

## **PŘIHLÁŠKA do soutěže ČESKÉ HLAVIČKY 2019**

Název soutěžní kategorie	Universum
Název souboru s Nominací	H6_adam_krivka_brno.pdf
Název soutěžní práce	Mechanika rodin planetek s aplikací na rodinu Eunomia
Počet autorů:	1
<b>Autor práce</b>	
Autorský podíl v procentech	100.00%
Jméno	Adam
Příjmení	Křivka
Datum narození	4. 7. 2000
Telefon	+420 606 905 850
E-mail	<a href="mailto:krivka.adam@gmail.com">krivka.adam@gmail.com</a>
Adresa: Místo	Brno
Ulice č.p.	Oblá 54
PSC	634 00
Ročník a obor studia	7/8 (septima), obecné gymnázium
<b>Spolupodílející se odborné pracoviště</b>	
Název pracoviště	Astronomický ústav Univerzity Karlovy UK
Katedra	
Jméno a příjmení garanta	doc. Mgr. Miroslav Brož, Ph. D.
Telefon	95155 2586
E-mail	<a href="mailto:mira@sirrah.troja.mff.cuni.cz">mira@sirrah.troja.mff.cuni.cz</a>
<b>Škola</b>	
Název školy	Cyrlometodějské gymnázium a střední odborná škola pedagogická Brno
Adresa: Místo	Brno
Ulice č.p.	Lerchova 63
PSC	602 00
Telefon	+420 543 423 751
E-mail	<a href="mailto:office@cmgp.cz">office@cmgp.cz</a>
Web	<a href="http://cmgp.cz">cmgp.cz</a>
<b>Spoluautor</b>	
Autorský podíl v procentech	
Jméno	
Příjmení	
Datum narození	
Telefon	
E-mail:	
Adresa: Místo	
Ulice č.p.	
PSC	
Ročník a obor studia	
<b>Další spoluautoři</b>	
Jméno a příjmení	
Jméno a příjmení	
<b>Doporučující posudek - posuzovatel</b>	
Jméno	Miroslav
Příjmení	Brož
Profese	výzkumný pracovník
Instituce	Astronomický ústav Univerzity Karlovy UK
Adresa pracoviště	V Holešovičkách 2
Telefon	95155 2572
E-mail	<a href="mailto:mfau@mbox.troja.mff.cuni.cz">mfau@mbox.troja.mff.cuni.cz</a>
<b>Účast v jiných soutěžích se stejnou prací</b>	
Název soutěže	Intel ISEF
Rok účasti	2019
Umístění v soutěži	ocenění Finalisty
Doplňující informace	Největší a nejprestižnější soutěž středoškolských vědeckých prací v USA ve Phoenixu

# Mechanika rodin planetek s aplikací na rodinu Eunomia

*Adam Křivka*

## Abstrakt

Byl jednou jeden kámen, letěl vesmírem (konkrétně obíhal kolem Slunce) a srazil se s dalším kamenem. Jak to tak bývá, vyletělo mnoho dalších kamínků. Těmhle jednotlivým kamenům teď říkáme planetky nebo asteroidy. V mé práci se zabývám tím, jak zjistit, které planetky vznikly stejnou srážkou (tzv. rodiny planetek), a jak se taková rodina vyvíjí. Konkrétně studuji početnou rodinu Eunomia nacházející se ve středním hlavním pásu planetek mezi Marsem a Jupiterem.

Problém číslo jedna: jak určit členy rodiny? Klíčem je podívat se na elementy dráhy (hlavní poloosu, výstřednost a sklon); to ale úplně nestačí, tyto elementy se periodicky mění. Když ale tyto elementy „zprůměrujeme“ po delší dobu (např. 10 miliónů let), můžeme si všimnout shluků. Určení rodiny můžeme ještě podpořit tím, že se podíváme na barevné charakteristiky planetek.

Problém číslo dva: jak určit stáří rodiny? Známe Newtonovy gravitační zákony, první nápad je tedy simulovat zpátky v čase a sledovat, jestli se znovu srazí. To bohužel pro starší rodiny udělat nemůžeme, protože máme tzv. nevratné děje – můžete si to představit tak, jakobyste se ze zabrzděného auta snažili zjistit, jak před bržděním jelo rychle. U planetek je problémem nerovnoměrné uvolňování tepla (Jarkovského jev). Půjdeme na to tedy naopak: představíme si, že se původní dva kameny právě srazily a vznikla nová populace planetek; tu budeme simulovat a porovnávat s pozorovanou rodinou (za pomoci statistických metod). Jakmile dostaneme nejlepší shodu, víme, že jsme rodinu simulovali přibližně po tu dobu, jak dlouho existovala.

Problém číslo tři, čtyři, pět, ... k čemu to vlastně je? Můžeme lépe pochopit sluneční soustavu, její dlouhodobý vývoj a jak vypadala při jejím vzniku, např. můžeme podpořit teorii Velkého pozdního bombardování.

# Mechanika rodin planetek s aplikací na rodinu Eunomia

Adam Křivka

## Synopse

### Obsah

<b>1</b>	<b>Planetky ve sluneční soustavě</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Nebeská mechanika</b>	<b>4</b>
2.1	Problém $N$ těles . . . . .	4
2.2	Numerický integrátor . . . . .	4
2.3	Elementy dráhy . . . . .	5
2.4	Určení rodiny . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Vlastnosti rodiny Eunomia</b>	<b>8</b>
3.1	Určení rodiny . . . . .	8
3.2	Simulace orbitálního vývoje . . . . .	11
3.3	Výsledky simulace . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Diskuze</b>	<b>15</b>
4.1	Metoda blackbox . . . . .	15
4.2	Závěry . . . . .	15
4.3	Budoucí práce . . . . .	16

Adam Křivka

Cyrilometodějské gymnázium

a střední odborná škola pedagogická Brno

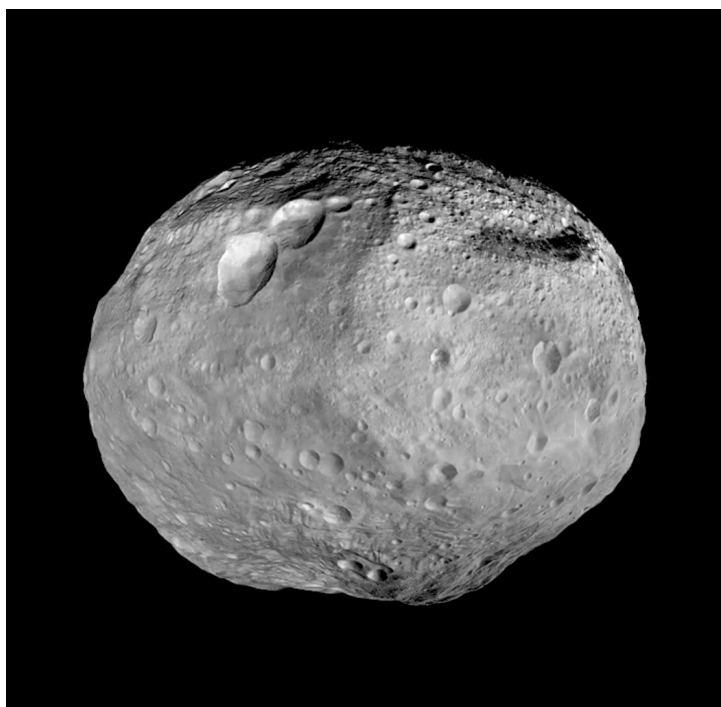
Brno, 2019

# 1 Planetky ve sluneční soustavě

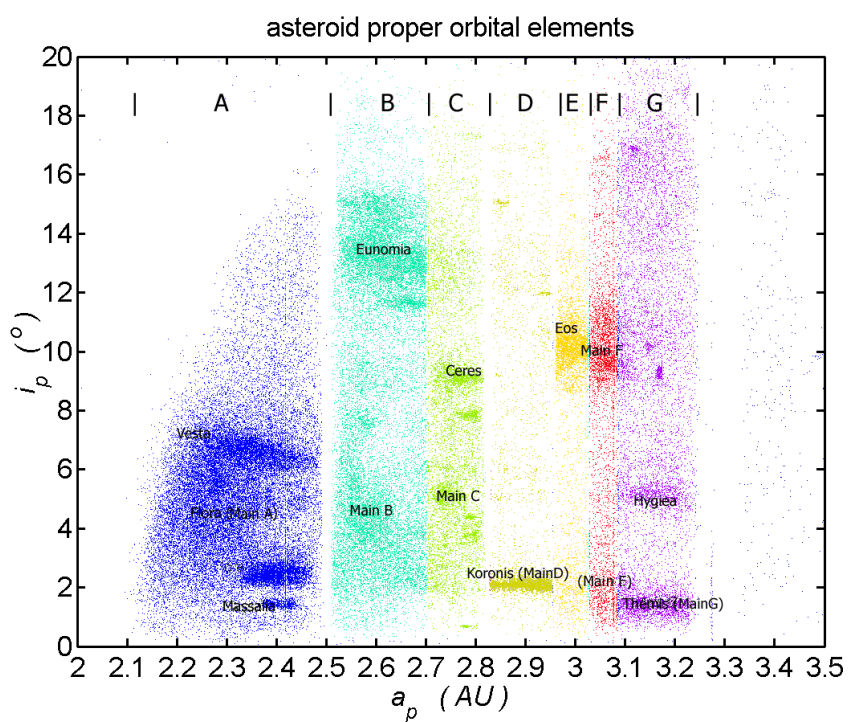
Planetky jsou nejpočetnější a svým způsobem nejzajímavější skupinou těles ve sluneční soustavě. První planetka byla objevena v roce 1801, v dnešní době je již známo přes půl milionu planetek.

V hlavním pásu planetek mezi *Marsem* a *Jupiterem* tvoří planetky rodiny — skupiny vzniklé rozpadem stejného mateřského tělesa, způsobeným srážkou s jiným tělesem. V naší práci se soustředíme na početnou rodinu *Eunomia*, nacházející se ve středním hlavním pásu.

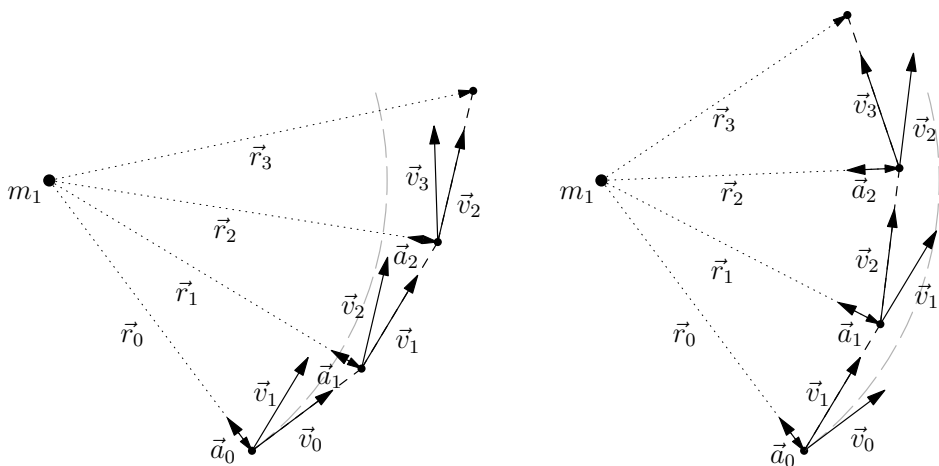
Studiem kolizních rodin můžeme zjistit mnoho informací o vzniku sluneční soustavy a její dynamické struktury, např. můžeme podpořit teorii o Velkém pozdním bombardování (angl. *Late Heavy Bombardment*).



Obrázek 1: Planetka (4) *Vesta* — druhé největší a nehmotnější těleso hlavního pásu planetek.



Obrázek 2: Hlavní pás planetek v prostoru vlastních elementů dráhy — vlastní hlavní poloosy  $a_p$  vlastní sklon  $\sin I_p$ .



Obrázek 3: Ilustrace jednodušší integrační metody — Eulerovy metody — která je principiálně té naší podobná.

## 2 Nebeská mechanika

### 2.1 Problém $N$ těles

Základním problémem nebeské mechaniky je problém  $N$  těles — pomocí pohybových rovnic dle Newtonova gravitačního zákona určit polohy  $N$  těles v čase, podle vztahu

$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad \text{pro } i \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

### 2.2 Numerický integrátor

K řešení problému  $N$  těles a k simulaci orbitálního vývoje využíváme symplektického numerického integrátoru SWIFT, který počítá i s

- **Jarkovského jevem** (nerovnoměrné vyzařování tepla zrychlující/zpomalující planetku — změna hlavní poloosy),
- **YORP efektem** (nerovnoměrné vyzařování tepla ovlivňující rotační osu planetky),
- náhodnými srážkami,
- chaotickou difuzí.

## 2.3 Elementy dráhy

Oběžnou dráhu planetky kolem Slunce popisujeme především těmito elementy dráhy (dohromady jich je ale šest):

- **hlavní poloosa**  $a$
- **excentricita**  $e$
- **sklon**  $I$  (nebo také  $\sin I$ )

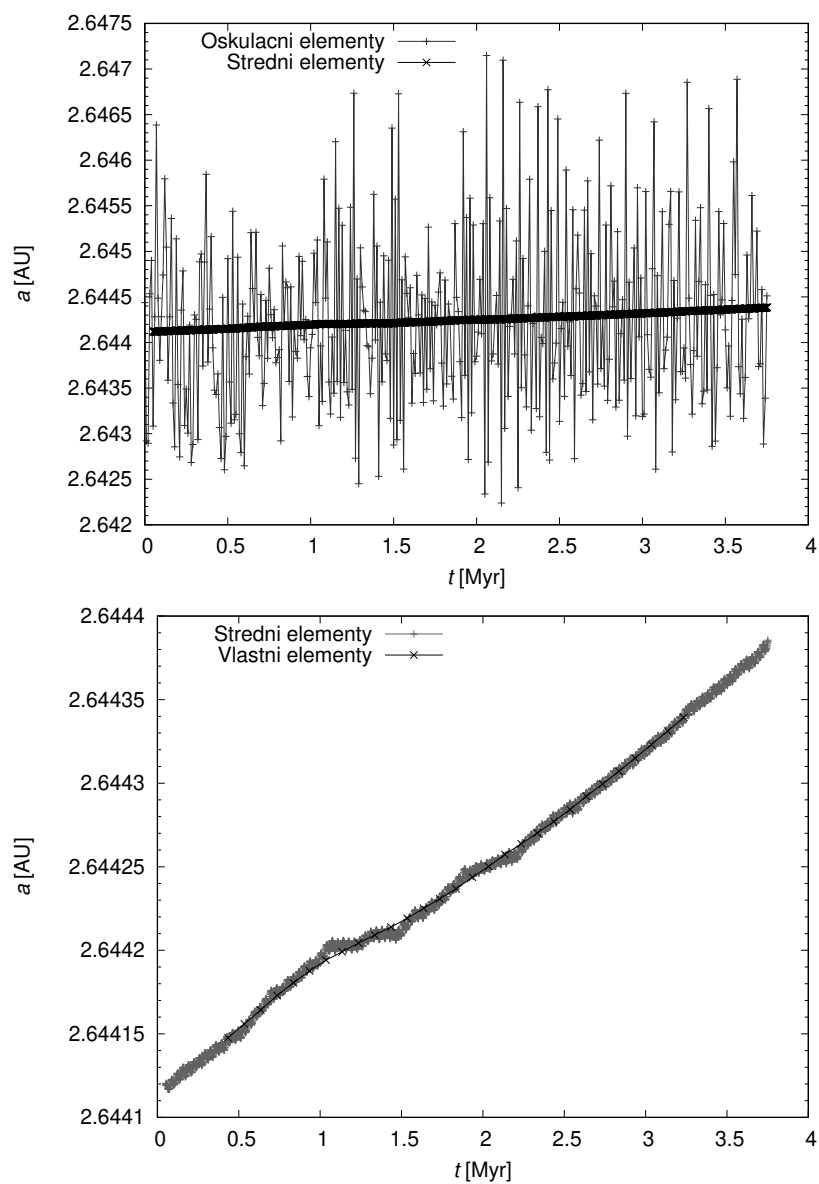
Elementy dráhy se v průběhu času mění působením perturbací (např. gravitačním působením ostatních planet), můžeme je tedy přes dlouhé úseky zjednodušeně řečeno „průměrovat“ na střední a na vlastní elementy dráhy. Pro popis rodin planetek se nejčastěji používají vlastní elementy dráhy, protože nepodléhají téměř žádným periodickým perturbacím.

## 2.4 Určení rodiny

K určení členů rodiny používáme hierarchickou shlukovací metodu (HCM) — v prostoru  $(a_p, e_p, \sin I_p)$  si zvolíme hraniční vzájemnou „vzdálenost“ těles  $v_{\text{cutoff}}$  (s jednotkami rychlosti)

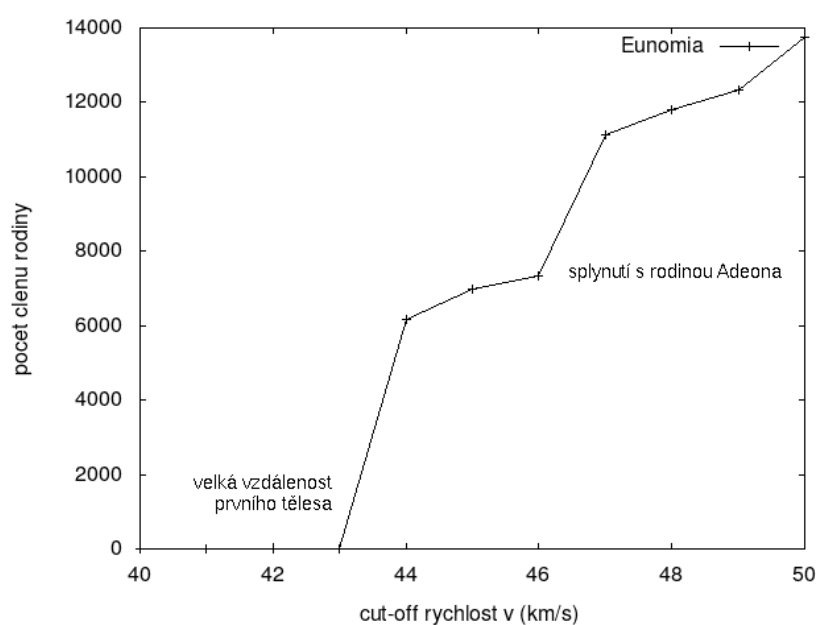
$$v_{\text{cutoff}} = na_p \sqrt{C_a \left( \frac{\Delta a_p}{a_p} \right)^2 + C_e (\Delta e_p)^2 + C_i (\Delta \sin i_p)^2},$$

podle které pak určíme členy (začneme u mateřského tělesa (15) *Eunomia*) — pokud je vzdálenost dalšího tělesa menší, než  $v_{\text{cutoff}}$ , přidáme jej do rodiny.

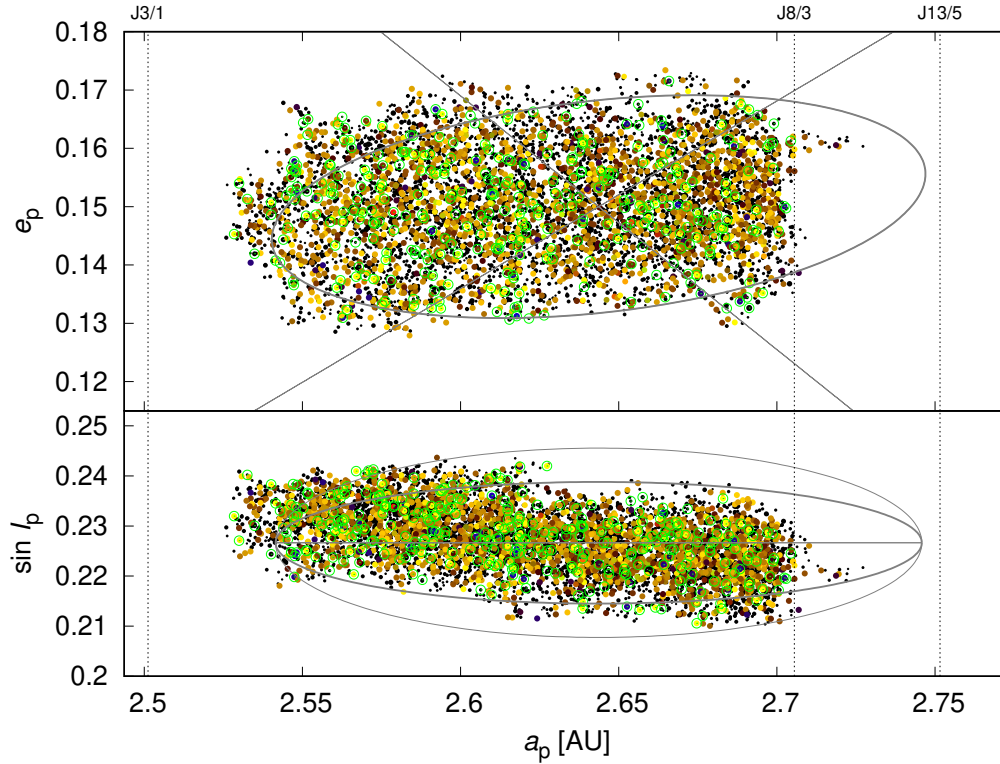


Obrázek 4: Porovnání oskulační (aktuální) a střední hlavní poloosy (vlevo) a střední a vlastní hlavní poloosy (vpravo) pro simulaci jedné planetky po dobu 3,76 miliónů let.





Obrázek 5: Závislost počtu členů rodiny *Eunomia* na zvolené hraniční rychlosti  $v_{\text{cutoff}}$  při použití metody HCM. Počet členů prudce vzroste při přechodu z 43 na 44 m/s, což je způsobené velkou vzdáleností prvního nejbližšího tělesa od mateřského (15) *Eunomia*. Dále vzroste prudce při přechodu z 46 na 47 m/s, což je způsobené splynutím s rodinou Adeona.

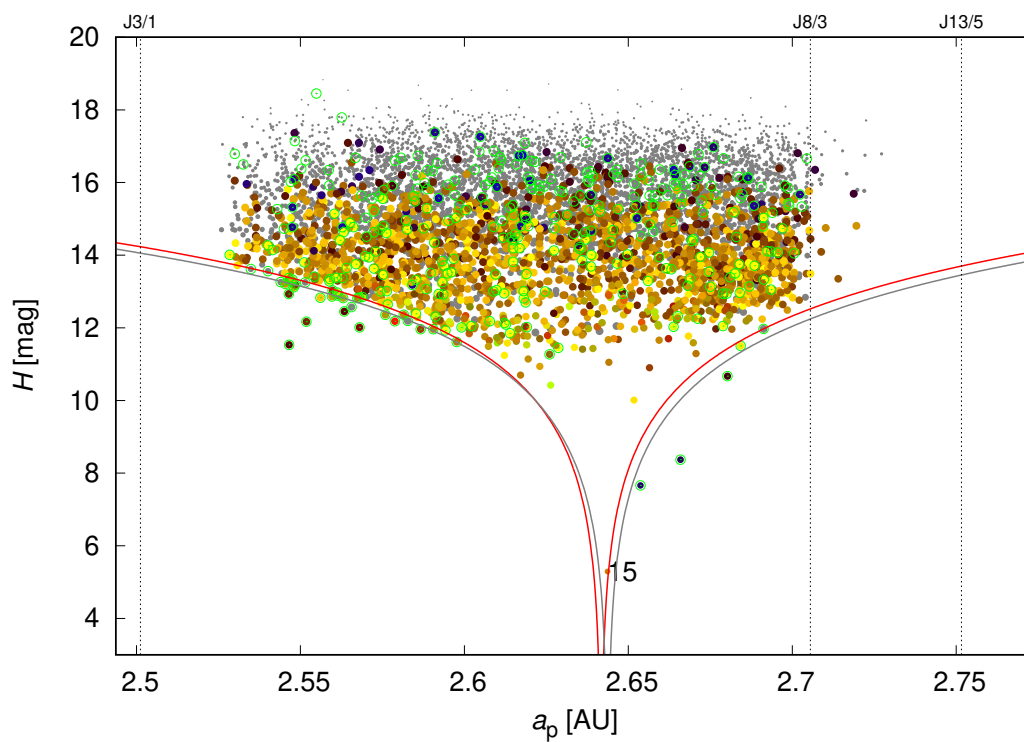


Obrázek 6: Pozorovaná rodina *Eunomia* určená HCM s hodnotou  $v_{\text{cutoff}} = 44 \text{ m/s}$  v rovině vlastní hlavní poloosy  $a_p$  a vlastní excentricity  $e_p$  (nahore) a v rovině vlastní hlavní poloosy  $a_p$  a vlastního sklonu  $\sin I_p$  (dole). Barevná škála odpovídá albedu  $p_V$  a  $p_{IR}$  z katalogu WISE.

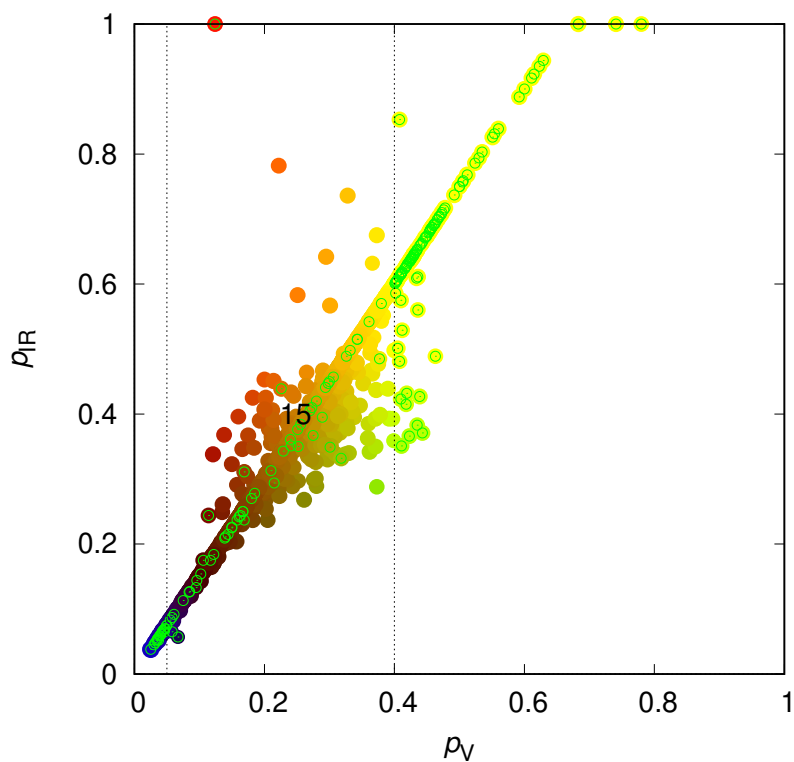
### 3 Vlastnosti rodiny Eunomia

#### 3.1 Určení rodiny

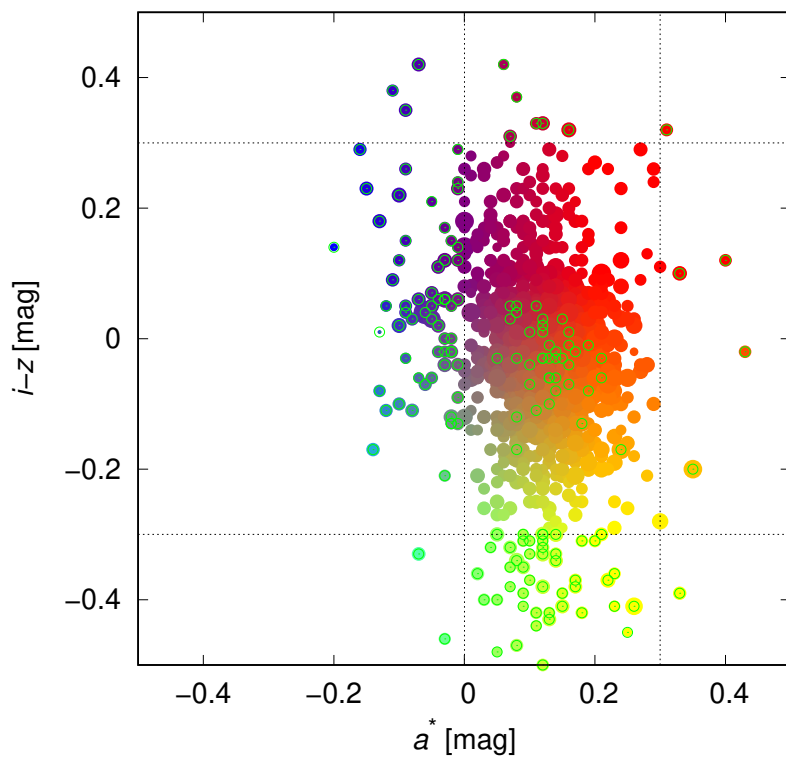
K určení rodiny *Eunomia* jsme použili metodu HCM. Dále jsme odstranili přimíšená tělesa pomocí závislosti unášení ve vlastní hlavní poloose  $\Delta a_p$  na absolutní hvězdné velikosti  $H$  a pomocí dvou spektroskopických metod — závislosti albed  $p_V$  a  $p_{IR}$  a závislosti barevných indexů  $a^*$  a  $i - z$ . Před odstraněním činil počet planetek 6503, po použití všech metod 6184.



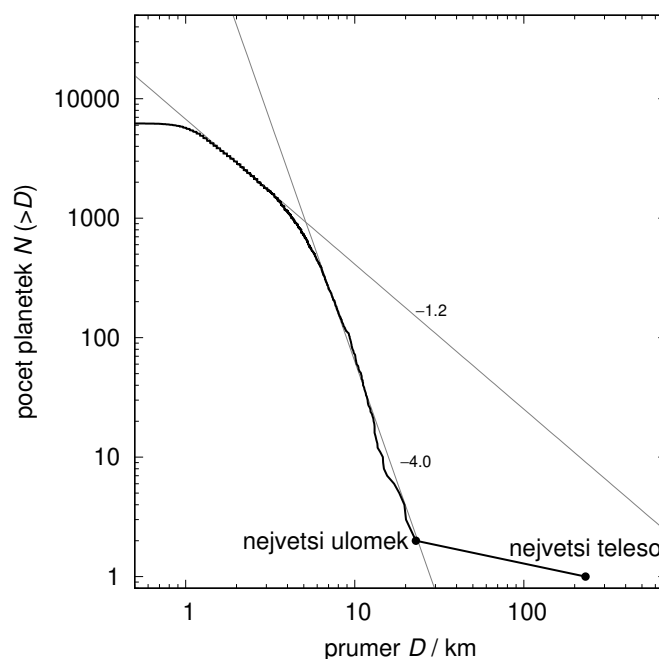
Obrázek 7: Závislost unášení ve vlastní hlavní poloose  $a_p$  na absolutní hvězdné velikosti  $H$ . Lze pozorovat typický tvar „V“, který je způsoben počátečním rychlostním polem a Jarkovského jevem, jenž je ještě zesílen vlivem YORPu, což způsobuje zvýšenou koncentraci malých planetek při okrajích rodiny.



Obrázek 8: Albeda  $p_V$  (ve viditelném spektru) a  $p_{IR}$  (v infračerveném) z katalogu WISE. Barvy neodpovídají reálnému zbarvení. Pro vyřazení přimíslených těles touto metodou byly zvoleny hraniční hodnoty  $0,05 \leq p_V \leq 0,4$ .



Obrázek 9: Barevné indexy  $a^*$  a  $i - z$  z katalogu Sloan. Barvy neodpovídají reálnému zbarvení. Pro vyřazení přimíslených těles byly zvoleny hraniční hodnoty  $0 \leq a^* \leq 0,3$  a  $-0,3 \leq i - z \leq 0,3$ .



Obrázek 10: Histogram četnosti velikostí planetek rodiny *Eunomia*.

## 3.2 Simulace orbitálního vývoje

Při vytváření syntetické populace planetek jsme částicím přiřadili

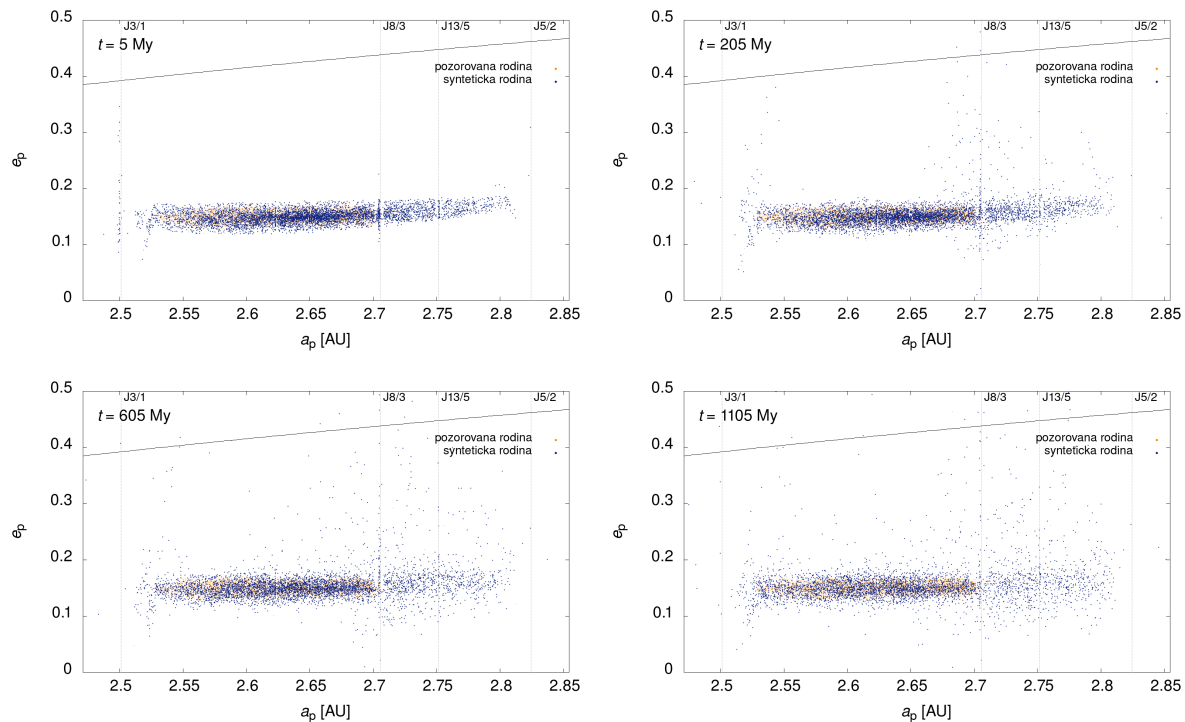
- **průměry** (dle pozorovaných dat — zohlednili jsme rozdělení velikostí),
- **albeda** (dle pozorovaných dat),
- **orientace rotačních os** (náhodně; vliv na Jarkovského jev),
- **úvodní rychlosti** (jako při izotropním rozpadu v bodě oběžné dráhy s hodnotami  $f = 90^\circ$  a  $\omega + f = 50^\circ$ ).

Po dobu 1,3 miliardy let jsme simulovali populaci 6210 částic. Simulace byla spuštěna na výpočetním clusteru Astronomického ústavu Univerzity Karlovy a celkově se spotřebovalo přibližně 50000 CPU hodin a celkový objem binárních dat je roven 164 GB.

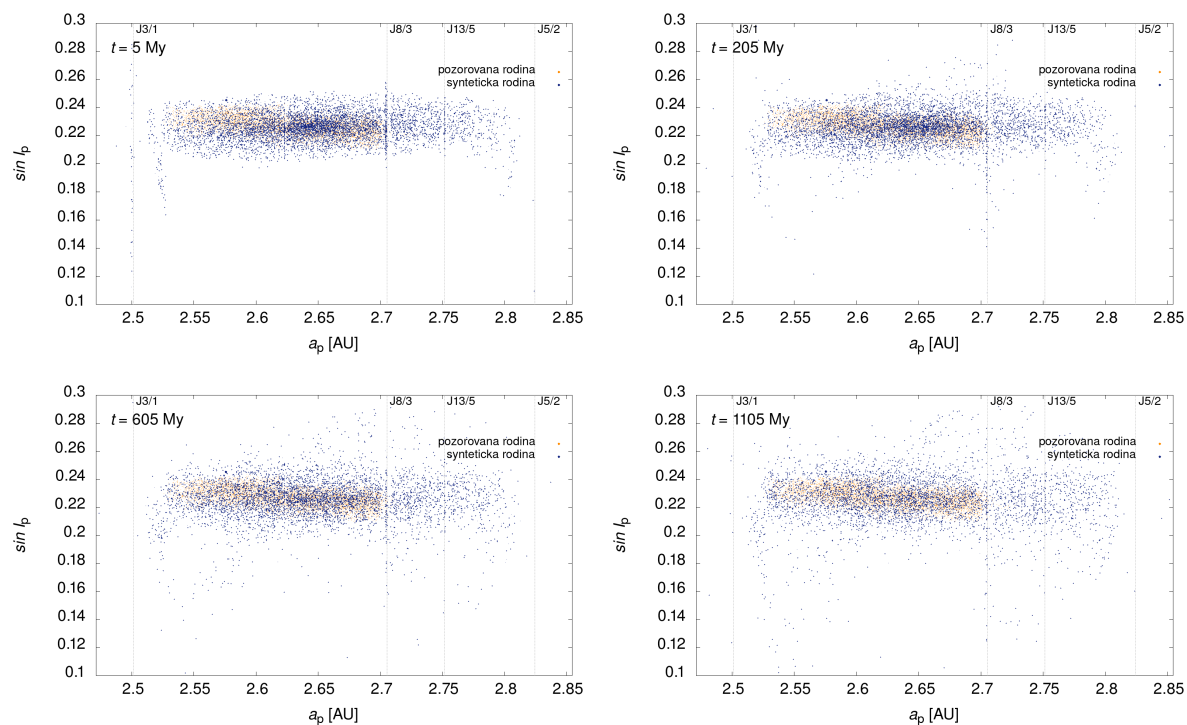
## 3.3 Výsledky simulace

Následující závěry se pojí k obrázkům 11, 12, 13.

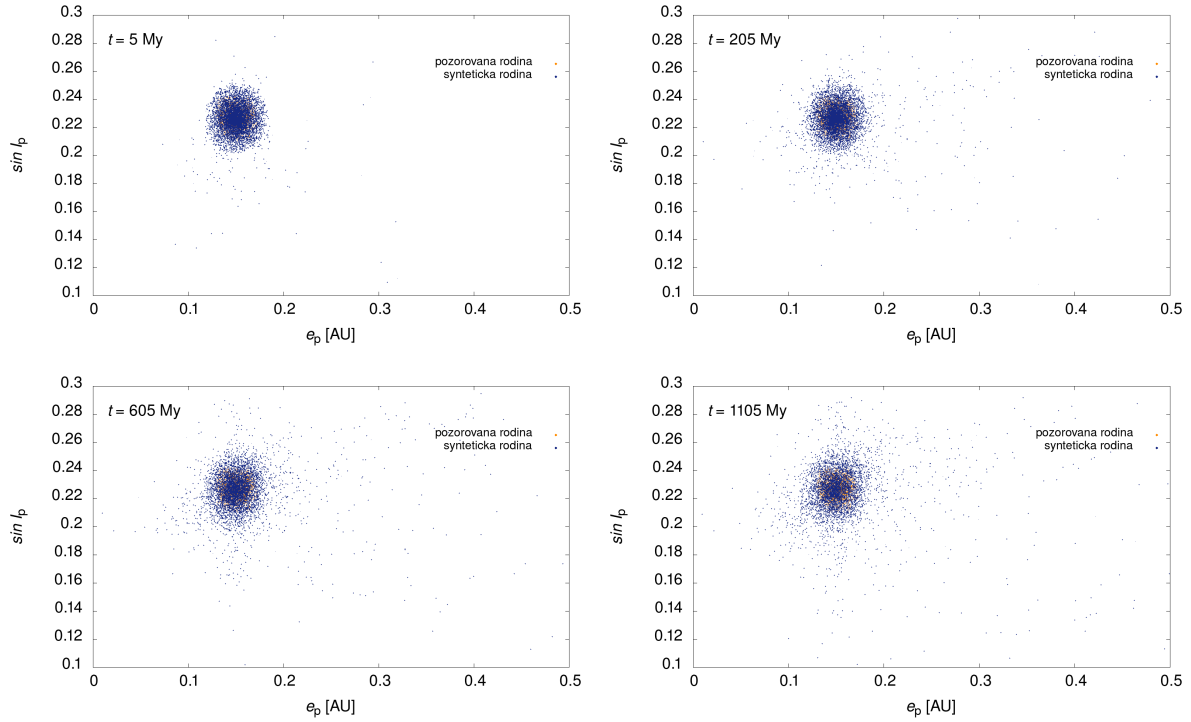
- Kvůli specifickému výpočtu vlastních elementů dráhy z počátečních rychlostí můžeme v čase 5 miliónů let pozorovat mírně nesymetrický tvar simulované rodiny.



Obrázek 11: Výsledky simulace v prostoru  $(a_p, e_p)$  v časech postupně  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Nápis J3/1, J8/3, J13/5 a J5/2 označují nejvýznamnější rezonance s *Jupiterem*. Černá křivka nahoře označuje hranici oblasti, kde je hlavní poloosa a excentricita tělesa taková, že dráha kříží dráhu *Marsu*. Podobná hranice existuje i pro *Jupiter*, ale ta se nachází mimo tyto grafy (přibližně kolem  $e = 0,65$ ).

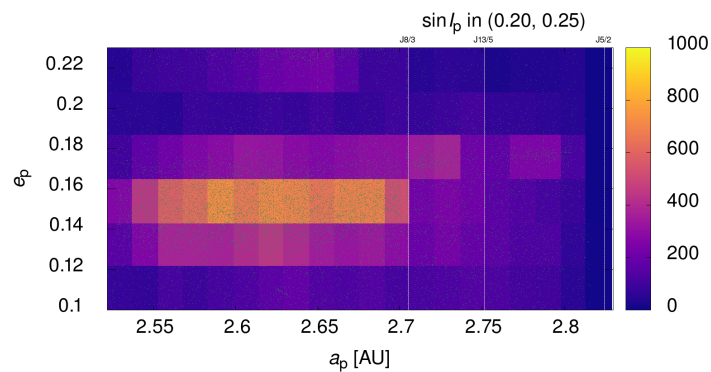


Obrázek 12: Výsledky simulace v prostoru  $(a_p, \sin I_p)$  v časech postupně  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Nápis J3/1, J8/3, J13/5 a J5/2 označují nejvýznamnější rezonance s *Jupiterem*.

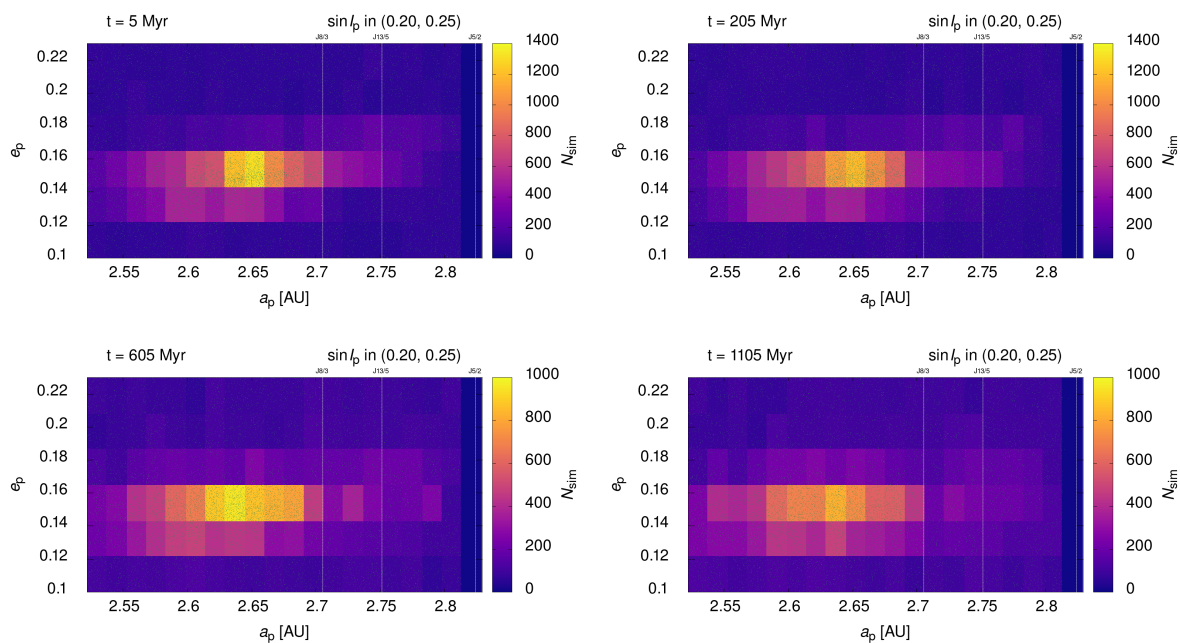


Obrázek 13: Výsledky simulace v prostoru  $(e_p, \sin I_p)$  v časech postupně  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Fialový obdélník označuje oblast vybranou pro vzorek populace pozadí.

- Mechanismus, kterým planety opouštějí rodinu je následovný: působením Jarkovského jevu se planeta dostane do blízkosti nějaké rezonance, excentricita její oběžné dráhy se zvýší až začne křížit dráhu *Marsu* nebo *Jupiteru*, načež se pak při blízkém přiblížení prudce vychýlí ze své dráhy.
- Tělesa nacházející se na počátku v blízkosti rezonance J5/2 byla velmi rychle rozptýlena, a tak se už na grafu pro  $t = 5$  miliónů let vůbec nevyskytují.
- Rezonance J8/3 a J13/5 jasně rozdělují rodinu na tři části, které různě široké, a tudíž se v nich planety rozptylují jinak.
- Potvrzuje se, že rezonance J8/3 je silnější než rezonance J13/5 (planety v blízkosti rezonance J8/3 se v čase 205 miliónů let rozšířily do pásu o velikosti  $0,05 < e_p < 0,5$ , zatímco v blízkosti rezonance J13/5 pouze do pásu o velikosti  $0,1 < e_p < 0,23$ )
- Na grafu  $(a_p, \sin I_p)$  můžeme pozorovat mírné „naklonění“ pozorované rodiny (část pod  $a \approx 2,62$  AU má vyšší sklon  $I_p$ ), čehož si na rodině simulované bohužel zatím všimnout nemůžeme.
- Postupem času koncentrace planetek v prostoru klesá, což je způsobeno všemi přítomnými rezonancemi.

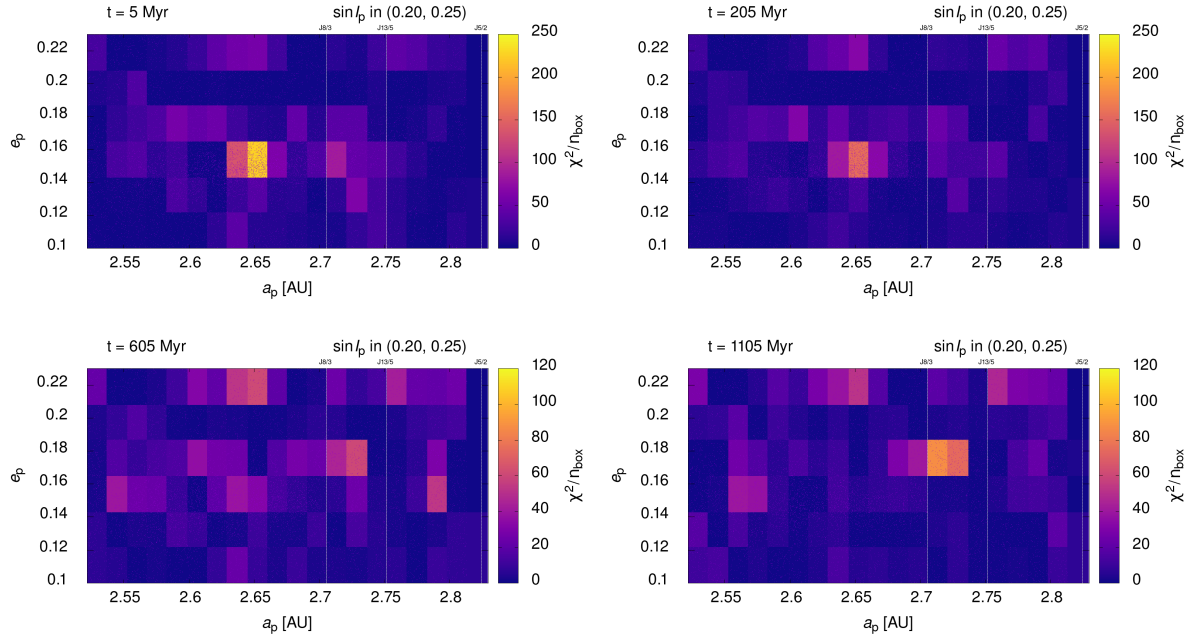


Obrázek 14: Graf  $(a_p, e_p)$  pro pozorovanou rodinu *Eunomia*. Barevná škála označuje počet těles v daném boxu.



Obrázek 15: Graf  $(a_p, e_p)$  simulované rodiny Eunomia pro  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Pozor na změnu barevné škály.





Obrázek 16: Hodnota chí kvadrátu  $\chi^2$  pro každý box v prostoru  $(a_p, e_p)$  pro  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Tečky označují syntetickou populaci i s přidáním pozadím.

## 4 Diskuze

### 4.1 Metoda blackbox

Planetky jak pozorované, tak simulované rodiny rozdělíme do „boxů“ v prostoru  $(a_p, e_p, \sin I_p)$  a následně porovnáváme počty planetek v jednotlivých boxech. Simulovanou populaci ještě „smícháváme“ se vzorkem pozadí, přičemž dodržujeme rozdělení velikostí.

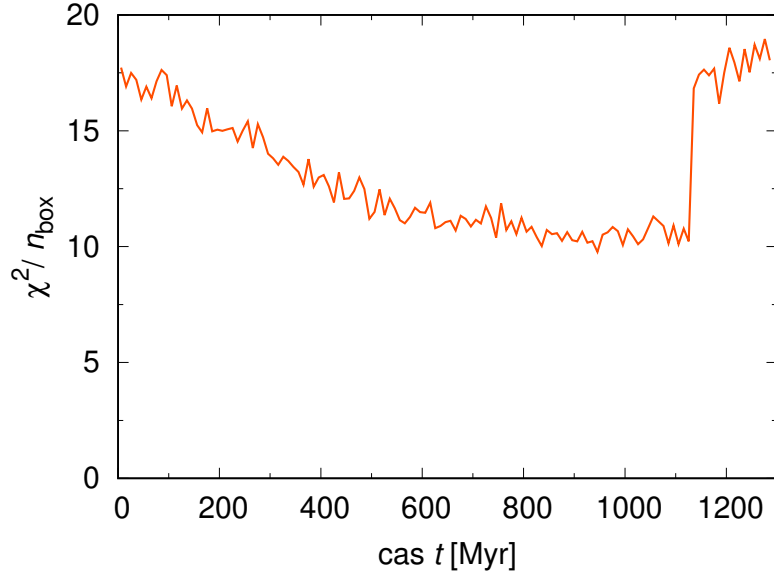
Na tento jednoduchý princip pak používáme statistickou metodu rozdělení chí kvadrátu ( $\chi^2$ ) — pro každý box vypočteme jeho příspěvek k  $\chi^2$  jako

$$\frac{(N_{\text{sim}} - N_{\text{obs}})^2}{N_{\text{sim}} + N_{\text{obs}}}.$$

### 4.2 Závěry

Můžeme vidět, že ze začátku se nejvíce odlišuje jádro rodiny kolem 2,65 AU (moc syntetických částic).

Kvůli silné kontaminaci rodinou *Adeona* v oblasti  $0,16 < e < 0,18$  jsme byli nuceni



Obrázek 17: Závislost redukovaného chí kvadrátu na čase. Skok v čase přibližně 1125 miliónů let je způsoben úbytkem těles v simulaci.

pozorované členy této rodiny ručně odstranit.

Podařilo se nám pochopit struktur, které lze na našich grafech v prostorech  $(a_p, e_p)$ ,  $(a_p, \sin I_p)$  a  $(e_p, \sin I_p)$ . Některé jevy (např. přílišná kompaktnost jádra) bohužel musíme připisat nedostatečně dlouhému časovému úseku, po který jsme rodinu *Eunomia* simulovali. S velkou pravděpodobností můžeme říct, že rodina *Eunomia* není mladší než 500 miliónů let, ale zatím nedokážeme odhadnout (z důvodu ploché závislosti chí kvadrátu na čase), jaký je horní limit stáří rodiny *Eunomia*.

### 4.3 Budoucí práce

V budoucnu plánujeme simulovat rodinu *Eunomia* po delší dobu (4 miliardy let). Pravděpodobně dostaneme nějakou minimální (statisticky významnou) hodnotu chí kvadrátu, čímž budeme schopni přesně určit horní mez pro stáří rodiny *Eunomia*.

Další možností vylepšení je analýza okolních rodin, zejména rodiny *Adeona*. Můžeme se také zaměřit jen na některé taxonomické typy planetek (rodina *Eunomia* je typu S) nebo vyzkoušet anizotropní rychlostní pole — simulovat různé typy rozpadu (kráterování, reakumulace, katastrofický rozpad). Dále můžeme vyzkoušet různé vzorky pozadí pro různé oblasti (mezi rezonancemi J8/3 a J13/5 je menší koncentrace pozorovaných těles než mezi rezonancemi J3/1 a J8/3).

Po dokončení dlouhodobé simulace plánujeme publikaci výsledků v odborném časopisu

(*Icarus*).



Cyrilometodějské gymnázium  
a střední odborná škola  
pedagogická Brno

Soutěž České hlavičky 2019  
Česká hlava PROJEKT z.ú.  
č.p. 201, 294 75, Sojovice

30. června 2019

## **Odborný posudek práce *Mechanika rodin planetek s aplikací na rodinu Eunomia***

Adam Křivka ve své odborné práci *Mechanika rodin planetek s aplikací na rodinu Eunomia* podává nejprve matematicko-fyzikální základ nutný pro pochopení výzkumu (vysvětlení problému dvou těles, problém  $N$  těles, numerické řešení pohybových rovnic, vysvětlení pojmů oskulační, střední a vlastní elementy). Samotný výzkum je zaměřen na určení pravděpodobného stáří rodiny Eunomia. Potřebné simulace vývoje této rodiny Adam prováděl v  $N$  částicovém numerickém integrátoru SWIFT na Astronomickém ústavu UK v Praze.

Adamovi se podařilo všechny cíle stanovené v anotaci splnit. Přístup řešitele k vypracování odborné práce byl příkladný, selfmanagement byl na vysoké úrovni, řešitel samostatně oslovil docenta Miroslava Brože z MFF UK a domluvil si s ním externí spolupráci.

Zvolená problematika vysoce překračuje požadavky kladené na středoškolskou odbornou práci, Adam prokázal, že je schopen samostatné vědecké práce na vysokoškolské úrovni. Odborná literatura je vhodně zvolená, úroveň citací odpovídá požadavkům. Práce je vhodně strukturovaná, její části na sebe navazují. Teoretická i praktická část práce jsou srozumitelně provázány.

Jazyková úroveň práce odpovídá požadavkům odborné práce, Adam formuluje přesně a výstižně, gramatická úroveň práce je velmi dobrá. Práce je vysázena v programu Latex, její grafické zpracování je na velmi vysoké úrovni.

Výsledky odborné práce jsou původní a vhodné pro publikaci v odborném časopisu.

Adam se cílevědomě rozvíjí, účastní se odborných zahraničních stáží a soutěží (High-School Students Internship Programme, CERN, Switzerland, 2018; Maths Beyond Limits, Milówka, Poland, 2018; Yale Young Scholars Program, Yale University, USA, 2019; Intel ISEF, Phoenix, USA, 2019).

Je mi potěšením doporučit Adama Křivku jako vhodného kandidáta do soutěže České hlavičky 2019.

RNDr. Veronika Svobodová, Ph.D.  
pedagog pro práci s nadanými  
CMGaSOŠPg Lerchova 63, 602 00 Brno