Probability & Statistics

통계기초

AiDA Lab.

강사 양석환

통계학 개요



- 통계학(Statistics)이란?
 - 수학의 한 분야로서 데이터를 수집, 정리, 분석, 해석하고 이해하는 학문
 - 모집단, 변동, 데이터 축소 방법에 대한 연구하는 학문

- 다양한 분야에서 활용
 - 비즈니스, 과학, 의학, 사회과학, 정치학 등 다양한 분야에서 중요한 역할을 수행
 - 특히 현대 데이터 과학과 머신러닝 분야에서 데이터 분석과 통계적 기법은 예측, 패턴 인식, 의사 결정 등에 핵심적으로 사용되고 있음

• 데이터 수집

- 통계학은 관심 있는 현상이나 문제에 대한 데이터를 수집하는 과정을 다루며
- 이러한 데이터는 실험, 조사, 측정, 관찰 등 다양한 방법으로 얻을 수 있음

• 데이터 분석

- 수집한 데이터를 정리하고 요약하여 패턴이나 추세를 파악하는 과정
- 이를 통해 데이터의 특성을 파악하고 인사이트를 도출할 수 있음

• 통계 모델링

- 데이터로부터 확률적인 모델을 구축하고 이를 사용하여 미래의 예측을 수행하는 과정
- 경제 예측, 의학 연구, 기업 분석 등 다양한 분야에서 활용됨

• 불확실성 처리

- 데이터의 불확실성을 고려하고 처리하는 방법을 제공
- 표본 오차, 신뢰 구간, 가설 검정 등을 사용하여 결과의 신뢰성을 평가

• 의사 결정 지원

- 통계학은 의사 결정 과정을 지원하는데 사용됨
- 데이터를 분석하고 모델링하여 최선의 결정을 내릴 수 있도록 지원

데이터의 기술



- 기술 통계 분석(Descriptive Statistics)
 - 데이터의 주요 특성을 요약하고 설명하는 통계적 기술을 다루는 분석 방법
 - 데이터 집합을 이해하고 요약하여 데이터의 패턴을 파악할 수 있음
 - 데이터 탐색 및 이해의 첫 단계로서 중요함
 - 데이터의 특성을 요약하고 시각화하여 패턴을 파악하는 데 도움을 줌
 - 추론 통계 분석을 통해 데이터에 대한 통계적 가설 검정 및 예측 모델링을 수행할 수 있음

• 기술 통계 분석의 주요 요소

- 중심 경향성(Measures of Central Tendency)
 - 데이터 집합의 대표값을 계산하며, 이는 데이터의 중심 위치를 나타냄
 - 주요 중심 경향성 측정값: 평균(average), 중앙값(median), 최빈값(mode) 등
- 분산성(Measures of Variability)
 - 데이터의 퍼짐 정도를 나타냄
 - 주요 분산성 측정값: 분산(variance), 표준 편차(standard deviation)
- 분포 형태(Distribution Shape)
 - 데이터 분포의 형태를 이해하고 설명함
 - 히스토그램, 박스 플롯 등의 시각적 도구를 사용하여 데이터 분포를 확인할 수 있음

• 기술 통계 분석의 주요 요소

- 이상치(Outliers) 탐지
 - 이상치: 일반적인 데이터 값과 동떨어진 값
 - 기술 통계 분석을 통해 이상치를 식별하고 처리할 수 있음
- 데이터 요약
 - 데이터 집합의 합계, 최소값, 최대값, 범위 등의 요약 통계량을 계산하여 데이터의 전반적인 특성을 파악함

탐색적 데이터 분석(EDA)



• 데이터 분석의 접근 방법

- 확증적 데이터 분석(CDA: Confirmatory Data Analysis)
 - 가설을 설정한 후, 수집한 데이터로 가설을 평가하고 추정하는 전통적인 분석
 - 관측된 형태나 효과의 재현성 평가, 유의성 검정, 신뢰구간 추정 등의 통계적 추론을 하는 분석 방법
 - 설문조사나 논문에 관한 내용을 입증하는 데 사용



- 탐색적 데이터 분석(EDA, Exploratory Data Analysis)
 - 원 데이터(Raw data)를 가지고 유연하게 데이터를 탐색하고, 데이터의 특징과 구조로부터 얻은 정보를 바탕으로 통계모형을 만드는 분석방법
 - 주로 빅데이터 분석에 사용됨



- 확증적 데이터 분석은 *추론통계로, 탐색적 데이터 분석은 *기술통계로 구분할 수 있음
 - 추론통계
 - 수집한 데이터를 이용하여 추론 예측하는 통계 기법
 - 신뢰구간 추정, 유의성 검정 기법 등을 이용함
 - 기술통계
 - 수집한 데이터를 요약 묘사 설명하는 통계 기법
 - 데이터의 대푯값, 분포 등을 이용함



• 탐색적 데이터 분석

- 벨 연구소의 수학자 존 튜키가 제안한 데이터 분석 방법
- 통계적 가설 검정 등에 의존한 기존 통계학으로는 새롭게 나오는 많은 양의 데이터의 핵심 의미를 파악하는데 어려움이 있다고 생각하여 이를 보완한 탐색적 데이터 분석을 도입
- 데이터를 분석하고 결과를 내는 과정에서 원 데이터에 대한 탐색과 이해를 기본으로 가지는 것이 가장 중요

- 탐색적 데이터 분석의 분석 방향
 - 데이터의 분포와 값을 다양한 각도에서 관찰하며
 - 데이터가 표현하는 현상을 더 잘 이해할 수 있도록 도와주고
 - 데이터를 다양한 기준에서 살펴보는 과정을 통해
 - 문제 정의 단계에서 미처 발견하지 못한 다양한 패턴을 발견하고
 - 이를 바탕으로 기존의 가설을 수정하거나 새로운 가설을 추가할 수 있도록 함
 - 데이터에 대한 관찰과 지식이 이후에 통계적 추론이나 예측 모델 구축 시에도 사용되므로 데이터 분석 단계
 중 중요한 단계라고 볼 수 있음

- 탐색적 데이터 분석의 목표
 - 관측된 현상의 원인에 대한 가설 제시
 - 가설은 적절한 통계 도구 및 기법의 선택을 위한 가이드 역할
 - 통계 분석의 기초가 될 가정을 평가
 - 추가 자료수집을 위한 기반 제공

- 탐색적 데이터 분석은...
 - 한 번에 완벽한 결론에 도달하는 것이 아니라
 - 아래와 같은 방법을 반복하여 데이터를 이해하고 탐구하는 과정
 - 1) 데이터에 대한 질문 & 문제 만들기
 - 2) 데이터를 시각화하고, 변환하고, 모델링하여 그 질문 & 문제에 대한 답을 찾아보기
 - 3) 찾는 과정에서 배운 것들을 토대로 다시 질문을 다듬고 또 다른 질문 & 문제 만들기

- 이러한 과정을 기반으로...
- 데이터에서 흥미 있는 패턴이 발견될 때까지, 더 찾는 것이 불가능하다고 판단될 때까지
- 도표, 그래프 등의 시각화, 요약 통계를 이용하여 전체적인 데이터를 살펴보고 개별 속성의 값을 관찰하여
- 데이터에서 발견되는 이상치를 찿아내어
- 전체 데이터 패턴에 끼치는 영향을 관찰하고,
- 속성 간의 관계에서 패턴을 발견함





- 1 단계: 전체적인 데이터 살펴보기
 - 데이터 항목의 개수, 속성 목록, NAN 값, 각 속성이 가지는 데이터형 등 확인
 - 데이터 가공 과정에서 데이터의 오류나 누락이 없는지 확인
 - 데이터의 head와 tail을 확인
 - 데이터를 구성하는 각 속성값이 예측한 범위와 분포를 갖는지 확인

• 2 단계: 이상치(Outlier) 분석

- 1) 개별 데이터를 관찰하여 전체적인 추세와 특이사항을 관찰
 - 데이터가 많다고 특정 부분만 보게 되면 이상치가 다른 부분에서 나타날 수도 있으므로 앞, 뒤, 무작위로 표본을 추 출해서 관찰
 - 이상치들은 작은 크기의 표본에서는 나타나지 않을 수도 있음

2) 적절한 요약 통계 지표를 사용

- 데이터의 중심을 알기 위해서 평균, 중앙값, 최빈값을 사용
- 데이터의 분산도를 알기 위해서는 범위, 분산 등을 이용
- 통계 지표를 이용 시, 평균과 중앙값의 차이처럼 데이터의 특성에 주의해서 이용해야 함

3) 시각화 활용

- 시각화를 통해 데이터의 개별 속성에 어떤 통계 지표가 적절한지를 결정
- 시각화 방법: Histogram, Scatterplot, Boxplot, 시계열 차트 등

• 그 외에도

- 기계학습의 K-means 기법
- Static based detection 기법
- Deviation based method 기법
- Distance based Detection 기법 등

을 이용하여 이상치를 발견



- 3 단계: 속성 간의 관계 분석
 - 속성 간의 관계 분석을 통해 서로 의미 있는 상관관계를 갖는 속성의 조합 도출
 - 분석의 대상이 되는 속성의 종류에 따라서 분석 방법 선택
 - 범주형 (Categorical) 변수: 명목형 데이터, 순서형 데이터 등
 - 수치형 (Numeric) 변수: 연속형 데이터, 이산형 데이터 등

- 이산형 변수-이산형 변수의 경우
 - 상관계수를 통해 두 속성 간의 연관성 확인
 - Heatmap이나 Scatterplot을 이용하여 시각화
- 이산형 변수-범주형 변수의 경우
 - 카테고리별 통계치를 범주형으로 나누어서 관찰
 - Box plot, PCA plot 등으로 시각화
- 범주형 변수- 범주형 변수의 경우
 - 각 속성값의 쌍에 해당하는 값의 개수, 분포를 관찰
 - Piechart, Mosaicplot 등을 이용하여 시각화

시각화



• 데이터 시각화란?

- 정보와 데이터를 그래프로 나타내는 것
- 차트, 그래프, 맵과 같은 시각적 요소를 사용하여
- 데이터에서 추세, 이상 값 및 패턴을 보고 이해할 수 있도록 해 주며
- 데이터 분석에 쉽게 접근할 수 있도록 하는 방법
- 특히 빅 데이터의 세계에서, 데이터 시각화 도구와 기술은 막대한 양의 정보를 분석하고 데이터 기반 의사 결정을 내리는 데에 필수적

데이터 시각화(Data Visualization)

- 데이터 시각화의 필요성
 - 인간은 시력을 통해 얻는 정보양은 다른 기관의 정보보다 훨씬 많음
 - 지나치게 많은 데이터로 인해 이를 관리하고 이해하는 어려움이 계속해서 증가
 - 대부분의 사람들은 통계 데이터에 대해 잘 알지 못하며, 기본적인 통계 방법(평균, 중위수, 범위 등)은 인간의 인지적 성격과 맞지 않음
 - 통계 방법에 따라 규칙을 보는 것은 어렵지만, 데이터가 시각화되면 규칙은 매우 명확히 인지 가능(예: 안스 콤비의 4중주)

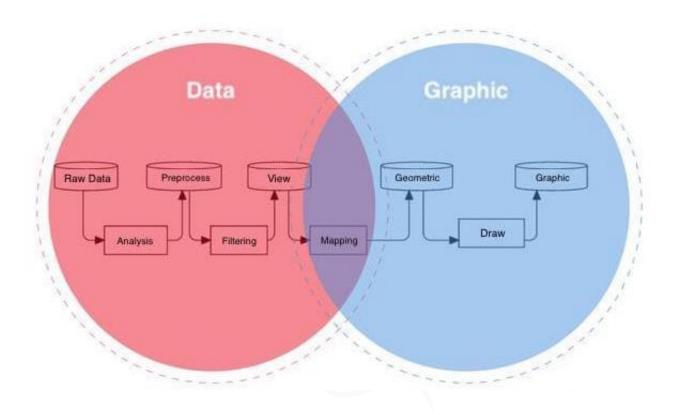
데이터 시각화(Data Visualization)

• 안스콤비의 4중주(Anscombe's quartet)

a	<u> </u>		11		III		IV	
	X	у	X	У	X	у	X	у
	10	8.04	10	9.14	10	7.46	8	6.58
	8	6.95	8	8.14	8	6.77	8	5.76
	13	7.58	13	8.74	13	12.74	8	7.71
	9	8.81	9	8.77	9	7.11	8	8.84
	11	8.33	11	9.26	11	7.81	8	8.47
	14	9.96	14	8.10	14	8.84	8	7.04
	6	7.24	6	6.13	6	6.08	8	5.25
	4	4.26	4	3.10	4	5.39	19	12.5
	12	10.84	12	9.13	12	8.15	8	5.56
	7	4.82	7	7.26	7	6.42	8	7.91
	5	5.68	5	4.74	5	5.73	8	6.89
b		2	Ī		1		ľ	
	\cdot :	••••		••••	*****	•••	!	

- 데이터 시각화는 데이터 공간에서 그래픽 공간으로의 매핑이다
- 기본적인 시각적 구현 절차
 - 1.데이터를 처리하고 필터링
 - 2.표현 가능한 시각적 형태로 변환
 - 3.사용자가 볼 수 있는 보기로 렌더링

Mapping from data space to graphic space



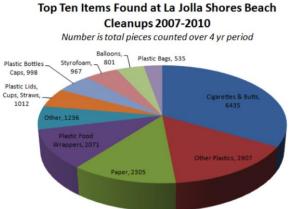
• 데이터 시각화에서 요구되는 기술

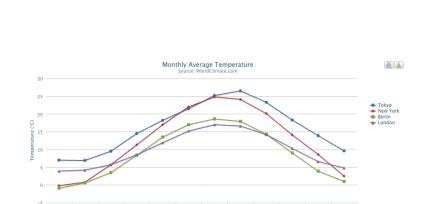
- 기초수학: 삼각함수, 선형대수, 기하 알고리즘
- 그래픽: 캔버스, SVG, WebGL, 연산 그래픽, 그래프 이론
- 엔지니어링 알고리즘: 기본 알고리즘, 통계 알고리즘, 공통 레이아웃 알고리즘
- 데이터 분석 : 데이터 정리, 통계, 데이터 모델링
- 디자인 미학: 디자인 원리, 미적 판단, 색상, 상호작용, 인지
- 시각화 기반 : 시각 부호화, 시각 분석, 그래픽 상호 작용
- 시각화 솔루션: 차트의 올바른 사용, 공통 비즈니스 시나리오의 시각화

데이터 시각화의 유형

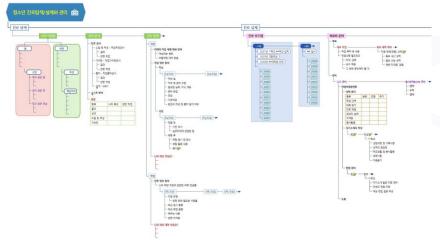
• 널리 사용되는 데이터 시각화의 일반적인 유형

- 차트
- 테이블
- 그래프
- 맵
- 인포그래픽
- 대시보드





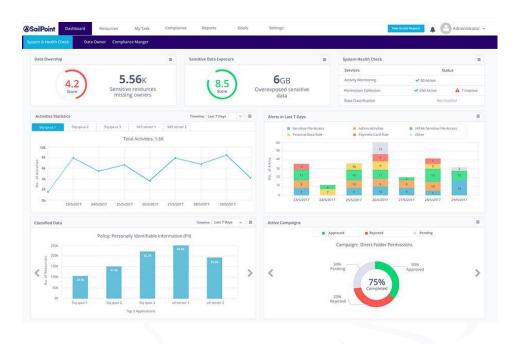
E	A	В	С	D	E	F	G	H	1				
1	휴대폰 제조업체 매출현황												
2													
3									단위:백만원				
4	브랜드명	제조업체	생산지	최신모델	2007년	2008년	2009년	2010년	평균매출액				
5	스카이	KS	미국	IM-7100	20,000	24,000	30,000	34,600	27, 150				
6	흐르미	NIC	일본	MS-150	16,000	18,600	20,000	24,000	19,650				
7	멀티규	NIC	일본	SCP-A011	12,000	16,000	19,000	18,500	16,375				
8	큐텔	GLS	한국	82	18,600	23,500	26, 400	28,800	24, 325				
9	레디안	GLS	한국	SD2100	21,000	30,000	32,000	41,000	31,000				
10	애드쿌	SAMS	한국	E-170	35,000	42,000	56,000	66,400	49,850				
11	쿌맨	SAMS	한국	E-2500		52,000	26,000	28,400	26,600				
12	스카이	KS	한국	IM-8100	=	24,000	26,000	34,000	21,000				
13	흐르미	NIC	일본	SCP-A012	12,000	16,000	19,000	18,500	16,375				
14	큐텔	GLS	한국	83	23,500	32, 400	26, 400	23,400	26, 425				
15	레디안	GLS	한국	SD2101	32,100	21,000	32,000	32,000	29, 275				
16	애드쿌	SAMS	한국	E-171	43,000	45, 200	32, 100	25,000	36, 325				
17	쿌맨	SAMS	미국	E-2600	=	32,600	26,000	15,000	18,400				
18													



• 널리 사용되는 데이터 시각화의 일반적인 유형







• 데이터 시각화의 구체적인 예

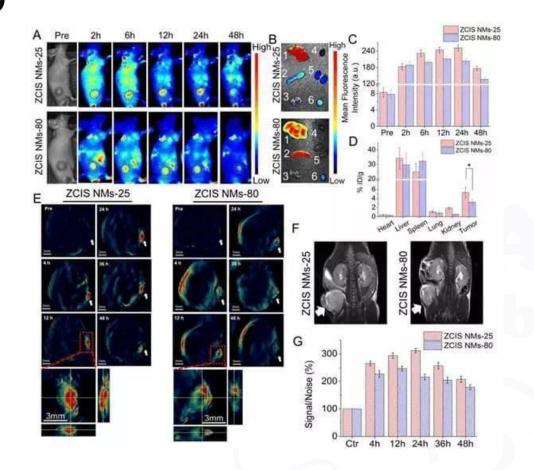
- 영역 차트
- 막대 차트
- 상자-수염 차트
- 버블 클라우드
- 불릿 그래프
- 카토그램
- 원 뷰
- 점 분포 맵
- 간트 차트

- 히트 맵
- 하이라이트 테이블
- 히스토그램
- 행렬
- 네트워크
- 극좌표형 영역(Polar Area)
- 방사형 트리
- 분산형 차트(2D / 3D)
- 스트림 그래프

- 텍스트 테이블
- 타임라인
- 트리 맵
- 쐐기형 누적 그래프
 (Wedge Stack Graph)
- 워드 클라우드
- 대시보드를 통한 모든 유형의 조합 등

데이터 시각화의 분류

- 과학적 시각화 (Scientific Visualization)
 - 과학 분야의 학제적 연구 및 응용 분야
 - 건축, 기상학, 의학, 생물학적 시스템과 같은 3차원 현상의 시각화에 초점
 - 과학적 시각화의 목적은 과학자들이 데이터에서 패턴(pattern)을 이해하고, 설명하고, 수집할 수 있도록 과학 데이터를 그래픽으로 설명하는 것



- 정보 시각화 (Information Visualization)
 - 인간의 인식을 향상시키기 위한 추상 데이터의 대화형 시각적 표현에 대한 연구
 - 추상적인 데이터에는 지리적 정보 및 텍스트와 같은 디지털 데이터와 비디지털 데이터가 모두 포함
 - 히스토그램, 추세 그래프, 흐름도 및 트리 다이어그램과 같은 그래픽은 모두 정보 시각화에 속함
 - 이러한 그래픽의 설계는 추상적 개념을 시각 정보로 변환

데이터 시각화의 분류

- 시각적 분석 (Visual Analytics)
 - 과학적 시각화와 정보 시각화의 발전과 함께 진화한 새로운 분야
 - 대화형 시각화 인터페이스를 통한 분석 추론을 강조



Matplotlib 활용



Matplotlib

- 파이썬에서 플롯(그래프)을 그릴 때 주로 쓰이는 2D, 3D 플롯팅 패키지(모듈)
- 저명한 파이썬 라이브러리 개발자인 John Hunter에 의해 개발됨
- 2003년 version 0.1이 발표된 이후 현재까지 꾸준히 발전해온 약 20년의 역사를 가진 패키지
- 산업, 교육계에서 널리 쓰이는 수치해석 소프트웨어인 MATLAB과 유사한 사용자 인터페이스를 가지고 있어 가장 업계에서 쉽게 접근 가능

- Matplotlib의 장점
 - 동작하는 OS를 가리지 않음
 - 다양한 그래프와 그 구성요소에 대하여 상세한 서식을 설정 가능
 - 다양한 출력형식(PNG, SVG, JPG 등) 지원
 - MATLAB과 유사한 사용자 인터페이스

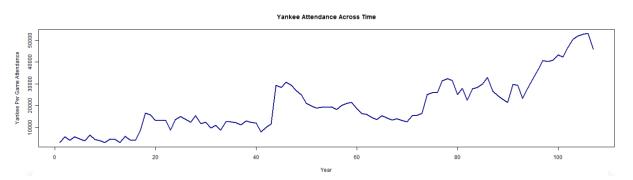
- 선 그래프 (Line Plot)
 - 연속하는 데이터 값들을 직선 또는 곡선으로 연결하여 데이터 값 사이의 관계를 나타냄
 - 기본 사용법
 - import matplotlib.pyplot as plt
 - plt.plot(x축, y축)

- 제목: plt.title('제목')
- X축 이름 설정: plt.xlabel('x축이름')
- Y축 이름 설정: plt.ylabel('y축이름')
- 범례 표시: plt.legend()
- 그래프 표시: plt.show()

• 선 그래프 (Line Plot)

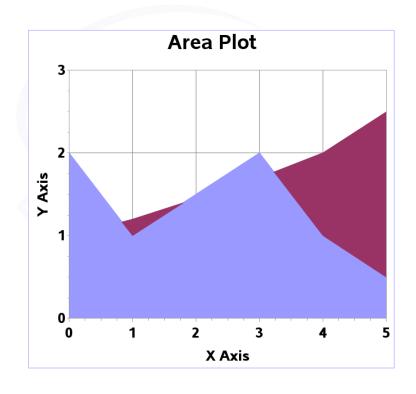
Style

옵션	설명
'o'	점 그래프로 표현
marker=마커모양	마커 모양 (예: 'o', '+', '*', '.')
markerfacecolor=색	마커 배경색
markersize=숫자	마커 크기
color=색	선의 색
Linewidth=숫자	선의 두께
label=label이름	label 지정

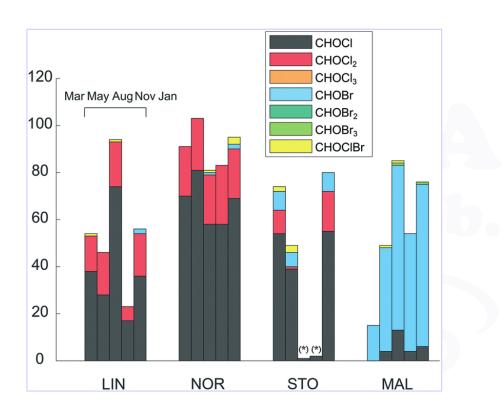




- 면적 그래프(Area Plot)
 - 선 그래프를 확장한 개념
 - 각 열의 패턴과 함께 열 전체의 합계가 어떻게 변하는지 파악할 수 있음
 - 기본 사용법
 - DataFrame객체.plot() 함수에 kind = 'area' 옵션 추가
 - 누적 여부 설정: stacked=True/False (기본값: True)
 - 색의 투명도 설정: alpha=값(0~1범위, 기본값: 0.5)



- 막대 그래프 (Bar Plot)
 - 데이터 값의 크기에 비례하여 높이를 가지는 직사각형 막대로 표현
 - 세로형 막대 그래프는 시계열 데이터를 표현하는데 적합
 - 가로형 막대 그래프는 각 변수 사이의 값의 크기 차이를 설명하는데 적합

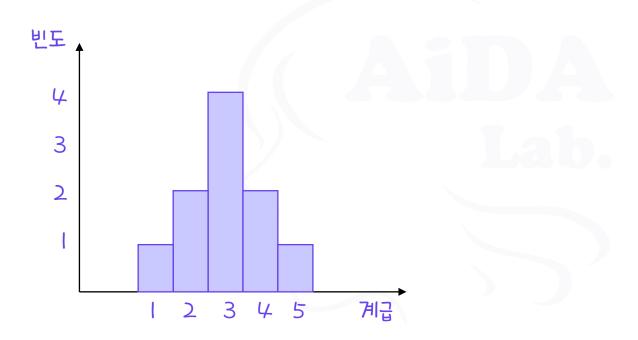


- 히스토그램(Histogram)이란?
 - 표 형태로 되어 있는 빈도표(Frequency Table)를 그래프 형태로 나타낸 것

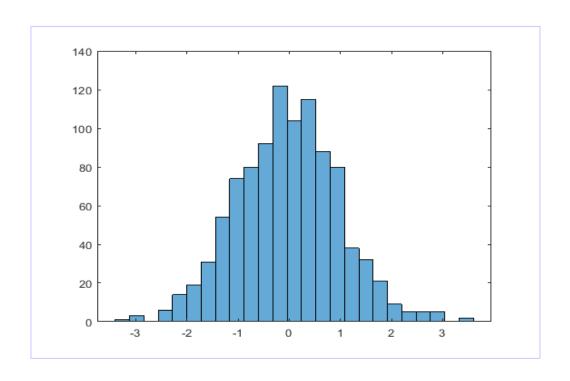
빈도표 = 도수분포표

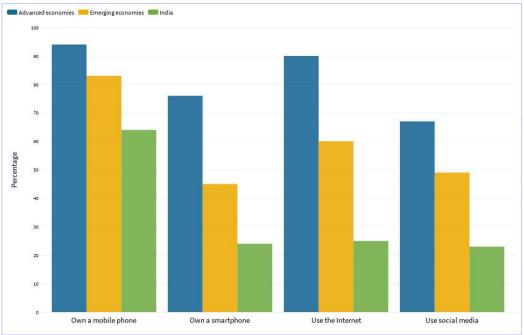
• 빈도표에서 계급 값은 '값'이 될 수도 있고 '구간'이 될 수도 있음

계급	빈도
1	1
2	2
3	4
4	2
5	1

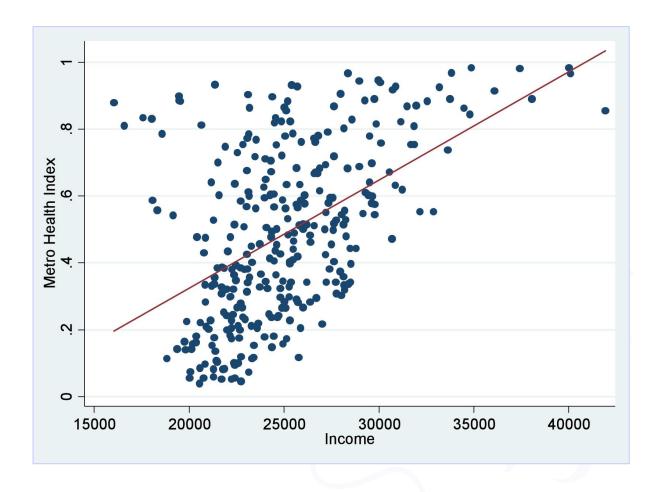


- 변수가 하나인 단변수 데이터에 대한 빈도수를 표현
 - x축: 같은 크기의 여러 구간, 계급 구간
 - y축: 각 구간에 속하는 데이터 값의 개수(빈도)

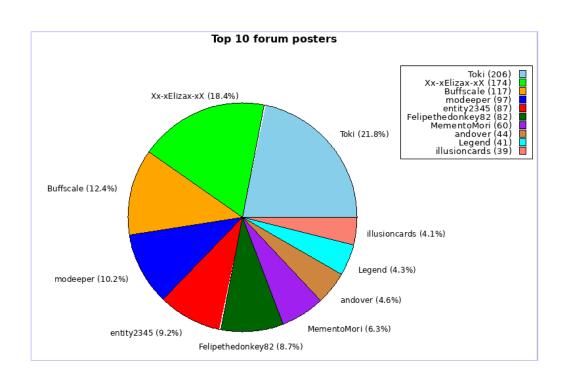


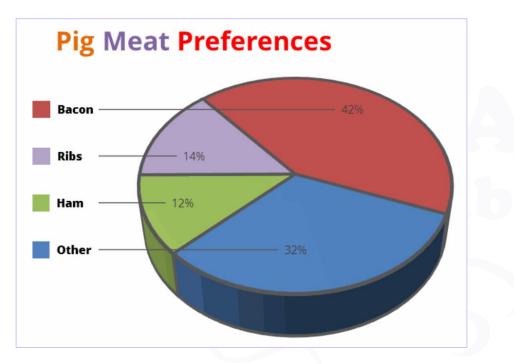


- 산점도 (Scatter Plot)
 - 분산 그래프
 - 서로 다른 두 변수 사이의 관계를 나타냄

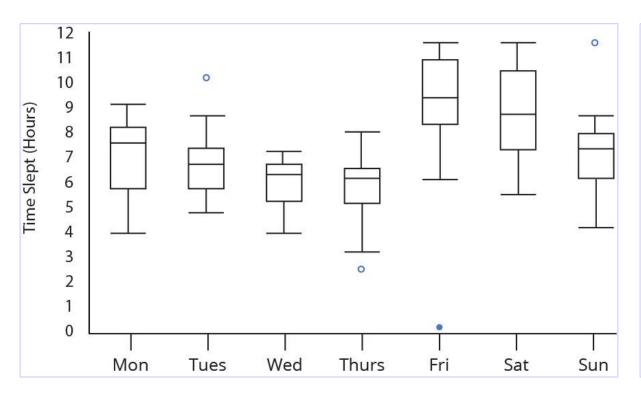


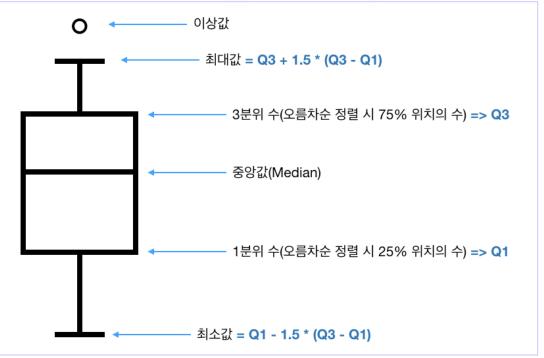
- 파이 차트 (Pie Chart)
 - 원을 파이 조각처럼 나누어서 표현





- · 박스 플롯 (Box Plot)
 - 범주형 데이터의 분포(특히 데이터의 불균형)를 파악하는데 적합
 - 5개의 통계 지표(최소값, 1분위값, 중간값, 3분위값, 최대값)를 제공





• 이미지 출력

- 2D 이미지
 - 2D Array로 표현되는 이미지
 - 기본 사용법
 - plt.imread()로 이미지를 로드하고 ndarray로 저장
 - plt.imshow()로 내용 확인

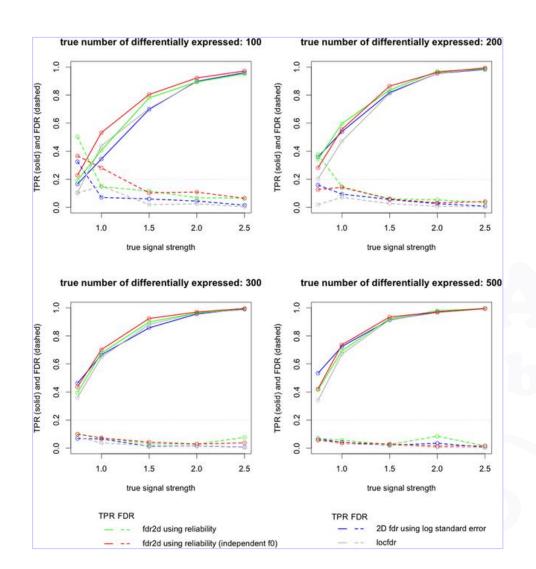
```
img1 = plt.imread('c:/data/icecream.jpg')

plt.imshow(img1)

plt.imshow(img1[:,:,0], cmap="Reds")
plt.show()
```

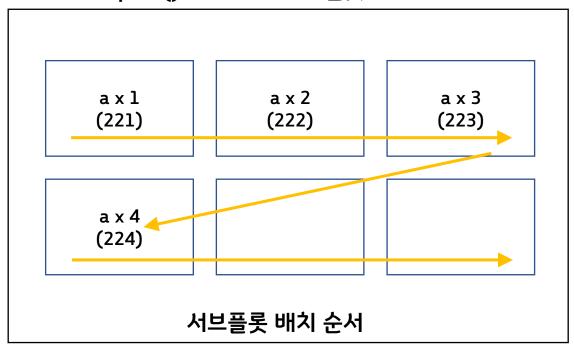
- 화면 분할 (Sub Plot)
 - 여러 개의 그래프를 한 화면에 표시하기 위하여
 화면을 특정 영역으로 분할하여 각 그래프를
 배치, 표시하는 기능

서브 플롯 (그래프 작성 영역)



• 화면 분할 (Sub Plot)

add_subplot() 메서드로 서브 플롯 배치 시



subplots() 메서드 사용 시

- → 피겨 생성, 서브 플롯 배치 동시 처리
- → 행렬처럼 접근

