

ВПВ: Альтернативный метод рассмотрения прямоугольных волноводов

Манро Эйден Б01-307

Введение

Я хочу рассмотреть альтернативный подход к рассмотрению теории прямоугольных волноводов, который даст нам более "физическое" представление того, почему распространение волны так резко изменяется при переходе через критическую частоту. Мы можем сделать это через рассмотрение поля в терминах источников-изображений.

Основная часть

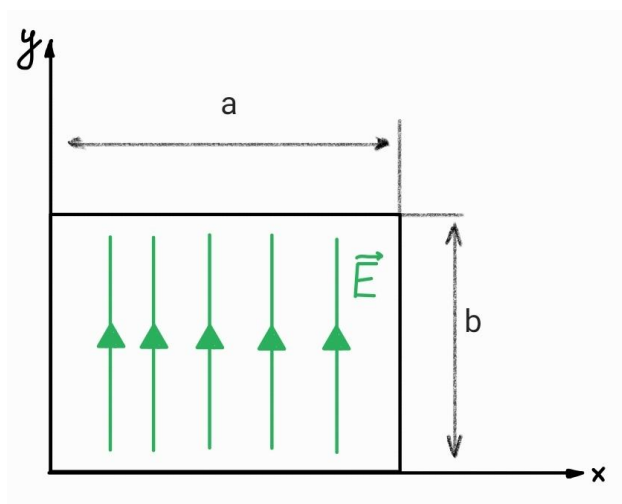


Рис. 1: Схема волны в прямоугольном волноводе

Для модели, которую мы описываем (Рис. 1), вертикальная составляющая не имеет значения. Поэтому мы можем проигнорировать верхнюю и нижнюю грани волновода и считать, что он бесконечен в вертикальном

измерении. В таком случае мы можем сказать, что весь волновод состоит из двух вертикальных перегородок на расстоянии a .

Скажем также, что источник поля – это вертикальный провод, помещённый в центре волновода. Пусть по этому проводу течёт ток с частотой ω . В отсутствии стенок волновода такой кабель будет производить цилиндрические волны.

Теперь мы скажем, что стенки волновода – идеальные проводники. Тогда, так же как в электростатике, условия на поверхности сохранятся, если мы добавим поле от источников-изображений.

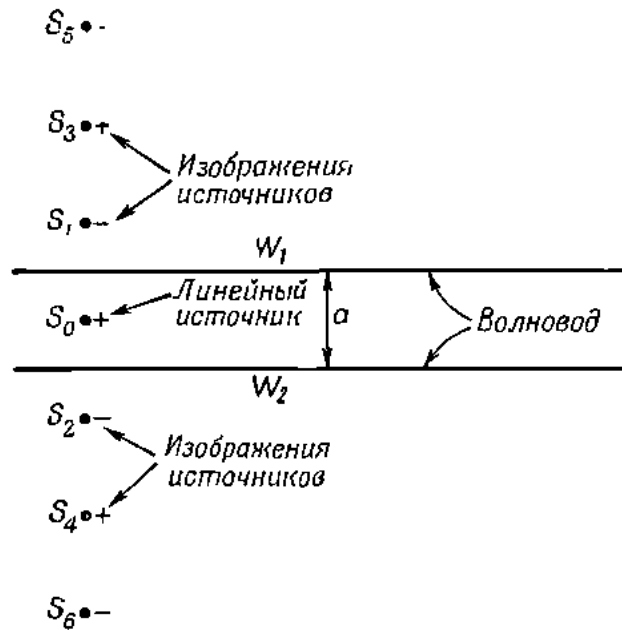


Рис. 2: Схема волны в прямоугольном волноводе

Рассмотрим горизонтальное сечение как на Рис. 2, где W_1 и W_2 – две вертикальные стенки волновода, а S_0 – провод-источник. Будем называть направление тока в проводе положительным.

Теперь, если бы у нас была лишь одна стенка W_1 , мы бы убрали её и поместили источник-изображение S_1 с противоположной полярностью. Но когда у нас есть 2 стенки, будет и изображение от источника S_0 за стенкой W_2 (назовём его S_2 , полярность также противоположная). Этот заряд также будет иметь изображение в стенке W_1 , называемое S_3 . Теперь и S_1 , и S_3 создадут изображения S_4 и S_6 в стенке W_2 и так далее.

Для двух параллельных стенок с источником между ними поле будет таким же, как и от бесконечной линии из источников, находящихся на

расстоянии a друг от друга. Чтобы поле занулялось у стенок (необходимость из условия $\Delta E_\tau = 0$), нужно чтобы полярность источников менялась от одного к другому (другими словами, они колеблются со сдвигом по фазе в π). Тогда поле в каждой точке волновода будет являться суперпозицией полей от этого бесконечного набора источников.

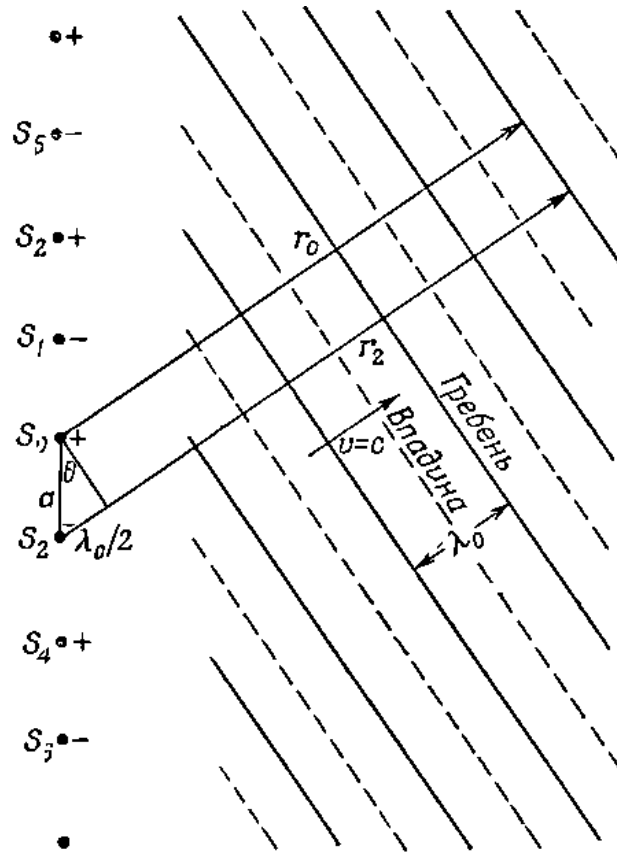


Рис. 3: Набор когерентных волн от набора источников

На высоких частотах поле от этого набора источников будет хорошо распространяться в одних направлениях и полностью глушиться в других. Эти направления зависят от частоты – сигнал будет распространяться только в тех направлениях, в которых сигналы от всех источников совпадают по фазе. На разумных дистанциях от источников поле будет распространяться как плоские волны. Это изображено на Рис. 3, где сплошные линии отражают максимумы волн, а пунктирные – минимумы. Направлениями распространения волны будут те направления, в которых разница в расстоянии от двух соседних источников до максимума волны будет равна половине длины этой самой волны. Другими

словами:

$$r_2 - r_1 = \frac{\lambda_0}{2} \quad (1)$$

Угол θ находится как:

$$\sin \theta = \frac{\lambda_0}{2a} \quad (2)$$

Разумеется, есть и второй набор волн, распространяющийся в симметричном направлении. Результирующее поле в волноводе (не слишком близко к источнику) является суперпозицией этих двух волн, как показано на Рис. 4.

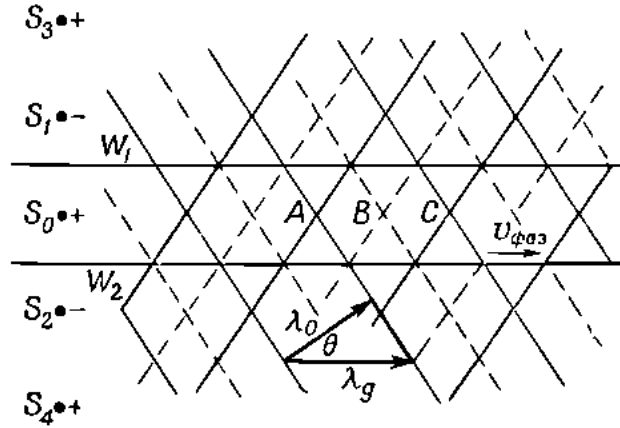


Рис. 4: Поле в волноводе можно рассматривать как суперпозицию двух наборов плоских волн

В таких точках, как A и C , максимумы двух волн совпадают, и поле принимает свой максимум. В точках, подобных B , обе волны находятся в отрицательной амплитуде, и поле принимает свой минимум. С течением времени поле движется вдоль волновода с длиной волны λ_g (расстояние от A до C). Это расстояние связано с углом θ как:

$$\cos \theta = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \quad (3)$$

Используя (2), получим:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}} \quad (4)$$

Теперь мы можем понять, почему лишь волны с частотой выше критической ω_c могут распространяться по нашему волноводу. Если длина

волны λ_0 больше чем $2a$, то не существует такого угла, при котором может возникнуть картина волн как на Рис. 3. Необходимое условие резко начинает выполняться, когда λ_0 становится меньше $2a$, т.е. когда ω становится больше $\omega_c = \frac{\pi n}{a}$.

Если частота станет достаточно большой, то можно увидеть 2 и более возможных направлений, в которых могут распространяться волны. Эти дополнительные волны отвечают старшим модам.

Выводы

1. Используя нашу модель, мы поняли, почему волны в волноводах начинают распространяться только с определённой частоты.
2. Благодаря нашему анализу стало понятно, почему фазовая скорость v_{ph} больше скорости света и почему она зависит от ω . При изменении ω изменяется угол, под которым распространяются волны, а значит и фазовая скорость вдоль волновода.
3. Мы также можем понять, что пришли бы к тому же результату, рассмотрев 2 набора волн в свободном пространстве, бесконечно отражающихся между 2 идеальными зеркалами (отражение влечёт за собой изменение фазы). Эти волны зануляли бы друг друга во всех направлениях, кроме тех, что заданы (1).
4. Существует много разных способов рассмотрения одних и тех же вещей.