Laboration 2, M0043M, VT16–Python

Senaste inlämning för den skriftliga redogörelsen är för

- Laboration 1: 18 april 2016,
- Laboration 2: 9 maj 2016.

Observera Samtliga laborationer skall vara godkända senast 23 maj 2016. Eventuella kvarvarande laborationer/returer efter detta datum underkänns och laborationerna måste göras om vid nästkommande kurstillfälle HT 2016.

Förberedelseuppgifter

Läs igenom teoridelen. Kör teoridelens exempel.

Teoridel

1 Att arbeta med symboliska uttryck

Symboliska uttryck är matematiska uttryck skrivna i termer av symboliska variabler.

Exempel - Trigonometriska ettan

```
from sympy import *  # Vi importerar allt fran sympy-modulen
alpha = Symbol('alpha') # Definiera alpha som symbolisk variabel
print simplify(cos(alpha)**2+sin(alpha)**2)

1
```

Exempel - Symbolisk derivering

```
x,f = symbols("x,f")
f=x**3-cos(x)
print diff(f,x)  # Derivatan df/dx

3*x**2 + sin(x)
```

Exempel - Symbolisk integrering

```
x,g = symbols("x,g")
g=x**2*atan(x)   # Uppg 5.30a (FN)
print integrate(g,x)

x**3*atan(x)/3 - x**2/6 + log(x**2 + 1)/6  # log=ln
```

2 Numerisk integralberäkning och ekvationslösning med Python

I Python finns möjlighet till numerisk beräkning av integraler.

Exempel – Numerisk integrering

Bestäm följande integralvärde

$$\int_0^{0.4} \tan(x^2 + 0.2)\, dx$$

```
from scipy.integrate import quad
def integrand(x):
    return tan(x**2+0.2) # Beraknar integralen av funktionen integrand
I = quad(integrand, 0, 0.4)  #funktionsanrop
print(I)

(0.10382251439166999, 1.152661459521087e-15)
# som andra argument anges felet
```

För att bestämma nollställen numeriskt gör man på följande sätt:

Exempel

Lös approximativt ekvationen

$$x + 2\cos(x) = 0$$

med startvärde $x_0 = 0.3$.

```
from scipy.optimize import *
def f(x):
    y=x+2*cos(x)
    return y
x0=fsolve(f,0.3)  #  0.3 ar startvarde
#Rutinen fsolve anropar funktionen f
print x0,f(x0)

[-1.02986653] [ -6.66133815e-16]
```

3 Linjära ekvationssystem

Lösningen till systemet

$$\mathsf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

bestämmer vi t. ex. med Gausselimination. I Python bestämmer man lösningen genom följande procedur

Exempel

Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = & 8 \\ 5x + 8y - 6z = & -5 \\ 9x - 2y + 7z = & -17 \end{cases} \tag{1}$$

Vi definierar koefficientmatris och högerled i Python:

```
from numpy import *
A=mat('[3,-2,4;5,8,-6;9,-2,7]')
b=mat('[8;-5;-17]')
```

Vi bestämmer $\det \mathsf{A}$ genom att i Python skriva

```
print det(A)
-18.0
```

Uppenbarligen har vi en entydig lösning, eller hur?

Lösningen $\mathbf{x}$ blir

```
x=solve(A,b)
print x

[[-36.77777778]
 [ 71.27777778]
 [ 65.22222222]]
```

Inversen till A, dvs A^{-1}, får vi genom kommandot

```
Ainv=inv(A)
print Ainv

[[-2.44444444 -0.33333333  1.11111111]
 [ 4.94444444  0.83333333 -2.11111111]
 [ 4.55555556  0.66666667 -1.88888889]]
```

Alternativt bestämmer vi lösningen till (1) med matrisinvers:

```
x1=Ainv*b
print x1

[[-36.77777778]
 [ 71.27777778]
 [ 65.22222222]]
```

Uppgiftsdel

Anvisningar

- Följ anvisningarna i ”Labb-PM, VT16”, som du kan ladda ner från Canvas.
- Lämna in en så enkel rapport som möjligt, utan – **detta är viktigt** – att utelämna python-kod, plottar och körningsresultat.
- Rapporten ska vara ett pdf-dokument (Konvertera till pdf från lämpligt ordbehandlingsprogram).
- OBS Viktigt Glöm inte namn på gruppmedlemmar och gärna epostadresser.

  Namnge dokumentet så att identifiering lätt kan ske.

Laborationsuppgifter–skall lämnas in

Uppgift 1

Arean av det slutna området mellan graferna till funktionerna $g(x) = e^{-x^2/2}$ och $h(x) = x^2 - 3x + 2$, skall beräknas.

(a) Plotta graferna i samma diagram för en grovbestämning av övre och nedre integrationsgräns. Välj relevant skalning på axlarna så att grafernas skärningspunkter lätt kan avläsas. Redovisa plottresultatet i form av en figur som du klistrar in i laborationsrapporten.

(b) Använd Python för att numeriskt bestämma övre och nedre integrationsgräns.

(c) Använd slutligen Python för att numeriskt bestämma arean av det slutna området mellan graferna till funktionerna $g(x) = e^{-x^2/2}$ och $h(x) = x^2 - 3x + 2$.

Uppgift 2

Definiera f och x som symboliska variabler och skapa det symboliska uttrycket

$$f = \sin(\pi \cdot x) \cdot e^{-x}$$

(a) Plotta $f(x)$ och $f'(x)$ i samma graf för $0 \leq x \leq 2$. Använd symbolisk derivering.

(b) Använd symbolisk integrering för att finna $\int f(x)\, dx$

(c) Använd symbolisk integrering för att bestämma $\int_0^2 f(x)\, dx$

Uppgift 3

Beräkna med hjälp av Python det minsta avståndet från punkten $P : (1, 2, 5)$ till linjen

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Anm För diverse kommandon som används i vektorräkning: Se Laboration 1, M0043M.

Uppgift 4

Givet matrisen

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

samt vektorn

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 366 \\ 804 \\ 351 \\ 514 \end{pmatrix}$$

(a) Bestäm med Python matrisen $\mathsf{A}^T\mathsf{A}$.

(b) Bestäm med Python lösningen $\mathbf{x}$ till ekvationssystemet

$$(\mathsf{A}^T\mathsf{A})\mathbf{x} = \mathsf{A}^T\mathbf{b}$$