

D/3 №7

№1. а) $\text{dom}(h) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

б) $\text{Range}(h) = \{b, c, e, f\}$

в) $h(\{0, 1, 2, 3, 4\}) = \{b, c, e\}$

г) $h^{-1}(\{a, b, c\}) = \{1, 2, 3, 5\}$

д) $h^{-1}(h(\{0, 1, 2, 6, 7, 8\})) = h^{-1}(\{b, c, e, f\}) =$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

е) $h(h^{-1}(\{a, b, c, d, e\})) = h(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) = \{b, c, e\}$

№2. 2. ф. $f(x)$ имеет $p > x^2$ X -мн-во всех p .

Пусть $\text{dom}(f) = A \subset \mathbb{Z}$ $a \in A$

$\text{Range}(f) = X \subset \mathbb{N}$ $x \in X$

X -конечно $\Rightarrow \exists x_{\max} \in X. \forall x \in X \rightarrow x_{\max} \geq x$

Итого $\forall a \in A \rightarrow x_{\max} > a^2 \Rightarrow |a| < x_{\max}$. т.к. $A \subset \mathbb{Z}, X \subset \mathbb{N}$, то

$|A| < 2x_{\max} + 1 \Rightarrow$ конечно.

нз.

Пусть $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{a'\}$, $A = \{a, b\}$

$f: a \mapsto a', b \mapsto a', c \mapsto a'$

$f(A) = \{a'\}$, $f^{-1}(a') = \{a, b, c\} = X \supseteq A$

т.е. \subseteq и $=$ исключены.

Пусть $X = \{a\}$, $Y = \{a'\}$, $A = \{a\}$

$f: a \mapsto a'$ т.е. $\nexists f(A)$ т.е. \supseteq исключены.

Див: никакой знак не подходит.

нн Пусть $A = \{x_1, x_2\}$, $B = \{x_2, x_3\}$

$f: x_1 \mapsto y_1, x_2 \mapsto y_2, x_3 \mapsto y_1$

$f(A \setminus B) = \{y_1\}$ $f(A) \setminus f(B) = \emptyset$ т.е. \subseteq и $=$ исключены.

Если $B = \emptyset$, то $=$

Если $B \neq \emptyset$, то:

если $A \cap B = \emptyset$, то: $f(A \setminus B) = f(A) \Rightarrow$

$\Rightarrow f(A \setminus B) \supseteq f(A) \setminus f(B)$

если $A \cap B \neq \emptyset$, то:

удален из мн-ва A 1 элем-т, а в $f(A)$ ≥ 1 из $f(A)$

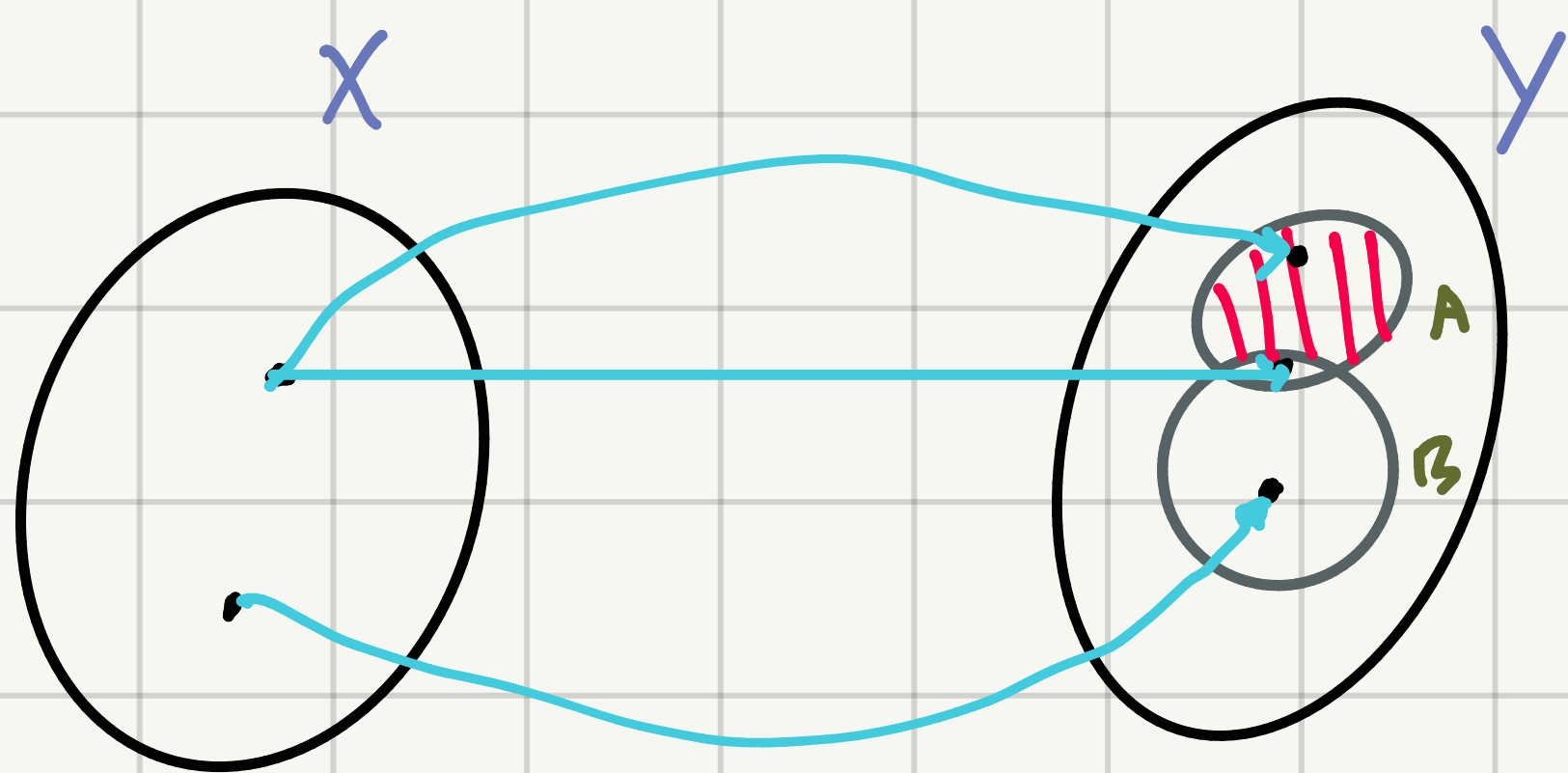
$$\Rightarrow |f(A \setminus B)| \leq |f(A) \setminus f(B)| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(A \setminus B) \supseteq f(A) \setminus f(B)$$

Ответ: \supseteq .

N5. $f: X \rightarrow Y, A \cup B \subseteq Y$

$$f^{-1}(A \setminus B) \stackrel{①}{=} f^{-1}(A) \stackrel{②}{\setminus} f^{-1}(B)$$



1) концы стрелок лежат в A.

$$\left. \begin{array}{l} f^{-1}(A) - \text{концы лежат в } A \\ f^{-1}(B) - \text{концы лежат в } B \end{array} \right\} \Rightarrow f^{-1}(A) \setminus f^{-1}(B) \text{ концы лежат в } A$$

Ответ: $=$.

N7. $f: X \rightarrow Y, B \subseteq Y, f^{-1}(B) = X, B \stackrel{?}{=} Y$

Контр пример.

$$X = \{a_1, a_2, a_3\}; Y = \{b_1, b_2, b_3\}; B = \{b_1, b_2\}.$$

$$a_1 \mapsto b_1, a_2 \mapsto b_1, a_3 \mapsto b_2 \quad (f^{-1}(B) = X)$$

$$B \neq Y$$

Ответ: нет.

№8 $f: X \rightarrow Y, B \subseteq Y \quad \begin{cases} B \neq \emptyset \\ f^{-1}(B) = \emptyset \end{cases}$

Y — все простые числа $X, Y \subseteq \mathbb{N}$

X — натуральные по возр

$B = \{6\}, B \neq \emptyset, f^{-1}(B) = \emptyset.$

№9.

строю возр.

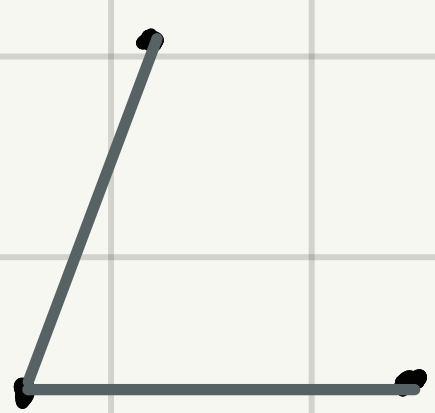
$X = \{1, 3, 6, 10, 15\} \quad f: X \rightarrow Y$

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{— Суккупия.}$

↑ разность чисел соседних.
 $3-1=2, 6-3=3, \dots$

№10

Нет, контрпример:



— нет совершенного изометризма!

Ответ: Нет.