

# Mechanika rodin planetek s aplikací na rodinu Eunomia

Adam Křivka

## Synopse

### Obsah

<b>1</b>	<b>Planetky ve sluneční soustavě</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Nebeská mechanika</b>	<b>4</b>
2.1	Problém $N$ těles . . . . .	4
2.2	Numerický integrátor . . . . .	4
2.3	Elementy dráhy . . . . .	5
2.4	Určení rodiny . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Vlastnosti rodiny Eunomia</b>	<b>8</b>
3.1	Určení rodiny . . . . .	8
3.2	Simulace orbitálního vývoje . . . . .	11
3.3	Výsledky simulace . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Diskuze</b>	<b>15</b>
4.1	Metoda blackbox . . . . .	15
4.2	Závěry . . . . .	15
4.3	Budoucí práce . . . . .	16

Adam Křivka

Cyrilometodějské gymnázium

a střední odborná škola pedagogická Brno

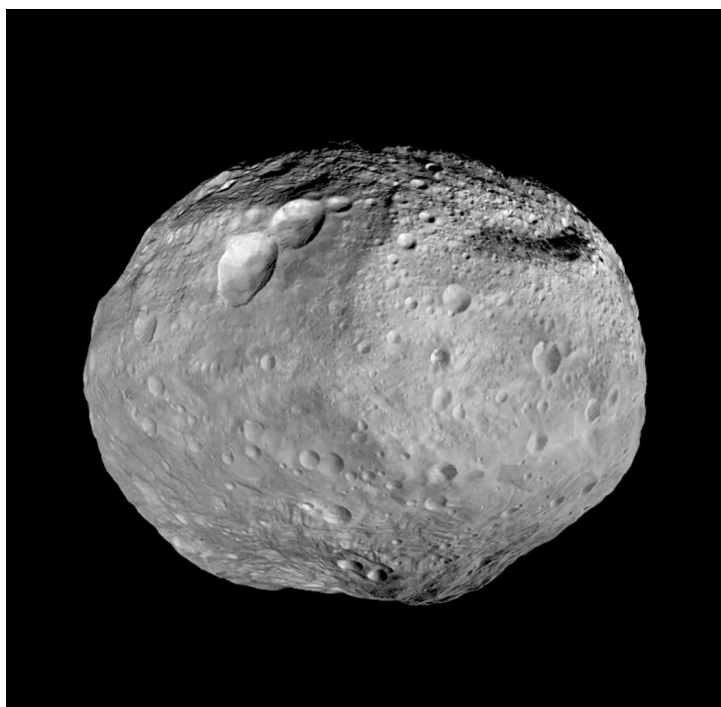
Brno, 2019

# 1 Planetky ve sluneční soustavě

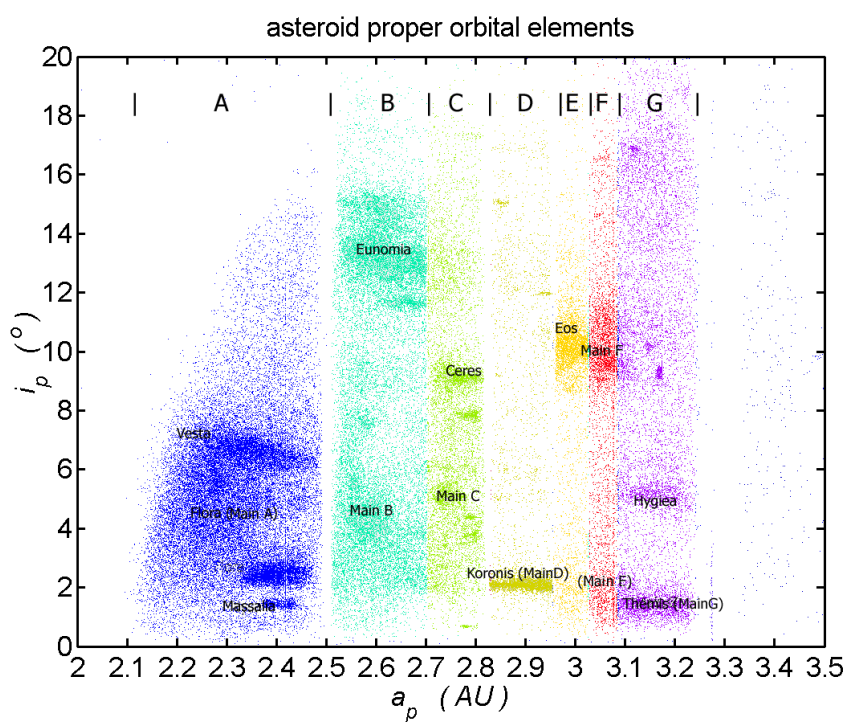
Planetky jsou nejpočetnější a svým způsobem nejzajímavější skupinou těles ve sluneční soustavě. První planetka byla objevena v roce 1801, v dnešní době je již známo přes půl milionu planetek.

V hlavním pásu planetek mezi *Marsem* a *Jupiterem* tvoří planetky rodiny — skupiny vzniklé rozpadem stejného mateřského tělesa, způsobeným srážkou s jiným tělesem. V naší práci se soustředíme na početnou rodinu *Eunomia*, nacházející se ve středním hlavním pásu.

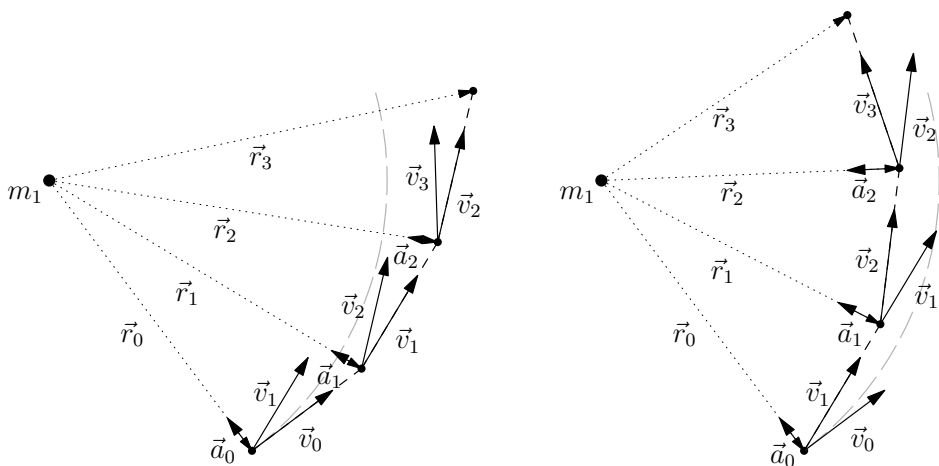
Studiem kolizních rodin můžeme zjistit mnoho informací o vzniku sluneční soustavy a její dynamické struktury, např. můžeme podpořit teorii o Velkém pozdním bombardování (angl. *Late Heavy Bombardment*).



Obrázek 1: Planetka (4) *Vesta* — druhé největší a nehmotnější těleso hlavního pásu planetek.



Obrázek 2: Hlavní pás planetek v prostoru vlastních elementů dráhy — vlastní hlavní poloosy  $a_p$  vlastní sklon  $\sin I_p$ .



Obrázek 3: Ilustrace jednodušší integrační metody — Eulerovy metody — která je principiálně té naší podobná.

## 2 Nebeská mechanika

### 2.1 Problém $N$ těles

Základním problémem nebeské mechaniky je problém  $N$  těles — pomocí pohybových rovnic dle Newtonova gravitačního zákona určit polohy  $N$  těles v čase, podle vztahu

$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N G \frac{m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j), \quad \text{pro } i \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

### 2.2 Numerický integrátor

K řešení problému  $N$  těles a k simulaci orbitálního vývoje využíváme symplektického numerického integrátoru SWIFT, který počítá i s

- **Jarkovského jevem** (nerovnoměrné vyzařování tepla zrychlující/zpomalující planetku — změna hlavní poloosy),
- **YORP efektem** (nerovnoměrné vyzařování tepla ovlivňující rotační osu planetky),
- náhodnými srážkami,
- chaotickou difuzí.

## 2.3 Elementy dráhy

Oběžnou dráhu planetky kolem Slunce popisujeme především těmito elementy dráhy (dohromady jich je ale šest):

- **hlavní poloosa**  $a$
- **excentricita**  $e$
- **sklon**  $I$  (nebo také  $\sin I$ )

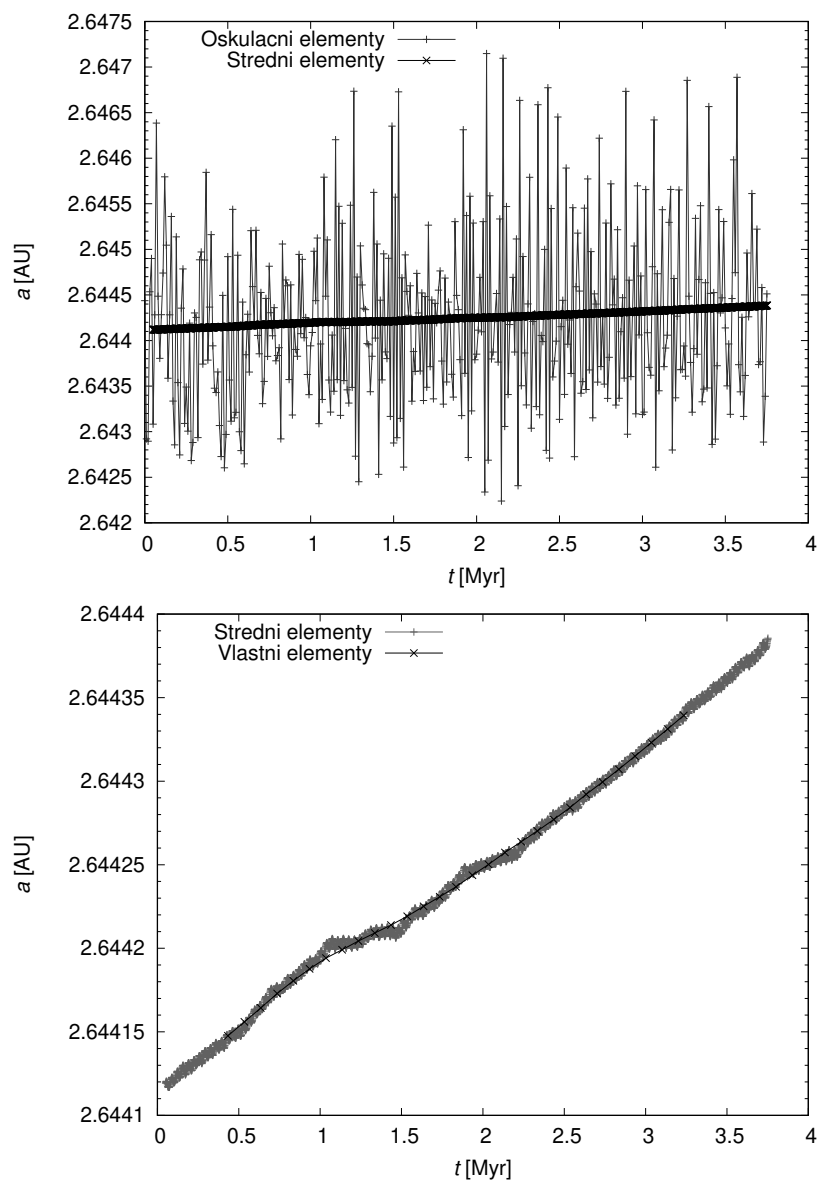
Elementy dráhy se v průběhu času mění působením perturbací (např. gravitačním působením ostatních planet), můžeme je tedy přes dlouhé úseky zjednodušeně řečeno „průměrovat“ na střední a na vlastní elementy dráhy. Pro popis rodin planetek se nejčastěji používají vlastní elementy dráhy, protože nepodléhají téměř žádným periodickým perturbacím.

## 2.4 Určení rodiny

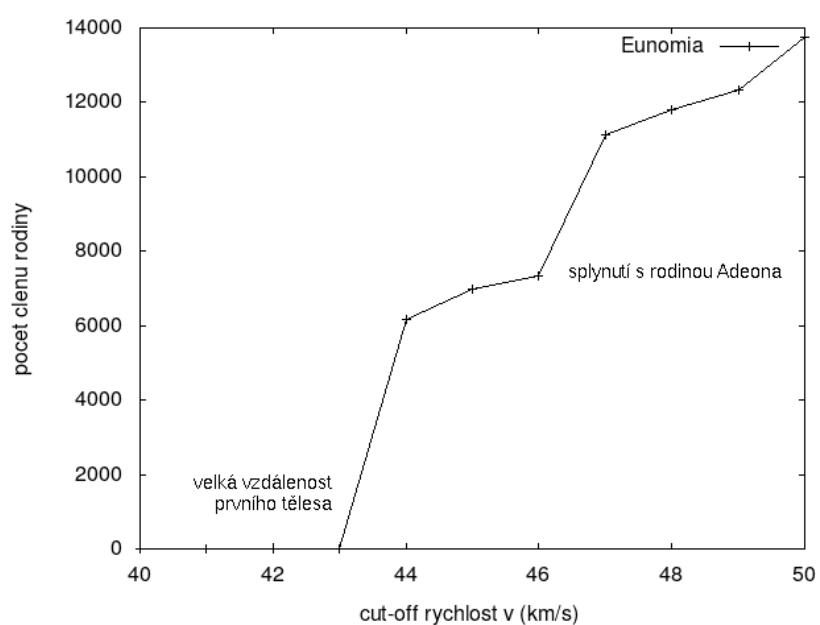
K určení členů rodiny používáme hierarchickou shlukovací metodu (HCM) — v prostoru  $(a_p, e_p, \sin I_p)$  si zvolíme hraniční vzájemnou „vzdálenost“ těles  $v_{\text{cutoff}}$  (s jednotkami rychlosti)

$$v_{\text{cutoff}} = na_p \sqrt{C_a \left( \frac{\Delta a_p}{a_p} \right)^2 + C_e (\Delta e_p)^2 + C_i (\Delta \sin i_p)^2},$$

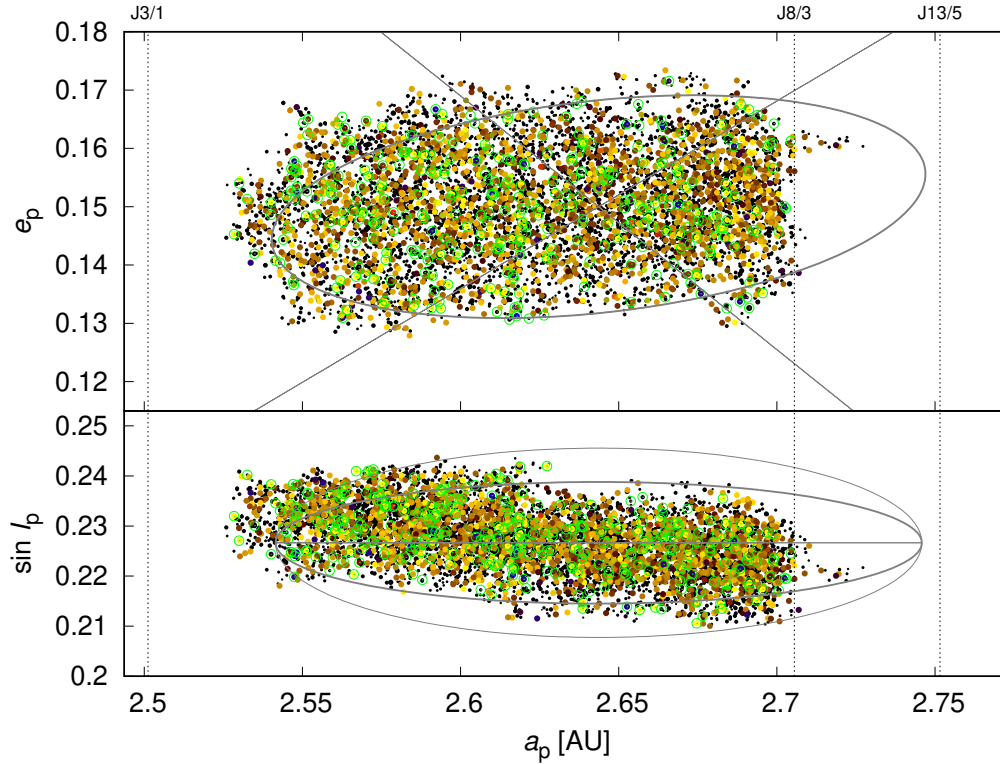
podle které pak určíme členy (začneme u mateřského tělesa (15) *Eunomia*) — pokud je vzdálenost dalšího tělesa menší, než  $v_{\text{cutoff}}$ , přidáme jej do rodiny.



Obrázek 4: Porovnání oskulační (aktuální) a střední hlavní poloosy (vlevo) a střední a vlastní hlavní poloosy (vpravo) pro simulaci jedné planetky po dobu 3,76 miliónů let.



Obrázek 5: Závislost počtu členů rodiny *Eunomia* na zvolené hraniční rychlosti  $v_{\text{cutoff}}$  při použití metody HCM. Počet členů prudce vzroste při přechodu z 43 na 44 m/s, což je způsobené velkou vzdáleností prvního nejbližšího tělesa od mateřského (15) *Eunomia*. Dále vzroste prudce při přechodu z 46 na 47 m/s, což je způsobené splynutím s rodinou Adeona.



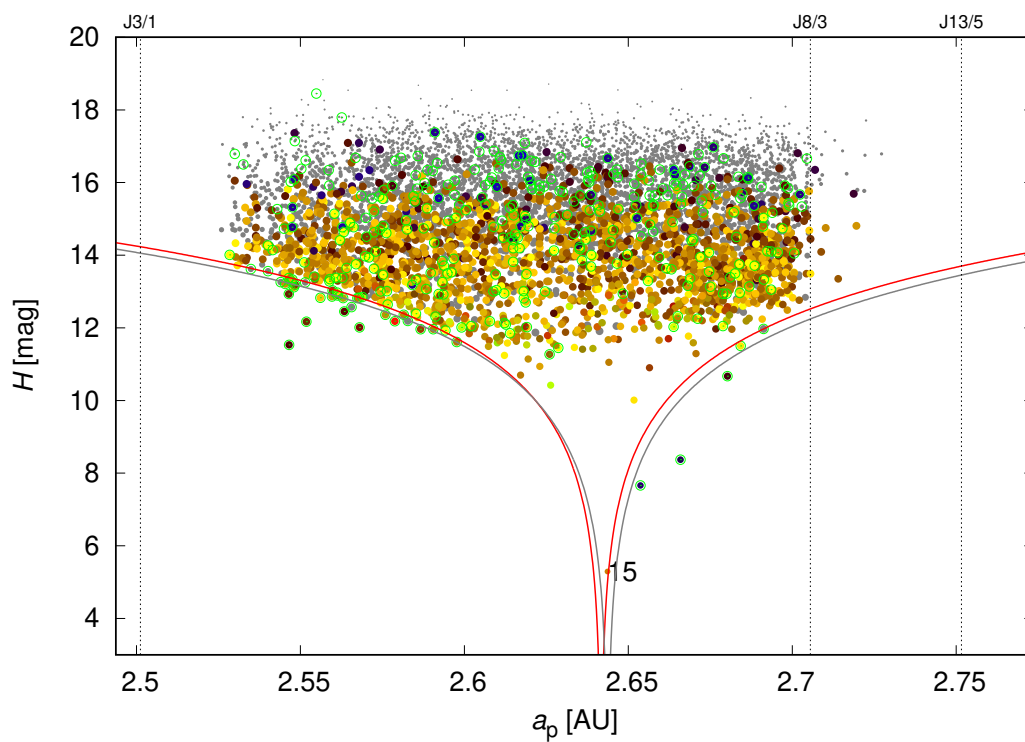
Obrázek 6: Pozorovaná rodina *Eunomia* určená HCM s hodnotou  $v_{\text{cutoff}} = 44 \text{ m/s}$  v rovině vlastní hlavní poloosy  $a_p$  a vlastní excentricity  $e_p$  (nahore) a v rovině vlastní hlavní poloosy  $a_p$  a vlastního sklonu  $\sin I_p$  (dole). Barevná škála odpovídá albedu  $p_V$  a  $p_{IR}$  z katalogu WISE.

## 3 Vlastnosti rodiny Eunomia

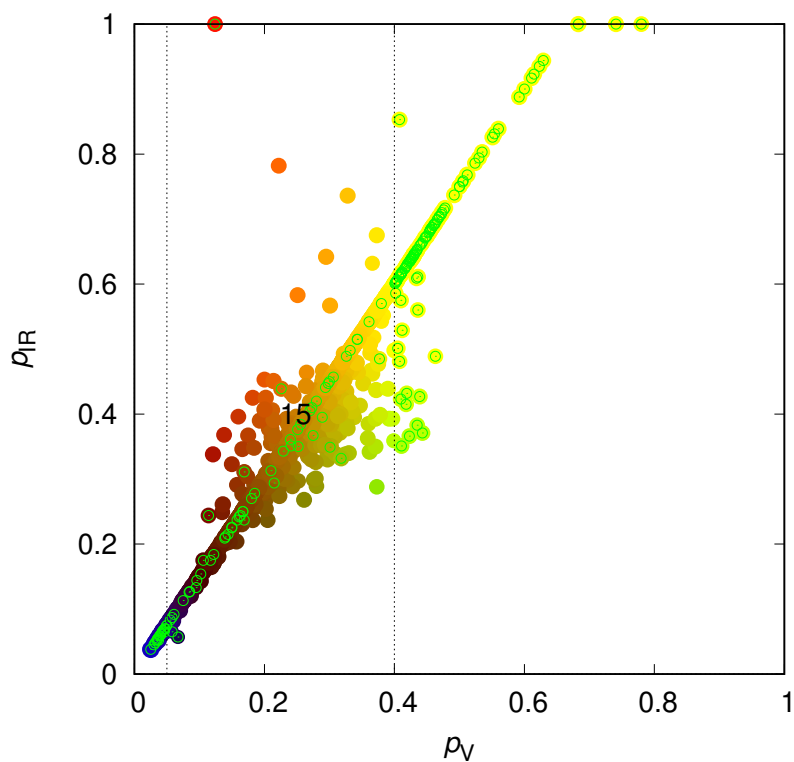
### 3.1 Určení rodiny

K určení rodiny *Eunomia* jsme použili metodu HCM. Dále jsme odstranili přimíšená tělesa pomocí závislosti unášení ve vlastní hlavní poloose  $\Delta a_p$  na absolutní hvězdné velikosti  $H$  a pomocí dvou spektroskopických metod — závislosti albed  $p_V$  a  $p_{IR}$  a závislosti barevných indexů  $a^*$  a  $i - z$ . Před odstraněním činil počet planetek 6503, po použití všech metod 6184.

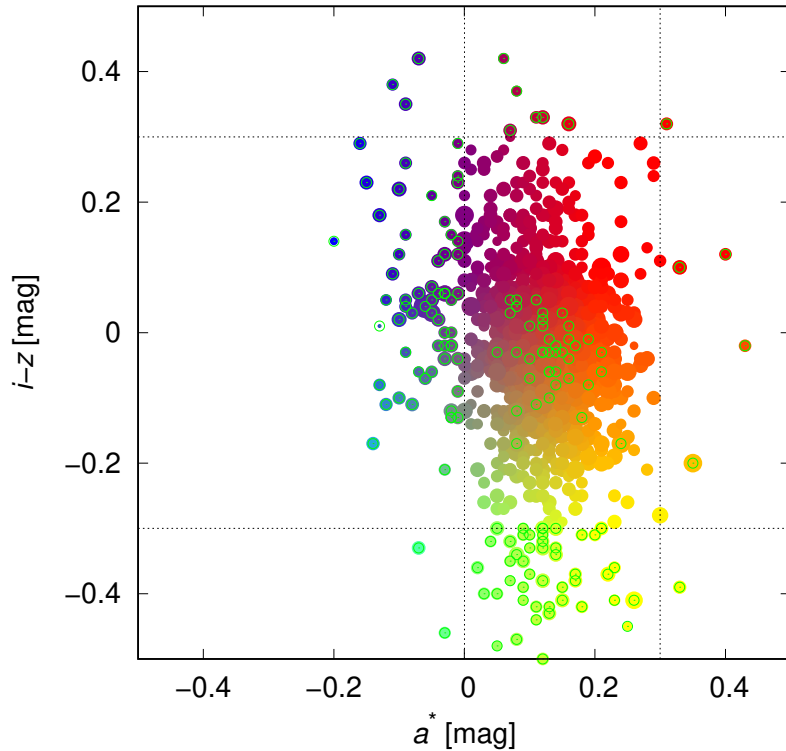




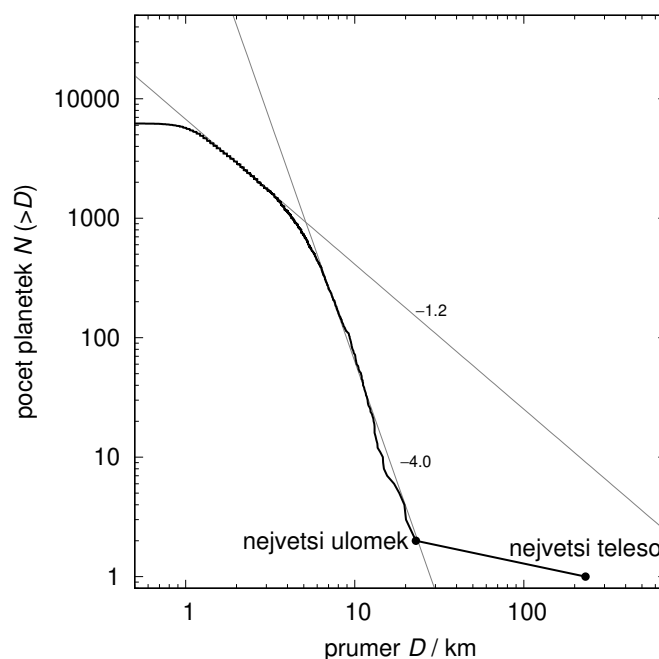
Obrázek 7: Závislost unášení ve vlastní hlavní poloose  $a_p$  na absolutní hvězdné velikosti  $H$ . Lze pozorovat typický tvar „V“, který je způsoben počátečním rychlostním polem a Jarkovského jevem, jenž je ještě zesílen vlivem YORPu, což způsobuje zvýšenou koncentraci malých planetek při okrajích rodiny.



Obrázek 8: Albeda  $p_V$  (ve viditelném spektru) a  $p_{IR}$  (v infračerveném) z katalogu WISE. Barvy neodpovídají reálnému zbarvení. Pro vyřazení přimísěných těles touto metodou byly zvoleny hraniční hodnoty  $0,05 \leq p_V \leq 0,4$ .



Obrázek 9: Barevné indexy  $a^*$  a  $i - z$  z katalogu Sloan. Barvy neodpovídají reálnému zbarvení. Pro vyřazení přimísěných těles byly zvoleny hraniční hodnoty  $0 \leq a^* \leq 0,3$  a  $-0,3 \leq i - z \leq 0,3$ .



Obrázek 10: Histogram četnosti velikostí planetek rodiny *Eunomia*.

## 3.2 Simulace orbitálního vývoje

Při vytváření syntetické populace planetek jsme částicím přiřadili

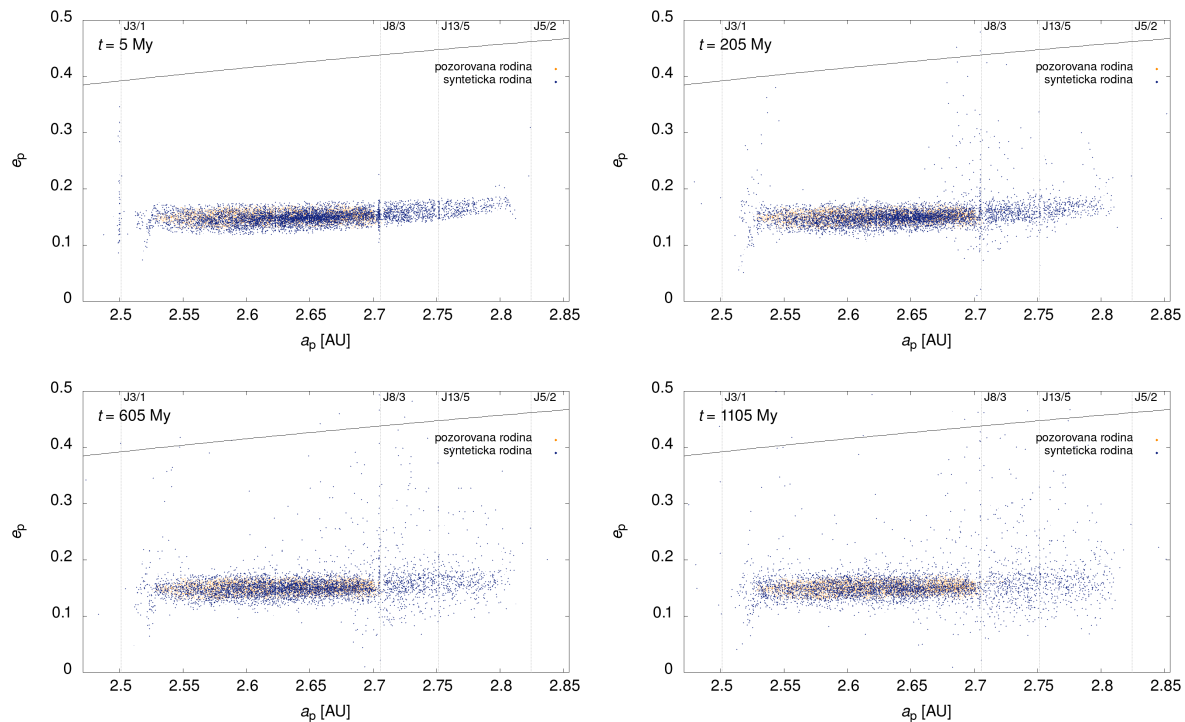
- **průměry** (dle pozorovaných dat — zohlednili jsme rozdělení velikostí),
- **albeda** (dle pozorovaných dat),
- **orientace rotačních os** (náhodně; vliv na Jarkovského jev),
- **úvodní rychlosti** (jako při izotropním rozpadu v bodě oběžné dráhy s hodnotami  $f = 90^\circ$  a  $\omega + f = 50^\circ$ ).

Po dobu 1,3 miliardy let jsme simulovali populaci 6210 částic. Simulace byla spuštěna na výpočetním clusteru Astronomického ústavu Univerzity Karlovy a celkově se spotřebovalo přibližně 50000 CPU hodin a celkový objem binárních dat je roven 164 GB.

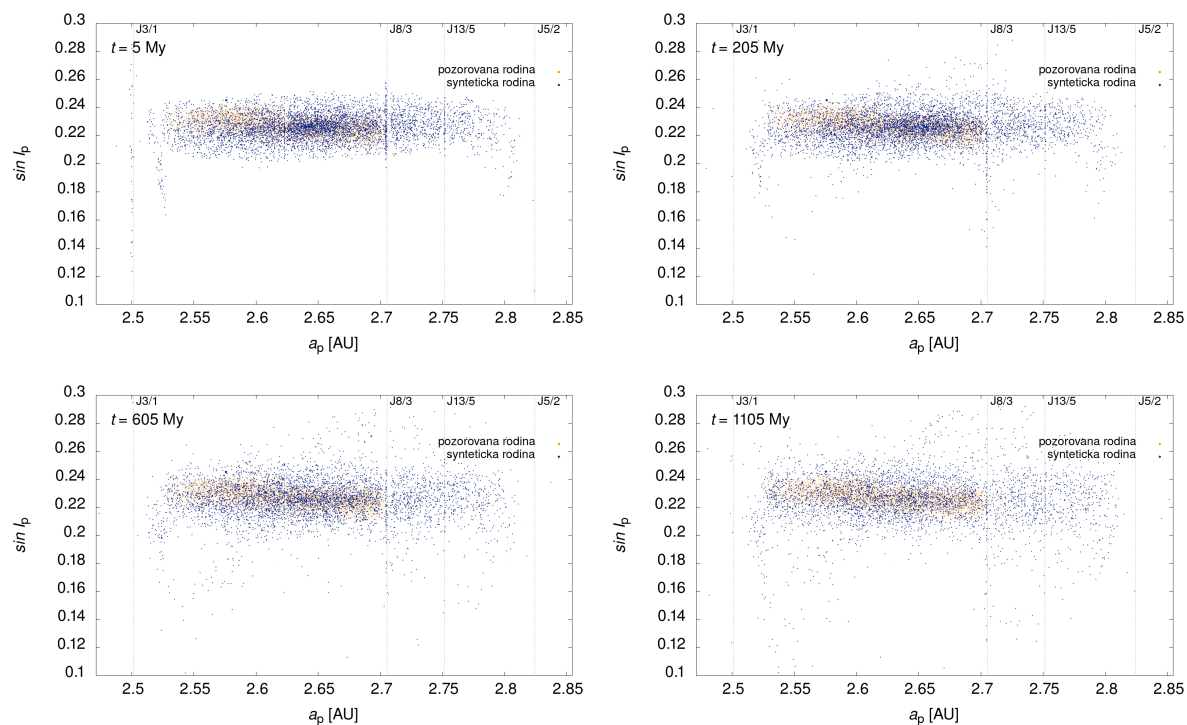
## 3.3 Výsledky simulace

Následující závěry se pojí k obrázkům 11, 12, 13.

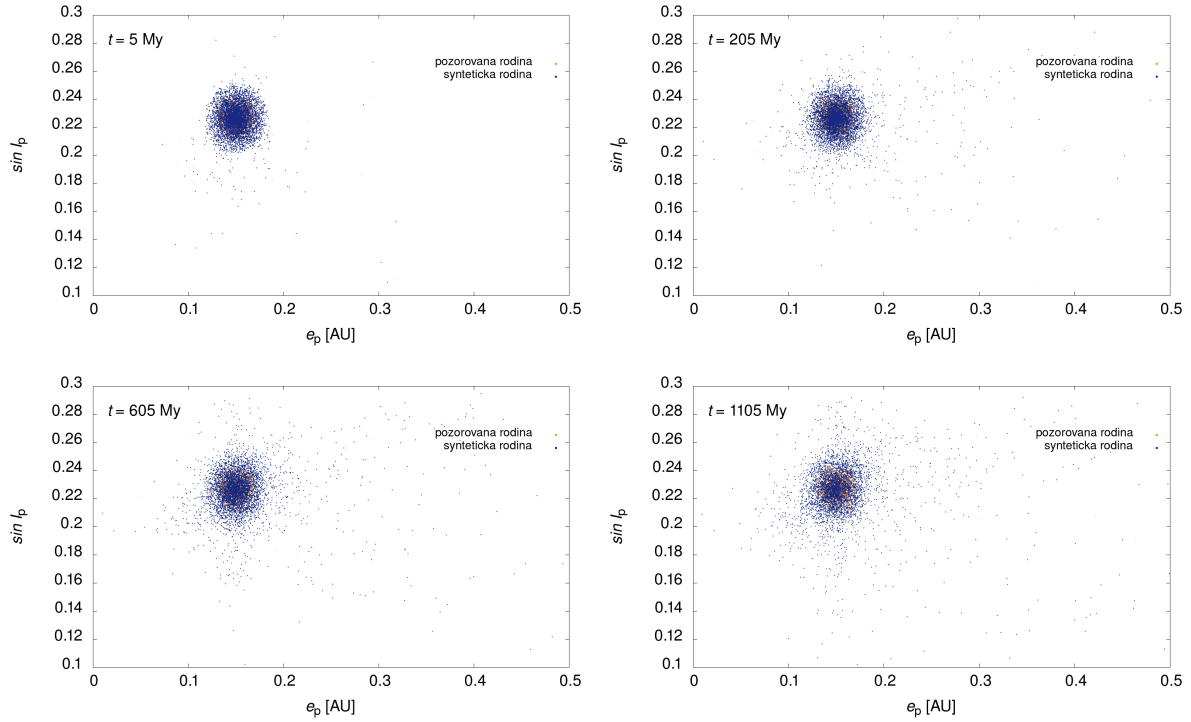
- Kvůli specifickému výpočtu vlastních elementů dráhy z počátečních rychlostí můžeme v čase 5 miliónů let pozorovat mírně nesymetrický tvar simulované rodiny.



Obrázek 11: Výsledky simulace v prostoru  $(a_p, e_p)$  v časech postupně  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Nápis J3/1, J8/3, J13/5 a J5/2 označují nejvýznamnější rezonance s *Jupiterem*. Černá křivka nahoře označuje hranici oblasti, kde je hlavní poloosa a excentricita tělesa taková, že dráha kříží dráhu *Marsu*. Podobná hranice existuje i pro *Jupiter*, ale ta se nachází mimo tyto grafy (přibližně kolem  $e = 0,65$ ).

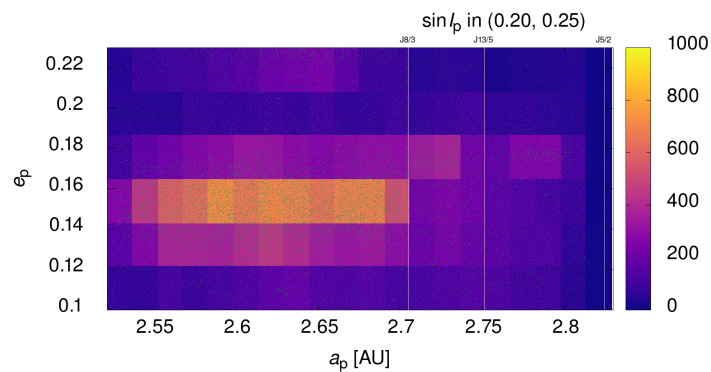


Obrázek 12: Výsledky simulace v prostoru  $(a_p, \sin I_p)$  v časech postupně  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Nápis J3/1, J8/3, J13/5 a J5/2 označují nejvýznamnější rezonance s *Jupiterem*.

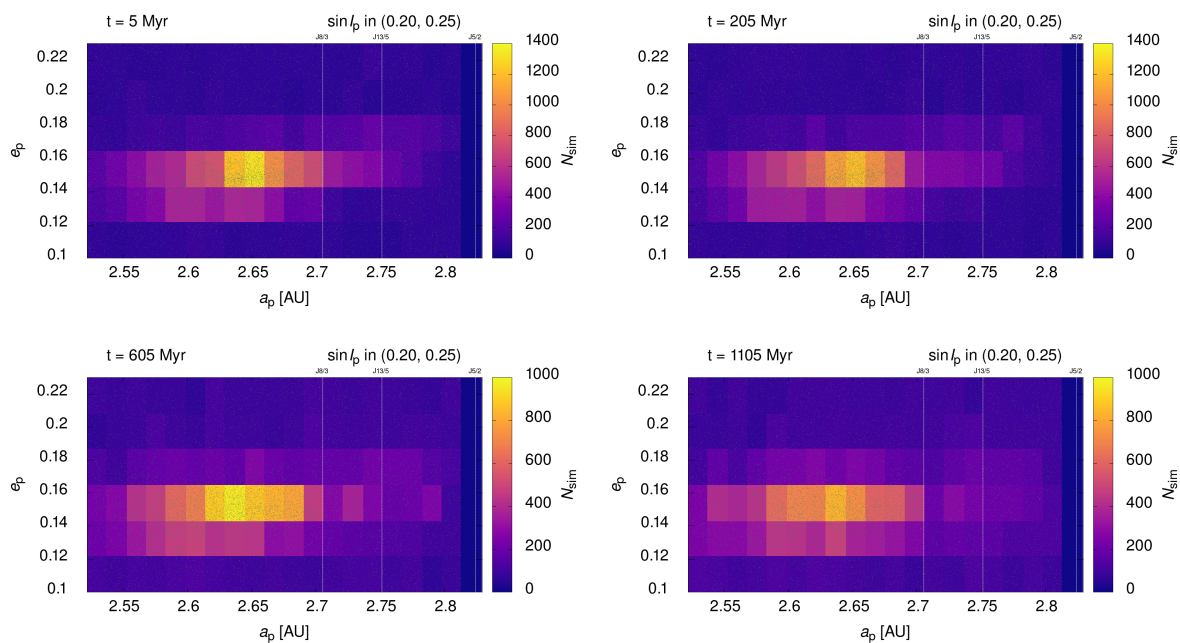


Obrázek 13: Výsledky simulace v prostoru  $(e_p, \sin I_p)$  v časech postupně  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Fialový obdélník označuje oblast vybranou pro vzorek populace pozadí.

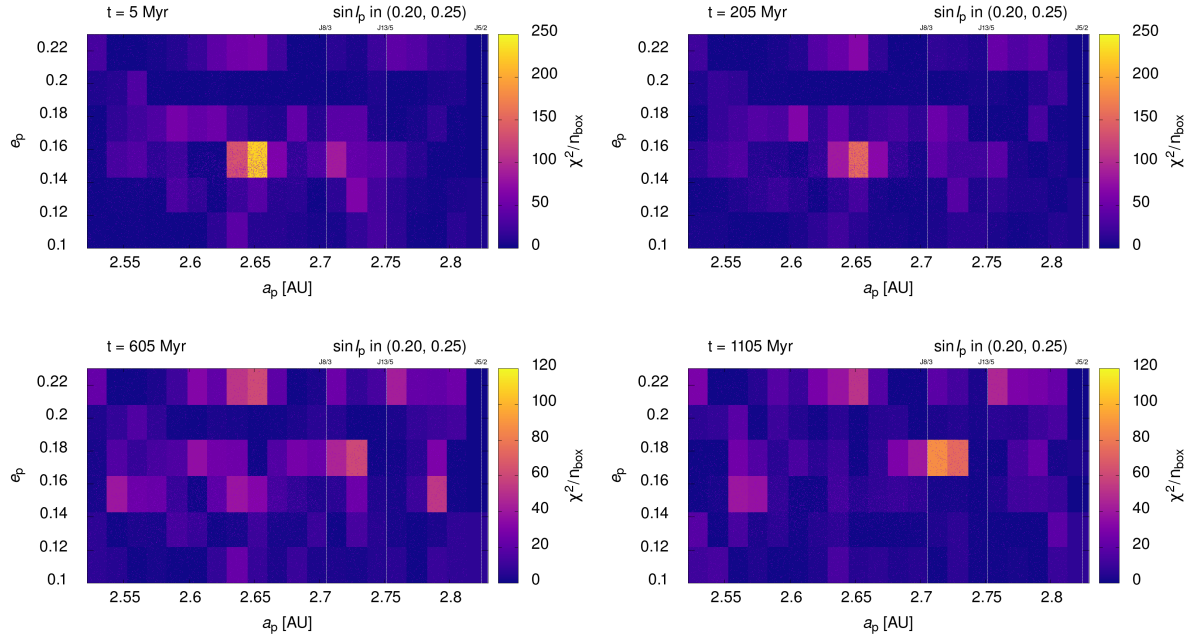
- Mechanismus, kterým planety opouštějí rodinu je následovný: působením Jarkovského jevu se planeta dostane do blízkosti nějaké rezonance, excentricita její oběžné dráhy se zvýší až začne křížit dráhu *Marsu* nebo *Jupiteru*, načež se pak při blízkém přiblížení prudce vychýlí ze své dráhy.
- Tělesa nacházející se na počátku v blízkosti rezonance J5/2 byla velmi rychle rozptýlena, a tak se už na grafu pro  $t = 5$  miliónů let vůbec nevyskytují.
- Rezonance J8/3 a J13/5 jasně rozdělují rodinu na tři části, které různě široké, a tudíž se v nich planety rozptylují jinak.
- Potvrzuje se, že rezonance J8/3 je silnější než rezonance J13/5 (planety v blízkosti rezonance J8/3 se v čase 205 miliónů let rozšířily do pásu o velikosti  $0,05 < e_p < 0,5$ , zatímco v blízkosti rezonance J13/5 pouze do pásu o velikosti  $0,1 < e_p < 0,23$ )
- Na grafu  $(a_p, \sin I_p)$  můžeme pozorovat mírné „naklonění“ pozorované rodiny (část pod  $a \approx 2,62$  AU má vyšší sklon  $I_p$ ), čehož si na rodině simulované bohužel zatím všimnout nemůžeme.
- Postupem času koncentrace planetek v prostoru klesá, což je způsobeno všemi přítomnými rezonancemi.



Obrázek 14: Graf  $(a_p, e_p)$  pro pozorovanou rodinu *Eunomia*. Barevná škála označuje počet těles v daném boxu.



Obrázek 15: Graf  $(a_p, e_p)$  simulované rodiny Eunomia pro  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Pozor na změnu barevné škály.



Obrázek 16: Hodnota chí kvadrátu  $\chi^2$  pro každý box v prostoru  $(a_p, e_p)$  pro  $t = 5, 205, 605, 1105$  miliónů let. Tečky označují syntetickou populaci i s přidáním pozadím.

## 4 Diskuze

### 4.1 Metoda blackbox

Planetky jak pozorované, tak simulované rodiny rozdělíme do „boxů“ v prostoru  $(a_p, e_p, \sin I_p)$  a následně porovnáváme počty planetek v jednotlivých boxech. Simulovanou populaci ještě „smícháváme“ se vzorkem pozadí, přičemž dodržujeme rozdělení velikostí.

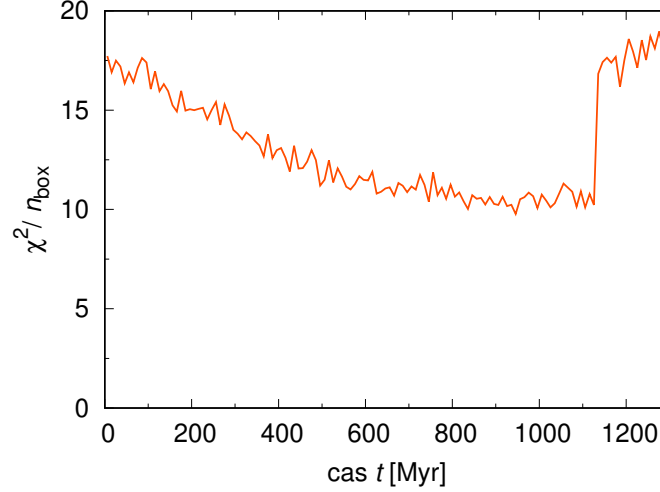
Na tento jednoduchý princip pak používáme statistickou metodu rozdělení chí kvadrátu ( $\chi^2$ ) — pro každý box vypočteme jeho příspěvek k  $\chi^2$  jako

$$\frac{(N_{\text{sim}} - N_{\text{obs}})^2}{N_{\text{sim}} + N_{\text{obs}}}.$$

### 4.2 Závěry

Můžeme vidět, že ze začátku se nejvíce odlišuje jádro rodiny kolem 2,65 AU (moc syntetických částic).

Kvůli silné kontaminaci rodinou *Adeona* v oblasti  $0,16 < e < 0,18$  jsme byli nuceni



Obrázek 17: Závislost redukovaného chí kvadrátu na čase. Skok v čase přibližně 1125 miliónů let je způsoben úbytkem těles v simulaci.

pozorované členy této rodiny ručně odstranit.

Podařilo se nám pochopit struktur, které lze na našich grafech v prostorech  $(a_p, e_p)$ ,  $(a_p, \sin I_p)$  a  $(e_p, \sin I_p)$ . Některé jevy (např. přílišná kompaktnost jádra) bohužel musíme připsat nedostatečně dlouhému časovému úseku, po který jsme rodinu *Eunomia* simulovali. S velkou pravděpodobností můžeme říct, že rodina *Eunomia* není mladší než 500 miliónů let, ale zatím nedokážeme odhadnout (z důvodu ploché závislosti chí kvadrátu na čase), jaký je horní limit stáří rodiny *Eunomia*.

### 4.3 Budoucí práce

V budoucnu plánujeme simulovat rodinu *Eunomia* po delší dobu (4 miliardy let). Pravděpodobně dostaneme nějakou minimální (statisticky významnou) hodnotu chí kvadrátu, čímž budeme schopni přesně určit horní mez pro stáří rodiny *Eunomia*.

Další možností vylepšení je analýza okolních rodin, zejména rodiny *Adeona*. Můžeme se také zaměřit jen na některé taxonomické typy planetek (rodina *Eunomia* je typu S) nebo vyzkoušet anizotropní rychlostní pole — simulovat různé typy rozpadu (kráterování, reakumulace, katastrofický rozpad). Dále můžeme vyzkoušet různé vzorky pozadí pro různé oblasti (mezi rezonancemi J8/3 a J13/5 je menší koncentrace pozorovaných těles než mezi rezonancemi J3/1 a J8/3).

Po dokončení dlouhodobé simulace plánujeme publikaci výsledků v odborném časopisu (*Icarus*).