\text{kHz}$

在经过 FM 调制，所得传输信号的带宽为

$B=2(\triangle f+f`_m)=2\times(800+478.6)=2557.2\text{ kHz}\approx 2.56\text{MHz}$

(2) 根据题意可画出该频分复用系统的实现方框图，如图 4-25 所示。接收信号经过鉴频器解调之后，通过各带通滤波器 BPF_1, BPF_6 分离出各路 **DSB 信号 $s_{i1}(t)$到 $s_{i60}(t)$以及对应的噪声 $n_{i1}(t)$到 $n_{i60}(t)$。因此第 k 路的输入信噪比可定义为：**

$$SNR_k=\frac{s_{ik}}{N_{ik}}=\frac{\overline{s^2{}_{ik}}}{\overline{N^2{}_{ik}}}$$

由题意可得，各路信号功率相等，即 $s_{i1}=s_{i2}=\cdots=s_{i60}$。

同时，根据鉴频器特性可知，鉴频器输出噪声功率谱密度

$$P_{no}(w)\infty wn_o,|f|\le\frac{B}{2}$$

其中 n 为鉴频器输入白噪声的功率谱密度。这意味着鉴频器输出的噪声功率谱密度将不再均匀，而是与噪声所处频率位置有关。

由此可以得出第 1 路与第 60 路的信噪比关系：

$$\frac{SNR_1}{SNR_{60}} = \frac{S_{i1}/N_{i1}}{S_{i60}/N_{i60}} = \frac{N_{i60}}{N_{i1}} = \frac{\int_{472}^{480} f^2 df}{\int_0^8 f^2 df}$$

$$= \frac{480^3 - 472^3}{8^3} = 10621(40.2dB)$$

5.2 习题解答

5-1 设二进制符号序列为 110010001110. 试以矩形脉冲为例,分别画出相应的单极性波形,双极性波形，单极性归零波形，双极性归零波形,，二进制差分波形及八电平波形。

5-2 设二进制随机脉冲序列有余组成，出现 $g_1(t)$ 的概率为 p ，出现 $g_2(t)$ 的概率$(1-p)$。

证明：

如果

答：AMI码 +1 -1 0 +1 0 0 -1 0 0 0 0 0 +1；

HDB3码 +1 -1 0 +1 0 0 -1 0 0 0 –V 0 +1；

$$p=\frac{1}{1-\frac{g_1(t)}{g_2(t)}}=k(与t无关)$$

且$0<k<1$，则脉冲序列将无离散譜

证明

已知

$$p=\frac{1}{1-\frac{g_1(t)}{g_2(t)}}=k$$

则有

$$pg_1(t)+(1-p)g_2(t)=0$$

将上式两边做傅里叶换，得

$$pG_1(f)+(1-p)G_2(f)=0$$

其中，

$G_1(f)$和$G_2(f)$分别为$g_1(t)$和$g_2(t)$的傅里叶变换。

令$f=mf_s$，得到

$$pG_1(mf_s)+(1-p)G_2(mf_s)=0$$

将上式代入二进制随脉冲序列的功率谱密度表达式（5-2）中，显然离散部分将为0。

5－3设随机二进制序列中的0和1分别由$g(t)$和$-g(t)$组成，它们的出现概率分别为p及$(1-p)$

(1)求其功率谱密度及功率。

(2) 若$g(t)$为如图5－6(a)所示波形，T_s为码元宽度，问该序列存在离散分量$fs=1/T_s$否?

(3) 若$g(t)$改为图5－6(b),回答题 (2) 所问。

解

(1) 双极性波形的功率谱密度为

$$P_s(f)=4f_s p(1-p)|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|\ fs[(2p-1)G(mf_s)]\ \right|^2\delta(f-mf_s)$$

其功率

$$S=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}P_s(w)dw=\int_{-\infty}^{\infty}P_s(f)df$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}[4f_s p(1-p)|G(f)|^2+\sum_{-\infty}^{\infty}|f_s[(2p-1)G(mf_s)]|^2\delta(f-mf_s)]df$$

$$=4f_s p(1-p)\int_{-\infty}^{\infty}|G(f)|^2df+f_s^{\ 2}(2p-1)^2\sum_{-\infty}^{\infty}|G(mf_s)|^2$$

(2) 若

$$\begin{cases} g(t)=1,|t|\le \dfrac{T_s}{2} \\ 0,其它 \end{cases}$$

$g(t)$傅里叶变换$G(f)$为

$$G(f)=T_s\frac{\sin\pi fT_s}{\pi fT_s}$$

因为$G(f_s)=T_s\dfrac{\sin\pi f_sT_s\pi}{\pi fT_s}=T_s\dfrac{\sin\pi}{\pi}=0$

由题（1）中的结果知，此时的离散分量为0。

(3) 若

$$\begin{cases} g(t)=1,|t|\le \dfrac{T_s}{4} \\ 0,其它 \end{cases}$$

$g(t)$的傅氏变换$G(f)$为

$$G(f)=\frac{T_s}{2}\frac{\sin\dfrac{\pi fT_s}{2}}{\pi f\dfrac{T_s}{2}}$$

因为$G(f)=\dfrac{T_s}{2}\dfrac{\sin\dfrac{\pi fT_s}{2}}{\pi f\dfrac{T_s}{2}}=\dfrac{T_s}{2}\dfrac{\sin\dfrac{\pi}{2}}{\dfrac{\pi}{2}}=\dfrac{T_s}{\pi}\neq 0$

所以该二进制序列存在离散分量$f_s=\dfrac{1}{T_s}$。

5-4 设某二进制数字基带信号的基本脉冲为三角形脉冲，如图 5-7(a)所示。图中 T_s 为码元间隔，数字信息“1”和“0”分别用 g(t)的有无表示，且“1”和“0”出现的 概率相等：

(1) 求该数字基带信号的功率谱密度，并画出功率谱密度图；

(2) 能否从该数字基带信号中提取码元同步所需的频率 $f_s=1/T_s$ 的分量？若能，试计算该分量的功率。

解

(1)对于单极性基带信号，$g_1(t)=0, g_2(t)=0=g(t),$ 随机脉冲序列的功率谱密度为

$$p_s(f)=f_s p(1-p)|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}|f_s(1-p)G(mf_s)|^2\delta(f-mf_s)$$

当 p=1/2 时，

$$g(t)=\frac{fs}{4}|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_s)|^2\frac{f_s^{\ 2}}{4}\delta(f-mf_s)$$

由图 5-7(a)得

$$g(t)=\begin{cases}A(1-\frac{2}{T_s}|t|),|t|\le\frac{T_s}{2}\\0,其它t\end{cases}$$

$g(t)$的傅里叶变换$G(f)$为

$$G(f)=\frac{AT_s}{2}s^2a(\frac{\pi fT_s}{2})$$

代入功率谱密度函数式，得

$$P_s(f)=\frac{f_s}{4}\left|\frac{AT_s}{2}s^2a(\frac{\pi fT_s}{2})\right|^2+\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{f_s^{\ 2}}{4}\left|\frac{AT_s}{2}s^2a(\frac{\pi mf_sT_s}{2})\right|^2\delta(f-mf_s)$$

$$=\frac{A^2T_s}{16}s^4a(\frac{\pi fT_s}{2})+\frac{A^2}{16}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}s^4a(\frac{m\pi}{2})\delta(f-mf_s)$$

其功率谱密度图如图$5-7$ (b)所示。

(2) 由图 5-7(b)中可以看出，该基带信号功率谱密度中含有频率 $f_s=1/T_s$ 的离散分量，故可以提取码元同步所需的频率 $f_s=1/T_s$ 的分量。

由题(1)中的结果，该基带信号中的离散分量为 $P_v(w)$为

$$Pv(f)=\frac{A^2}{16}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}s^4a(\frac{m\pi}{2})\delta(f-mf_s)$$

当 m 取±1 时，即 f=±f_s时，有

$$Pv(f)=\frac{A^2}{16}s^4a(\frac{\pi}{2})\delta(f-f_s)+\frac{A^2}{16}s^4a(\frac{\pi}{2})\delta(f+f_s)$$

所以该频率分量的功率为

$$S=\frac{A^2}{16}s^4a(\frac{\pi}{2})+\frac{A^2}{16}s^4a(\frac{\pi}{2})=\frac{2A^2}{\pi^4}$$

5-5 设某二进制数字基带信号中，数字信号“1”和“0”分别由 及 表示，且“1”与“0”出现的概率相等， 是升余弦频谱脉冲，即

$$g(t)=\frac{1}{2}\frac{\cos(\frac{\pi t}{T_s})}{1-\frac{4t^2}{T_s^2}}sa(\frac{\pi t}{T_s})$$

(1) 写出该数字基带信号的功率谱密度表示式，并画出功率谱密度图；
(2) 从该数字基带信号中能否直接提取频率 $f_s=1/T_s$ 的分量。
(3) 若码元间隔 $T_s=10^{-3}s$，试求该数字基带信号的传码率及频带宽度。
解
(1) 当数字信息“1”和“0”等概率出现时，双极性基带信号的功率谱密度

$$P_s(f)=f_s\left|G(f)^2\right|$$

已知 $g(t)=\frac{1}{2}\frac{\cos(\frac{\pi t}{T_s})}{1-\frac{4t^2}{T_s^2}}sa(\frac{\pi t}{T_s})$，其傅氏变换为

$$G(f)=\begin{cases}\frac{T_s}{4}(1+\cos\pi fT_s),|f|\le\frac{1}{T_s}\\ 0,其它f\end{cases}$$

代入功率谱密度表达式中，有

$$P_s(f)=\frac{T_s}{16}(1+\cos\pi fT_s)^2,|f|\le\frac{1}{T_s}$$

如图 5-8 所示。

5-6 设某双极性基带信号的基本脉冲波形如图 5-9(a)所示。它是一个高度为 1，宽度 得矩形脉冲，且已知数字信息“1”的出现概率为 3/4，“0”的出现概率为 1/4。
(1) 写出该双极性信号的功率谱密度的表示式，并画出功率谱密度图；
(2) 由该双极性信号中能否直接提取频率为 $f_s=1/T_s$ 的分量？若能，试计算该分量的功率。

解

(1) 双极性信号的功率谱密度为

$$P_s(f)=4f_s p(1-p)|G(f)|^2+\sum_{m=-\infty}^{\infty}|f_s(2p-1)G(mf_s)|^2\delta(f-mf_s)$$

当$p=\frac{1}{4}$时，有

$$P_s(f)=\frac{3}{4}f_s|G(f)|^2+\frac{f_s^{\ 2}}{4}\sum_{m=-\infty}^{\infty}|G(mf_s)|^2\delta(f-mf_s)$$

已知

$$g(t)=\begin{cases}1,|t|\le\frac{\tau}{2}\\0,\text{其它}t\end{cases}$$

故 $G(f)=\tau\frac{\sin\pi f\tau}{\pi f\tau}=\tau sa(\pi f\tau)$

将上式代入 $P_s(f)$ 的表达式中，得

$$P_s(f)=\frac{3}{4}f_s\tau^2s^2a(\pi f\tau)+\frac{f_s^{\ 2}\tau^2}{4}\sum_{m=-\infty}^{\infty}s^2a(\pi mf_s\tau)\delta(f-mf_s)$$

将$\tau=\frac{1}{3}T_s$代入上式得

$$P_s(f)=\frac{1}{12}T_s^{\ 2}s^2a(\frac{\pi fT_s}{2})+\frac{1}{36}\sum_{m=-\infty}^{\infty}s^2a(\frac{\pi m}{2})\delta(f-mf_s)$$

功率谱密度如图$5-9$(b)所示。

（2）由图 5-9(b)可以看出，由该双极性信号可以直接提取频率为 $f_s=1/T_s$ 的分量。该基带信号中的离散分量为 $P_v(w)$为

$$P_v(w)=\frac{1}{36}\sum_{m=-\infty}^{\infty}s^2a(\frac{\pi m}{2})\delta(f-mf_s)$$

当 m 取±1 时，即 $f=\pm f_s$时，有

$$P_v(w)=\frac{1}{36}s^2a(\frac{\pi}{3})\delta(f-f_s)+\frac{1}{36}s^2a(\frac{\pi}{3})\delta(f+f_s)$$

所以频率为$f_s=\frac{1}{T_s}$分量的功率为

$$S=\frac{1}{36}s^2a(\frac{\pi}{3})+\frac{1}{36}s^2a(\frac{\pi}{3})=\frac{3}{8\pi^2}$$

5-7 已知信息代码为 100000000011，求相应的 AMI 码，HDB_3码，PST 码及双相码。

解　AMI 码：+1 0000 00000 –1 +1

HDB$_3$ 码：+1 000+V -B00 -V0 +1 –1

PST 码：①(+模式)+0 - + - + - + - + +-

②(-模式)-0 - + - + - + - + +-

双相码：10 01 01 01 01 01 01 01 01 01 10 10

5-8 已知信息代码为 1010000011000011，试确定相应的 AMI 码及 HDB$_3$ 码，并画出它们的波形图。

5-9 某基带传输系统接受滤波器输出信号的基本脉冲为如图 5-10 所示的三角形脉冲。

(1) 求该基带传输系统的传输函数 H(w);

(2) 假设信道的传输函数 C(w)=1,发送滤波器和接受滤波器具有相同的传输函数，即 $G(w)=G_R(w)$,试求这时 $G_T(w)$或 $G_R(w)$的表达式。

解

(1)由图 5-10 得

$$h(t)=\begin{cases}(1-\dfrac{2}{T_s}\left|t-\dfrac{T_s}{2}\right|),0\le t\le T\\ 0,\text{其它}t\end{cases}$$

基带系统的传输函数 H(w)由发送滤波器 $G_T(w)$，信道 C(w)和接受滤波器 $G_R(w)$组成，即

$$H(w)=G_T(w)C(w)G_R(w)$$

若　$C(w)=1$，　$G_T(w)=G_R(w)$

则　$H(w)=G_T(w)G_R(w)=G^2{}_T(w)=G^2{}_R(w)$

所以

$$G_T(w)=G_R(w)=\sqrt{H(w)}=\sqrt{\frac{T_s}{2}}sa(w\frac{T_s}{4})e^{-jw\frac{T_s}{4}}$$

5-10 设某基带传输系统具有图 5-11 所示的三角形传输函数：

(1) 求该系统接受滤波器输出基本脉冲的时间表示式；

(2) 当数字基带信号的传码率 $R_B=w_0/\pi$ 时,用奈奎斯特准则验证该系统能否实现无码间干扰传输?

解

(1) 由图 5-11 可得

$$H(w)=\begin{cases}\left(1-\dfrac{1}{w_0}|w|\right),|w|\le w_0\\ 0,\text{其它}w\end{cases}$$

该系统输出基本脉冲的时间表示式为

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(w)e^{jwt}dw=\frac{w_0}{2\pi}sa(\frac{w_0t}{2})$$

(2)根据奈奎斯特准则,当系统能实现无码间干扰传输时,
H (w)应满足

$$H_{eq}(w)\begin{cases}\sum_i H(w+\frac{2\pi}{T_s})=C,|w|\le\frac{\pi}{T_s}\\0,|w|>\frac{\pi}{T_s}\end{cases}$$

容易验证，当$|w|\le\frac{\pi}{T_s}=w_0$时，$\sum_i H(w+\frac{2\pi}{T_s}i)=\sum_i H(w+2\pi R_B i)=\sum_i H(w+2w_0 i)\ne C$，

所以当传码率$R_B=\frac{w_0}{\pi}$时，系统不能实现无码间干扰传输

5-11 设基带传输系统的发送器滤波器，信道及接受滤波器组成总特性为 H(w)，若要求以 $2/T_s$ Baud 的速率进行数据传输，试检验图 5-12 各种 H(w)满足消除抽样点上无码间干扰的条件否？

解 当 $R_B=2/T_s$ 时，若满足无码间干扰的条件，根据奈奎斯特准则，基带系统的总特性 H(w)应满足

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+2\pi R_B i)=C,|w|\le\pi R_B\\0,|w|>\pi R_B\end{cases}$$

或者

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+\frac{4\pi}{T_s}i)=C,|w|\le\frac{2\pi}{T_s}\\0,|w|>\frac{2\pi}{T_s}\end{cases}$$

容易验证，除(c)之外，(a) (b) (d)均不满足无码间干扰传输的条件。

5-12 设某数字基带传输信号的传输特性 H(w)如图 5-13 所示。其中 a 为某个常数(0≤a≤1)。

(1) 试检验该系统能否实现无码间干扰传输?
(2) 试求该系统的最大码元传输速率为多少？这是的系统频带利用率为多大?

解

(1) 根据奈奎斯特准则，若系统满足无码间干扰传输的条件，基带系统的总特性 H(w)应满足

$$H_{eq}(w)=\begin{cases}\sum_i H(w+2\pi R_B i)=C,|w|\le\pi R_B\\0,|w|>\pi R_B\end{cases}$$

可以验证，当 $R_B=w_0/\pi$ 时，上式成立。几该系统可以实现无码间干扰传输。

(2) 该系统的最大码元传输速率 R_{max},既满足 Heq(w)的最大码元传输速率 R_B，容易得到

$$R_{max}=w_0/\pi$$

系统带宽 $B=(1+\alpha)w_0$ rad$=(1+\alpha)w_0/2\pi$ HZ,所以系统的最大频带利用率为

$$\eta=\frac{Rmax}{B}=\frac{\frac{w_0}{\pi}}{\frac{(1+\alpha)w_0}{2\pi}}=\frac{2}{(1+\alpha)}$$

5-13 为了传送码元速率 $R_B=10^3$ Baud 的数字基待信号，试问系统采用图 5-14 中所画的哪一种传输特性较好？并简要说明其理由。

解 根据奈奎斯特准则可以证明(a)，(b)和(c)三种传输函数均能满足无码间干扰的要求。下面我们从频带利用率，冲击响应“尾巴”衰减快慢，实现难易程度等三个方面分析对比三种传输函数的好坏。

(1) 频带利用率

三种波形的传输速率均为 $R_B=1000$ Baud，传输函数(a)的带宽为

$$B_a=2\times10^3\text{Hz}$$

其频带利用率

$$\eta_a=R_B/B_a=1000/2\times10^3=0.5\ \text{Baud/Hz}$$

传输函数(b)的带宽为

$$B_b=10^3\text{Hz}$$

其频带利用率

$$\eta_b=R_B/B_b=1000/1000=1\ \text{Baud/Hz}$$

传输函数(c)的带宽为

$$B_c=10^3\text{Hz}$$

其频带利用率

$$\eta_c=R_B/B_c=1000/1000=1\ \text{Baud/Hz}$$

显然 $\eta_a<\eta_b=\eta_c$

所以从频带利用率角度来看，(b)和(c)较好。

(2) 冲击响应“尾巴”衰减快慢程度

(a)，(b)和(c)三种传输函数的时域波形分别为

$$h_a(t)=2\times10^3s^2a(2\times10^3\pi t)$$

$$h_b(t)=2\times10^3sa(2\times10^3\pi t)$$

$$h_c(t)=10^3s^2a(10^3\pi t)$$

其中(a)和(c)的尾巴以 $1/t^2$ 的速度衰减，而(b) 尾巴以 $1/t$ 的速度衰减，故从时域波形的尾巴衰减速度来看，传输特性(a)和(c)较好。

(3) 从实现难易程度来看，因为(b)为理想低通特性，物理上不易实现，而(a)和(c)相对较易实现。

综上所述，传输特性(c)较好。

5-14 设二进制基带系统地分析模型如图 5-2 所示，现已知

$$H(w)=\begin{cases}\tau_0(1+\cos w\tau_0), |w|\le \dfrac{\pi}{\tau_0}\\ 0,\text{其它}w\end{cases}$$

0，　　其它 w

试确定该系统最高的码元传输速率 R_B 及相应码元间隔 T_s.

解　　传输特性 H(w)的波形如图 5-15 所示。

由上图易知，H(w)为升余弦传输特性。有奈奎斯特准则，可求出系统最高的码元速率 R_B=1/2 τ$_0$ Baud，而 T_s= 2 τ$_0$ 。

5-15 若上题中

$$H(w)=\begin{cases}\dfrac{T_s}{2}(1+\cos w\dfrac{T_s}{2}), |w|\le \dfrac{2\pi}{T_s}\\ 0\text{，其它}w\end{cases}$$

试证其单位冲击响应为

$$h(t)=\frac{\sin \pi t/T_s}{\pi t/T_s}\bullet\frac{\cos \pi t/T_s}{1-4t^2/T^2{}_s}$$

并画出 h(t)的示意波形和说明用 1/ T_s Baud 速率传送数据时，存在(抽样时刻上)码间干扰否？

解　H(w)可以表示为

$$\text{H(w)}=\frac{T_s}{2}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)(1+\cos\frac{wT_s}{2})$$

其中 $G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)$ 波形如图 5-16（a)所示。而 $G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)$ 得傅式变换为

$$F^{-1}[G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)]=\frac{2}{T_s}sa(\frac{2\pi t}{T_s})$$

而

$$\text{H(w)}=\frac{T_s}{2}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)[1+\frac{e^{j\frac{wTs}{2}}+e^{-j\frac{wTs}{2}}}{2}]$$

$$=\frac{T_s}{2}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)+\frac{T_s}{4}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)\ e^{j\frac{wTs}{2}}+\frac{T_s}{4}G_{\frac{4\pi}{T_s}}(w)\ e^{-j\frac{wTs}{2}}$$

所以 h(t)=

$$\frac{T_s}{2}\times\frac{2}{T_s}sa(\frac{2\pi t}{T_s})+\frac{T_s}{4}\times\frac{2}{T_s}sa[\frac{2\pi(t+\frac{T_s}{2})}{T_s}]+\frac{T_s}{4}\times\frac{2}{T_s}sa[\frac{2\pi(t-\frac{T_s}{2})}{T_s}]$$

=

$$sa(\frac{2\pi t}{T_s})+\frac{1}{2}sa[\frac{2\pi(t+\frac{T_s}{2})}{T_s}]+\frac{1}{2}sa[\frac{2\pi(t-\frac{T_s}{2})}{T_s}]=sa(\frac{2\pi t}{T_s})-sa(\frac{2\pi t}{T_s})\bullet\frac{1}{1-T_s^2/4t^2}$$

$$=sa(\frac{2\pi t}{T_s})[1-\frac{1}{1-T_s^2/4t^2}]$$

$$=sa(\frac{2\pi t}{T_s})[\frac{1}{1-4t^2/T_s^2}]$$

$$=\frac{\sin\pi t/T_s}{\pi t/T_s}\bullet\frac{\cos\pi t/T_s}{1-4t^2/T_s^2}$$

$h(t)$的波形如图5－16（b)所示。

由图 5-16（b）可以看出，当传输速率 $R_B=\frac{1}{T_s}Baud$时，将不存在（抽样时刻上的）码间干扰，因为$h(t)$满足

$$h(KTs)=\begin{cases}1,k=0\\0,k\text{为其它整数}\end{cases}$$

5-16 设一相关编码系统如图 5-17 所示。图中，理想低通滤波器的截止频率为 $1/(2T_s)$，通带增益为 T_s。试求该系统的单位冲击响应和频率特性。

解　理想低通滤波器的传递函数为

$$H(w)=\begin{cases}T_s,|w|\le\frac{\pi}{T_s}\\0,\text{其他}w\end{cases}$$

其对应的单位冲击响应

$$h'(t)=sa(\frac{\pi}{T_s}t)$$

所以系统单位冲击响应

$$h(t)=[\delta(t)-\delta(t-2T_s)]*h'(t)=h'(t)-h'(t-2T_s)$$

$$=sa(\frac{\pi}{T_s}t)-sa[(\frac{\pi}{T_s}t-2T_s)]$$

系统的频率特性

H(w)=[1-e e^{-jwT_s}] $H'(w)$

$$=\begin{cases} T_s(1-e^{-j2wT_s})|w| \le \dfrac{\pi}{T_s} \\ 0,\text{其它}w \end{cases}$$

$$|H(w)| = \begin{cases} 2T_s \sin wT_s, |w| \le \dfrac{\pi}{T_s} \\ 0,\text{其它}w \end{cases}$$

5-17 若上题中输入数据为二进制的，则相关编码电平数为何值？若数据为四进制的，则相关编码电平数为何值？

解　相关编码表示式为 $C_k=b_k+b_{k-2}$

若输入数据为二进制(+1,-1)，则相关编码电平数为 3；若输入数据为四进制(+3,+1,-1,-3)，则相关编码电平数为 7。

一般地，若部分相应波形为

$$g(t) = R_1 \frac{\sin \frac{\pi}{T_s} t}{\frac{\pi}{T_s} t} + R2 \frac{\sin \frac{\pi}{T_s}(t - T_s)}{\frac{\pi}{T_s}(t - T_s)} + \cdots$$

$$+ RN \frac{\sin \frac{\pi}{T_s}(t - (N-1)T_s)}{\frac{\pi}{T_s}(t - (N-1)T_s)}$$

输入数据为 L 进制，则相关电平数

Q=（L-1） $\sum_{i-1}^{N} |R_i| + 1$

5-18 以参考文献 [1]中第Ⅳ类部分响应系统为例，试画出包括预编码在内的系统组成方框图。

解　第Ⅳ类部分响应系统的系统组成方框图如图 5-18 所示。

5-19 对于双极性基带信号，在一个码元持续时间内，抽样判决器输入端得到的波形可表示为

$$x(t)=\begin{cases} A + n_R(t)\text{发送}“1” \text{时} \\ -A + n_R(t),\text{发送}“0” \end{cases}$$

假定 $n_R(t)$是均值为 0，方差为 σ^2_n的高斯噪声，当发送“1”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2{}_n}]$$

而发送“0”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{(x+A)^2}{2\sigma^2{}_n}]$$

若令判决门限为 V_d,则将“1”错判为“0”的概率为

$$P_{e1}=p(x<V_d)=\int_{-\infty}^{V_d}f_1(x)dx=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}erf(\frac{V_d-A}{\sqrt{2}\sigma_n})$$

将“0”错判为“1”的概率为

$$P_{e0}=p(x>V_d)=\int_{V_d}^{\infty}f_0(x)dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}erf(\frac{V_d+A}{\sqrt{2}\sigma_n})$$

若设发送“1”和“0”的概率分别为 p(1)和 p(0)，则系统总的误码率为

$$p_e=p(1)p_{e1}+p(0)p_{e2}$$
$$=p(1)\int_{-\infty}^{V_d}f_1(x)dx+p(0)\int_{V_d}^{\infty}f_0(x)dx$$

令 $\frac{dp_e}{dV_d}=0$,得到

$$p(1)f_1(V_d)-p(0)f_0(V_d)=0$$

解的最佳门限电平为

$$V_d*=\frac{\sigma_n{}^2}{2A}ln\frac{p(0)}{p(1)}$$

5-20　试证明对于单极性基带波形，其最佳门限电平为

$$V_d*=\frac{A}{2}\frac{\sigma_n{}^2}{2A}ln\frac{p(0)}{p(1)}$$

最小误码率 $pe=\frac{1}{2}erfc(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma_n})$　　（“1”和“0”等概出现时）

证明　对于单极性基带信号，在一个码元持续时间内，
抽样判决其输入端得到的波形可表示为

$$x(t)=\begin{cases}A+n_R(t),发送“1”时\\ n_R(t),发送“0”\end{cases}$$

其中 $n_R(t)$为均值为 0，方差为 $\sigma^2{}_n$ 的高斯噪声，当发送“1”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2{}_n}]$$

而发送“ 0 ”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{x^2}{2\sigma^2{}_n}]$$

若令判决门限为 V_d,则将“ 1 ”错判为“ 0 ”的概率为

$$P_{e1}=p(x<V_d)=\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2{}_n}]dx$$

将“ 0 ”错判为“ 1 ”的概率为

$$P_{e0}=p(x>V_d)=\int_{V_d}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{x^2}{2\sigma^2{}_n}dx$$

若设发送“ 1 ”和“ 0 ”的概率分别为 p(1)和 p(0)，则系统总的误码率为

$$p_e=p(1)p_{e1}+p(0)p_{e2}$$

令 $\frac{dp_e}{dV_d}=0$,得到

最佳门限电平 V_d* 即

解的最佳门限电平为

$$V_d*=\frac{\sigma_n{}^2}{2A}ln\frac{p(0)}{p(1)}$$

而发送“ 0 ”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_1(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2{}_n}]$$

而发送“ 0 ”时，x(t)的一维概率密度为

$$f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n}exp[-\frac{(x+A)^2}{2\sigma^2{}_n}]$$

若令判决门限为 V_d,则将“ 1 ”错判为“ 0 ”的概率为

$$P_{e1}=p(x<V_d)=\int_{-\infty}^{V_d}f_1(x)dx=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}erf(\frac{V_d-A}{\sqrt{2}\sigma_n})$$

将“ 0 ”错判为“ 1 ”的概率为

$$P_{e0} = p(x > V_d) = \int_{V_d}^{\infty} f_0(x)dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}erf(\frac{V_d + A}{\sqrt{2}\sigma_n})$$

若设发送“1”和“0”的概率分别为 p(1)和 p(0)，则系统总的误码率为

$$p_e = p(1)p_{e1} + p(0)p_{e2}$$
$$= p(1)\int_{-\infty}^{V_d} f_1(x)dx + p(0)\int_{V_d}^{\infty} f_0(x)dx$$

令 $\frac{dp_e}{dV_d} = 0$,得到

$$p(1)f_1(V_d) - p(0)f_0(V_d) = 0$$

解的最佳门限电平为

$$V_d* = \frac{\sigma_n^2}{2A} ln\frac{p(0)}{p(1)}$$

若令判决门限为 V_d,则将“1”错判为“0”的概率为

将“0”错判为“1”的概率为

设发送“1”和“0”的概率分别为 p(1)和 p(0)，则系统总的误码率为

5-21 若二进制基带系统如图 5-2 所示，并设 。现已知

(1) 若 n(t)的双边功率谱密度为 $n_0/2$ (W/Hz)，试确定 $G_R(w)$得输出噪声功率；
(2) 若在抽样时刻 KT(K 为任意正整数)上，接受滤波器的输出信号以相同概率取 0，A 电平，而输出噪声取值 V 服从下述概率密度分布的随机变量

试求 系统最小误码率 p_e.

解

(1) $G_R(w)$的输出噪声功率谱密度为

接受滤波器 $G_R(w)$ 输出噪声功率为

(2) 设系统发送“1”时，接受滤波器的输出信号为 A 电平，而发送“0”时，接受滤波器的输出信号为 0 电平。若令判决门限为 V_d,则发送“1”错判为“0”的概率为

发送“0”错判为“1”的概率为

设发送“1”和“0”的概率分别为 p(1)和 p(0)，则总的错误概率为

5-22 某二进制数字基带系统所传送的是单极性基带信号，且数字信息“1”和“0”的出现概率相等。

(1)若数字信息为“1”时，接受滤波器输出信号在抽样判决时刻的值 A=1V，且接受滤波器输出噪声是均值为 0，均方根值为 0.2V 的高斯噪声，试求这时的误码率 p_e;

(2)若要求误码率 p_e 不大于 10^{-5} 试确定 A 至少是多少?

解

(1) 用 p(1)和 p(0)分别表示数字信息“1”和“0”出现的概率，则 p(1)=p(0)=1/2，等概时，最佳判决门限为 V^*_d=A/2=0.5V.

已知接受滤波器输出噪声是均值为 0，均方根值为 0.2V 误码率

p_e=

(2)

5-23 若将上题中的单极性基带信号改为双极性基带信号，其他条件不变，重做上题中的各问。

解　等概时采用双极性基带信号的几代传输系统的最小误码率

5-24 一随机二进制序列为 10110001…，符号“1”对应的基带波形为升余弦波形，持续时间为 T_s；符号“0”对应的基带波形恰好与“1”的相反。

(1) 当示波器扫描周期 $T_0=T_s$ 时，试画出眼图；

(2) 当 $T_0=2T_s$ 时，试重画眼图；

(3) 比较两种眼图的下述指标：最佳抽样判决时刻，判决门限电平及噪声容限值。

解

(1) 若不考虑信道噪声和码间干扰，当示波器扫描周期 $T_0=T_s$ 时，眼图如图 5-19(a)所示。

(2) 当 $T_0=2T_s$ 时，眼图如图 5-19(b)所示。

(4) 在 $T_0=T_s$ 和 $T_0=2T_s$ 时，最佳抽样判决时刻，噪声容限及判决门限电平分别如图 5-19(a) (b)中的标注所示。

5-25　设有一个三抽头的是与均衡器，如图 5-20 所示，x(t)在各抽样点的值依次为 $x_{-2}=1/8$ $x_{-1}=1/8$, $x_0=1$, $x_{+1}=1/4$,

$x_{+2}=1/16$(在其他抽样点均为零)，试求输入波形 x(t)峰值的畸变值及时雨均衡其输出波形 y(t) 峰值的畸变值。

解　x_k 的峰值的畸变值为

$$D_x=\frac{1}{x_0}\sum_{i=-2}^{2}|x_i|=\frac{1}{8}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{37}{48}$$

有公式

$y_k = \sum_{i=-N}^{N} C_i x_{k-i}$得到

$$y_{-3} = C_{-1}x_{-2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{8} = -\frac{1}{24}$$

$$y_{-2} = C_{-1}x_{-1} + C_0 x_{-2} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} + 1\times\frac{1}{8} = \frac{1}{72}$$

$$y_{-1} = C_{-1}x_0 + C_0 x_{-1} + C_0 x_{-2} = -\frac{1}{3}\times 1 + 1\times\frac{1}{3} + (-\frac{1}{4})\times\frac{1}{8} = -\frac{1}{32}$$

$$y_0 = C_{-1}x_1 + C_0 x_0 + C_1 x_{-1} = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{4} + 1\times 1 + (-\frac{1}{4})\times\frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$y_1 = C_{-1}x_2 + C_0 x_1 + C_1 x_0 = -\frac{1}{3}\times\frac{1}{16} + 1\times\frac{1}{4} + (-\frac{1}{4})\times 1 = -\frac{1}{48}$$

$$y_2 = C_0 x_2 + C_1 x_1 = 1\times\frac{1}{16} + (-\frac{1}{4})\times\frac{1}{4} = 0$$

$$y_2 = C_1 x_2 = -\frac{1}{4}\times\frac{1}{16} = -\frac{1}{64}$$

其余 y_k 值为 0。

输出波形 y_k 峰值的畸变值为

$$D_y = \frac{1}{y_0}\sum_{\substack{i=-3\\ i\neq 0}}^{3} |y_i| = \frac{6}{5}\times(\frac{1}{24} + \frac{1}{72} + \frac{1}{32} + \frac{1}{48} + 0 + \frac{1}{64}) = \frac{71}{480}$$