

Экспериментальная проверка уравнения Эйнштейна для фотоэффекта и определение постоянной Планка (5.1.1)

Манро Эйден Б01-3036

Цель работы: исследовать зависимость фототока от величины задерживающего потенциала и частоты падающего излучения, что позволяет вычислить величину постоянной Планка.

Теоретические сведения

Фотоэффект и уравнение баланса энергии

Фотоэффект — это явление испускания электронов с поверхности катода при его облучении светом достаточной частоты. В квантовом (фотонном) представлении свет рассматривается как поток частиц — фотонов. Каждый фотон несёт энергию

$$\hbar\omega,$$

где \hbar — приведённая постоянная Планка, а ω — циклическая (угловая) частота падающего излучения. При поглощении фотона электроном фотокатода энергия фотона передаётся электрону целиком и может пойти на преодоление связи электрона с веществом (работу выхода) и на сообщение ему кинетической энергии. После отдачи своей энергии фотон «исчезает», то есть дальнейшее взаимодействие описывается уже только в терминах электрона.

Энергетический баланс этого процесса записывается в виде

$$\hbar\omega = W + E_{\max}, \quad (1)$$

где W — работа выхода электрона из вещества катода, а E_{\max} — максимальная кинетическая энергия электрона после выхода из катода.

Важно подчеркнуть, что практически не все электроны испускаются с одинаковой энергией. Электроны в металле обладают разными начальными энергиями, в том числе за счёт распределения по энергиям внутри зоны проводимости. Поэтому реальный спектр энергий фотоэлектронов *непрерывен*: он заполняет интервал от нуля до E_{\max} .

Запирающий потенциал и измерение энергии фотоэлектронов

Чтобы экспериментально измерить энергию фотоэлектронов, используют фотоэлемент с двумя электродами: фотокатодом и анодом. Между ними прикладывают электрический потенциал V , который может быть ускоряющим ($V > 0$) или задерживающим ($V < 0$).

Если на анод подано достаточно большое **ускоряющее** напряжение, то практически все испущенные электроны достигают анода, и фототок достигает насыщения:

$$I \rightarrow I_{\text{нас}}.$$

В этой области величина тока практически перестаёт расти с увеличением ускоряющего напряжения.

Если же между катодом и анодом приложен **задерживающий** (тормозящий) потенциал $V < 0$, то не все электроны смогут преодолеть электрическое поле и «долететь» до анода. На анод попадут только те электроны, у которых кинетическая энергия оказалась достаточно большой, чтобы превзойти барьер, создаваемый полем. Медленные электроны будут развернуты этим полем обратно к катоду, и вклад в измеряемый фототок от них исчезнет.

При некотором достаточно большом по модулю задерживающем потенциале $V = -V_0$ (где $V_0 > 0$) на анод перестают попадать даже самые быстрые электроны. Соответственно, фототок обращается практически в ноль. Это напряжение V_0 называют **запирающим потенциалом или стоп-напряжением**.

Физический смысл V_0 очевиден: оно непосредственно связано с максимальной кинетической энергией фотоэлектронов,

$$E_{\max} = eV_0, \quad (2)$$

где e — элементарный заряд электрона. Подставляя (2) в баланс энергии (1), получаем **уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта**:

$$eV_0 = \hbar\omega - W. \quad (3)$$

Это фундаментальное соотношение связывает наблюдаемую в опыте величину V_0 с частотой падающего света.

Форма вольт-амперной характеристики и извлечение V_0

Экспериментально мы не можем просто «переставить» потенциалы так, чтобы ток мгновенно стал точно равным нулю: реальный фототок при приближении к нулю становится очень малым, и прямое измерение резко осложняется шумами. Поэтому V_0 определяют по экстраполяции.

Для плоского катода, освещаемого светом, и параллельного ему анода расчёт показывает, что при тормозящем поле зависимость фототока I от потенциала V имеет вид

$$\sqrt{I} \propto (V_0 - V). \quad (4)$$

То есть корень квадратный из фототока линейно спадает при приближении V к V_0 . Экстраполируя линейный участок зависимости \sqrt{I} от V к $\sqrt{I} = 0$, можно надёжно найти величину V_0 даже в условиях, когда сам ток около нуля слишком мал для прямого измерения.

На практике для каждой фиксированной длины волны λ (а значит, фиксированной частоты $\omega = 2\pi c/\lambda$) строят график $\sqrt{I} = f(V)$ и по линейной экстраполяции к $\sqrt{I} = 0$ определяют $V_0(\lambda)$.

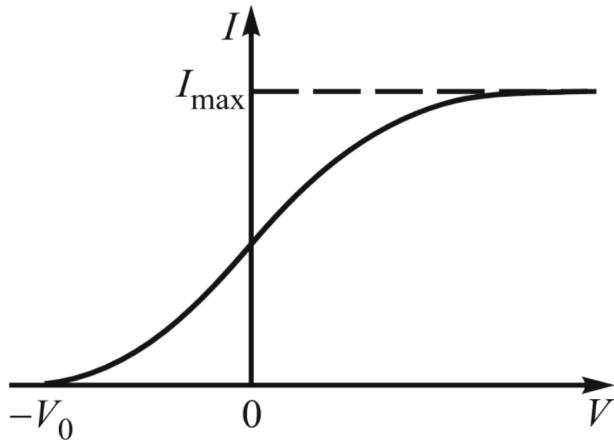


Рис. 1: Типичная зависимость фототока I от напряжения V между катодом и анодом фотоэлемента. При больших ускоряющих напряжениях ток достигает насыщения $I_{\text{нас}}$. При тормозящих напряжениях ток падает и обращается в ноль при $V = -V_0$.

Частотная зависимость стоп-напряжения и определение постоянной Планка

Из уравнения Эйнштейна (3) следует, что запирающий потенциал V_0 зависит от частоты падающего света ω линейно:

$$V_0(\omega) = \frac{\hbar\omega - W}{e}. \quad (5)$$

Графически это означает, что точки (ω, V_0) ложатся на прямую. Тангенс угла наклона этой прямой определяется производной

$$\frac{dV_0}{d\omega} = \frac{\hbar}{e}. \quad (6)$$

Отсюда непосредственно можно найти величину \hbar , а значит и постоянную Планка $h = 2\pi\hbar$, не прибегая к дополнительным гипотезам.

Особенно важно, что наклон прямой $V_0(\omega)$ не зависит от конкретного материала катода: он определяется только универсальными константами \hbar и e . А вот сдвиг прямой по оси V_0 (то есть величина пересечения с осью V_0 при заданной ω) уже связан с работой выхода W , а значит зависит от вещества фотокатода.

На практике это означает следующее:

- По наклону графика $V_0(\omega)$ определяют \hbar (и h).
- По пересечению графика с осью (или, эквивалентно, по «красной границе» фотоэффекта, то есть минимальной частоте/максимальной длине волны, ещё вызывающей эмиссию) можно оценить работу выхода W данного катода.

При этом абсолютная точность измерения V_0 как напряжения может страдать из-за контактных разностей потенциалов между различными металлами в измерительной цепи. Такие контактные разности могут достигать долей вольта. Однако они дают почти одинаковый сдвиг для всех частот, поэтому *на наклон прямой $V_0(\omega)$ не влияют, и определение постоянной Планка оказывается устойчивым*.

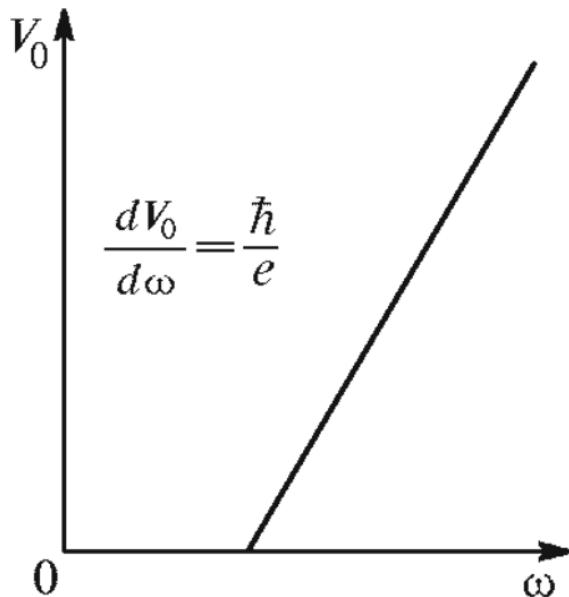


Рис. 2: Схематическая зависимость запирающего потенциала V_0 от частоты света ω . Линейный характер зависимости позволяет по наклону определить \hbar/e , а по сдвигу — работу выхода W фотокатода.

Экспериментальная установка

Общий обзор установки

Экспериментальная схема предназначена для проверки уравнения Эйнштейна (3) и определения постоянной Планка по результатам измерения запирающего потенциала V_0 при разных частотах падающего света.

Роль источника излучения выполняет лампа накаливания S . Свет от лампы с помощью конденсора K (системы собирающих линз) фокусируется на входную щель призменного монохроматора УМ-2. Монохроматор выделяет узкую спектральную полосу (практически монохроматическое излучение), которая затем падает на фотокатод фотоэлемента (фотоэлемент типа Ф-25).

Катод фотоэлемента покрыт многокомпонентным соединением щелочных металлов (например, $\text{Na}_2\text{KSb}(\text{Cs})$), обеспечивающим достаточно низкую работу выхода и заметный фототок в видимой области спектра (примерно 0,54–0,70 мкм в данной работе). Между катодом и анодом фотоэлемента прикладывается регулируемое напряжение, которое может быть как ускоряющим ($V > 0$), так и тормозящим ($V < 0$).

Фототок, текущий через фотоэлемент, усиливается усилителем постоянного тока и затем измеряется цифровым вольтметром (вольтметр типа В7-78, подключённый к выходу усилителя). Этот вольтметр фактически показывает величину, пропорциональную фототоку I в относительных единицах. Одновременно прикладываемый к фотоэлементу потенциал контролируется отдельным мультиметром (например, GDM-8145), подключённым непосредственно к электродам фотоэлемента для измерения разности потенциалов между катодом и анодом.

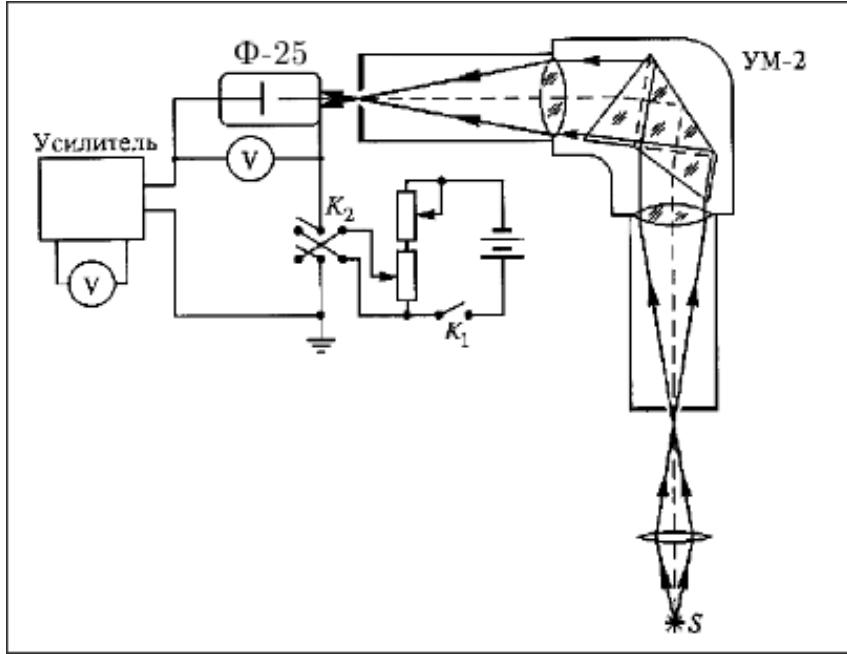


Рис. 3: Упрощённая блок-схема экспериментальной установки: 1 — лампа накаливания S ; 2 — конденсор K ; 3 — входная щель монохроматора; 4 — призменный монохроматор $УМ-2$; 5 — фотоэлемент ($\Phi-25$); 6 — усилитель фототока; 7 — измерительная аппаратура для тока (В7-78) и напряжения (мультиметр).

Главная идея измерения:

1. Выбирается фиксированная длина волны λ с помощью монохроматора.
2. На фотоэлемент подаётся тормозящее напряжение $V < 0$, и измеряется фототок I .
3. Строится график \sqrt{I} как функция V и по экстраполяции $\sqrt{I} \rightarrow 0$ определяется V_0 для данной λ .
4. Повторяя измерения для разных λ (то есть разных ω), получают зависимость $V_0(\omega)$ и по ней находят \hbar/e и работу выхода W .

Призменный монохроматор $УМ-2$

Монохроматор $УМ-2$ — это оптический прибор для выделения узкой спектральной линии из непрерывного спектра источника. Он работает в спектральном диапазоне приблизительно от 0.38 до 1.00 $\mu\text{м}$ и включает несколько ключевых узлов (нумерация соответствует типичной схеме прибора):

- **Входная щель (1).** Щель снабжена микрометрическим винтом (обозначим его винтом 9), который позволяет точно регулировать её ширину в диапазоне порядка 0.01–0.4 мм. Ширина щели напрямую задаёт спектральное разрешение и интенсивность выходящего пучка: чем щель уже, тем уже полоса частот, но тем слабее сигнал.
- **Коллиматорный объектив (2).** Передаёт пучок от щели в виде почти параллельного света на призменную систему. Его положение также регулируется (винтом 8), чтобы добиться резкого изображения спектральных линий разных цветов в фокальной плоскости.

- **Сложная спектральная призма (3).** Это склеенный блок из нескольких призм (обычно две высокодисперсные призмы из тяжёлого флинта и промежуточная призма из крона). Такая конструкция усиливает дисперсию и одновременно позволяет удобно развернуть спектр примерно на 90° . Призматический блок установлен на поворотном столике (6).
- **Поворотный столик (6) с микрометрическим барабаном (7).** Поворотом столика меняют угол преломления и, следовательно, выводят в оптическую ось нужный участок спектра. Показания барабана калибруются по известным спектральным линиям (например, неоновой лампы), так что шкала барабана фактически становится шкалой длины волны λ .
- **Зрительная труба / окулярный блок (4, 5).** В режиме калибровки спектральные линии наблюдаются через окуляр и совмещаются с остриём указателя, что позволяет точно снять показание барабана при данной длине волны. В рабочем режиме окулярный блок снимают и заменяют на блок фотоэлемента, так что выделенная узкая спектральная линия непосредственно падает на фотокатод.

Таким образом, монохроматор выполняет две функции:

1. **Калибровка частоты (или длины волны).** Сначала устройство градуируют по известному спектру неоновой лампы: для нескольких ярких линий неона измеряют показания барабана. Это даёт зависимость «барабан $\leftrightarrow \lambda$ », которая далее используется в опыте с лампой накаливания.
2. **Выделение узкого спектрального интервала.** После калибровки монохроматор поворачивают на выбранное значение барабана, соответствующее некоторой длине волны λ из белого (широкополосного) спектра лампы накаливания. На выходе прибора получается узкая спектральная полоса, практически монохроматический свет.

Оптические элементы (лампа, конденсор, входная щель, призма) выстраивают на одной оптической оси на оптической скамье. Положение лампы и конденсора регулируется так, чтобы изображение нити накаливания было чётко сфокусировано в плоскости входной щели, обеспечивая максимальную освещённость и устойчивый сигнал.

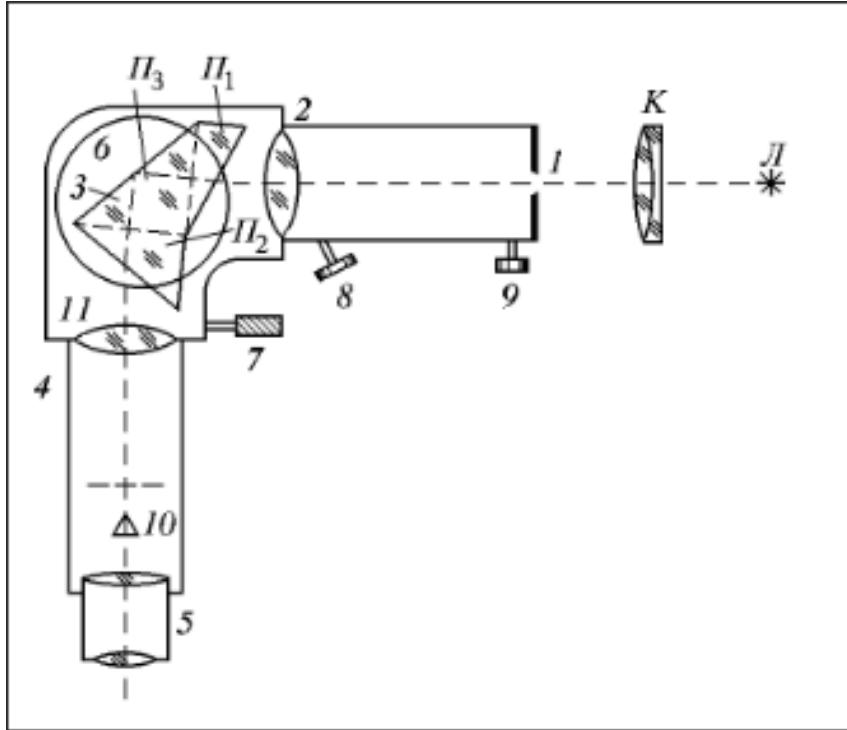


Рис. 4: Оптическая схема призменного монохроматора УМ-2: 1 — входная щель с микрометрической регулировкой; 2 — коллиматорный объектив; 3 — составная диспергирующая призма; 6 — поворотный столик с микрометрическим барабаном (7); 4,5 — объектив и окуляр зрительной трубы (в режиме калибровки) либо съемный блок фотоэлемента (в режиме измерений).

Измерение фототока и запирающего потенциала

Фототок, создаваемый освещённым фотоэлементом, как правило очень мал, особенно в области близкой к запирающему потенциалу V_0 , где ток стремится к нулю. Поэтому прямое измерение тока миллиамперметром или даже микроамперметром оказывается недостаточно чувствительным. Для решения этой проблемы блок фотоэлемента имеет встроенный усилитель постоянного тока, собранный в одном корпусе с фотоэлементом для минимизации наводок. Усиленный сигнал затем снимается цифровым вольтметром (В7-78), показания которого пропорциональны фототоку I и используются как «относительные единицы тока» при построении графиков.

Напряжение между катодом и анодом фотоэлемента задаётся и плавно изменяется с помощью блока питания с двумя органами регулировки: грубой и тонкой (плавной) подстройкой. Это позволяет медленно менять тормозящее напряжение V и снимать зависимость фототока $I(V)$ достаточно подробно, особенно в критической области малых токов. Для регистрации прикладываемого напряжения клеммы фотоэлемента подключаются к мультиметру (например, GDM-8145) в режиме измерения постоянного напряжения.

Абсолютно точное измерение V осложняется тем, что в реальной электрической цепи, составленной из разных металлов и контактов, всегда присутствуют *контактные разности потенциалов*. Их величина определяется разностью работ выхода материалов электродов и может достигать долей вольта. Эта добавка смещает все измеренные значения V_0 примерно на одну и ту же величину. Хотя это мешает точно назвать «истинный» V_0 для заданной частоты, на определение наклона $\frac{dV_0}{d\omega}$ (а значит и \hbar) она практически не влияет.

Итого, экспериментальная методика позволяет:

1. выбрать длину волны λ с помощью монохроматора УМ-2;
2. измерить зависимость фототока I от тормозящего потенциала V и по экстраполяции $\sqrt{I}(V)$ найти V_0 ;
3. повторить процедуру для нескольких длин волн в диапазоне примерно $540 \text{ нм} \leq \lambda \leq 700 \text{ нм}$;
4. построить график $V_0(\omega)$ и по его наклону определить постоянную Планка, а также оценить работу выхода W материала фотокатода.

Ход работы

Градуировка монохроматора

1. Включили неоновую лампу и направили её свет на входную щель монохроматора УМ-2. 2. Поворачивая барабан монохроматора, поочерёдно наводили в поле зрения яркие спектральные линии неона. 3. Для каждой линии записывали показание барабана θ и соответствующую табличную длину волны λ . 4. По полученным данным построили градуировочный график $\lambda(\theta)$ и аппроксимировали его полиномом 2 степени: $\lambda = 0.0013907\theta^2 + -4.97144\theta + 9517.31$. 5. Полученную аппроксимирующую зависимость далее использовали для перевода показаний барабана при работе с лампой накаливания в длины волн падающего света.

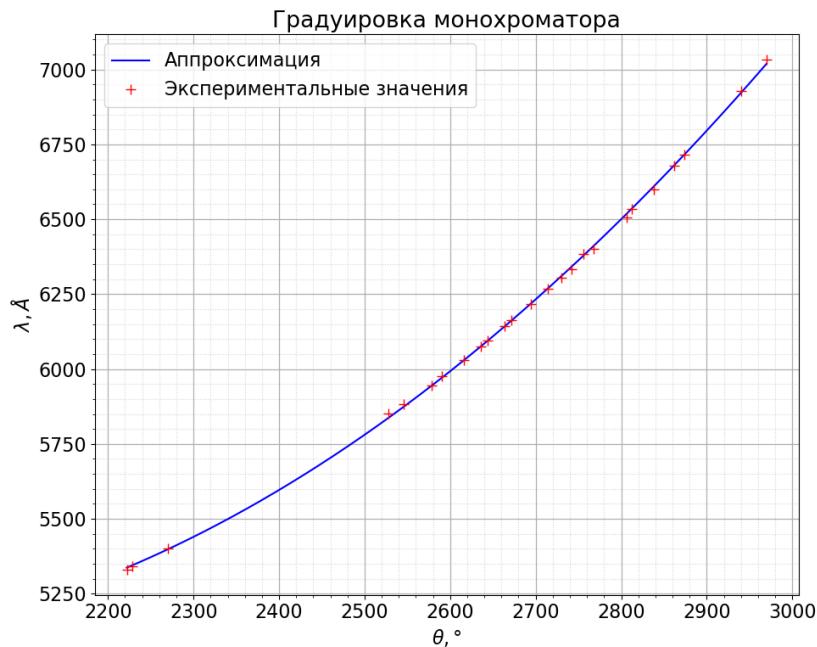


Рис. 5: Градуировочный график монохроматора $\lambda(\theta)$

Таким образом, для каждого значения θ в дальнейшем однозначно определялась длина волны λ , а значит и угловая частота $\omega = 2\pi c/\lambda$.

Исследование зависимости фототока от напряжения на аноде

1. В качестве источника континуального спектра использовали лампу накаливания, свет которой через конденсор направлялся на входную щель монохроматора.
2. По градуировочному графику выбирали положение барабана, соответствующее выбранной длине волны λ .
3. Выходной пучок монохроматора направлялся на фотокатод фотоэлемента.
4. Между катодом и анодом подавали регулируемое напряжение U (от ускоряющего $U > 0$ до тормозящего $U < 0$).
5. Для каждого значения U измеряли напряжение U_i на выходе усилителя постоянного тока, пропорциональное фототоку I (измерение в относительных единицах).

На первом этапе для одной длины волны (например, $\lambda \approx 7032 \text{ \AA}$) была снята зависимость $U_i(U)$ в широком диапазоне напряжений для выбора рабочего интервала.

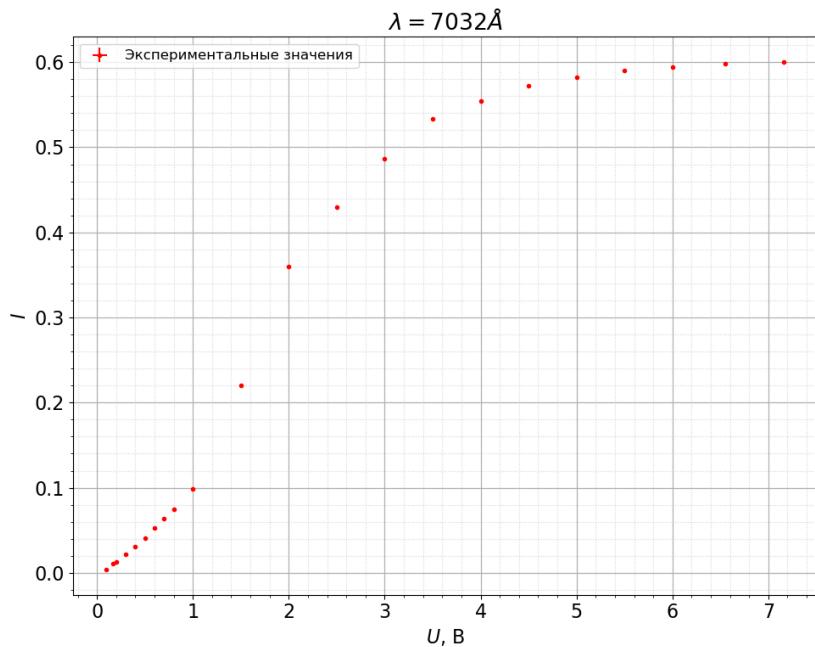


Рис. 6: Зависимость сигнала, пропорционального фототоку, от напряжения на аноде (обзорный график)

По этому графику выбрали область малых напряжений (до $\sim 1 \text{ В}$), где кривая ещё не насыщена и удобна для анализа запирающего потенциала.

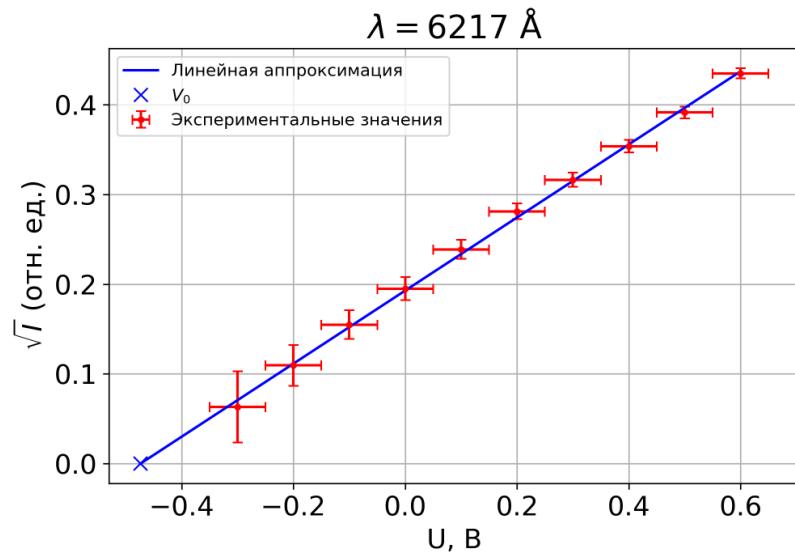
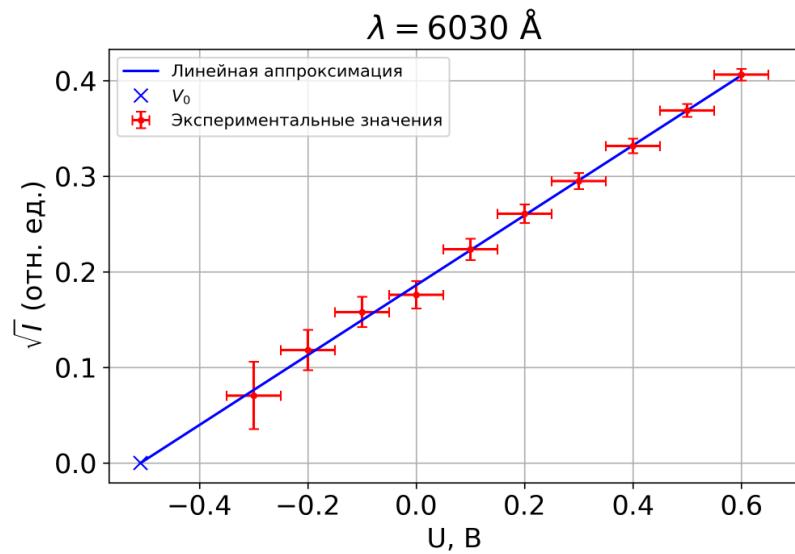
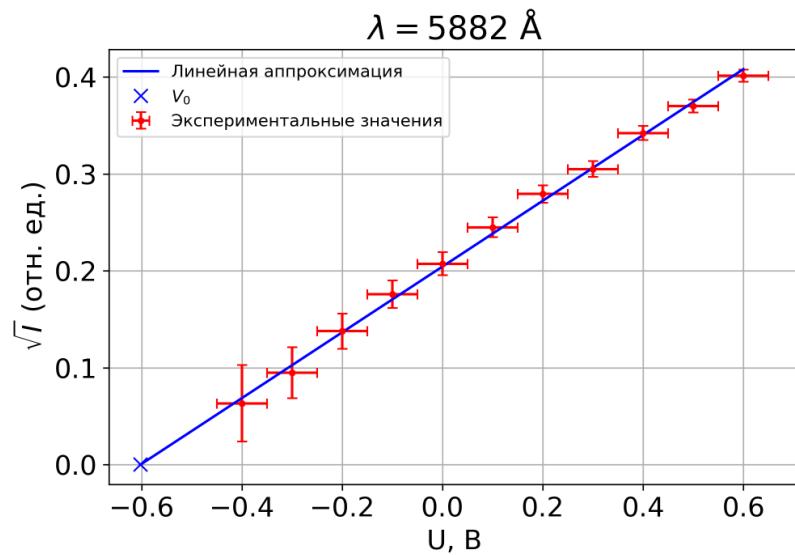
Определение запирающего потенциала для разных длин волн

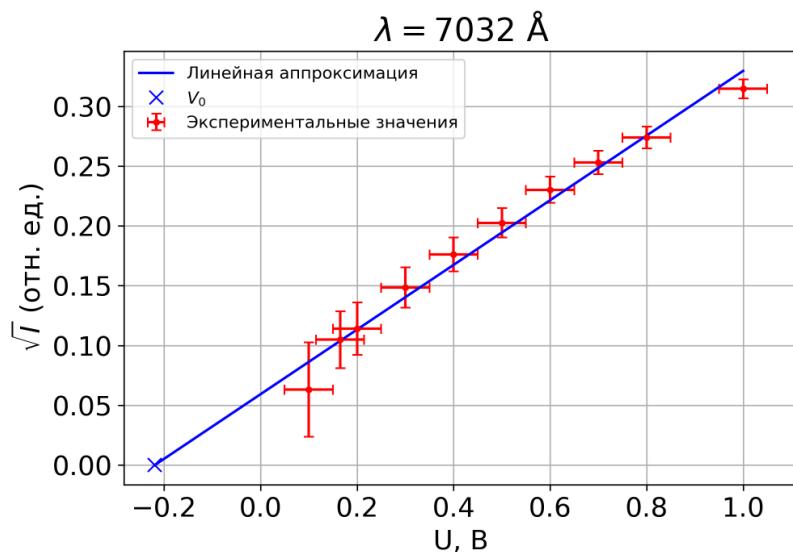
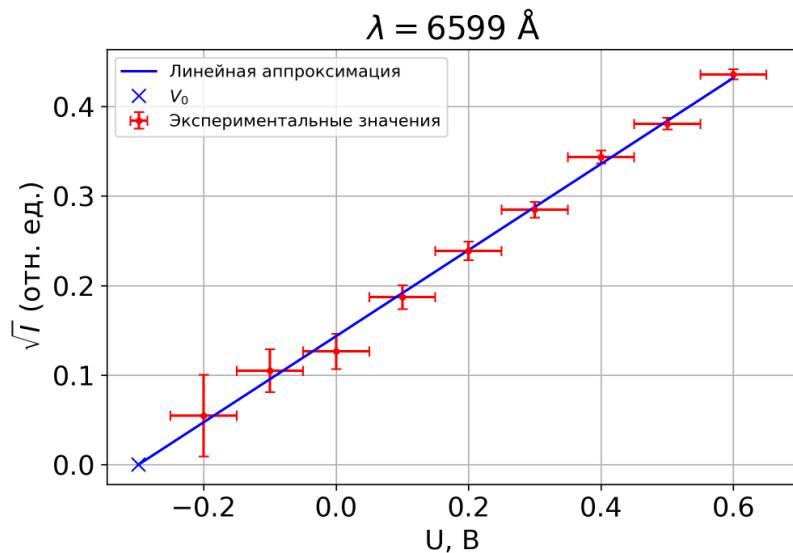
Для каждого выбранного значения длины волны λ (несколько положений барабана монохроматора в видимой области) выполнялись следующие действия:

1. Устанавливали барабан монохроматора на значение θ , соответствующее нужной длине волны λ по градуировочному графику.
2. Для данной λ последовательно изменяли анодное напряжение U в выбранном рабочем диапазоне.
3. Для каждого U измеряли U_i , пропорциональное фототоку.

Далее для определения запирающего потенциала использовали теоретическую зависимость (4) поэтому:

4. Для каждого измерения вычисляли $\sqrt{U_i}$ (в относительных единицах).
5. Строили график зависимости $\sqrt{U_i}$ от U .
6. Линейной аппроксимацией участка, близкого к пересечению с осью абсцисс, находили точку пересечения прямой с осью U , то есть $U = V_0(\lambda)$.





Аналогичные графики были построены для всех выбранных длин волн. Из них были получены значения $V_0(\lambda)$, которые сведены в таблицу (длина волны λ , угловая частота ω , запирающее напряжение V_0).

$\lambda, \text{ \AA}$	$\omega, 10^{15} \text{ рад/с}$	$k, \frac{\text{отн. ед}}{\text{В}}$	$b, \text{ отн. ед}$	$U_0, \text{ В}$
5882 ± 5	3.20 ± 0.01	0.33 ± 0.01	0.20 ± 0.01	0.60 ± 0.03
6030 ± 5	3.12 ± 0.01	0.36 ± 0.01	0.19 ± 0.02	0.50 ± 0.02
6217 ± 5	3.02 ± 0.01	0.40 ± 0.01	0.19 ± 0.01	0.47 ± 0.02
6599 ± 5	2.85 ± 0.01	0.48 ± 0.01	0.14 ± 0.01	0.29 ± 0.01
7032 ± 5	2.67 ± 0.01	0.27 ± 0.01	0.06 ± 0.01	0.21 ± 0.02

Таблица 1: Таблица результатов запирающих потенциалов

Построение зависимости $V_0(\omega)$ и определение постоянной Планка

Используя результаты предыдущего шага:

- Для каждой длины волны λ из таблицы вычислили угловую частоту

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}.$$

- Построили график зависимости V_0 от ω .

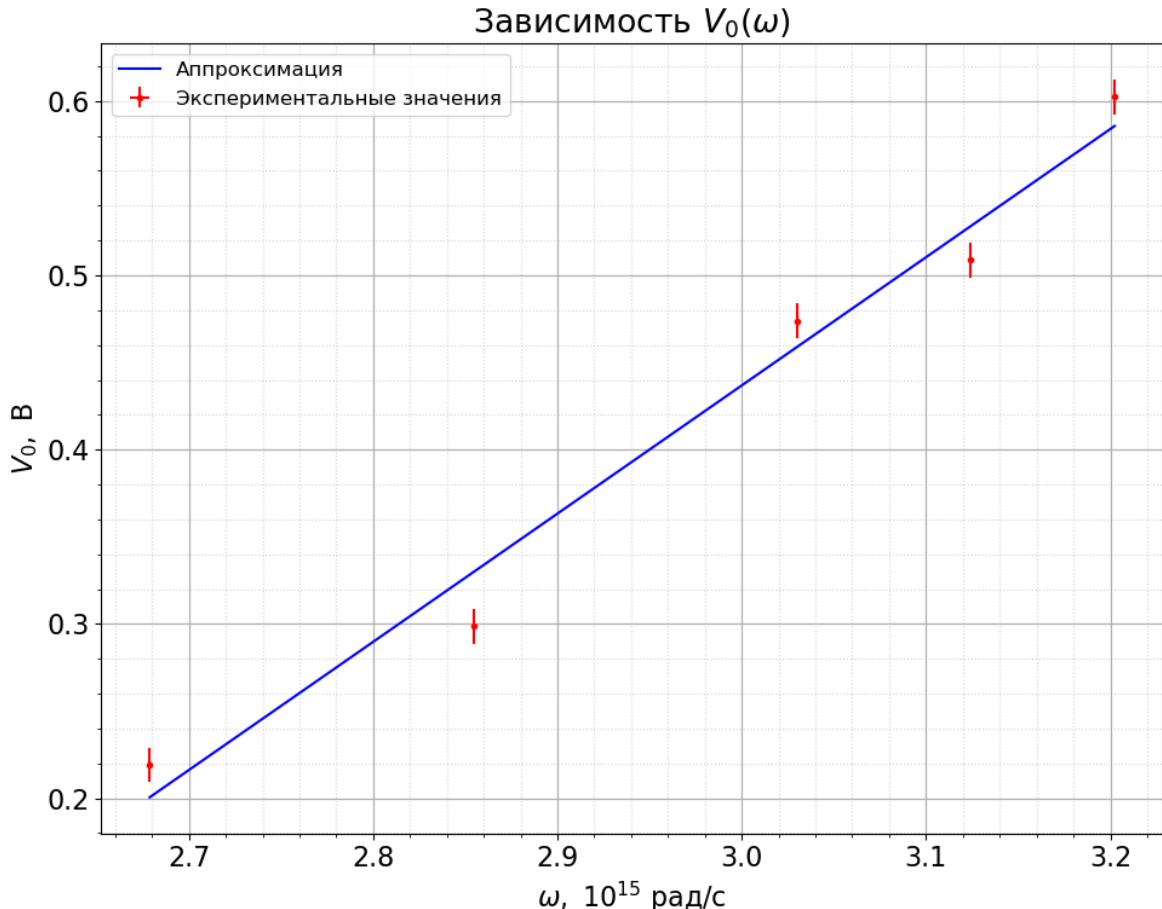


Рис. 7: График зависимости запирающего потенциала V_0 от угловой частоты падающего света ω

- Аппроксимировали экспериментальные точки прямой используя метод наименьших квадратов и нашли постоянную Дирака, красную границу фотоэффекта и работу выхода:

$$\hbar = (7.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-16} \text{ эВ}\cdot\text{с}$$

$$W = (1.8 \pm 0.2) \text{ эВ}$$

$$\lambda_{\text{кр}} = (783 \pm 30) \text{ нм}$$

Вывод

Таким образом, в ходе выполнения работы мы убедились в явлении фотоэффекта и с помощью уравнения Эйнштейна измерили постоянную Планка, а также оценили красную границу спектра и работу выхода для нашей установки. Результаты вполне согласуются с табличными.