$\{x_n\}$ - наз. фундамент.

$\forall \varepsilon \ \exists N. \ \forall n \geq N, \ p \in \mathbb{N} \ |x_{p+n} - x_n| < \varepsilon$

$0 < q < 1 \quad \lim\limits_{n \to \infty} q^n = 0$

N 7.

$q^n = \frac{1}{(1+\alpha)^n}$ $\qquad (1+x)^n \geq 1 + xn$

$q^n \leq \frac{1}{1+\alpha n}$ $\qquad \frac{1}{(x+1)^n} \leq \frac{1}{1+xn}$

$\alpha n \leq \frac{1}{q^n} - 1$

$\alpha \leq \left(\frac{1}{q^n} - 1\right) \cdot \frac{1}{n}$

N 67.

$\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a^n}{n!} = \lim\limits_{n \to \infty} \frac{a \cdot \ldots \cdot a}{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1}$

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N(\varepsilon): \ \forall n \geq N: \ \frac{a^n}{n!} < 0$

$\forall n \in \mathbb{N}: \dfrac{a}{k+n} \leq q$

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^k}{a^n} = 0$, где $|a| > 1$, $k \in \mathbb{N}$.

$X_n = \dfrac{n^k}{a^n} > 0$ $\qquad (1+x)^n > x^2 \dfrac{n(n-1)}{2}$

$\dfrac{n}{(1+\alpha)^n} < \dfrac{2n}{\alpha^2 n(n-1)} = \dfrac{2}{\alpha^2(n-1)} \to 0$

$\lim \sqrt[n]{a} = 1$

$n \to \infty$

$\sqrt[n]{a} = 1 + \alpha_n$

$a = (1+\alpha_n)^n > n\alpha_n$

$\alpha_n < \dfrac{a}{n} \Rightarrow \alpha_n \to 0$

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} \to 1$

№19

$\{x_n\}$ - сходится $\Leftrightarrow$ $\{x_n\}$ - огр и

имеет 1 частич. предел.

$\{x_n\}$

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}$$

$$\left|\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+p)^2}\right|<$$