

Интерферометр Фабри-Перо (4.4.4)

Мотыгуллин Булат

Цель работы: В данной работе по результатам измерения диаметров интерференционных колец с использованием ртутной и натриевой ламп будут определены характеристики интерферометра Фабри-Перо: база интерферометра, добротность, линейная дисперсия, аппаратная разрешающая способность. Также были определены число интерферирующих лучей, разность длин волн для линий пары колец.

В работе используются: ртутная и натриевая лампы, интерферометры Фабри-Перо, катетометры, линзы, светофильтры, оптические скамьи.

1. Введение

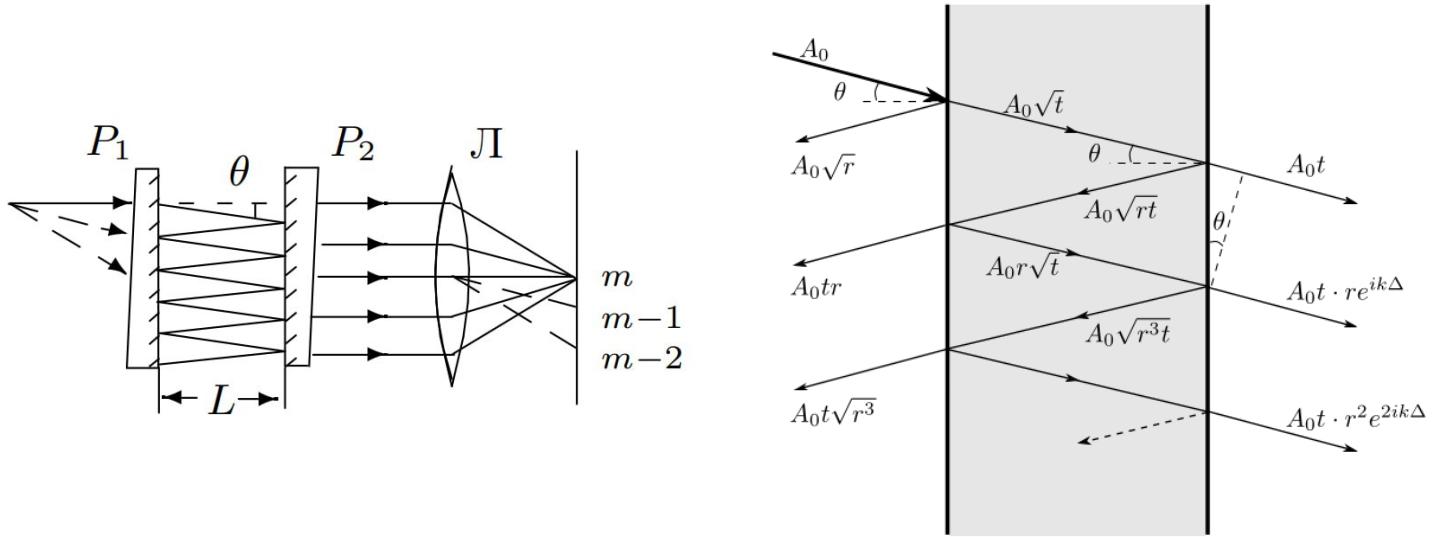


Рис. 1: Интерферометр Фабри-Перо

Интерферометр Фабри-Перо состоит из двух стеклянных (или кварцевых) пластин \$P_1\$ и \$P_2\$, внутренние плоские поверхности которых хорошо отполированы (с точностью до $10^{-2}\lambda$) и установлены параллельно друг другу. На эти поверхности наносятся хорошо отражающие покрытия. Наружные поверхности пластин обычно составляют небольшой угол с внутренними, чтобы световой блик, отраженный от наружных поверхностей, не мешал наблюдениям. Интерферометр Фабри-Перо можно рассматривать как плоскопараллельную воздушную пластину, на которой происходят многократные отражения и интерференция световых лучей. Интерференционная картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы \$L\$, состоит из концентрических колец равного наклона. Для двух соседних лучей, распространяющихся между зеркалами интерферометра под углом \$\theta\$, разность хода определяется

соотношением

$$\Delta = 2L \cos \theta$$

где L — расстояние между зеркалами. Разрешающей способностью прибора называют величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

разрешающая способность характеризует возможность прибора различать две близкие спектральные линии с длинами волн λ и $\lambda + \delta\lambda$

Угловая дисперсия определяется как

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

По величине угловой дисперсии можно определить угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями: $\delta\varphi = D\delta\lambda$

Дисперсионная область — предельная ширина спектрального интервала $\Delta\lambda$ прибора, для которой дифракционные максимумы соседних порядков не перекрываются. Она определяет диапазон длин волн, при которых прибор может быть использован для анализа спектра.

В случае интерферометра Фабри-Перо интерференционные максимумы будут наблюдаться для волн, падающих под углами θ_m , удовлетворяющими условию:

$$2L \cos \theta_m = m\lambda,$$

где L — база интерферометра. Для малых углов выражение можно переписать как

$$\theta_m^2 = 2 - \frac{\lambda}{L}m$$

Так как $\theta(i) = \frac{d(i)}{2f}$, где f — фокусное расстояние линзы, стоящей после интерферометра, а $d(i)$ — диаметр i -ого кольца, можно получить зависимость угла на максимум интерференции от его номера или диаметра кольца

$$\frac{d^2(i)}{4f^2} = \theta^2(i) = \text{const} + \frac{i\lambda}{L}$$

Выражение можно преобразовать для получения угловой дисперсии:

$$D_{\text{угл}} \approx -\frac{1}{\lambda\theta_m},$$

где $\theta_m = \frac{d}{2f}$ в данной работе (f — фокусное расстояние используемой в работе линзы).

Также для малых углов условие возникновения интерференционного кольца можно записать в виде:

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{1}{4f^2} \frac{\Delta(d_i^2)}{\Delta(i)},$$

Отсюда следует используемая в работе формула для линейной дисперсии, которая используется в работе:

$$D = \frac{2f^2}{\lambda d}$$

Аппаратная разрешающая способность для порядка спектра $m \approx \frac{2L}{\lambda}$ может быть найдена как:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}m = Nm,$$

где $N = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}$ — число интерферирующих лучей.

Дисперсионная область интерферометра Фабри-Перо может быть найдена по следующей формуле:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2L}.$$

Схема установки

В работе используются ртутная и натриевая лампы; интерферометры Фабри-Перо, катетометры, линзы, светофильтры, оптические скамьи.

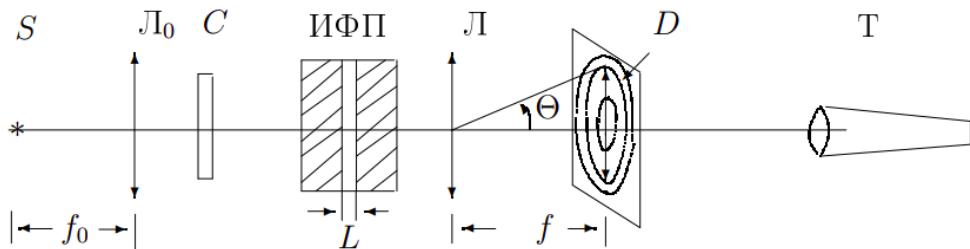


Рис. 2: Схема установки

На схеме S — лампа, l_0 — линза, C — светофильтр, ИФП — интерферометр Фабри-Перо, T — зрительная труба. Диаметры колец измеряются с помощью микроскопа катетометра.



2. Выполнение

2.1. Характеристики интерферометра Фабри-Перо

$$R = 0.77 \text{ м} \quad L = 146 \text{ м} \quad f = 50 \text{ мм}$$

2.2. Натриевая лампа

В ходе работы измерены координаты рыжих колец от натриевой лампы. Видно их не менее 24. Измерения координат колец происходило с помощью микроскопа катетометра с погрешностью $\Delta R = 0.02$ мм.

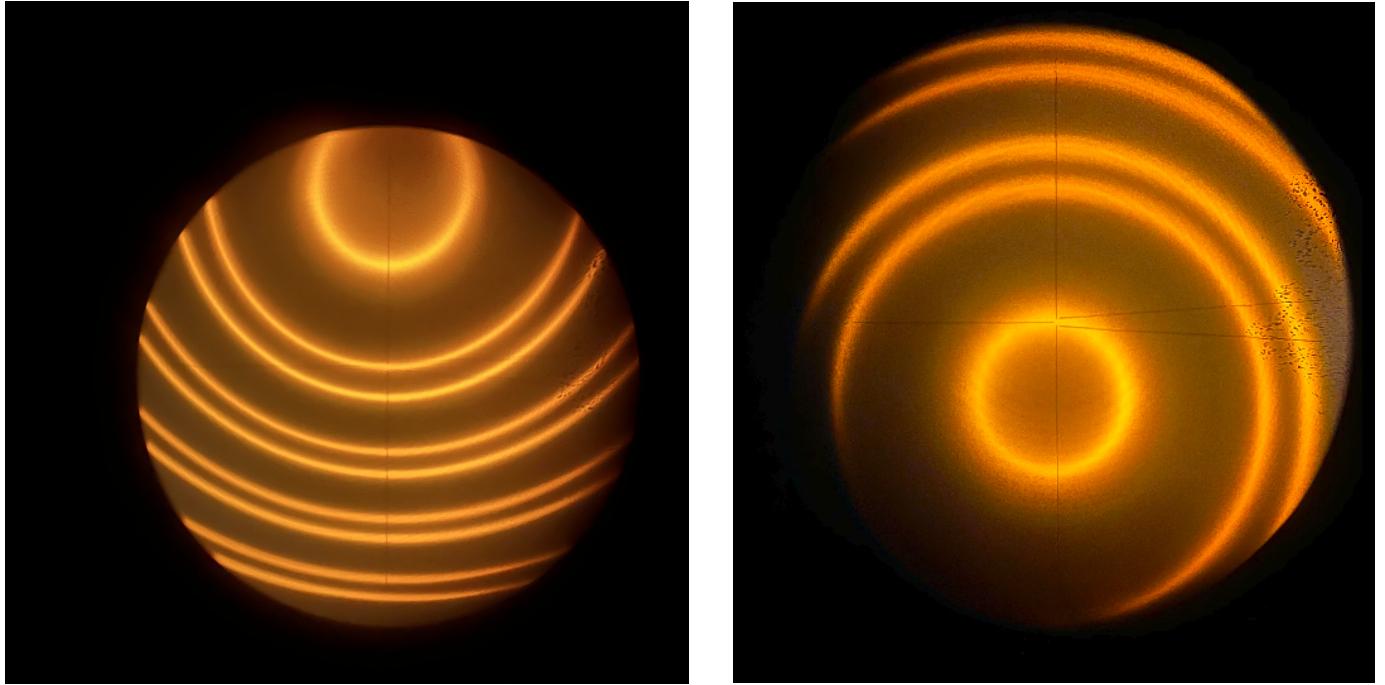
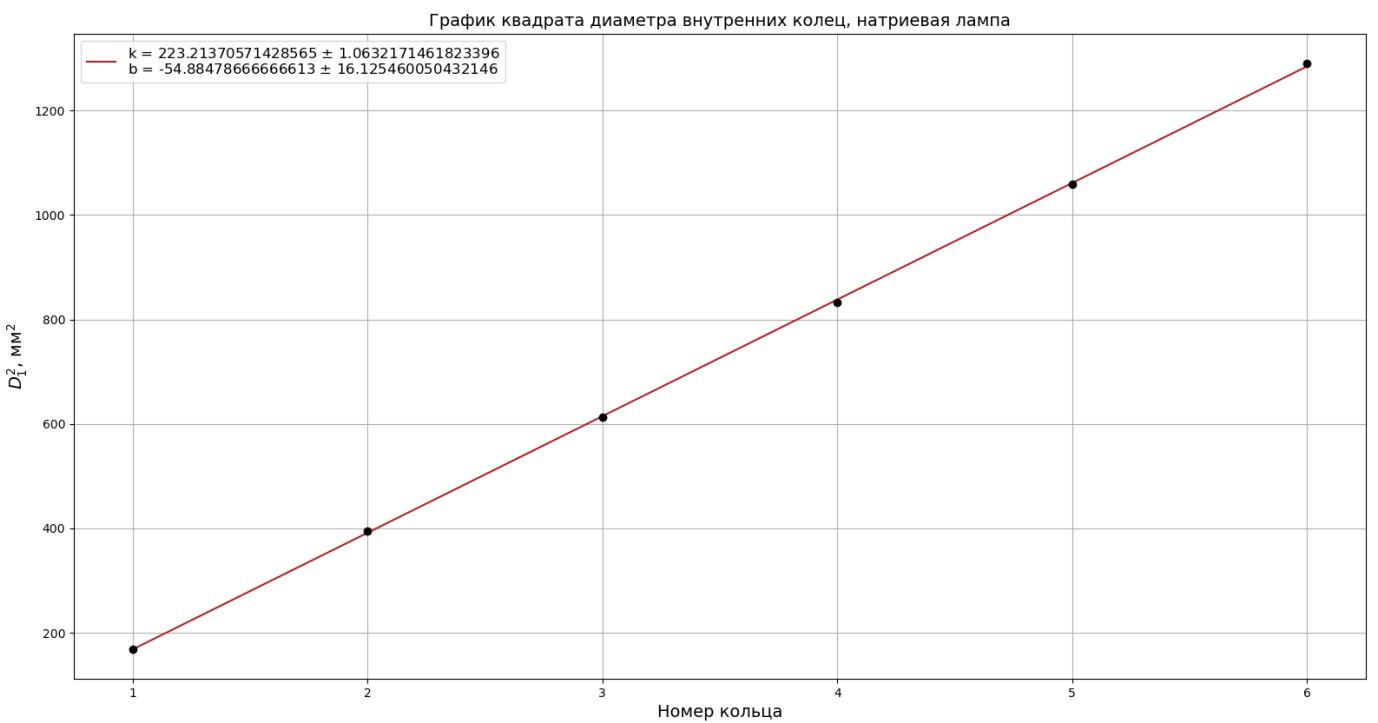
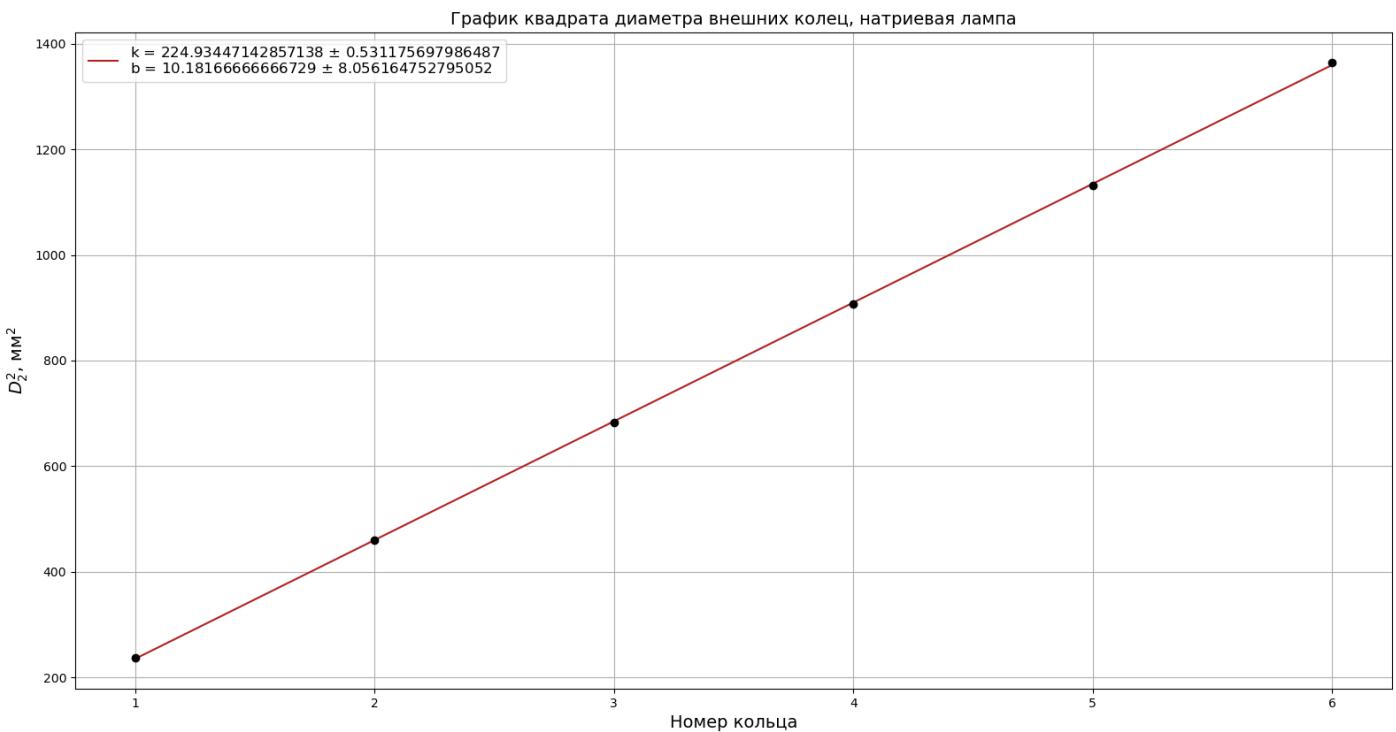


Таблица 1: Диаметры натриевых колец

№	R_1^{up} мм	R_1^{dn} мм	R_2^{up} мм	R_2^{dn} мм	D_1 мм	D_2 мм	D_{avg} мм
1	160.88	147.86	162.15	146.73	13.02	15.42	14.22
2	164.45	144.58	165.22	143.78	19.87	21.44	20.66
3	166.88	142.13	167.58	141.44	24.75	26.14	25.45
4	168.94	140.08	169.58	139.45	28.86	30.13	29.50
5	170.81	138.27	171.39	137.74	32.54	33.65	33.10
6	172.54	136.63	173.00	136.07	35.91	36.93	36.42





Построим зависимости D_n^2 от n . По коэффициентам наклона определим базу интерферометра.

$$k_1 = (223.2 \pm 1.1) \text{ мм}^2$$

$$k_2 = (224.9 \pm 0.5) \text{ мм}^2$$

Фокусное расстояние линзы $f = 94$ мм. $\lambda_{Na} = 5893\text{\AA}$. Отсюда базы интерферометров для 1-ой и 2-ой ряжей линии:

$$L_1 = (93 \pm 8) \text{ мкм}$$

$$L_2 = (93 \pm 6) \text{ мкм}$$

Отсюда получаем (погрешность считаем как погрешность среднего плюс систематическая):

$$L = (93 \pm 10) \text{ мкм}$$

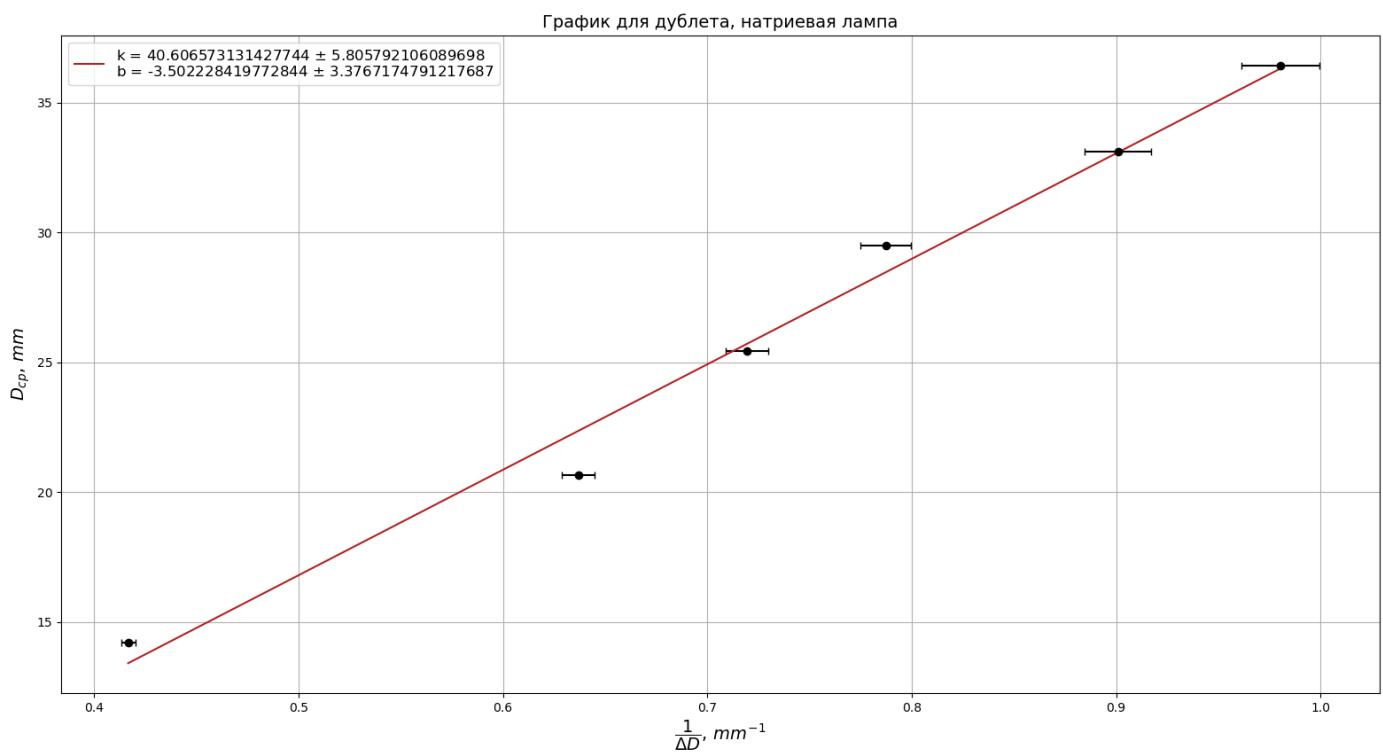
Построим график $D_{avg} = F(1/\Delta\lambda)$ для дублета Na.

Итак, из МНК находим, что

$$k_3 = \frac{4f^2\Delta\lambda}{\lambda} = (41 \pm 5) \text{ мм}^2$$

По формуле из теоретического введения рассчитаем $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda_{Na} = (6 \pm 1)\text{\AA}$$



2.3. Ртутная лампа

Повторим измерения для ртутной лампы. Наблюдаем 17 жёлтых и зелёных колец $\Delta R = 0.02$ мм.

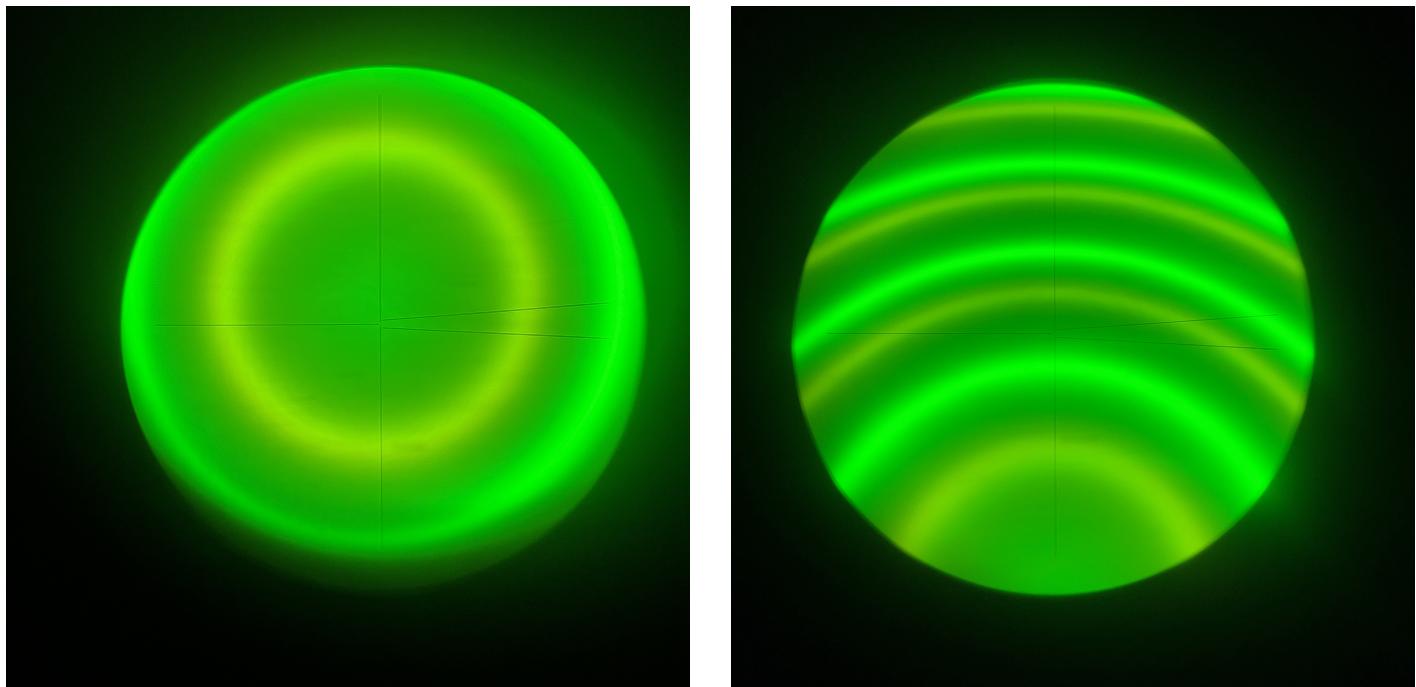


График квадрата диаметра зелёных колец, ртутная лампа

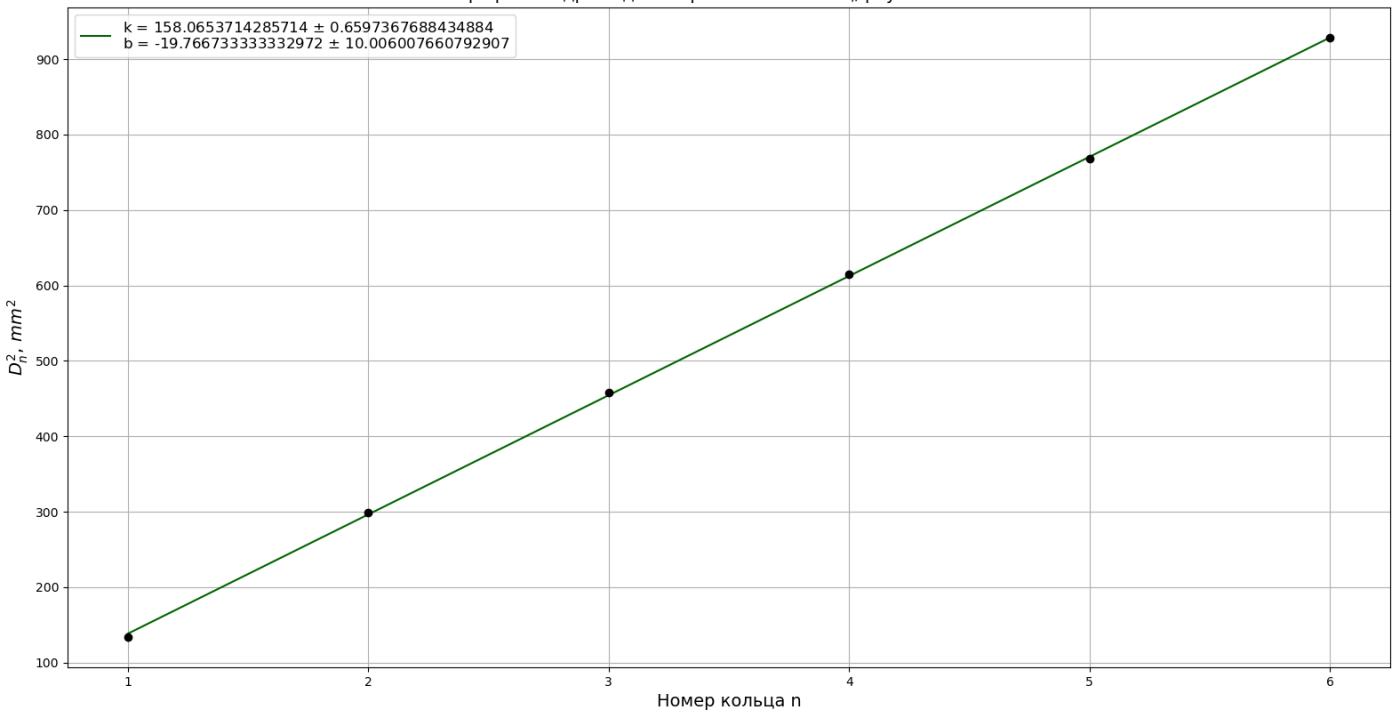


График квадрата диаметра жёлтых колец, ртутная лампа

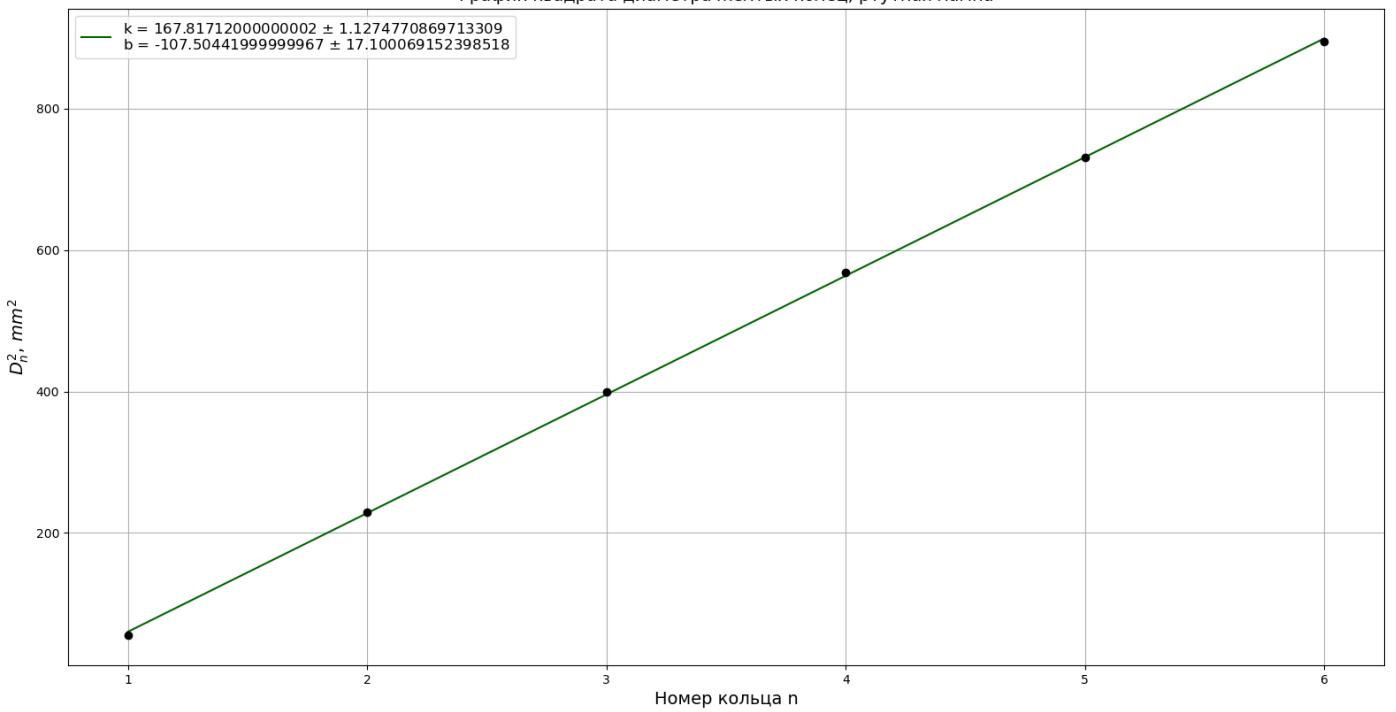


Таблица 2: Диаметры ртутных колец

№	R_{ylw}^{up} мм	R_{ylw}^{dn} мм	R_{grn}^{up} мм	R_{grn}^{dn} мм	D_{ylw} мм	D_{grn} мм
1	177.10	169.65	179.06	167.49	7.45	11.58
2	180.83	165.70	181.90	164.62	15.13	17.29
3	183.26	163.26	183.93	162.55	20.00	21.39
4	185.15	161.31	185.62	160.83	23.84	24.79
5	186.74	159.70	187.04	159.33	27.04	27.71
6	188.17	158.25	188.44	157.98	29.92	30.46

Построим график зависимости квадрата диаметра колец от номера кольца для обеих линий.

$$k_{grn} = (158.1 \pm 0.7) \text{ мм}^2$$

$$k_{ylw} = (167.8 \pm 1.1) \text{ мм}^2$$

Вычислим базу L интерферометра по формуле из теоретических сведений. $\lambda(Hg)_{grn} = 5461\text{\AA}$. $\lambda(Hg)_{yel} = 5780\text{\AA}$. $f = 50$ мм. Погрешность здесь вычисляем с помощью формулы для погрешности косвенных измерений через частные производные:

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{1}{4f^2} \frac{\Delta(d_i^2)}{\Delta(i)},$$

Итого:

$$L_{grn} = (34.5 \pm 0.2) \text{ мкм}$$

$$L_{ylw} = (34.4 \pm 0.3) \text{ мкм}$$

Отсюда получаем:

$$L = (34.5 \pm 0.5) \text{ мкм}$$

Для ртутной лампы желтого дуплета не обнаружено. Попытка взять отдалённые друг от друга жёлтые кольца не увенчалась успехом (график явно нелинейный). Аналогично с парами жёлтых и зелёных колец. В связи с этим $\Delta\lambda_{Hg}$ посчитать не можем.

2.4. Линейная дисперсия

Для нахождения линейной дисперсии воспользуемся следующей формулой.

$$D_{exp} = \frac{\Delta D}{2\Delta\lambda} \text{ мм/\AA}$$

Подставляя туда ΔD для пары колец максимального диаметра, будем сравнивать результат с теоретическим значением, даваемым формулой

$$D_{thr} = \frac{2f^2}{\lambda D}.$$

Для натрия получаем:

$$D_{exp}^{Na} = (0.201 \pm 0.006) \text{ мм/\AA}, \quad D_{thr}^{Na} = 0.198 \text{ мм/\AA}$$

— как видим, полученное экспериментальное значение близко к табличному.

2.5. Разрешающая способность

Измерим толщины колец для натриевой и ртутной ламп. Для натрия толщина первого желтого кольца:

$$\delta r_{Na} = (0.32 \pm 0.01) \text{ мм}$$

Из этих данных получим аппаратную разрешающую способность:

$$R_{Na} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{4f^2}{D\delta r} = 8500 \pm 100 \quad \text{для первой желтой линии}$$

Для ртутной лампы толщина первого желтого кольца

$$\delta r_{ylw} = (0.66 \pm 0.02) \text{ мм}$$

зеленого:

$$\delta r_{grn} = (0.30 \pm 0.02) \text{ мм}$$

Из этих данных получим аппаратную разрешающую способность:

$$R_{\text{апп}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{4f^2}{D\delta r} = 2000 \pm 100 \quad \text{для желтой линии}$$

$$R_{\text{апп}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{4f^2}{D\delta r} = 2900 \pm 100 \quad \text{для зеленой линии}$$

Откуда среднее значение

$$R_{Hg} = 2500 \pm 200$$

2.6. Прочие характеристики интерферометра

Оценим максимальный порядок интерференции m для желтых линий натрия и ртути:

$$m_{Na} = \frac{2L \cos \theta}{\lambda} \approx \frac{2L}{\lambda} = 305 \quad m_{Hg} \approx \frac{2L}{\lambda} = 119$$

Кроме того, оценим дисперсионную область:

$$\Delta\lambda_{Na} = \frac{\lambda^2}{2L} = 19 \text{ \AA} \quad \Delta\lambda_{Hg} = \frac{\lambda^2}{2L} = 48 \text{ \AA}$$

Найдём добротность:

$$Q_{Na} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-r)} = 6400 \pm 500 \quad Q_{Hg} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-r)} = 2500 \pm 50$$

при $r = 0.85$

Отсюда получаем число интерферирующих лучей:

$$N_{Na} = \frac{Q}{m} = 21 \quad N_{Hg} = \frac{Q}{m} = 21$$

3. Вывод

В работе были измерены спектральные характеристики интерферометра Фабри-Перо в случае наблюдения натриевой и ртутной лампы.

Была определена линейная дисперсия D интерферометра. Полученное значение близко к теоретическому

Была определена дисперсионная область интерферометра $\Delta\lambda$ – получившиеся довольно малые значения согласуются с действительностью (интерферометр Фабри-Перо обладает очень большой аппаратной разрешающей способностью, но используется только для анализа довольно узких спектров).

Была определена аппаратная разрешающая способность R_{app} интерферометра. Полученные значения $\sim 10^4$ по порядку величины согласуются с реальными значениями этой характеристики для интерферометра Фабри-Перо.

Также в результате работы была измерено число интерферирующих лучей – полученное значение для натриевой лампы довольно неплохо совпадает с теоретическим значением. К сожалению, часть вычислений для ртутной лампы проведена не была, так как отсутствовал жёлтый дуплет.