

Резонанс напряжений в последовательном контуре (3.2.2)

Манро Эйден

Цель работы:

исследование резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, получение амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, определение основных параметров контура.

В работе используются:

генератор сигналов, источник напряжения, нагрузкой которого является последовательный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухканальный осциллограф, цифровые вольтметры.

Теоретическая справка

Импеданс последовательного контура:

$$Z = Z_R + Z_C + Z_L = R + \frac{1}{iwC} + iwL$$

Ток в цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{Z} = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{1}{iwC} + iwL}$$

С учетом характеристик цепи:

$$w_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad \delta = \frac{R}{2L}$$

получаем напряжения на всех элементах:

$$U_C = IZ_C = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{1}{iwC} + iwL} \cdot \frac{1}{iwC} = \frac{\mathcal{E}}{1 - w^2LC + iwCR} = \frac{\mathcal{E}w_0^2}{w_0^2 - w^2 + 2i\delta w} U_L = IZ_L = \frac{\mathcal{E}w^2}{w^2 - w_0^2 - 2i\delta w}$$

$$U_R = IR = \frac{\mathcal{E}2i\delta w}{w_0^2 - w^2 + 2i\delta w}$$

Если контур обладает хорошей добротностью $Q = \frac{w_0}{2\delta}$, то резонансная частота $w_{\text{рез}} \approx w_0$, на которой в Q раз увеличивается напряжение на конденсаторе и катушке:

$$U_C = -i\mathcal{E} \frac{w_0}{2\delta} = -i\mathcal{E}Q, \quad U_L = i\mathcal{E} \frac{w_0}{2\delta} = i\mathcal{E}Q, \quad U_R = \mathcal{E}$$

Напряжения на катушке и конденсаторе находятся в противофазе, и всё напряжение источника находится на активном сопротивлении.

Добротность можно также измерить по амплитудно-частотной характеристике:

$$Q = \frac{w_0}{2\Delta w}$$

где $2\Delta w$ - ширина резонансной кривой на уровне $U = \frac{U_{\text{рез}}}{\sqrt{2}}$.

Установка

Последовательный контур подключен к источнику напряжения, на который подается сигнал с генератора. R_L и R_C - активные сопротивления катушки и конденсатора. Напряжения снимаются вольтметрами 1 и 2 со всей цепи и с конденсатора соответственно.

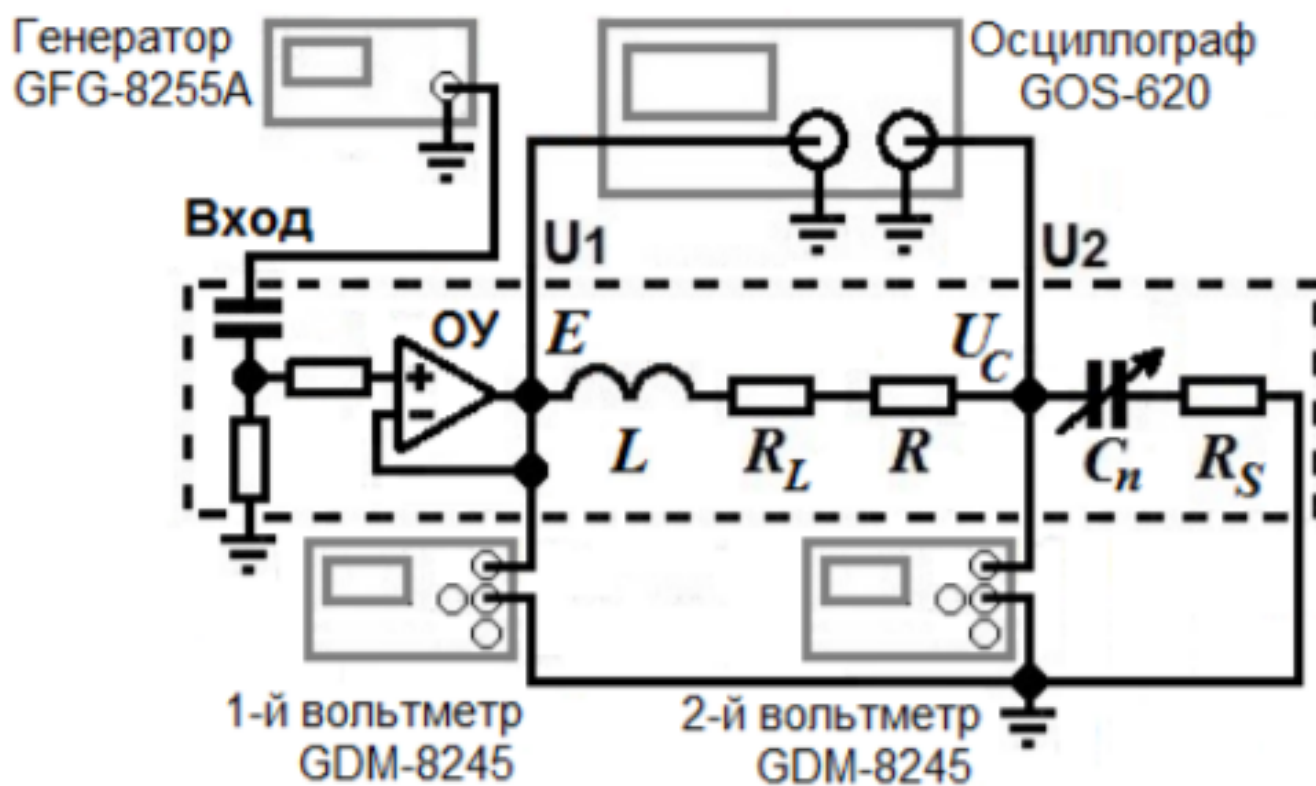


Рис. 1: Схема экспериментальной цепи

Ход работы

Были сняты данные для амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик для емкостей $C_2 = 33.4$ нФ и $C_5 = 67.4$ нФ. Для АЧХ получился следующий график:

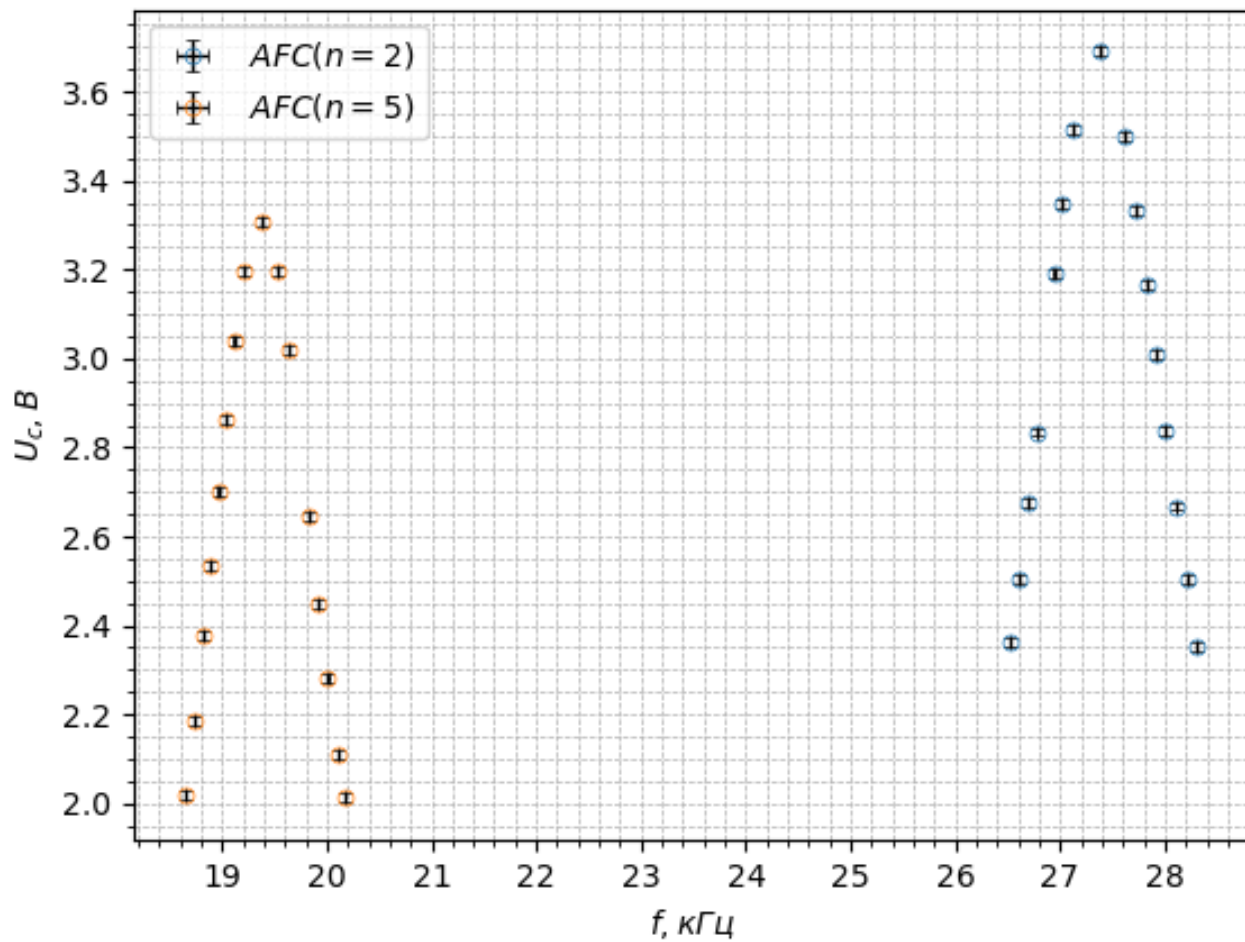


Рис. 2: АЧХ для емкостей C_2 (справа) и C_5 (слева)

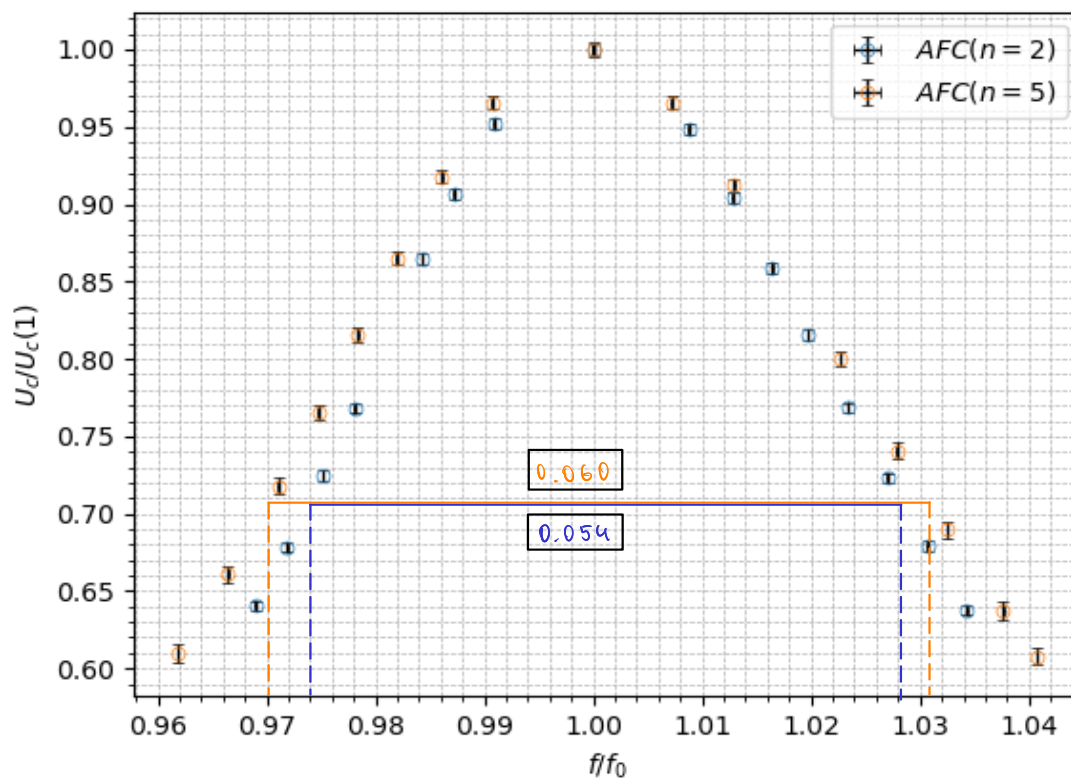


Рис. 3: АЧХ в относительном масштабе

Видно, что большей емкости отвечает кривая с большей шириной (так как добротность ниже). Измерим добротности с помощью ширины резонансной кривой на графике в относительном масштабе. Получились следующие значения:

n	C , нФ	$\frac{2\Delta\nu}{\nu_0}$	Q	σ_Q
2	33.2	0.060	18.51	0.48
5	67.4	0.054	16.66	0.39

Таблица 1: Расчет добротности по ширине АЧХ

Рассчитаем также добротность по ФЧХ: измерим ширину кривой, которая ограничивается значениями $\frac{\Delta\phi}{\pi}$ от 0,25 до 0,75, получим следующие значения добротностей:

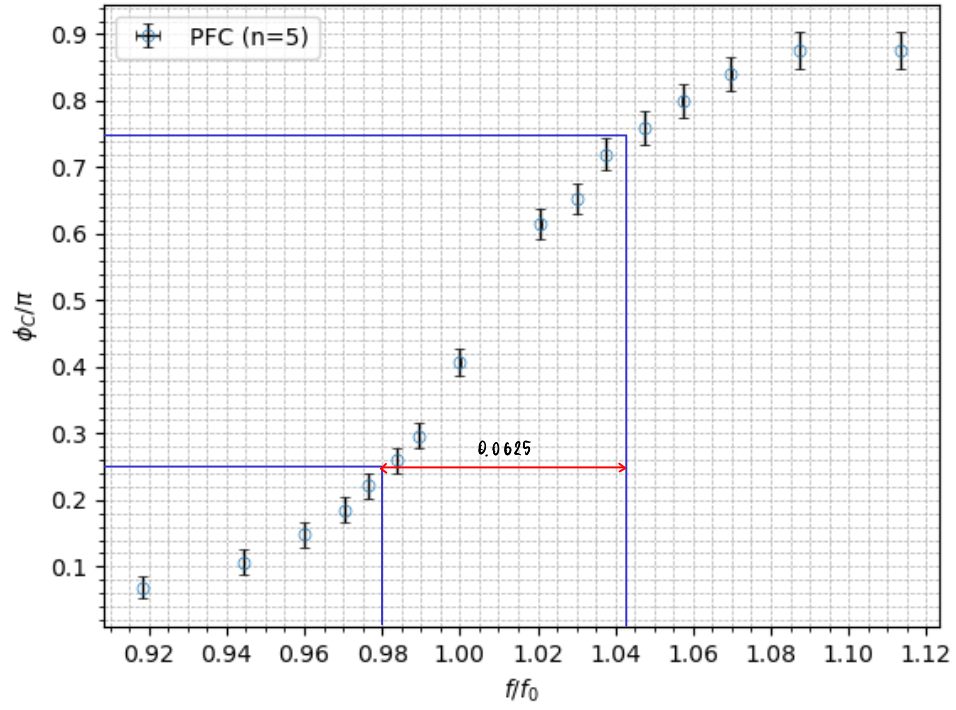


Рис. 4: ФЧХ в относительном масштабе

n	C , нФ	$\frac{2\Delta\nu}{\nu_0}$	Q	σ_Q
5	67.4	0.0625	16.00	1.37

Таблица 2: Расчет добротности по ширине ФЧХ

Построим теперь график зависимость $R_L(\nu)$.

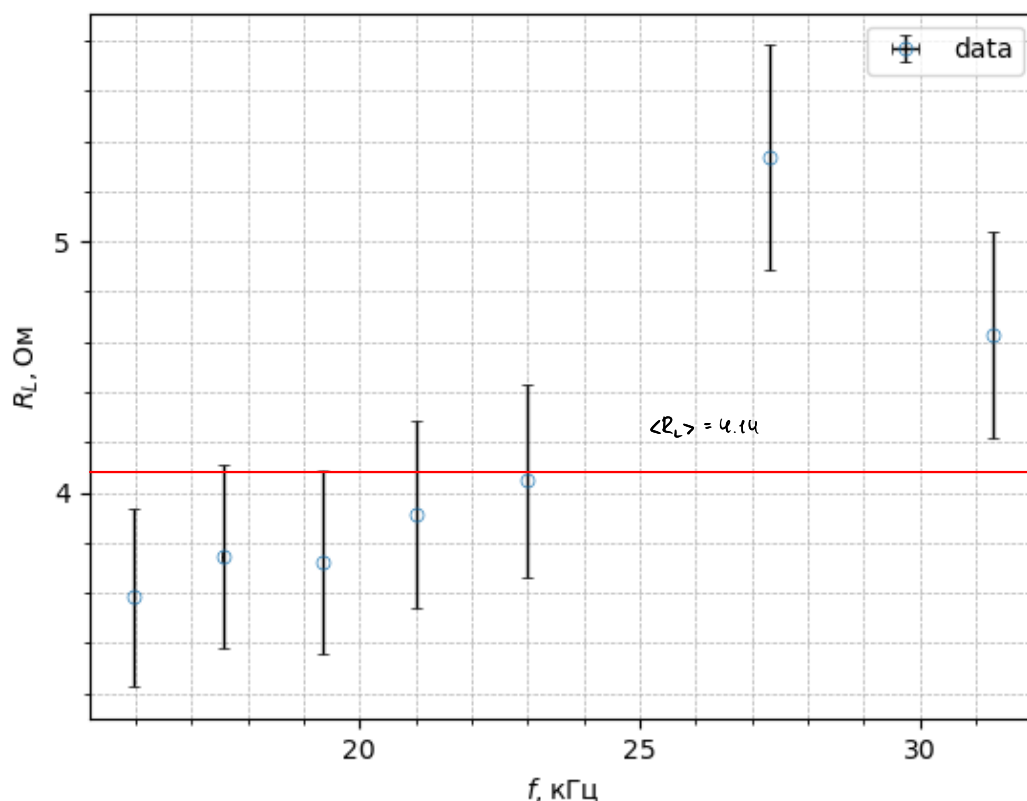


Рис. 5: Зависимость $R_L(\nu)$

$$R_L = (4.14 \pm 0.63) \text{ Ом } (\varepsilon = 15\%)$$

Требуется также построить векторные диаграммы токов и напряжений при резонансе для контура с минимальной добротностью. Так как контур последовательный, то токи будут находиться на всех элементах в одной фазе. А вот с напряжением ситуация другая: напряжения на конденсаторе и катушке почти в противофазе, причем из напряжения на катушке опережает \mathcal{E} на $\frac{\pi}{2}$, а напряжение на конденсаторе отстает от \mathcal{E} на $\frac{\pi}{2}$. U_L расположена под углом $\varphi = 87,6^\circ$, так как на катушке есть еще активное сопротивление R_L . $\text{tg } \varphi$ можно рассчитать как $\frac{U_{C_{\text{рез}}}}{IR_L}$.

Вывод

Погрешность при расчете добротности через ширину резонансных кривых получилась достаточно большой. Данная неточность может быть объяснена тем, что получившиеся АЧХ и ФЧХ страдают из-за небольшого количества точек, а также из-за некоторой их неравномерности. Тем не менее погрешность добротности в случае АЧХ получилась вполне себе неплохой. В случае ФЧХ мы сначала снимали данные с осциллографа (неточность №1), а потом примерно измерили ширину резонансной кривой (неточность №2). Измерения по параметрам контура точнее.

Можем также заметить, что активное сопротивление катушки R_L линейно растет с частотой, что обусловлено скин-эффектом. Суть эффекта состоит в вытеснении тока в поверхностные слои провода. Как следствие, уменьшается полезное сечение проводника и растет сопротивление.