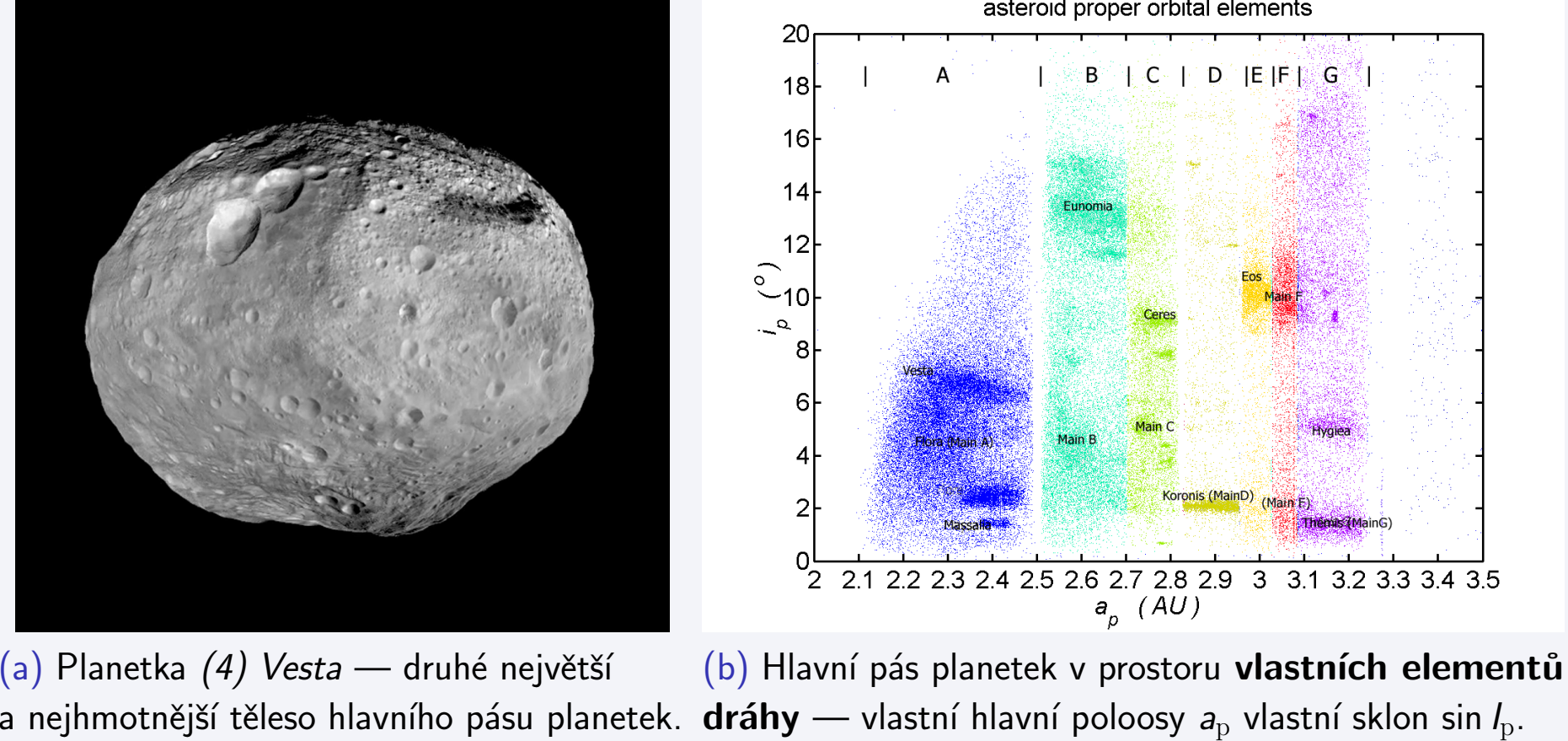


Úvod

Planetky jsou nejpočetnější a svým způsobem nejzajímavější skupinou těles ve **sluneční soustavě**. První planetka byla objevena v roce 1801, v dnešní době je již známo přes půl milionu planetek.

V **hlavním pásu planetek** mezi *Marsem* a *Jupiterem* tvoří planetky **rodiny** — skupiny vzniklé **rozpadem** stejného mateřského tělesa, způsobeným srážkou s jiným tělesem. V naší práci se soustředíme na početnou rodinu *Eunomia*, nacházející se ve středním hlavním pásu. Studium kolizních rodin můžeme zjistit mnoho informací o vzniku sluneční soustavy a její **dynamické struktuře** [1], např. můžeme podpořit teorii o **Velkém pozdním bombardování** (angl. *Late Heavy Bombardment*) [2].



(a) Planetka (4) Vesta — druhé největší a nejmenší těleso hlavního pásu planetek. (b) Hlavní pás planetek v prostoru **vlastních elementů** — vlastní hlavní poloosy a_p , vlastní sklon $\sin i_p$.

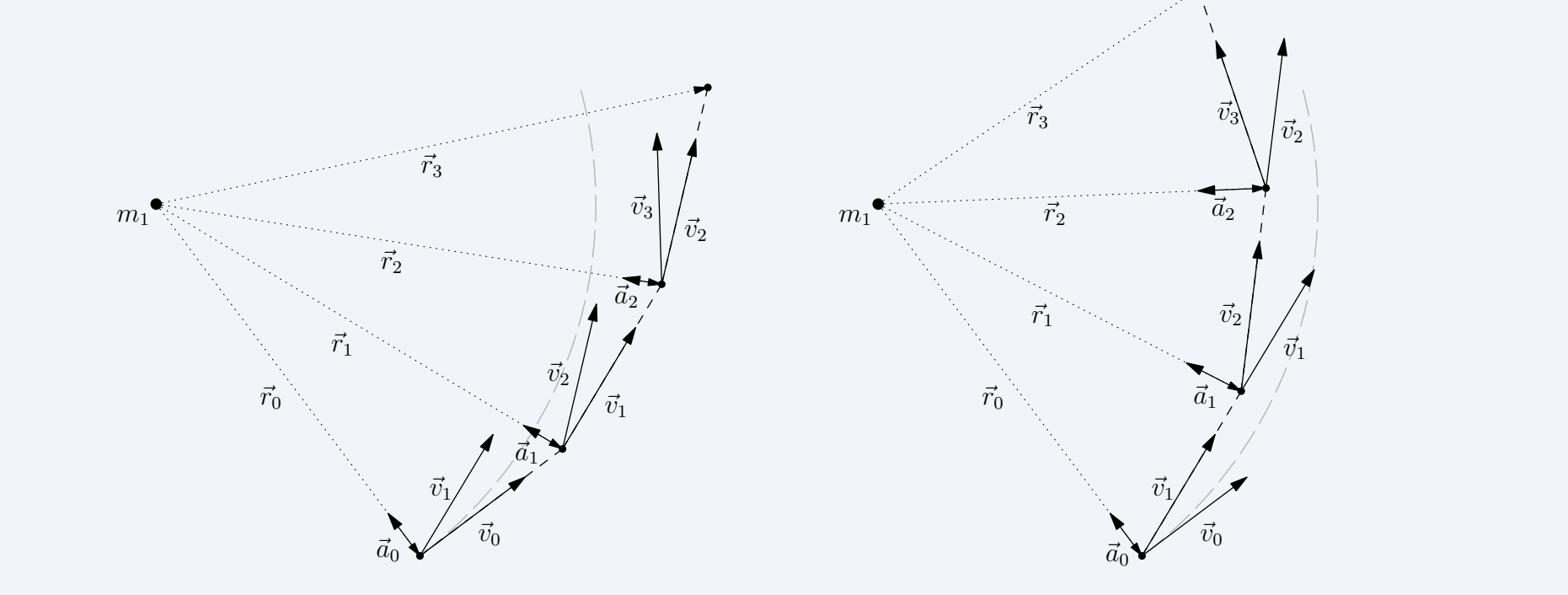
Metody

Základním problémem nebeské mechaniky je **problém N těles** — vypočítat polohu těles, která na sebe vzájemně gravitačně působí v souladu s **Newtonovým gravitačním zákonem**.

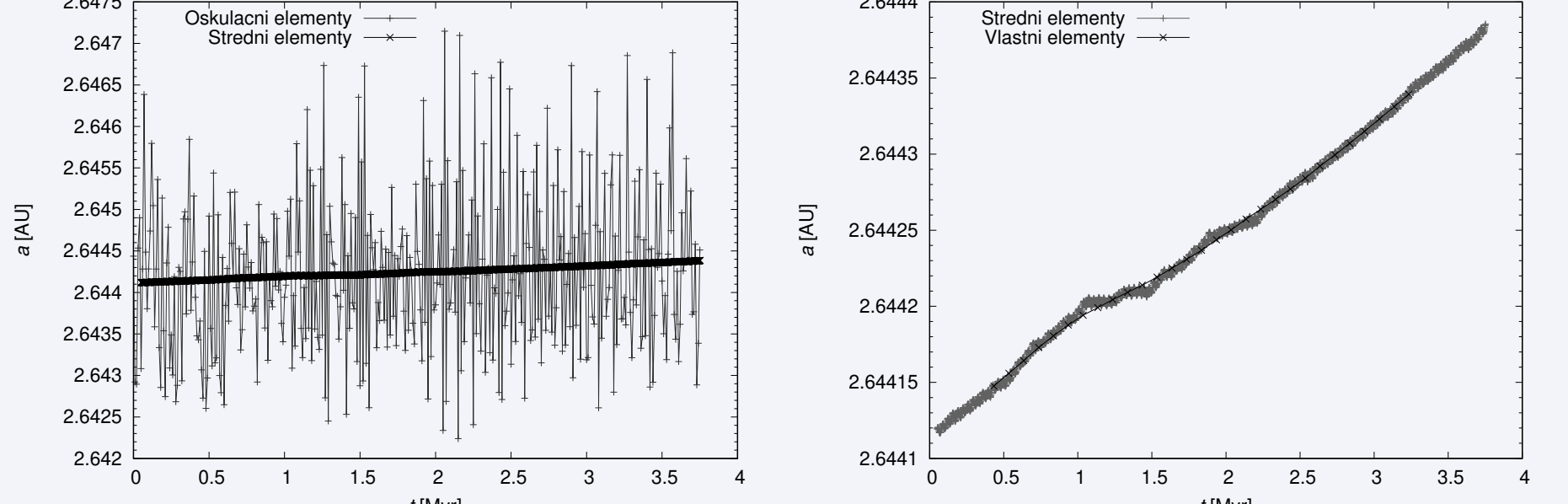
$$\ddot{\vec{r}}_i = m_i \ddot{\vec{a}}_i = - \sum_{j=1}^N G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad \text{pro } i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

$$\ddot{\vec{a}}_i = - \sum_{j=1}^N \frac{Gm_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad \text{pro } i \in \{1, 2, \dots, N\}$$

K simulaci orbitálního vývoje využíváme **numerického integrátoru SWIFT**, který počítá s **Jarkovského jevem**, **YORP efektem**, **náhodnými srážkami** i **chaotickou difúzí**. Zde můžete vidět ilustraci jednodušší integrační metody — **Eulerovy metody** — která je ale piciplně té naší podobná.



Podle pohybu planetky vzhledem ke Slunci můžeme určovat **elementy dráhy**. Ty se v průběhu času mění působením **perturbací** (např. gravitační působení ostatních planet), můžeme je tedy přes dlouhé úseky „průměrovat“ na **střední** a na **vlastní elementy dráhy**, přičemž druhé z nich jsou nepodléhají žádným periodickým silám.



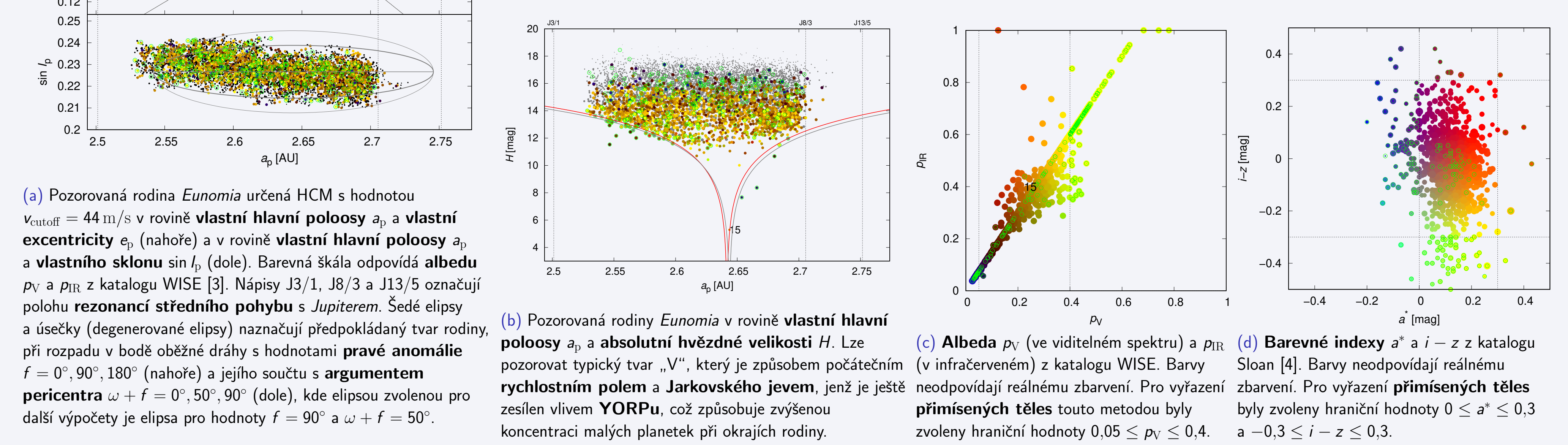
Obrázek: Porovnání **oskulační** (aktuální) a **střední** hlavní poloosy (vlevo) a **střední** a **vlastní** hlavní poloosy(vpravo) pro simulaci jedné planetky po dobu 3.76 miliónů let.

K určení členů rodiny používáme **hierarchickou shlukovací metodu** (HCM) — v prostoru $(a_p, e_p, \sin i_p)$ si zvolíme hraniční vzájemnou „vzdálenost“ těles v_{cutoff} (s jednotkami rychlosti), podle které pak určíme členy.

$$v = n a_p \sqrt{C_s \left(\frac{\Delta a_p}{a_p} \right)^2 + C_e (\Delta e_p)^2 + C_i (\Delta \sin i_p)^2}$$

Výsledky

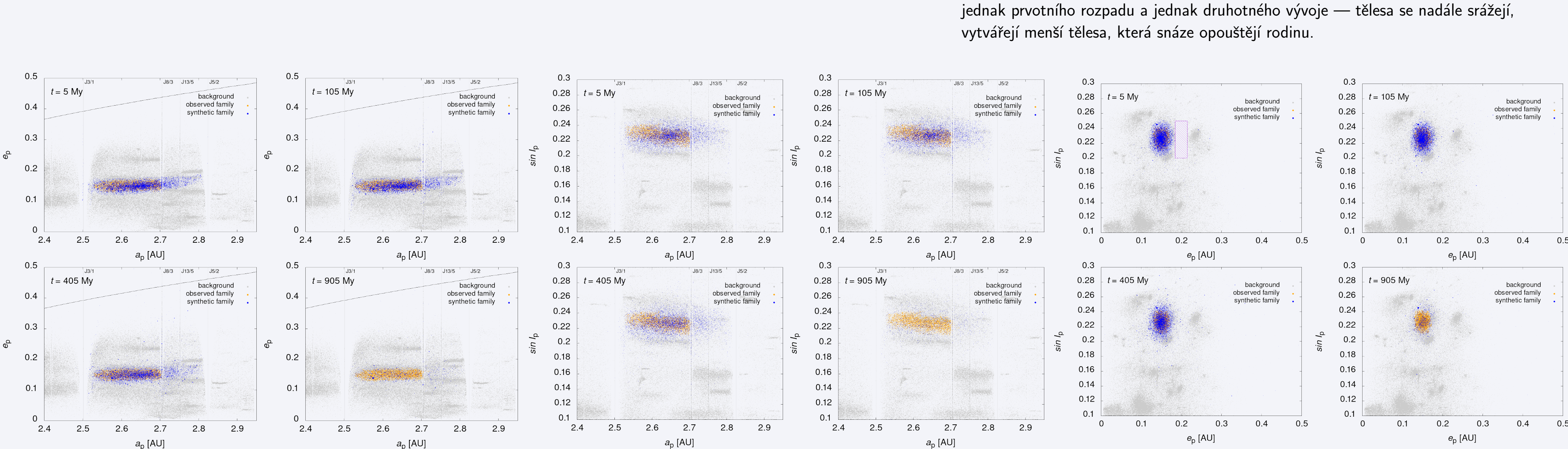
K určení rodiny *Eunomia* jsme použili metodu HCM s hodnotou $v_{\text{cutoff}} = 44 \text{ m/s}$. Dále jsme odstranili **přímísená tělesa** pomocí závislosti unášení ve **vlastní hlavní poloose Δa_p na absolutní hvězdné velikosti H** a pomocí dvou spektroskopických metod — závislosti **albed p_V a p_{IR}** a závislosti **barevných indexů a^* a $i - z$** . Před odstraněním činil počet planetek 6503, po použití všech metod 6184.



(a) Pozorovaná rodina *Eunomia* určená HCM s hodnotou $v_{\text{cutoff}} = 44 \text{ m/s}$ v rovině **vlastní hlavní poloosy a_p** a **vlastní excentricity e_p** (nahore) a v rovině **vlastní hlavní poloosy a_p a vlastního sklonu $\sin i_p$** (dole). Barevná škála odpovídá **albedu p_V a p_{IR}** z katalogu WISE [3]. Nápisy J3/1, J8/3 a J13/5 označují polohu **rezonancí středního pohybu s Jupiterem**. Šedé elipsy a úsečky (degenerované elipsy) naznačují předpokládaný tvar rodiny, při rozpadu v bodě oběžné dráhy s hodnotami **pravé anomálie $f = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$** (nahore) a jejího součtu s **argumentem pericentra $\omega + f = 0^\circ, 50^\circ, 90^\circ$** (dole), kde elipsou zvolenou pro další výpočty je elipsa pro hodnoty $f = 90^\circ$ a $\omega + f = 50^\circ$. (b) Pozorovaná rodiny *Eunomia* v rovině **vlastní hlavní poloosy a_p a absolutní hvězdné velikosti H** . Lze pozorovat typický tvar „V“, který je způsobem počátečním **rychlostním polem a Jarkovského jevem**, jenž je ještě zesílen vlivem **YORPu**, což způsobuje zvýšenou koncentraci malých planetek při okrajích rodiny. (c) **Albeda p_V** (ve viditelném spektru) a **p_{IR}** (v infračerveném) z katalogu WISE. Barvy neodpovídají reálnému zbarvení. Pro vyřazení **přímísených těles** touto metodou byly zvoleny hraniční hodnoty $0.05 \leq p_V \leq 0.4$. (d) **Barevné indexy a^* a $i - z$** z katalogu Sloan [4]. Barvy neodpovídají reálnému zbarvení. Pro vyřazení **přímísených těles** byly zvoleny hraniční hodnoty $0 \leq a^* \leq 0.3$ a $-0.3 \leq i - z \leq 0.3$.

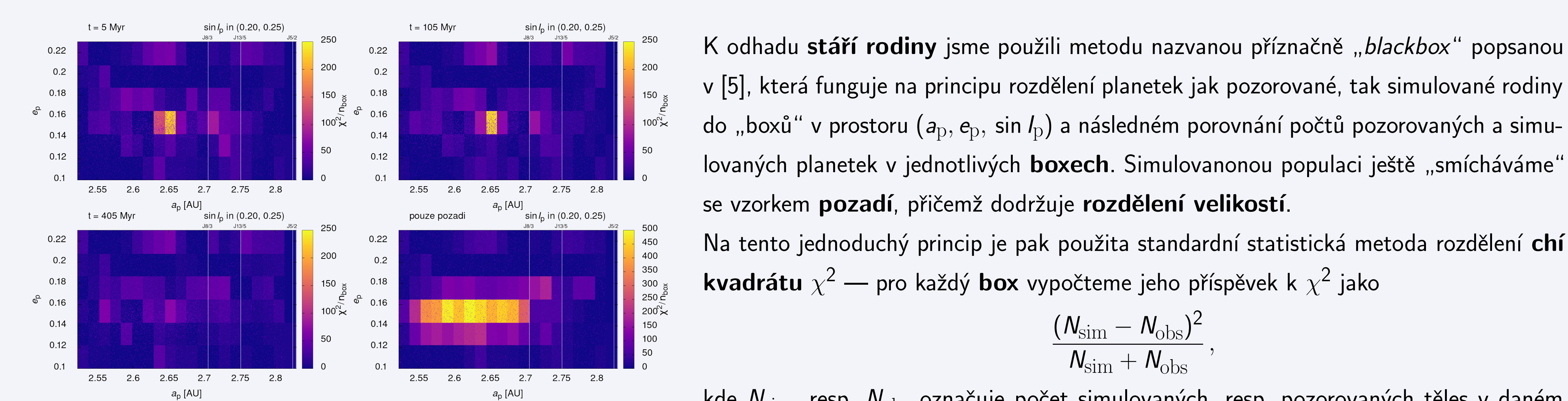
Při vytváření **syntetické** populace planetek jsme částicím přiřadili **průměry, albeda a orientace rotačních os** (vliv na **Jarkovského jev**) podle pozorované rodiny nebo náhodně. U průměrů jsme zohlednili **rozdělení velikostí** a při zpracovávání simulace jsme rozdělení korigovali tak, aby odpovídalo pozorovanému. Dále jsme částicím přiřadili **úvodní rychlosti** jako při **izotropním rozpadu** v bodě oběžné dráhy $f = 90^\circ$ a $\omega + f = 50^\circ$.

Po dobu **jedné miliardy let** jsem simulovali populaci 6210 částic s tím, že přibližně v půlce došlo ke ztrátě dat. Simulace byla spuštěna na **výpočetním clusteru Astronomického ústavu Univerzity Karlovy** a celkově se spotřebovalo 23040 **CPU hodin**. Protože jsme z ladících důvodů nechali ukládat nejen **vlastní**, ale i **střední** elementy, je celkový objem **binárních dat** roven 164 GB.



Obrázek: Výsledky simulace v prostorech (a_p, e_p) , $(a_p, \sin i_p)$ a $(e_p, \sin i_p)$ v časech postupně $t = 5, 105, 405, 905$ miliónů let. Modré body označují **simulovanou** rodinu, žluté body **pozorovanou** rodinu identifikovanou HCM a šedé body **pozadí** a jiné okolní rodiny. Jsou také značeny nejvýznamnější **rezonance s Jupiterem** J3/1, J8/3, J13/5 a J5/2. Černá křivka nahore označuje hranici oblasti, kde je hlavní poloosa a excentricita tělesa taková, že dráha kříží dráhu *Marsu*. Podobná hranice existuje i pro **Jupiter**, ale ta se nachází mimo tyto grafy (přibližně kolem $e = 0.65$). Fialový obdélník označuje oblast vybranou pro vzorek populace **pozadí**.

Kvůli specifickému výpočtu **vlastních elementů dráhy** z počátečních rychlostí můžeme v čase 5 miliónů let pozorovat mírně nesymetrický tvar simulované rodiny. Lze vidět vliv **rezonancí středního pohybu** J3/1, J5/2, J8/3 a J13/5 — v jejich blízkosti se **excentricity** planetek začnou zvyšovat, až se dostanou do oblasti, kde kříží dráhy *Marsu* nebo *Jupitera*, což znamená, že se planetka dříve nebo později některé z těchto planet přiblíží a její **hlavní poloosa** se náhle změní. **Rezonance** J8/3 a J13/5 jasně rozdělují planetky do oblastí, ze kterých planetky zřídka kdy vystupují. Na prvním obrázku jsou data již zpřůměrována z prvních 10 miliónů let, takže můžeme vidět, že se planetky, které se zřejmě na počátku nacházely v blízkosti **rezonancí** J3/1, J8/3 a J13/5, stihly rozptýlit a narušily tak jinak zatím pravidelný tvar rodiny. Potvrzuje se, že **rezonance** J8/3 je silnější než **rezonance** J13/5 (planetky v její blízkosti se v čase 105 miliónů let roztáhly do pásu o velikosti $0.05 < e_p < 0.5$, zatímco v blízkosti **rezonance** J13/5 pouze do pásu o velikosti $0.1 < e_p < 0.23$) Na grafu $(a_p, \sin i_p)$ můžeme pozorovat mírné „naklonění“ pozorované rodiny (část pod $a \approx 2,62 \text{ AU}$ má vyšší sklon i_p), čehož si na rodině simulované bohužel zatím všimnout nemůžeme.



Obrázek: Hodnota **chi kvadrátu χ^2** pro každý **box** v prostoru (a_p, e_p) . Na prvních třech obrázcích lze vidět rozdělení **chi kvadrátu** pro $t = 5, 105, 405$ miliónů let, na posledním obrázku lze vidět rozdělení **chi kvadrátu** při vygenerování pouze **pozadí** bez použití částic simulované rodiny. Tečky označují **syntetickou** populaci i s přidáním **pozadí**.

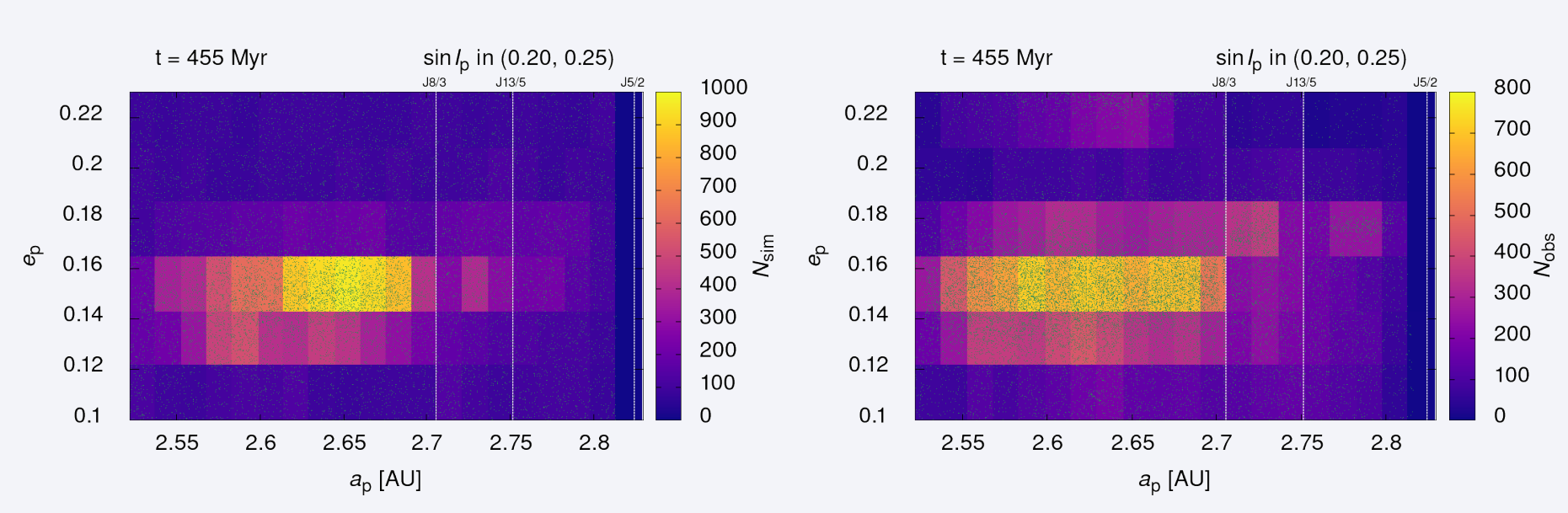
K odhadu **stáří rodiny** jsme použili metodu nazvanou příznačně „*blackbox*“ popsanou v [5], která funguje na principu rozdělení planetek jak pozorované, tak simulované rodiny do „boxů“ v prostoru $(a_p, e_p, \sin i_p)$ a následně porovnání počtů pozorovaných a simulovaných planetek v jednotlivých **boxech**. Simulovanou populaci ještě „smícháváme“ se vzorkem **pozadí**, přičemž dodržuje **rozdělení velikostí**.

Na tento jednoduchý princip je pak použita standardní statistická metoda rozdělení **chi kvadrátu χ^2** — pro každý **box** vypočteme jeho příspěvek $k \chi^2$ jako

$$\frac{(N_{\text{sim}} - N_{\text{obs}})^2}{N_{\text{sim}} + N_{\text{obs}}},$$

kde N_{sim} , resp. N_{obs} označuje počet simulovaných, resp. pozorovaných těles v daném **boxu**. Výslednou hodnotu χ^2 potom dostaneme prostým sečtením všech příspěvků. Můžeme vidět, že nejvíce se odlišuje jádro rodiny kolem 2.65 AU (moc **syntetických** částic) a oblast nalevo od jádra v oblasti $a_p \in (2,55 \text{ AU}; 2,5 \text{ AU})$ a $e_p \in (0,14; 0,16)$ (málo **syntetických** těles). Kvůli silné **kontaminaci** rodinou *Adeona* v oblasti $0,16 < e < 0,18$ jsme byli nuceni pozorované členy této rodiny ručně odstranit

Závěry

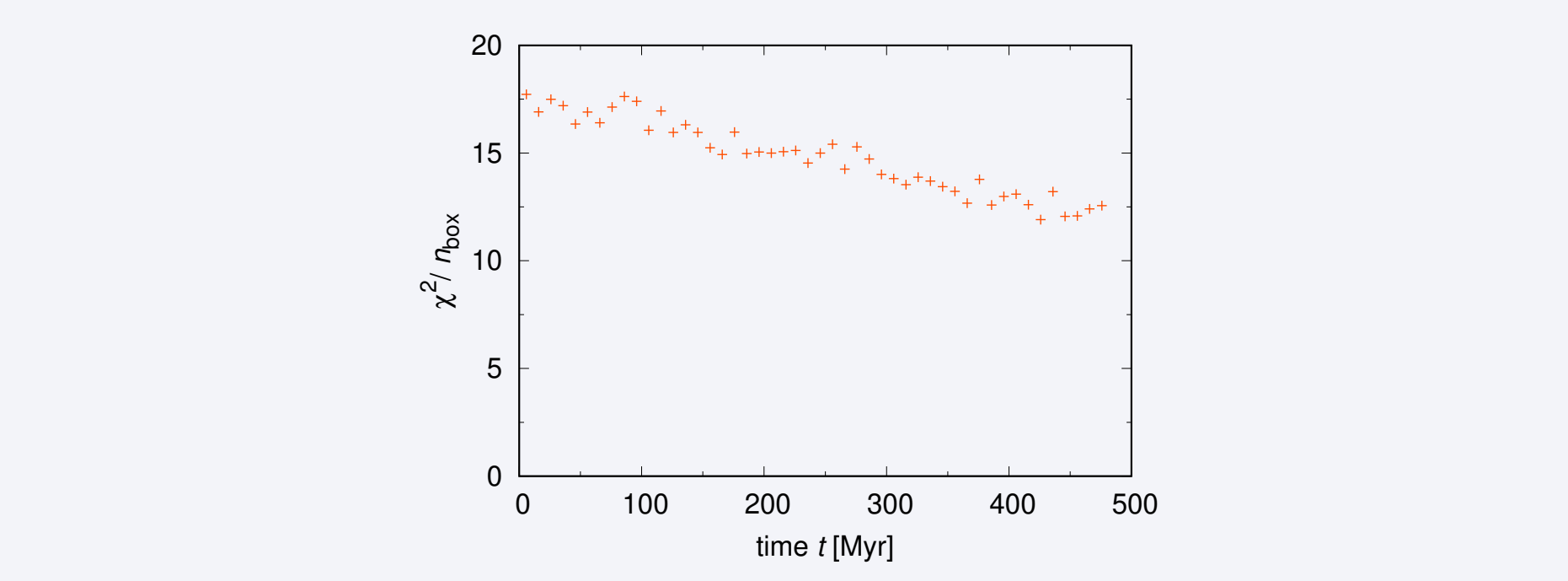


Obrázek: Graf (a_p, e_p) pro simulovanou (vlevo) a pozorovanou (vpravo) rodinu *Eunomia* v čase $t = 455$ miliónů let, kdy byla hodnota **chi kvadrátu** nejlepší. Tentokrát barevná škála označuje počet těles v daném **boxu**.

Na obrázku můžeme vidět simulovanou a pozorovanou rodinu *Eunomia* v okamžiku, kdy jsme dostali nejmenší hodnotu $\chi^2 = 11,9$, tedy naše data se nejvíce přibližovala realitě. Stále lze ale pozorovat nějaké nedostatky — kromě již zmíněných můžeme poukázat na oblast $a_p \in (2,7 \text{ AU}; 2,75 \text{ AU})$, $e_p \in (0,16; 0,18)$, kde se nachází velmi malá rodina příslušná planetce (53546) 2000 BY6, se kterou jsme v naší simulaci, stejně jako s ostatními menšími rodinami, nepočítali.

Podářilo se nám vysvětlit většinu **struktur**, které lze na našich grafech v prostorech (a_p, e_p) , $(a_p, \sin i_p)$ a $(e_p, \sin i_p)$. Jediné, co zůstává nevysvětlené, je **kompaktnost jádra** simulované rodiny a **absence částic** ve oblasti „nalevo“ ($a_p < 2,57 \text{ AU}$) od středu rodiny na grafu (a_p, e_p) . Tyto jevy bohužel musíme připsat **nedostatečně dlouhému časovému úseku**, po který jsme rodinu *Eunomia* simulovali — velice pravděpodobně tedy rodina *Eunomia* **není mladší** než 500 miliónů let.

Budoucí práce



Lze pozorovat klesající trend **chi kvadrátu**, v budoucnu tedy plánujeme simulovalat rodinu *Eunomia* po **delší dobu** (4 miliardy let). Pravděpodobně dostaneme nějakou minimální hodnotu **chi kvadrátu**, čímž budeme schopni přesně určit **stáří** rodiny *Eunomia*. Další možností výzkumu je analýza **okolních rodin**, zejména rodiny *Adeona*. Přesné určení počtu jejích členů a stáří by nám pomohlo v analýze rodiny *Eunomia*, mohli bychom např. v momentu rozpadu rodiny *Adeona* její částice do simulace přidat.

Po **prodloužení dlouhodobé simulace** plánujeme **publikaci** výsledků v odborném časopisu (*Icarus*).

Reference

- ↑ D. Nesvorný, M. Brož a V. Carruba. „Identification and Dynamical Properties of Asteroid Families“. In: *Asteroids IV*. Ed. P. Michel, F. E. DeMeo a W. F. Bottke. 2015, s. 297–321. DOI: 10.2458/azu_uapress_9780816532131-ch016.
- ↑ M. Brož et al. „Constraining the cometary flux through the asteroid belt during the late heavy bombardment“. In: *AB&A* 551. A117 (bře 2013), A117. DOI: 10.1051/0004-6361/201219296. arXiv: 1301.6221 [astro-ph.EP].
- ↑ C. R. Nugent et al. „NEOWISE Reactivation Mission Year One: Preliminary Asteroid Diameters and Albedos“. In: *ApJ* 814, 117 (pro. 2015), s. 117. DOI: 10.1088/0004-637X/814/2/117. arXiv: 1509.02522 [astro-ph.EP].
- ↑ Ž. Ivezić et al. „Solar System Objects Observed in the Sloan Digital Sky Survey Commissioning Data“. In: *AJ* 122 (lis. 2001), s. 2749–2784. DOI: 10.1086/323452. eprint: <astro-ph/0105511>.
- ↑ M. Brož a A. Morbidelli. „A study of 3-dimensional shapes of asteroid families with an application to Eos“. In: *Icarus* 317 (led. 2019), s. 434–441. DOI: 10.1016/j.icarus.2018.08.022. arXiv: 1810.04113 [astro-ph.EP].

- Brož M. a M. Šolc. *Fyzika sluneční soustavy*. ISBN 9788073782368. Matfyzpress, 2013.
- C. D. Murray a S. F. Dermott. *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press, 2000. DOI: 10.1017/CB09781139174817.
- Brož, Jarkovsky effect and the dynamics of the Solar System". Dostupné z: http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/ mira/mp/phdth/. Dis. Praha: Astronomický ústav Univerzity Karlovy, 2006.