

Изучение колебаний струны (1.4.5)

Манро Эйден

Введение

Цель работы: исследовать зависимости частоты колебаний струны от величины натяжения, а также условий установления стоячей волны, получающейся в результате сложения волн, идущих в противоположных направлениях.

Оборудование: звуковой генератор, двухканальный осциллограф, постоянный магнит, набор грузов, рейка со струной.

Теоретические сведения

Основное свойство струны – гибкость, является следствием ее большой длины по сравнению с поперечными размерами. Даже струны, изготовленные из жестких материалов, практически не сопротивляются изгибанию, если размер изгибаемого участка значительно больше поперечного размера струны. Данный факт позволяет не учитывать при дальнейшей работе изгибные напряжения.

Горизонтально закрепленная струна провисает под действием поля тяжести, при отсутствии натяжения. Достаточно натянутую струну можно считать прямой, если ее концы закреплены на одном горизонтальном уровне. Учитывая этот факт, в дальнейшем действие силы тяжести учитываться не будет.

Натянутая струна с жестко закрепленными концами удобна для изучения колебаний. Это связано с тем, что в струне можно непосредственно наблюдать простейшие типы колебаний и волн, измерять их параметры и сравнивать результаты наблюдения с результатами теоретических расчетов.

Движение элементов струны может быть вызвано изменением ее формы или передачей ей импульса. Натяжение струны стремится вернуть ее в изначальное прямолинейное положение, и это приводит к тому, что возникает движение элементов струны. Возмущения бегут вдоль струны.

Скорость распространения подобного возмущения можно вычислить по формуле:

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}},$$

где T – сила натяжения струны, ρ_l – масса струны на единицу длины.

$$\lambda = \frac{u}{\nu}$$

Частоты собственных колебаний струны определяются формулой:

$$\nu_n = \frac{n u}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}}$$

где n – число полуволн, l – длина струны.

Экспериментальная установка

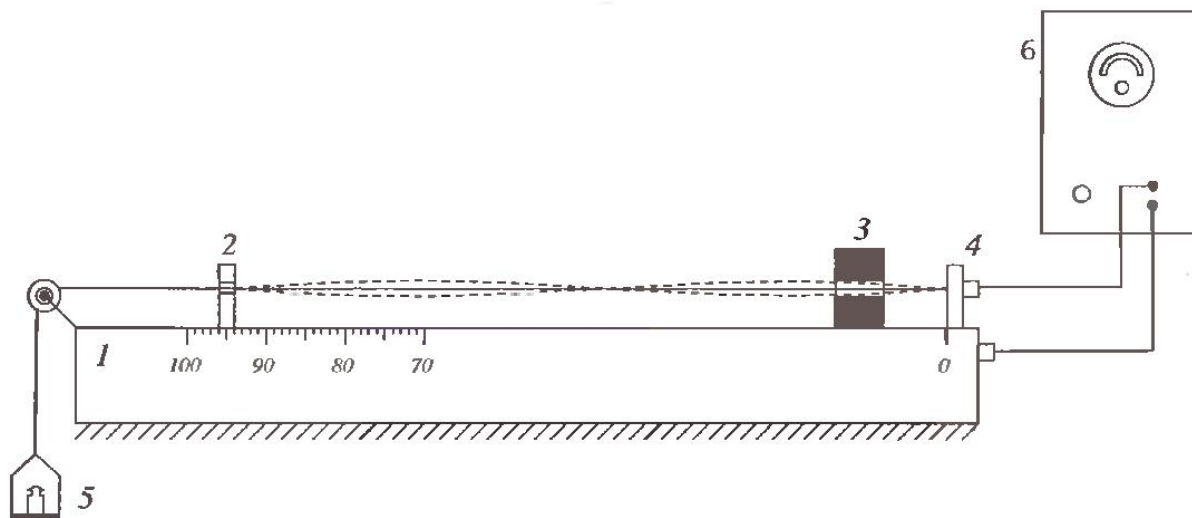


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

На Рисунке 1 представлена схема экспериментальной установки. Устроена она следующим образом: на массивной металлической рейке 1 установлены опоры 2 и магнит 3, которые можно перемещать вдоль рейки, а также неподвижная опора 4. Один конец струны закреплен в изоляторе опоры 4. От него струна проходит между полюсами магнита и через опору 2, которая дает возможность струне перемещаться в горизонтальной плоскости, неподвижный блок и соединяется с чашкой 5, на которую помещаются грузы. Такое устройство позволяет регулировать натяжение струны. К концу струны, закрепленному в изоляторе опоры 4, и к массивной металлической рейке 1 подводится переменное напряжение от звукового генератора 6. Движение струны вызывается силой Ампера, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля. Частота колебания струны совпадает с частотой вынуждающей силы, т.е. с частотой силы Ампера. Так как данная сила зависит от тока в проводнике, то частота колебаний струны будет совпадать с частотой генератора.

В натянутой струне возникнут колебания и по ней побегут волны, которые отразятся от опор 2 и 4 и, сложившись друг с другом, создадут стоячую волну, если на длине струны уложится целое число полуволн.

Ход работы

$$T = (m_{\text{пл}} + \sum_{i=1}^n m_i)g, \text{ где } m_{\text{пл}} = 118 \text{ гр} - \text{масса платформы, } m_i - \text{масса груза.}$$

Подставляя значения в формулу (??) получаем значения частот основной гармоник для разных масс:

ν_1 , Гц	ν_2 , Гц	ν_3 , Гц	ν_4 , Гц	ν_5 , Гц
137	165	189	210	229

Таблица 1: Частоты основной гармоник

M_1 , гр	M_2 , гр	M_3 , гр	M_4 , гр	M_5 , гр
1096	1588	2081	2568	3056

Таблица 2: Суммарная масса

С помощью осциллографа будем находить частоты гармоник с 1 до 10.

T , Н	ν_1 , Гц	ν_2 , Гц	ν_3 , Гц	ν_4 , Гц	ν_5 , Гц	ν_6 , Гц	ν_7 , Гц	ν_8 , Гц	ν_9 , Гц	ν_{10} , Гц
11	138	276	415	554	695	838	977	1122	1259	1399
16	164	328	494	658	825	991	1158	1324	1494	1663
20	190	380	572	763	954	1146	1338	1531	1724	1920
25	211	421	631	842	1053	1263	1476	1686	1902	2116
30	230	461	691	922	1154	1385	1617	1850	2083	2317

Таблица 3: Снятые результаты частот гармоник

Построим график зависимости ν_n от n по МНК:

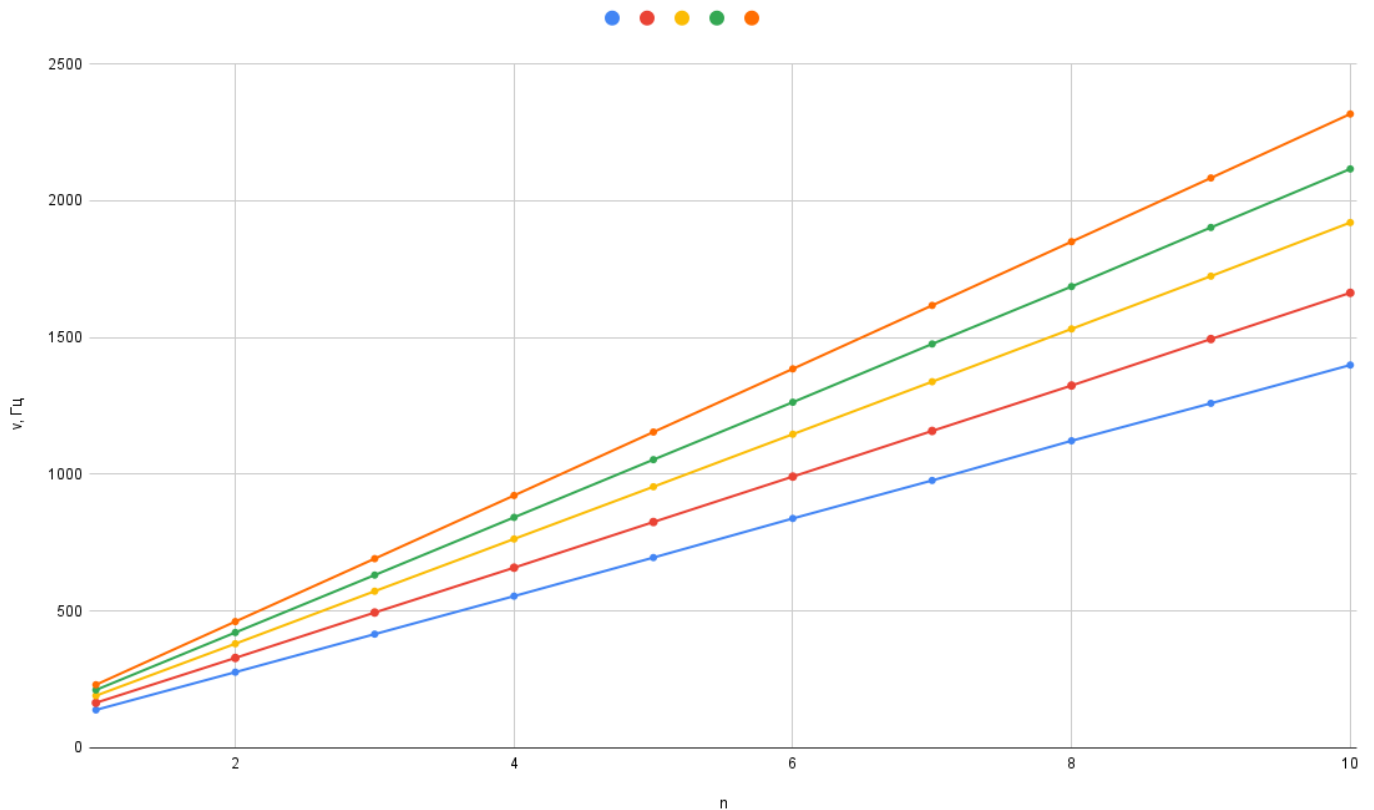


Рис. 2: График зависимости $\nu_n(n)$

Воспользуемся формулой (??), получаем, что угол наклона графика $k = \frac{u}{2l}$. Еще воспользуемся МНК-аппроксимацией и получим погрешности для u :

$$T = 11, \text{ Н} - u = (139,7 \pm 1,2), \text{ м/с}$$

$$T = 16, \text{ Н} - u = (165,7 \pm 1,4), \text{ м/с}$$

$$T = 20, \text{ Н} - u = (191,4 \pm 1,1), \text{ м/с}$$

$$T = 25, \text{ Н} - u = (211,1 \pm 1,1), \text{ м/с}$$

$$T = 30, \text{ Н} - u = (231,2 \pm 1,0), \text{ м/с}$$

С помощью полученных данных построим график зависимости $u^2(T)$, для того, чтобы найти линейную плотность струны ρ_l .

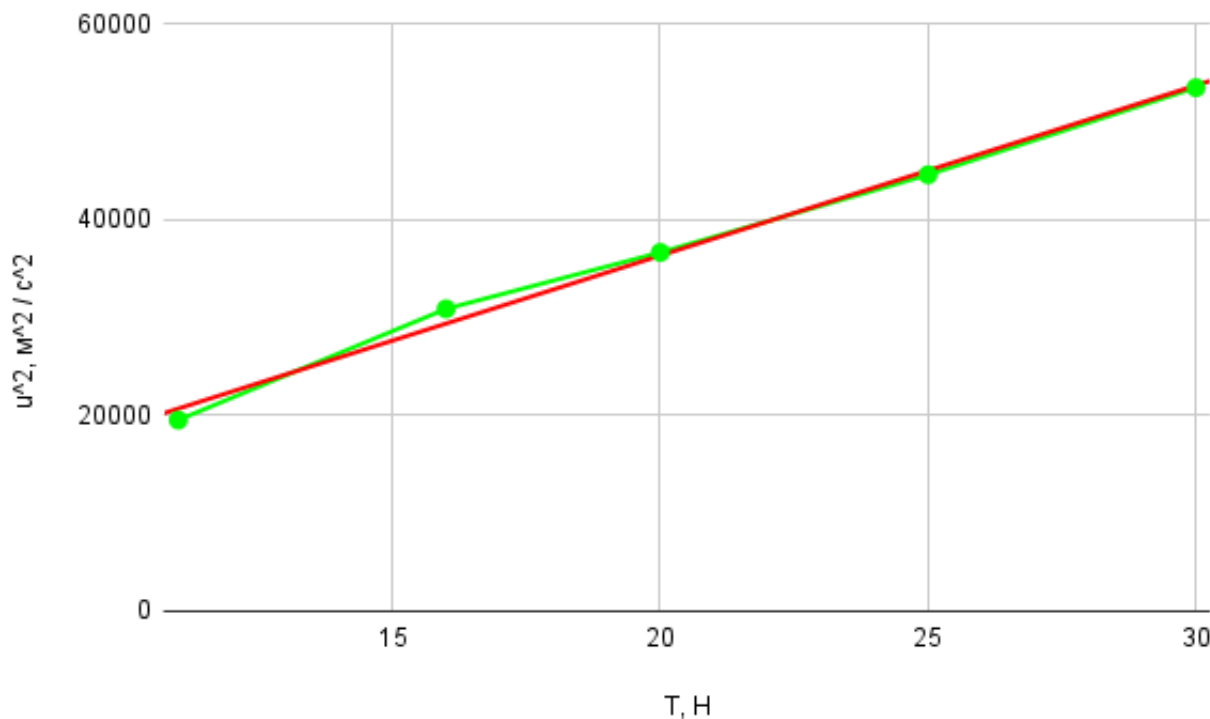


Рис. 3: Зависимость u^2 от T

С помощью формулы (??), можно понять, что коэффициент наклона k , для графика ??, будет равен:

$$k = \frac{1}{\rho_l}$$

Аналогично воспользуемся МНК-аппроксимацией и получим погрешности для k и соответственно для ρ_l .

$$\text{Таким образом } k = (1737 \pm 77), \frac{\text{м}}{\text{кг}}. \text{ Тогда } \rho_l = (575,7 \pm 12,9), \frac{\text{мг}}{\text{м}}.$$

Полученное значение соответствует истинному значению погонной плотности струны, которая равняется $\rho_l^{\text{ист}} = 568,4, \frac{\text{мг}}{\text{м}}$.

Вывод

В работе были изучены поперечные стоячие волны на тонкой натянутой струне, были измерены собственные частоты её колебаний, измерена скорость распространения волн в струне и линейная плотность струны. Экспериментальные графики зависимостей $\nu_n(n)$ и $u^2(T)$ хорошо ложатся на аппроксимирующие прямые. Отклонение аппроксимирующих прямых от начала координат по оси ординат мало ($\sim 1\%$) по сравнению с значениями ординат экспериментальных точек. Отличие измеренного значения линейной плотности струны от указанного на установке составляет 2% .

Погрешности связаны с

- 1) Неточностью определения собственных частот ν_n из-за возникновения нелинейных эффектов при резонансе, и, как следствие, неточностью в определении скорости распространения u волны в струне.
- 2) Недостаточным количеством экспериментальных точек на графике $u^2(T)$, то есть недостаточным количеством опытов по измерению собственных частот струны в зависимости от силы натяжения нити T .