

# 描述语言的途径

## 穷举法

## 文法（产生式系统）描述

用规则生成语言中合法的句子

形式语言学也称代数语言学，用来精确描述语言及其结构。

形式语法： $G=(N, \Sigma, S, P)$

- $N$  非终结符号有限集
- $\Sigma$  终结符号有限集
- $V$  为总词汇表， $V=\Sigma \cup N$ ，且 $\Sigma \cap N = \emptyset$
- $P$  重写规则的有限集合
- $S$  句子符或初始符

最右推导

最左推导

## 正则文法

$P$ 中所有规则满足： $A \rightarrow Bx$ 或 $A \rightarrow x$ ，其中 $A, B \in N$ ， $x \in \Sigma$

正则文法也称3型文法

分为：

1. 左线性正则文法
2. 右线性正则文法

eg: $G=(N, \Sigma, S, P)$ ,  $N=\{S, A, B, C\}$ ， $\Sigma=\{a, b\}$ ,

$P: (1) S \rightarrow aA \quad (2) A \rightarrow aA \quad (3) A \rightarrow bbB \quad (4) B \rightarrow bB \quad (5) B \rightarrow b$

第三条规则可改写为  $A \rightarrow bB' \quad B' \rightarrow bB$

例子属于右线性正则文法（因为规则中非终结符号出现在最右边）

可识别的语言为：

$L(G) = \{a^n * b^m \mid n \geq 1, m \geq 3\}$

## 上下文无关法CFG

$P$ 中所有规则满足： $A \rightarrow \alpha$ ，其中 $A \in N$ ， $\alpha \in N \cup \Sigma$

也称2型文法

eg: $G=(N, \Sigma, S, P)$ ,  $N=\{S, A, B, C\}$ ， $\Sigma=\{a, b, c\}$ ,

$P: (1) S \rightarrow ABC \quad (2) A \rightarrow aA|a \quad (3) B \rightarrow bB|b \quad (4) C \rightarrow BA|c$

可识别的语言为：

$L(G) = \{a^n * b^m * a^k * c^\alpha \mid n \geq 1, m \geq 1, k \geq 0, \alpha \in \{0, 1\}\}$

## 上下文相关发CSG

P中所有规则满足： $\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$ ，其中 $A \in N$ ， $\alpha, \gamma, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$ ， $\alpha \beta$ 可以是空字符，且 $\gamma$ 至少包含一个字符，称G语法为上下文相关法（CSG）或称1型文法。2型文法是1型文法的特例。

规则左部不一定有一个非终结符，规则右端的长度不小于规则左部的长度

eg:  $G = (N, \Sigma, S, P)$ ,  $N = \{S, A, B, C\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,

P: (1)  $S \rightarrow ABC$  (2)  $A \rightarrow aA|a$  (3)  $B \rightarrow bB|b$  (4)  $BC \rightarrow Bcc$

可识别的语言为：

$L(G) = \{a^n b^m c^{2n} \mid n \geq 1, m \geq 1\}$

## 无约束文法

P中所有规则满足： $\alpha \rightarrow \beta$ ，其中 $\alpha \in (N \cup \Sigma)^+$ ， $\beta \in (N \cup \Sigma)^*$ ，也称0型文法

## ▼ 自动机法

通过对输入的句子进行合法性检验来判断是否是语言中的句子

- 很难描述语言的结构
- 

### 有限自动机FA/FSM

#### 确定性有限自动机DFA

M是一个五元组

$M = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$

$\Sigma$ 是输入符号的有穷集合

Q是状态的有限集合

$q_0 \in Q$ 是初始状态

F是终止状态集合，F包含于Q

$\delta$ 是Q与 $\Sigma$ 的直积 $Q \times \Sigma$ 到Q（下一个状态）的映射，它支配着有限状态控制的行为，被称为状态转移函数。

DFA确定的语言

$\delta(q_0, x) = p, p \in F$ ，那么句子x被M接受，被M接受的句子的全集称为由M定义的语言，记为T(M):

$T(M) = \{x \mid \delta(q_0, x) \in F\}$

状态转化图构造：

每个状态为节点，用圆圈表示。有向弧表示在输入符号下的转移过程

#### 不确定性有限自动机NFA

M是一个五元组

$M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$

$\Sigma$ 是输入符号的有穷集合

$Q$ 是状态的有限集合

$q_0 \in Q$ 是初始状态

$F$ 是终止状态集合， $F$ 包含于 $Q$

$\delta$ 是 $Q$ 与 $\Sigma$ 的直积 $Q \times \Sigma$ 到 $Q$ 的幂集 $2^Q$ 的映射，它支配着有限状态控制的行为，被称为状态转移函数。

不同：DFA中 $\delta(q,a)$ 是一个状态

NFA中 $\delta(q,a)$ 是一个状态集合

对于NFA， $M$ 有映射

$\delta(q,a)=\{q_1, q_2, \dots, q_k\}, k \geq 1$

$M$ 在状态 $q$ 时，接受输入符号 $a$ 时，可选择状态集中的任何一个状态作为下一个状态

NFA接受的语言：

若存在一个状态 $p$ ,有 $p \in \delta(q_0, x)$ 且 $p \in F$ ，称句子 $x$ 被NFA  $M$ 所接受。被NFA  $M$ 接受的所有句子的集合称为NFA  $M$ 定义的语言

$T(M)=\{x | p \in \delta(q_0, x) \text{ 且 } p \in F\}$

$L$ 是被NFA接受的语言，则存在一个DFA，能够接受 $L$

## 下推自动机PDA

带有附加下推存储器的有限自动机

下推存储器是一个堆栈

PDA是一个七元组

$M=(\Sigma, Q, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

$\Gamma$ 是下推存储器符号的有穷集合

$Z_0 \in \Gamma$ 是最初出现在下推存储器顶端的开始符号

$\delta$ 是 $Q$ 与 $\Sigma$ 的直积 $Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma$ 到 $Q \times \Gamma$ 的子集的映射。

$\delta(q,a,Z)=\{(q_1, \gamma_1), (q_2, \gamma_2), \dots, (q_m, \gamma_m)\}$

$q_1, q_2, \dots, q_m \in Q, a \in \Sigma, Z \in \Gamma, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m \in \Gamma$ 。

判断一种语言或句子是否被PDA接受标准：

1) 终止状态接受标准

$T(M)=\{x | x: (q_0, Z_0) \vdash^* (q, \gamma), \gamma \in \Gamma^*, q \in F\}$

2) 空存储器接受标准

$N(M)=\{x | x: (q_0, Z_0) \vdash^* (q, \epsilon), q \in Q\}$

## 线性界限自动机

是确定单带图灵机，与图灵机不同之处是其读/写头不能超越原来输入带上字符串的初始和终止位置。

线性界限自动机的存储空间被输入符号串的长度所限制。

六元组

$M=(\Sigma, Q, \Gamma, \delta, q_0, F)$

$\Sigma$ 是输入/输出带上字符的有穷集合

$\Gamma$ 是输入符号的有穷集合

F是终止状态集合，Q包含F  
 $\delta$ 是 $Q^* \Gamma^*$ 到 $Q^* \Gamma^* \{R, L, S\}$ 子集的一个映射。  
 $\Sigma$ 包括#和\$分别表示输入链左端和右端的结束标志。  
其格局ID与图灵机相同

## 图灵机T

与FA区别：可通过其读写头改变输入带上的字符。

图灵机T为一个六元组

$M = (\Sigma, Q, \Gamma, \delta, q_0, F)$

$\Sigma$ 是输入/输出带上字符的有穷集合，不包含空白符号B

$\Gamma$ 是输入符号的有穷集合，包含空符号B， $\Gamma$ 包含 $\Sigma$ ， $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$

F是终止状态集合，Q包含F

$\delta$ 是 $Q^* \Gamma^*$ 到 $Q^* (\Gamma - \{B\})^* \{R, L, S\}$ 子集的一个映射， $\{R, L, S\}$ 表示左移右移和停止不动。

图灵机的一个格局 (ID) 可以用三元组  $(q, \alpha, i)$  表示。

$q \in Q$

$\alpha$ 是输入/输出带上的非空白部分， $\alpha \in (\Gamma - \{B\})^*$

i是整数，表示T的读/写头到 $\alpha$ 左端 (起始位置) 的距离。