# Безынерционные линейные цепи

Манро Эйден, Б01-307

**Цель работы:**

- Изучение делителей напряжений: получить выходное напряжение 2В при входном 10В;
- Изучение параллельных сумматоров и их H-параметров;
- Изучение X-параметров для преобразования "Звезда - Треугольник";
- Изучение A-параметров для лестничной структуры.

**В работе используются:**

- Макетная плата;
- Различные резисторы и провода;
- Генератор сигналов и осциллограф;

# 1 Делитель напряжения

## 1.1 Постоянный ток

Нам нужно получить $E_{\text{вых}} = 2B$ при входном напряжении $E_{\text{вх}} = 10B$.

Используя правила Кирхгофа, легко получить:

$$\frac{E_{\text{вх}} - E_{\text{вых}}}{R_1} = \frac{E_{\text{вых}}}{R_2} \longrightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{E_{\text{вых}}}{E_{\text{вх}} - E_{\text{вых}}} = \frac{4}{5} \tag{1}$$

Выберем $R_2 = 5.6$ Ом, $R_1 = 1.4$ Ом, тогда при входном напряжении $10B$ мы действительно получаем $2B$ на выходе. Теперь расчитаем эквивалентную схему, используя пробный резистор.

$U_{\text{хх}} = (2.04 \pm 0.01)B$

Подключим пробный резистор $R_{\text{пр}} = (2.92 \pm 0.01)$ Ом, напряжение на концах равно $U = (1.47 \pm 0.01)B$. Тогда из соотношения найдем $R^*$:

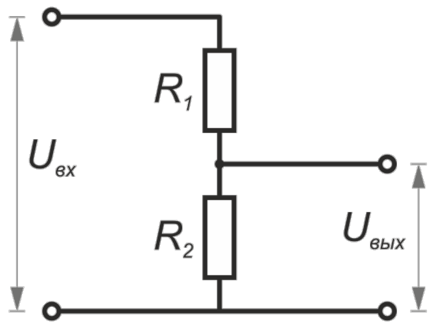


Рисунок 1: Делитель напряжения

$$\frac{R_{\text{пр}}}{R^* + R_{\text{пр}}} = \frac{U}{E} \longrightarrow R^* = R_{\text{пр}}\frac{E-U}{U} = (1.13 \pm 0.02) \text{ Ом} \tag{2}$$

Значение с хорошей точностью совпало с теоретическим:

$$R^*_{ref} = \frac{U_{xx}}{I_{\text{кз}}} = 1.12B \tag{3}$$

## 1.2 Переменный ток

Теперь подключим на вход делителя синусоидальное напряжение. Подключив пробный резистор, оценим коэффициент передачи $K = \frac{u}{e}$.

$$K = \frac{u}{e} = (0.21 \pm 0.1) \tag{4}$$

Значение совпало в пределах погрешности

## 2 Параллельный сумматор

Выход U параллельного сумматора является взвешенной суммой напряжений $E_1$ и $E_2$.

$$U = \alpha E_1 + \beta E_2 \tag{5}$$

Приравняем $E_2$ к нулю, тогда легко найти $\alpha$, аналогично и с $\beta$

$$\alpha = \frac{R||R_2}{R_1 + R||R_2} \qquad \beta = \frac{R||R_1}{R_2 + R||R_1} \tag{6}$$

Заменим $E_1, R_1$ и $E_2, R_2$ эквивалентными схемами с источниками тока. Теперь очевидно, что:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{R_2}{R_1} \longrightarrow \alpha + \beta = \frac{1}{1 + \frac{R_1||R_2}{R}} \tag{7}$$

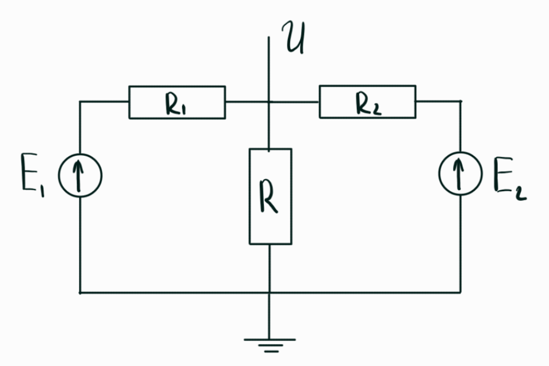


Рисунок 2: Параллельный сумматор

Сопротивление эквивалентного источника, соответсвенно,

$$R^* = R_1||R||R_2 \tag{8}$$

Теперь выберем резисторы $R$, $R_1$ и $R_2$ так, чтобы $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.2$.

- $R_1 = 3.0$кОм
- $R_2 = 1.5$кОм
- $R = 1.5$кОм

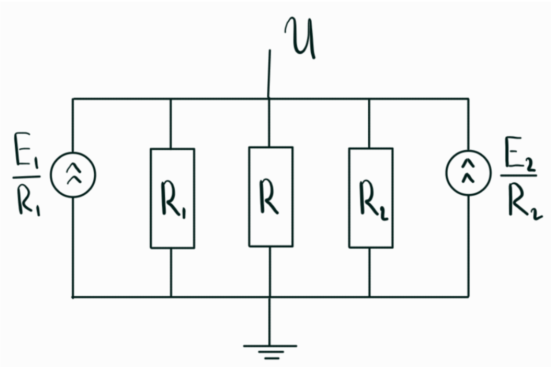


Рисунок 3: Эквивалентная замена сумматора

Теперь экспериментально докажем, что $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.2$. Сперва соберем схему на макетной плате, закоротим $E_2$,
$U = (3.98 \pm 1)B$, а значит $\alpha = (0.39 \pm 0.01)$ - совпало в пределах погрешности. Аналогично, $\beta = (0.19 \pm 0.01)$.

Сравним также внутреннее сопротивление сумматора $R^*$. Аналогично, пробным зарядом получим

$$R^* = (0.57 \pm 0.02) \text{ Ом} \tag{9}$$

Получилось близко к реальному значению
$R_{\text{ref}} = R_1||R||R_2 = 0.6$ Ом

## 3 H - параметры

Проверим формулы для H-параметров Т-образной схемы, аналогичной параллельному сумматору с тремя различными резисторами

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3||R_2 & \frac{R_3}{R_3+R_2} \\ -\frac{R_3}{R_3+R_2} & \frac{1}{R_3+R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Сперва занулим $U_2$, тогда 1) $U_1 = h_{11} * I_1 \longrightarrow h_{11} = R_1 + R_3||R_2$
2) $I_2 = h_{21} * I_1 \longrightarrow h_{21} = -\frac{R_3}{R_3+R_2}$

Теперь занулим $I_1$, тогда 1) $U_1 = h_{12} * U_2 \longrightarrow h_{12} = \frac{R_3}{R_3+R_2}$
2) $I_2 = h_{22} * U_2 \longrightarrow h_{22} = \frac{1}{R_3+R_2}$

Измерения в Micro-Cap также подтверждают вычисленные значения.

# 4 Звезда и тругольник

Для той же схемы определим X-параметры.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Сперва занулим $I_2$, тогда 1) $U_1 = X_{11} * I_1 \longrightarrow X_{11} = R_1 + R_3$
2) $U_2 = X_{21} * I_1 \longrightarrow X_{21} = R_3$

Теперь занулим $I_1$, тогда 1) $U_1 = X_{12} * I_2 \longrightarrow X_{12} = R_3$
2) $U_2 = X_{22} * I_2 \longrightarrow X_{22} = R_2 + R_3$

Теперь используем преобразование "Звезда - Треугольник".
Измерения в Micro-Cap показывают, что от преобразований значения четырехполюсника не меняются, также они показывают верность полученных X-параметров

# 5 Лестничная структура

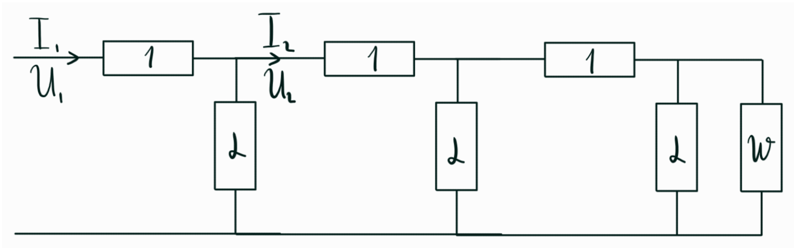


Рисунок 4: Лестничная структура

Из условия $w = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1}{I_1}$ получим:

$$A_{11} + \frac{A_{12}}{w} = A_{21}w + A_{22} = \gamma \longrightarrow w = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha}}{2} \tag{10}$$

Исследуя лестничные схемы в Micro-Cap, легко заметить, что напряжение и сила тока в каждом следующем узле умножается на $\gamma$. Это легко выводится:

$$U_2 = A_{11}U_1 + A_{12}I_1 = (A_{11} + \frac{A_{12}}{w})U_1 = \gamma U_1 \tag{11}$$

$$I_2 = A_{21}U_1 + A_{22}I_1 = (A_{21} + \frac{A_{12}}{w})I_1 = \gamma I_1 \tag{12}$$

## 5.1 ЦАП

Используя данную структуру, можно с легкостью сделать ЦАП.

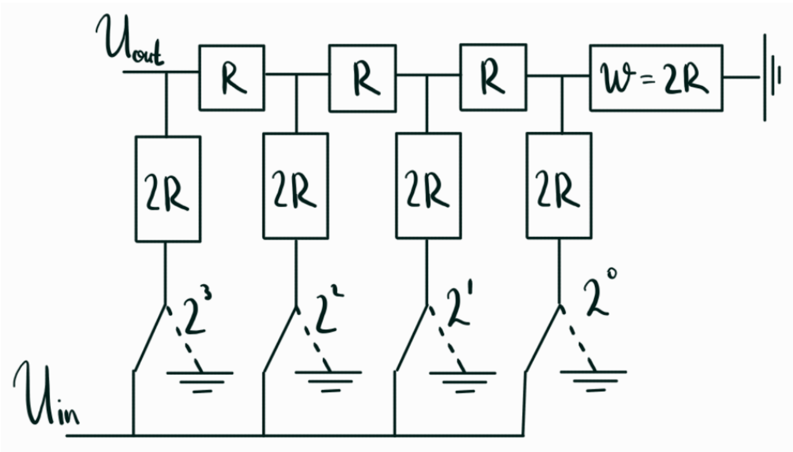


Рисунок 5: Лестничная структура

Выходное напряжение считается по формуле:

$$U_{\mathrm{out}} = U_{\mathrm{in}} \frac{\mathrm{value}}{2^N}, \tag{13}$$

где value - значение, полученное складыванием степеней двойки
$N$ - количество резисторов с номиналом $2R$