

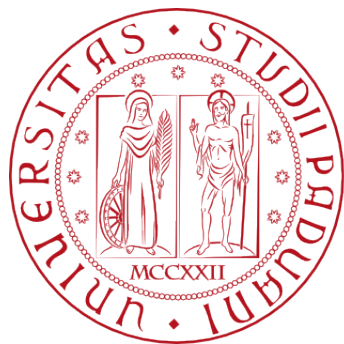
Relazione di laboratorio: studio di catena elettronica

Docente: dott. Garfagnini, dott. Lunardon
Gruppo 14

Anno accademico 2019/20

- Aidin Attar - 1170698 - aidin.attar@studenti.unipd.it
- Ema Baci - 1171107 – ema.baci@studenti.unipd.it
- Alessandro Bianchetti – 1162147 – alessandro.bianchetti@studenti.unipd.it

SCOPO DELL'ESPERIENZA: STUDIO DELLA CATENA ELETTRONICA COME MODELLO DI RIVELATORE PER RADIAZIONE IONIZZANTE



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**

Descrizione dell'apparato

La seguente esperienza è stata svolta sul banco di lavoro 1. L'apparato di misura consiste di un oscilloscopio digitale Tektronix TBS 1102B EDU, un generatore di funzioni Tektronix AFG 1022, un alimentatore di tensione continua stabilizzato, due multimetri digitali (Metrix 32292 e Agilent U1230) e una scheda Arduino Due. Si è inoltre fatto uso di due integrati TL082C contenenti in tutto 4 amplificatori operazionali.

I circuiti studiati sono stati costruiti sulla basetta millefori alimentando gli amplificatori operazionali come nello schema riportato in Figura 1

I valori misurati di resistenze e capacità utilizzate verranno riportati in seguito, mentre la procedura per identificare le incertezze è descritta in appendice.

Infine si è fatto uso di due sonde con fattore di attenuazione 10x precedentemente compensate per la visualizzazione del segnale nei due canali dell'oscilloscopio.

Per l'analisi dati sono stati utilizzati programmi scritti in c++, root ed Excel.

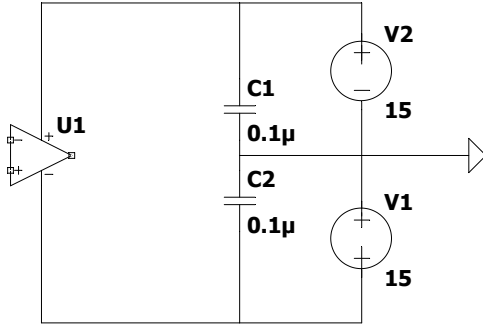


Figura 1: schema per l'alimentazione dell'operazionale

1 Preamplificatore di carica

1.1 Breve discussione del circuito

Lo scopo dell'esperienza completa è costruire un circuito che possa rilevare piccoli segnali, amplificarli tanto da poterli processare con più facilità e poi amplificarli ulteriormente per offrirli allo sperimentatore. Il primo passo della realizzazione di tale *catena elettronica* è il circuito preamplificatore. Qui il generatore di funzioni è utilizzato proprio per simulare piccoli segnali di cui sopra analoghi a quelli che proverebbero tipicamente da esperienze di spettroscopia: si forniscono dunque in ingresso impulsi di tensione (PULSE) come quelli che produrrebbe il passaggio di una radiazione ionizzante in un volume di gas. Si è dunque costruito il circuito come in Figura 2

La funzione di trasferimento è data, nel formalismo di Laplace, da

$$H(s) = -\frac{R_{pre}}{R_{in}} \frac{1}{1 + sR_{pre}C_{pre}} \quad (1)$$

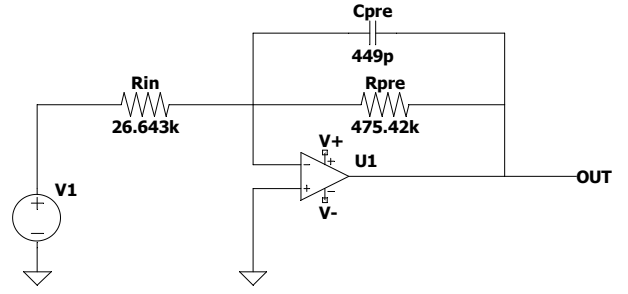


Figura 2: circuito amplificatore di carica

in cui possiamo effettuare la sostituzione $s \longleftrightarrow i\omega$ per riprodurre la soluzione stazionaria. Considerando poi solamente il modulo, e definendo il tempo caratteristico $\tau_{pre} = R_{pre}C_{pre}$, avremo

$$H(\omega) = \frac{R_{pre}}{R_{in}} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau_{pre}^2}} \quad (2)$$

Si osserva inoltre che inserendo nella formula 1 la trasformata di Laplace dell'impulso di tensione, pari a V_{in}/s , si otterrà in uscita, antitrasformando opportunamente, un segnale esponenziale corrispondente a

$$V_{pre}^{pulse}(t) = -\frac{R_{pre}}{R_{in}} V_{in} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{pre}}}) \quad (3)$$

Quest'ultima è valida finché dura l'impulso di tensione: essendo $T_{pulse} \ll \tau_{pre}$, potremo considerare l'espansione in serie di Taylor della 3, ottenendo una discesa lineare. Tale discesa lineare si interromperà all'esaurirsi dell'impulso in ingresso, lasciando posto alla formula della scarica del condensatore C_{pre} , caricato proprio dallo stesso impulso. Ne risulta un grafico che ha un picco negativo V_{pre}^{max} in corrispondenza di $t = T_{pulse}$, per poi risalire con la curva esponenziale dettata da

$$V_{pre}^{RC}(t) = V_{pre}^{max} e^{-\frac{t}{\tau_{pre}}} \quad (4)$$

1.2 Discussione dati

Si precisa che sono stati suggeriti dei valori per i parametri del circuito $\tau_{pre,th} = 220\mu s$ e $C_{pre} = 450$ pF, con R_{pre} calcolato di conseguenza. Pertanto i valori misurati con il multimetro Metrix 32292 sono

$$\begin{aligned} R_{pre} &= (475.4 \pm 0.2)k\Omega & \sigma_{\%} &= 0.04\% \\ C_{pre} &= (149 \pm 14)pF & \sigma_{\%} &= 3.1\% \\ \tau_{pre,th} &= (213 \pm 7)\mu s & \sigma_{\%} &= 3.1\% \end{aligned}$$

Si è dunque impostato un impulso della durata di $T_{pulse} = 2\mu s$: sapendo inoltre che la carica da iniettare corrispondeva a $Q_{in}^{th} = 80$ pC e che la resistenza di ingresso scelta misurava $R_{in} = (26.64 \pm 0.01)k\Omega$ ($\sigma_{\%} = 0.04\%$), si è selezionata l'altezza V_{in} dell'impulso in modo che fosse soddisfatta la relazione

$$Q_{in} = \frac{V_{in}}{R_{in}} T_{pulse} \quad (5)$$

Ne si è ricavato $V_{in}^{th} = 1.06V$. Per controllare la correttezza del circuito si è misurato il picco V_{pre}^{max} , dato, utilizzando l'approssimazione della 3, da

$$V_{pre}^{max} = -\frac{R_{pre}}{R_{in}} V_{in} \frac{T_{pulse}}{\tau_{pre}} = -\frac{Q_{in}}{C_{pre}} \quad (6)$$

da cui, inserendo il valore misurato $V_{in}^{th} = (1.02 \pm 0.02)V$, si ricava $V_{pre,th}^{max} = (-170 \pm 6)mV$. Invece dalla misura si ottiene $V_{pre,sper}^{max} = (-176 \pm 4)mV$, per cui $\lambda = 0.76$ e lo scostamento percentuale è $\epsilon = 3.2\%$, ossia il valore misurato è ottimamente compatibile con quello atteso.

Si è inoltre verificata la linearità tra Q_{in} e V_{pre}^{max} descritta da 6 variando la durata dell'impulso in ingresso e quindi la carica iniettata nel circuito secondo 5. Si riportano quindi in grafico i punti, la retta interpolante e i principali parametri di bontà del fit.

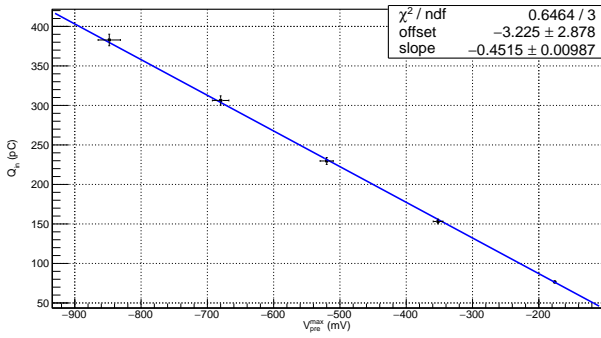


Figura 3: carica iniettata e picco di tensione in uscita

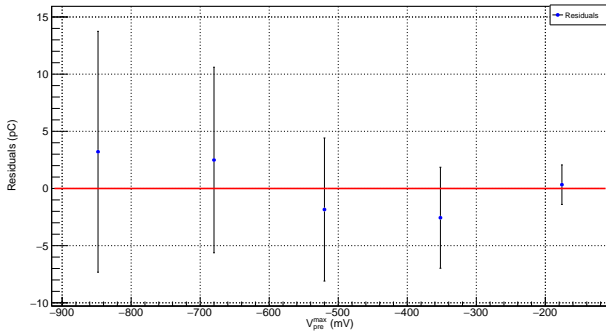


Figura 4: grafico dei residui della relazione tra Q_{in} e V_{pre}^{max}

$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
3.0 pC	0.65	0.96	-0.9998	-109.14

Tabella 1: parametri di verifica della bontà del fit

Si specifica che il fit è stato effettuato utilizzando gli errori di entrambe le coordinate, poichè nessuno dei due errori relativi è risultato trascurabile rispetto all'altro. Gli estimatori danno tutti risposta positiva, quindi possiamo concludere che la relazione lineare è ben verificata. Inoltre dal valore di pendenza, considerando la legge lineare 6, è possibile ottenere una stima sperimentale della capacità

C_{pre} , da confrontare con il valore misurato. Si ricava quindi $C_{pre,sper} = (452 \pm 10)pF$, che ha $\lambda = 0.15$ rispetto al valore misurato.

Inoltre dallo studio della 4, e in particolare della sua linearizzazione logaritmica, è possibile ricavare una stima sperimentale di τ_{pre} . Infatti applicando il logaritmo naturale si ottiene

$$\log V(t) = \log V_{pre}^{max} - \frac{t}{\tau_{pre}} \quad (7)$$

per cui si trova una relazione lineare tra $\log V(t)$ e t , da cui $\tau_{pre} = -1/b$ con b slope del fit. Si riporta il grafico di tempi e logaritmi delle tensioni, interpolati linearmente, e il relativo grafico dei residui

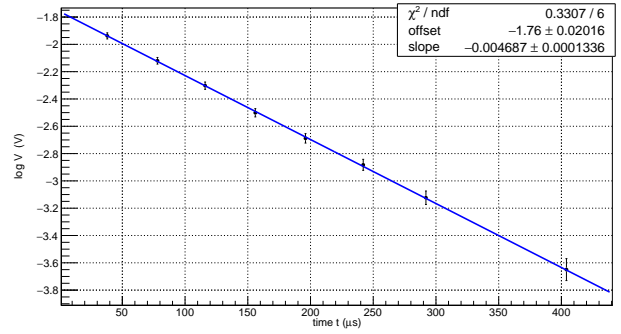


Figura 5: relazione lineare tra logaritmi delle tensioni e tempi

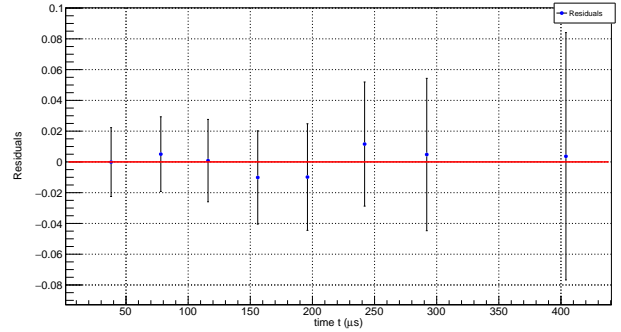


Figura 6: grafico dei residui della relazione tra $\log V$ e t

$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
0.008 V	0.33	1.64	-0.99991	-189.59

Tabella 2: parametri di verifica della bontà del fit

Si osserva la buona riuscita del fit, che verifica la scarica RC del circuito al termine dell'impulso. Tuttavia è possibile notare una forte sovrastima degli errori sia visivamente osservando il grafico dei residui in Figura 6, sia osservando il valore molto basso di $\chi^{(2)}$

Dal valore della pendenza, come anticipato prima, ricaviamo una stima di τ_{pre}^{sper} . A scopo di controllo, è inoltre possibile ottenere una valutazione di V_{pre}^{max} usando il parametro di offset a sapendo $V_{pre}^{max} = e^a$. Si riportano

quindi i due valori calcolati con i loro errori calcolati per propagazione.

$$\tau_{pre}^{sper} = (213 \pm 6) \mu s \quad \sigma\% = 2.9\%$$

$$V_{pre}^{max} = (-172 \pm 3) mV \quad \sigma\% = 2.0\%$$

che risultano ottimamente compatibili con i valori attesi τ_{pre}^{th} e $V_{pre,th}^{max}$, in quanto $\lambda_\tau = 0.01$ e $\lambda_V = 0.2$.

Si è infine effettuato uno studio in frequenza del circuito con lo scopo di verificare la 2, variando la frequenza e verificando il variare del modulo dell'amplificazione di fronte a un ingresso sinusoidale. Si riporta in particolare il grafico di Bode che raffigura frequenza e amplificazione in dB: ai punti sperimentali si è affiancata anche la simulazione effettuata su LTspice e il modello teorico rappresentato dalla 2.

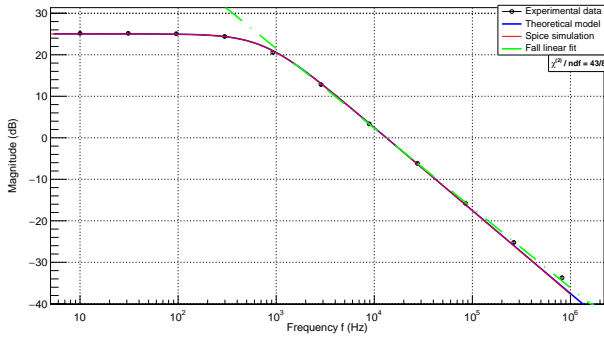


Figura 7: grafico di Bode del circuito preamplificatore

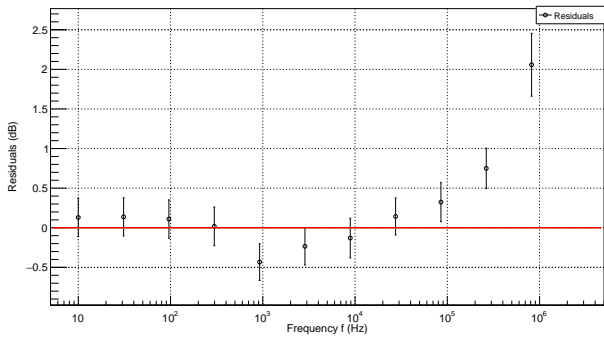


Figura 8: residui del grafico di Bode

Si osserva che i dati sono rappresentati ottimamente dal modello teorico per basse frequenze, mentre per alte frequenze tendono a discostarsi, anche in modo significativo da esso. Si osserva quindi un valore di $\chi^{(2)} \approx 43$ del tutto incompatibile con il suo valore di aspettazione ($gdl = 8$).

La natura di tali problematiche è da ricercarsi in effetti trascurati, quali capacità parassite della breadboard utilizzata o altri fenomeni che causano la non idealità dell'esperimento.

Come si può notare in Figura 7 si è effettuato anche un fit lineare della discesa, per verificare che la slope sia effettivamente compatibile con il valore atteso di -20dB/decade . Si ottengono dunque i seguenti parametri di interpolazione:

	$a \pm \sigma_a$ (dB)	$b \pm \sigma_b$ (dB/decade)
discesa	79.1 ± 0.6	-19.2 ± 0.1

Tabella 3: parametri di interpolazione lineare della discesa

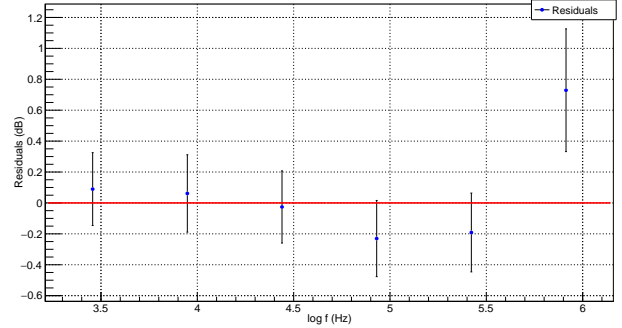


Figura 9: residui dell'interpolazione lineare della discesa

Si nota che il valore di slope non è di fatto compatibile con il valore atteso: questa problematica potrebbe essere dovuta a una sottostima degli errori. In alternativa, è possibile che gli ultimi dati possano avere qualche bias: infatti escludendo questi punti dal fit si ottiene un valore di pendenza compatibile con il valore di aspettazione. Si evita tuttavia di scartare dati: si otterrebbe un set eccessivamente ristretto e soprattutto non si conosce la natura di questo bias (potrebbe essere dovuto, come già detto, a capacità parassite non considerate nello studio), sarebbe quindi del tutto arbitrario tralasciare tali punti nell'analisi.

$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
0.4 dB	5.03	0.36	-0.9998	-107.63

Tabella 4: parametri di verifica della bontà del fit

Tutti i parametri di verifica della bontà del fit permettono di accettare l'ipotesi di linearità dei dati.

2 Circuito formatore

2.1 Shaper base CR-RC

2.1.1 Breve discussione del circuito

Il secondo passo per la costruzione della catena elettronica consiste invece nella costruzione del circuito formatore il cui schema è riportato in Figura 10, che plasmi il segnale fornendo tipicamente un profilo gaussiano.

Si osserva che il circuito è costruito tramite due stadi RC e CR, disaccoppiati tramite un buffer costruito utilizzando il secondo opamp presente nel TL082.

Si specifica inoltre che i valori di $C_{sh}^{(1)} \approx C_{sh}^{(2)}$ e $R_{sh}^{(1)} \approx R_{sh}^{(2)}$ sono stati scelti in modo da ottenere il valore di τ_{sh} indicato nel logbook. Tuttavia, a causa di un cambio di

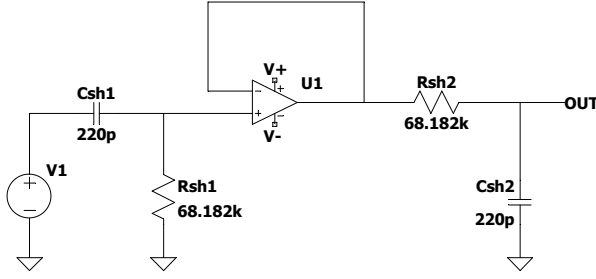


Figura 10: circuito formatore

combinazione in corso d'opera per problemi sorti durante la prima giornata di esperienza, τ_{sh} e C_{sh} con cui si è lavorato sono sì quelli della nuova combinazione, ma le altre grandezze in gioco sono rimaste quelle della combinazione originale ($C_{pre,th} = 330$ pF, $\tau_{pre} = 220$ μ s). Si è utilizzata quindi una capacità di 220 pF e una costante di tempo caratteristica τ_{sh} di 15 μ s che in realtà non sono associati ai parametri usati del preamplificatore in nessuna combinazione.

Trattando il circuito con Laplace e considerando la fase stazionaria, si ottiene che la funzione di trasferimento in funzione di ω è la seguente:

$$H(\omega) = \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (8)$$

In particolare, inserendo in ingresso un'onda quadra tra 0 e V_0 si ottiene la funzione $V_{out}(t)$ facendo l'antitrasformata dal dominio delle frequenze:

$$V_{out}(t) = -\frac{V_0}{\tau} t \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (9)$$

2.1.2 Discussione dei dati

Si è nuovamente impostata sul generatore di funzioni un'onda quadra di frequenza di 100 Hz e ampiezza misurata pari a $V_0 = (992 \pm 15)$ mV in modo che simuli il comportamento di un preamplificatore ideale che mantenga il segnale alto per un tempo indefinito.

Sapendo che $\tau_{th} = R_{sh}^{(1)} C_{sh}^{(1)} = R_{sh}^{(2)} C_{sh}^{(2)} = 15 \mu$ s si sono scelti e misurati i seguenti valori:

$$\begin{aligned} R_{sh}^{(1)} &= (68.31 \pm 0.03) k\Omega & \sigma_{\%} &= 0.04\% \\ R_{sh}^{(2)} &= (68.075 \pm 0.03) k\Omega & \sigma_{\%} &= 0.04\% \\ C_{sh}^{(1)} &= (234 \pm 9) pF & \sigma_{\%} &= 4\% \\ C_{sh}^{(2)} &= (234 \pm 9) pF & \sigma_{\%} &= 4\% \end{aligned}$$

dove l'errore è stato calcolato secondo quanto scritto in appendice.

Mediante i cursori si è quindi misurato il valore massimo (in valore assoluto) $V_{sh}^{max} = (346 \pm 6)$ mV e il tempo corrispondente $\tau_{sh}^{max} = (16 \pm 1) \mu$ s.

Si è poi verificata la correttezza del trasferimento immettendo nel circuito un'onda quadra di ampiezza 1V e misurando un set di 10 punti della curva in uscita, indicata dal modello in 9. In particolare però per l'identificazione della

curva teorica si è scelto di non utilizzare il τ_{sh}^{super} ma bensì di sfruttarlo come parametro per applicare il metodo del minimo $\chi^{(2)}$, ossia vagliare i valori del $\chi^{(2)}$ rispetto ai dati sperimentali al variare di τ_{sh} e quindi della curva teorica e poi scegliere il tempo caratteristico per cui l'estimatore risulta avere un minimo. La scelta del minimo è stata effettuata tramite un fit parabolico in prossimità della convessità, e calcolando l'ascissa del vertice della parabola. L'errore di τ_{sh} è dato dalla semidisersione ottenuta facendo riferimento all'intervallo $[\tau_+; \tau_-]$ tali per cui $\chi_{\pm}^{(2)} = \chi_{min}^{(2)} + 1$.

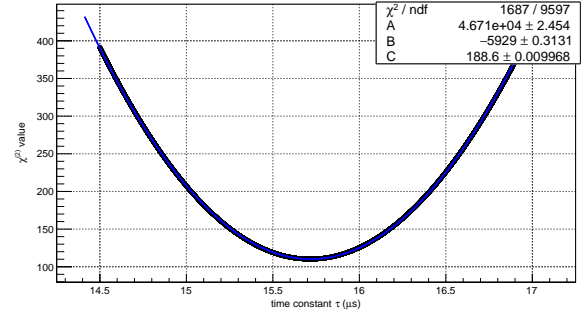


Figura 11: andamento di $\chi^{(2)}$ al variare di τ_{sh}

Da cui si sceglie $\tau_{sh} = (15.72 \pm 0.07) \mu$ s. Tuttavia si osserva che il valore di $\chi^{(2)} \approx 110$ corrispondente è tutt'altro che confortante considerando il numero limitato di gradi di libertà. I grafici seguenti mostrano tale problematica:

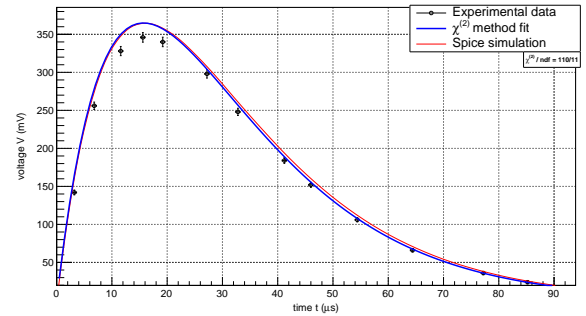


Figura 12: risposta del circuito formatore a un'onda quadra in ingresso

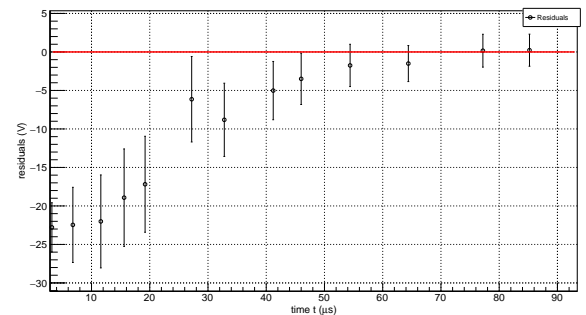


Figura 13: residui della risposta dello shaper a un'onda quadra

Si nota che i dati non sono compatibili con il modello teorico, in quanto pur riproducendone l'andamento risultano sensibilmente staccati, in particolare in prossimità del

picco. La forma 9 ha massimo in V_0/e , ossia il picco è proporzionale all'altezza dell'impulso inserito, per cui si dovrebbe avere $V_{sh,th}^{max} = (365 \pm 5)mV$, mentre si è misurato $V_{sh}^{max} = (346 \pm 6)mV$. La compatibilità è $\lambda = 2.3$, accettabile, ma comunque pessima. Da una parte abbiamo quindi il cattivo $\chi^{(2)}$, dall'altra una compatibilità accettabile tra i due picchi: si potrebbe dunque sospettare una certa sottostima degli errori, che però non sembra sufficiente a spiegare un tale distacco dei dati dal modello, che sembrerebbe sistematico, in quanto i dati tendono a rimanere sempre al di sotto della curva teorica.

Come anticipato, il valore di $\chi^{(2)}$ ottenuto porta a dover rifiutare il fit. Dal grafico dei residui si osserva la tendenza per la quale ai tempi iniziali la curva risulta completamente inadatta, mentre sulla coda descrive bene i dati.

Osservando anche la curva ottenuta dalla simulazione spice si nota che essa risulta molto fedele alla curva ottenuta con il fit, quindi il problema sembrerebbe essere sui dati.

Tale problematica potrebbe essere riconducibile ad un errore umano, dovuto a impostazioni sbagliate nell'onda in ingresso, come ad esempio l'ampiezza dell'onda, o in alternativa a qualche bias dovuta ancora alla non idealità del circuito.

Si è infine nuovamente studiato il comportamento del circuito al variare della frequenza. Si è ottenuto il seguente grafico di Bode (Figura 14), al fine di ottenere un confronto immediato sono plottate sovrapposte la curva teorica relativa ai dati sperimentali ed il fit dei dati ottenuti mediante la simulazione di LTspice:

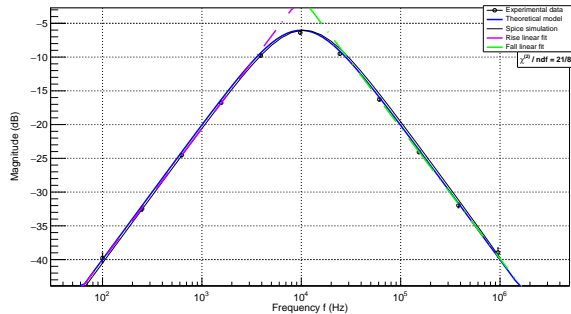


Figura 14: grafico di Bode del circuito formatore

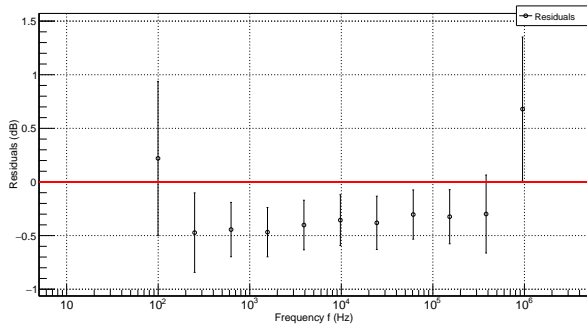


Figura 15: residui del grafico di Bode

Si osserva il diverso comportamento dello shaper base, che opera come derivatore per frequenze basse e come integratore a frequenze alte.

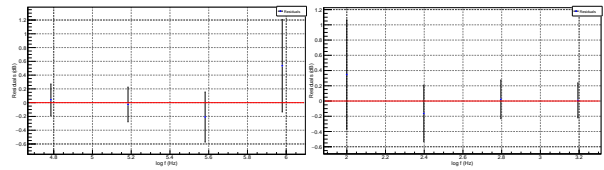
Il valore di $\chi^{(2)}$ risulta compatibile con il suo valore di aspettazione, in accordo con la Tabella 14. Tuttavia si

nota in Figura 15 una certa sistematicità: la curva tende a rimanere sempre sopra ai dati.

Come si osserva in Figura 14 si sono effettuati i fit della salita e della discesa, per la verifica della consistenza delle pendenze.

	$a \pm \sigma_a$ (dB)	$b \pm \sigma_b$ (dB/decade)
salita	-79 ± 1	19.5 ± 0.4
discesa	77 ± 2	-19.4 ± 0.4

Tabella 5: parametri di interpolazione della salita e della discesa



(a) Residui fit della discesa

(b) Residui fit della salita

Figura 16: residui per i fit lineari dello shaper

	$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
discesa	0.4 dB	1.01	0.49	-0.9996	-51.23
salita	0.3 dB	0.44	0.78	0.9998	76.28

Tabella 6: parametri di verifica della bontà del fit

Si osserva che i valori di slope osservati sono compatibili con i valori attesi e i parametri di verifica della bontà del fit permettono tutti di accettare l'ipotesi di andamento lineare.

2.2 Shaper compensato

2.2.1 Breve discussione del circuito

Si è proceduto inserendo come segnale in ingresso dello shaper il segnale di uscita del preamplificatore. Subentra quindi il problema di dover compensare l'effetto del polo-zero: infatti, se si considera in ingresso un segnale del tipo

$$V_{in}(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau_{pre}}}$$

si ottiene la seguente trasformata di Laplace:

$$V_{in}(s) = \frac{V_0}{s + \frac{1}{\tau_{pre}}} \quad (10)$$

che presenta un polo in $-\frac{1}{\tau_{pre}}$, responsabile dell'undershoot del segnale.

Si osserva però che il segnale in uscita dal primo stadio (CR) del formatore con una tensione in ingresso a gradino è descritto dalla seguente formula: $V_{out}(s)^{CR} = \frac{V_0}{s + \frac{1}{\tau_{sh}}}$; si vuole quindi modificare il circuito in modo che all'ingresso del buffer arrivi un segnale che segua questo stesso andamento. Si è quindi inserita una resistenza R_{pz} in parallelo

a $C_{sh}^{(1)}$ e si è studiato l'andamento di $V_{out}(s)^{CR}$ di questo nuovo circuito mediante la trasformata di Laplace:

$$V_{out}(s)^{CR} = \frac{V_0}{s + \frac{1}{\tau_{pre}}} \cdot \frac{s + \frac{1}{\tau_{pz}}}{s + \frac{1}{\tau_{||}}} \quad (11)$$

dove $\tau_{pz} = C_{sh}^{(1)} R_{pz}$, $\tau_{||} = C_{sh}^{(1)} R_{||}$ e $R_{||}$ è il parallelo di $R_{sh}^{(1)}$ e R_{pz} ; l'effetto del polo del preamplificatore è quindi annullato con quello dello zero del CR compensato nel caso in cui $\tau_{sh} = \tau_{pz}$. Regolando quindi opportunamente tale valore si compensa l'effetto pole-zero; si è quindi scelto

$$R_{pz} = \frac{\tau_{pre}}{C_{sh}^{(1)}}$$

Si riporta quindi di seguito lo schema del circuito dello shaper compensato:

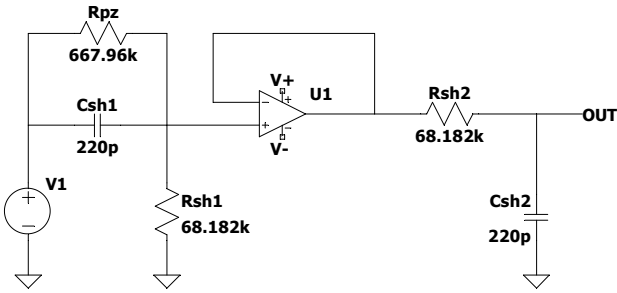


Figura 17: circuito formatore con compensazione

dove V_1 è il segnale in uscita dal preamplificatore.

Studiando infine la funzione di trasferimento dell'intero circuito mediante la trasformata di Laplace e passando al dominio delle frequenze con la sostituzione $s \rightarrow i\omega$ si ottiene:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} \cdot \frac{(R_{sh}^{(1)})^2 + (R_{pz}\omega\tau)^2}{(R_{sh}^{(1)} + R_{pz})^2 + (R_{pz}\omega\tau)^2}} \quad (12)$$

2.2.2 Discussione dei dati

Si è osservato che senza utilizzare lo shaper base per un segnale esponenziale come quello fornito dal preamplificatore si ottiene il fenomeno dell'undershoot: infatti unendo preamplificatore e shaper si è misurato $V_{sh,undershoot} = (346 \pm 6)mV$ (l'undershoot è positivo poichè il segnale è ribaltato a causa della natura invertente del preamplificatore). Inserendo invece la resistenza $R_{pz} = (668.0 \pm 3)k\Omega$ si vede che l'effetto di undershoot sparisce e il segnale si adagia correttamente sullo zero delle tensioni.

Con il circuito correttamente compensato, si è verificato che la relazione tra carica iniettata e tensione in uscita fosse lineare, variando la durata dell'impulso in ingresso e acquisendo i picchi delle forme d'onda semigaussiane in uscita dallo shaper.

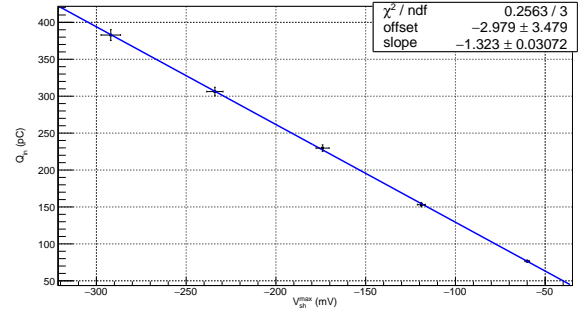


Figura 18: carica iniettata e picco di tensione in uscita

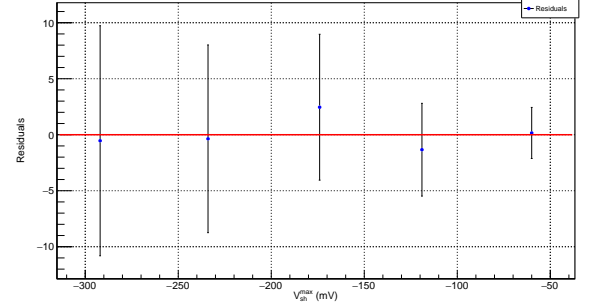


Figura 19: grafico dei residui della relazione tra Q_{in} e V_{sh}^{max}

$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
1.7 V	0.26	1.12	-0.99993	-146.28

Tabella 7: parametri di verifica della bontà del fit

I parametri confermano la buona riuscita del fit lineare e dunque costituiscono la prova della relazione lineare che intercorre tra carica iniettata e uscita dello shaper.

3 Circuito amplificatore invertente

3.1 Descrizione del circuito

Unendo il circuito preamplificatore con il circuito formatore otteniamo un segnale correttamente processato ma negativo e dunque non adatto all'acquisizione da parte di Arduino. Pertanto implementiamo un circuito amplificatore invertente, in particolare un amplificatore di strumentazione. Tale apparato consiste di un opamp alimentato nell'ingresso invertente, capace dunque di cambiare segno al segnale, preceduto da un buffer, che ha la funzione di garantire un'alta impedenza di ingresso: infatti con il solo amplificatore invertente il segnale cadrebbe sulla resistenza R_{1a} , mentre grazie alla presenza dell'inseguitore di tensione l'impedenza di ingresso è l'impedenza interna dell'opamp U_1 , che si può considerare infinita.

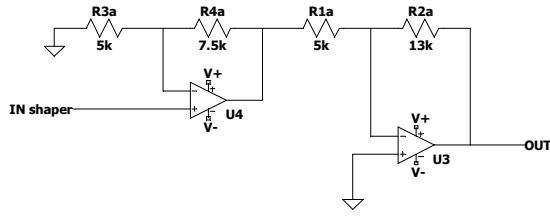


Figura 20: circuito amplificatore invertente

Da semplici considerazioni si trova che la funzione di trasferimento è costante rispetto alla frequenza e data dal

$$H = -\frac{R_{2a}}{R_{1a}} \left(\frac{R_{4a}}{R_{3a}} + 1 \right) \quad (13)$$

Innanzitutto si è predisposta la corretta amplificazione, per poter visualizzare segnali dell'ordine di qualche volt immettendo nel circuito impulsi della durata di qualche unità di μs : si deve dunque considerare la quantità di carica Q_{in} scegliendo un impulso di durata $10\mu s$ in ingresso, misurare l'uscita dell'apparato preamplificatore + shaper V_{sh} e si calcola l'opportuno apparato resistivo in modo da generare in uscita un segnale di approssimativamente 2 V, cioè imporre, usando la 13, $H = 2 V/V_{sh}$, dove V_{sh} corrisponde al picco in uscita dal formatore.

Variando poi la durata dell'impulso di V_{in} e quindi la carica Q_{in} è verificata la relazione lineare che ancora intercorre con il V_{out} della catena completa.

Introducendo poi segnali sinusoidali in ingresso in frequenza variabile si è effettuato un grafico di Bode per verificare la risposta in frequenza della catena elettronica. Combinando quindi le funzioni di trasferimento del circuito preamplificatore 2, dello shaper compensato 12 e dell'amplificatore di strumentazione 13, si ottiene la funzione di trasferimento totale.

$$|H(\omega)| = \frac{R_{pre}}{R_{in}} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_{pre}^2}} \cdot \frac{R_{sh}^2 + \omega^2 R_{pz}^2 \tau_{sh}^2}{(R_{sh} + R_{pz})^2 + \omega^2 R_{pz}^2 \tau_{sh}^2} \cdot \frac{R_{2a}}{R_{1a}} \left(\frac{R_{4a}}{R_{3a}} + 1 \right) \quad (14)$$

3.2 Discussione dati

Utilizzando quindi il circuito fin qui costruito e iniettando la V_{in} di cui sopra si trova $V_{sh} = (-282 \pm 5)mV$, pertanto $H_{th} \approx 7$. Si può dunque scegliere le resistenze di conseguenza, in particolare:

$$\begin{aligned} R_{1a} &= (15.003 \pm 0.007)k\Omega & \sigma\% &= 0.05\% \\ R_{2a} &= (32.57 \pm 0.01)k\Omega & \sigma\% &= 0.04\% \\ R_{1a} &= (14.999 \pm 0.007)k\Omega & \sigma\% &= 0.05\% \\ R_{1a} &= (32.60 \pm 0.01)k\Omega & \sigma\% &= 0.04\% \end{aligned}$$

da cui $H_{sper} = -6.88$. Realizzato dunque il circuito si è proceduto con l'acquisizione di V_{out} al variare dell'impulso in ingresso, di cui si riportano di seguito dati e fit lineare.

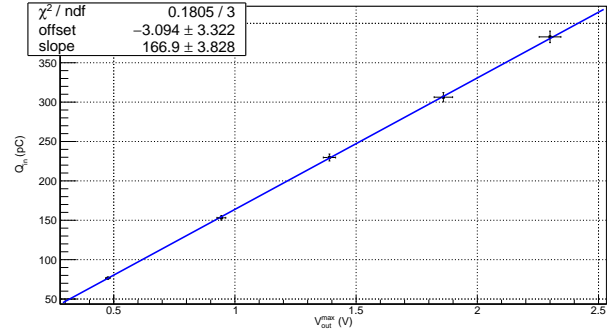


Figura 21: Relazione lineare tra carica iniettata e uscita della catena

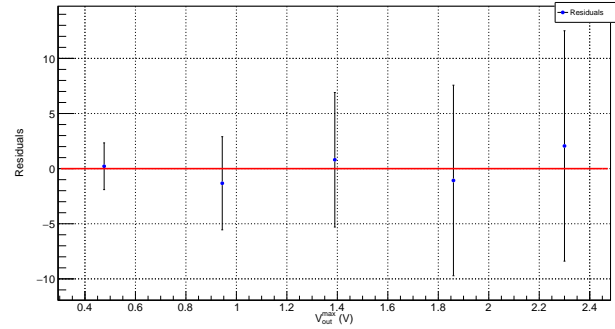


Figura 22: Grafico dei residui della relazione tra Q_{in} e V_{out}

$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
1.6 pC	0.18	1.15	0.99994	167.63

Tabella 8: parametri di verifica della bontà del fit

Si osserva che i parametri di bontà del fit sono buoni, a testimonianza di una ben verificata relazione

Successivamente si presenta il grafico di Bode della catena, in cui sono raffigurati i dati sperimentali, i dati simulati su LTspice e il modello teorico espresso dalla 14.

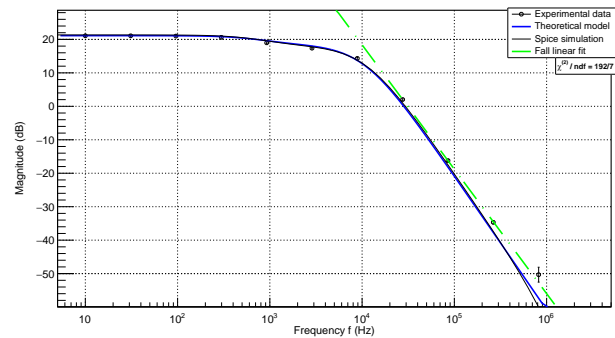


Figura 23: grafico di Bode della risposta in frequenza della catena elettronica

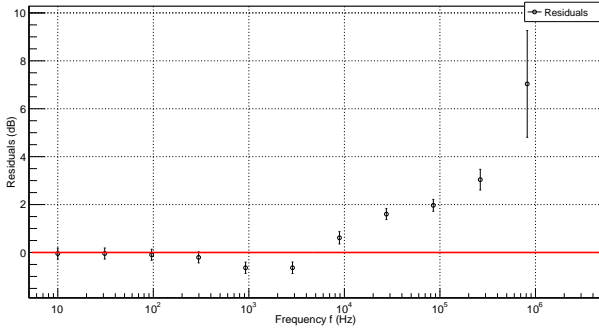


Figura 24: grafico dei residui tra dati sperimentali e modello

Si può osservare una forte incompatibilità dei dati con il modello teorico: il valore di $\chi^{(2)}$ risulta assolutamente incompatibile con il suo valore di aspettazione. Come si può osservare nel grafico dei residui, le problematiche sono sulle alte frequenze: questo fenomeno, alla luce dei problemi su preamplificatore e shaper in cui la curva teorica aveva problemi sulle alte frequenze, era preventivabile: infatti la funzione di trasferimento della catena completa altro non è che il prodotto delle funzioni delle sue singole parti, quindi tali problematiche si amplificano.

Si è infine effettuato un fit della discesa per verificare che la pendenza sia compatibile con -40 dB/decade.

	$a \pm \sigma_a$ (dB)	$b \pm \sigma_b$ (dB/decade)
discesa	167 ± 2	-37.2 ± 0.5

Tabella 9: parametri di interpolazione lineare della discesa

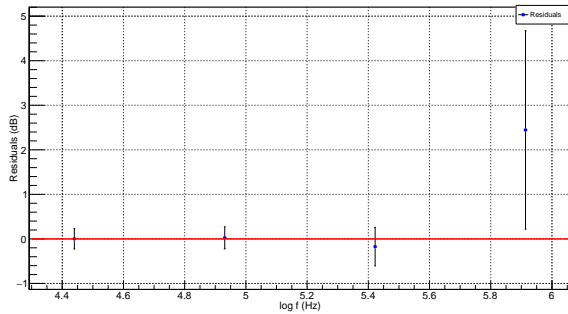


Figura 25: grafico dei residui del fit della discesa della catena

$\sigma_{y,post}$	$\chi^{(2)}$	λ_χ	ρ	t
1.7 dB	1.38	1.12	-0.9993	-37.85

Tabella 10: parametri di verifica della bontà del fit

Si nota ancora una volta che la pendenza non è compatibile con il valore atteso ($\lambda \approx 5.6$). Il fatto, alla luce delle analisi precedenti, non stupisce: i problemi incontrati nelle precedenti sezioni si ripercuotono fin qui.

4 Acquisizione forme d'onda con Arduino

Ora la catena elettronica restituisce un segnale correttamente processato e amplificato, adatto alla rivelazione da parte di una scheda Arduino Due. Prima di iniziare l'acquisizione delle forme d'onda restituite dal circuito, occorre comprendere la taratura della scheda per poi gestire i dati sperimentali. Si effettuano dunque delle acquisizioni preliminari al fine di realizzare una calibrazione orizzontale (sui tempi) e una verticale (sulle tensioni).

In particolare per la calibrazione orizzontale si sono utilizzate onde sinusoidali di diversa frequenza (e dunque periodo), confrontando il periodo T con il conteggio dei punti nell'acquisizione secondo la formula $T = a + b \cdot ch$, dove ch rappresenta il periodo in counts stimato attraverso un algoritmo che individua gli zeri nella forma sinusoidale traslata in modo da essere simmetrica rispetto all'asse delle ascisse. Per brevità si riporta, per entrambe le calibrazioni, un solo set di dati.

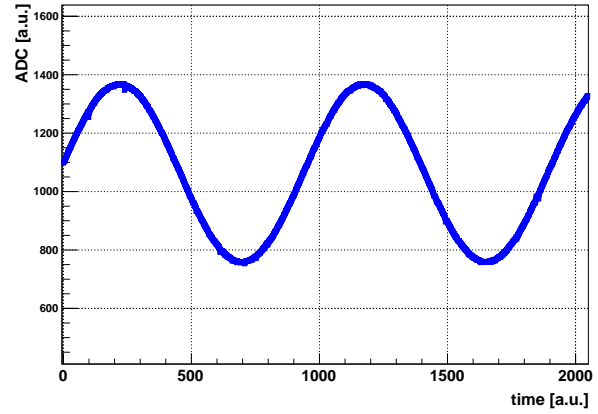


Figura 26: acquisizione forma sinusoidale per frequenza 1 kHz

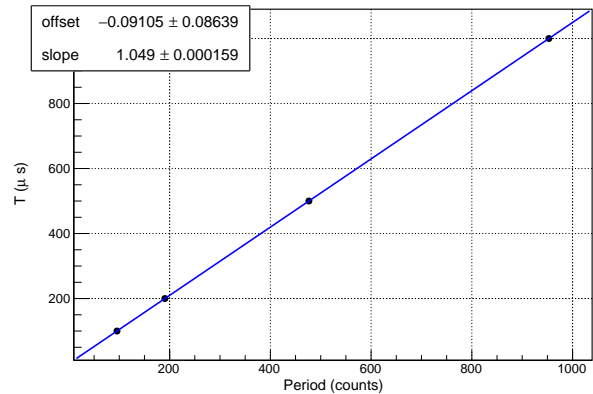


Figura 27: calibrazione temporale

Ne si ricava che il software acquisisce un punto in ogni intervallo pari alla slope b , ossia ogni $(1.0490 \pm 0.0002) \mu s$. Inoltre, come atteso il valore di offset risulta compatibile con lo 0.

Per la calibrazione verticale sulle tensioni si sono immesse nel circuito onde quadrate tra 0 e una tensione di altezza variabile, per poi effettuare nuovamente un fit lineare del tipo $V = a + b \cdot ch$, dove ch stavolta indica l'altezza dei plateau della tensione in conteggi: il parametro b fornirà il fattore di conversione mV/counts, mentre a mostra l'offset aggiunto dalla scheda arduino alla tensione effettiva.

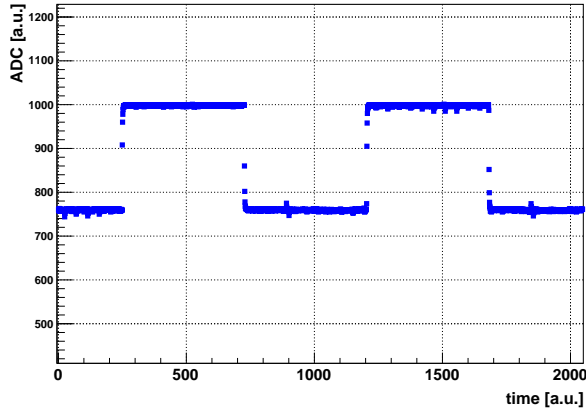


Figura 28: acquisizione onda quadrata per tensione 200 mV

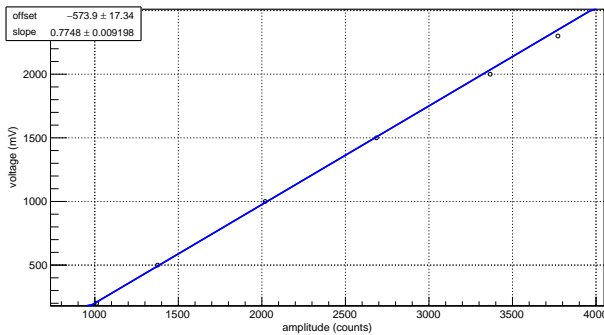


Figura 29: calibrazione verticale

Il valore acquisito da Arduino dovrà quindi essere moltiplicato per la slope (0.775 ± 0.009) mV/counts e traslato dell'offset (-574 ± 17) mV.

L'algoritmo utilizzato in questo caso individua i punti nel plateau superiore e in quello inferiore, e effettua di tali punti la media in modo iterato, escludendo di volta in volta i punti che si discostano dalla media "provvisoria" per più di 3σ .

Effettuata dunque la calibrazione, si è acquisita la forma d'onda in uscita dalla catena elettronica completa con in input il solito impulso di tensione, partendo da una durata di $10\mu s$ e diminuendola via via di un'unità ad ogni nuova acquisizione.

Si riportano di seguito, per evitare risultati ripetitivi, solamente due grafici di confronto tra la forma d'onda acquisita dalla scheda e opportunamente convertita con i parametri ottenuti dalla calibrazione e la simulazione ottenuta dal software LTspice; uno dei due grafici si riferisce a un impulso in ingresso di durata $10\mu s$, l'altro di $2\mu s$. Per realizzare al meglio tale sovrapposizione grafica, si è dovuto allineare il primo picco della simulazione con quello restituito dalla

scheda, poiché Arduino presenta un delay temporale nell'acquisizione che ostacola un corretto allineamento delle due curve.

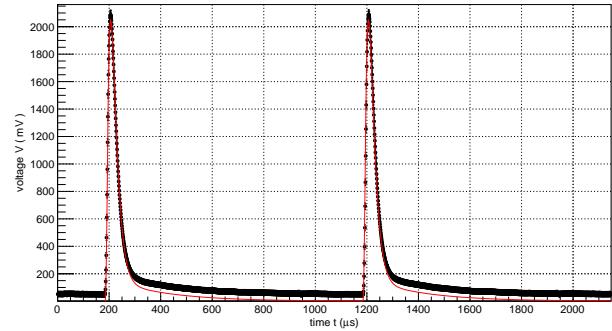


Figura 30: confronto grafico tra le due forme d'onda per $t_{pulse} = 10\mu s$

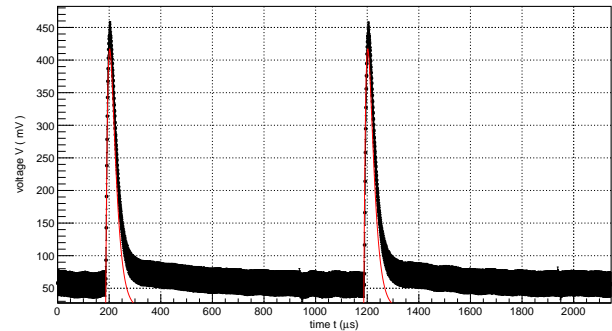


Figura 31: confronto grafico tra le due forme d'onda per $t_{pulse} = 2\mu s$

Oltre al confronto grafico, si è eseguita anche un'analisi dei picchi (due per ciascun grafico): nello specifico, poiché il campionamento risulta sufficientemente fitto, si è preso il massimo acquisito come riferimento. Si è anche calcolata la distanza in σ tra il picco simulato e acquisito, dove σ è l'errore associato al massimo: l'errore sui punti della simulazione è considerato trascurabile, motivo per cui la distanza è valutata solamente in unità di errore dei dati sperimentali. Inoltre, si riporta un controllo asintotico della distanza in forma di compatibilità tra le code delle due forme d'onda, per verificare che queste si adagino correttamente allo zero: in particolare si è scelto un intervallo di tempo appena precedente all'innalzamento del secondo picco e si è eseguita la media pesata tra i valori di tensione associati agli estremi di tale intervallo, con errore fornito dall'errore della media pesata. Nel caso della forma simulata, priva di errore sui punti, si è svolta invece una media semplice attribuendo l'errore della media.

Già da un confronto visivo immediato si intuisce la presenza di un discreto offset tra la simulazione e la forma convertita da Arduino, che si ripercuote anche nella compatibilità tra le coppie di picchi rispettive e nel controllo dello stato asintotico, in cui tale scarto risalta in modo notevole, come esposto nel seguito.

Come anticipato, segue un confronto tra i picchi di tensione, uno tra i tempi del secondo picco (per verificare che

persista la corretta periodicità), e infine il controllo della distanza delle tensioni asintotica V_{as} .

	Arduino	Simulazione	Compatibilità
$V_{peak}^{(1)}$ (mV)	2086 ± 36	2046.19	1.1σ
$V_{peak}^{(2)}$ (mV)	2088 ± 36	2047.7	1.1σ
$t_{peak}^{(2)}$ (μs)	1206.9 ± 0.2	1205.69	6.4σ
V_{as} (mV)	51 ± 2	2.03 ± 0.09	24.3

Tabella 11: confronto analitico tra le due forme d'onda per $t_{pulse} = 10 \mu s$

Si precisa che per "compatibilità" si intende "distanza in σ " laddove l'errore sulla simulazione è considerato trascurabile; invece la compatibilità per V_{as} è quella "tradizionale" alla luce del metodo precedentemente descritto, in quanto disponiamo di entrambi gli errori.

I risultati del caso $t_{pulse} = 2 \mu s$ sono del tutto analoghi:

	Arduino	Simulazione	Compatibilità
$V_{peak}^{(1)}$ (mV)	438 ± 21	416.38	1.0σ
$V_{peak}^{(2)}$ (mV)	437 ± 21	416.68	1.0σ
$t_{peak}^{(2)}$ (μs)	1203.7 ± 0.2	1202.51	6.4σ
V_{as} (mV)	56 ± 2	0.4 ± 0.02	25.5

Tabella 12: confronto analitico tra le due forme d'onda per $t_{pulse} = 2 \mu s$

Il risultato è chiaro: nonostante la compatibilità tra i due picchi risulti buona, le due curve non hanno lo stesso comportamento asintotico, ossia è presente un certo offset che la calibrazione non riesce a prevedere. Si nota anche una certa incompatibilità tra gli istanti di tempo del secondo picco, che segnala un problema anche nella distribuzione temporale.

A scopo esemplificativo si riporta anche il caso $t_{pulse} = 5 \mu s$, ancora in linea con le considerazioni fatte. In realtà è stata effettuata tale analisi per tutti i valori interi intermedi tra quelli considerati, tuttavia non vengono riportati poiché i risultati risultano sempre gli stessi e riportarli risulterebbe ridondante.

In conclusione, è evidente che la calibrazione difettosa porta a problematiche nella posizione dello zero. In realtà anche il valore della slope nella calibrazione ha dei problemi che però sono nascosti dalla buona compatibilità dei picchi sperimentali con quelli simulati. Tuttavia la covarianza tra i due parametri di interpolazione è ovviamente non nulla, non è quindi sufficiente individuare l'offset dello zero e traslare il segnale di conseguenza: si andrebbe a perdere compatibilità in presenza del segnale.

	Arduino	Simulazione	Compatibilità
$V_{peak}^{(1)}$ (mV)	1049 ± 26	1036.72	0.5σ
$V_{peak}^{(2)}$ (mV)	1047 ± 26	1037.44	0.4σ
$t_{peak}^{(2)}$ (μs)	1205.8 ± 0.2	1203.59	12.2σ
V_{as} (mV)	53 ± 2	1.07 ± 0.05	24.1

Tabella 13: confronto analitico tra le due forme d'onda per $t_{pulse} = 5 \mu s$

Ci sono inoltre evidenti criticità anche sulla calibrazione temporale, sottolineate dall'incompatibilità del periodo del segnale misurato e quello simulato.

5 Conclusioni

Nel corso dell'analisi dati sono emersi alcuni punti critici, a partire dallo studio del preamplificatore, in cui si è osservato un comportamento anomalo del circuito rispetto al modello teorico ad alte frequenze, caratteristica confermata anche dalla cattiva compatibilità della pendenza della discesa lineare con il valore atteso. Tale effetto è imputabile a molteplici fattori, non per ultima l'oscillazione capacitiva dei componenti del circuito.

Questi stessi fattori potrebbero essere responsabili anche della cattiva riuscita del fit della forma d'onda in uscita dallo shaper non compensato, in risposta a un'onda quadra: i dati si staccano dal fit soprattutto in prossimità del picco, dove il $\chi^{(2)}$ riceve i contributi più rilevanti. La simulazione, che rappresenta il riferimento teorico assunto corretto, dà ragione al fit piuttosto che ai dati, motivo per cui si sospetta una cattiva configurazione del circuito costruito o un funzionamento non pulito dei suoi componenti.

Da queste problematiche è naturale aspettarsi che il grafico di Bode del circuito completo non sia ideale: in effetti la pendenza della discesa lineare è di nuovo incompatibile.

Ma, mentre queste complicazioni possono probabilmente spiegarsi alla luce del non perfetto apparato strumentale, è più difficile spiegare i cattivi risultati emersi dall'analisi dei dati acquisito con la scheda Arduino, che costituiscono il problema principale dell'esperienza. Le acquisizioni infatti sembrano descrivere solo sommariamente i dati e producono problemi di compatibilità, primo tra tutti il forte offset asintotico di tensione. Tali incongruenze sono probabilmente legate a una cattiva riuscita della calibrazione. I problemi di quest'ultima risultano difficili da individuare: potrebbero essere dovuti a problemi della scheda di acquisizione, così come a problematiche nell'algoritmo di ricerca dei massimi e dei periodi. Non si esclude nemmeno che le problematiche sorgano dal fatto che l'acquisizione si è svolta una settimana dopo il resto della presa dati, e il circuito, seppur riposto e recuperato identico, potrebbe aver subito qualche modifica accidentale e imprevedibile.

A Appendici

A.1 Costruzione dell'errore sulle misure

Nel trattare i dati rilevati dall'oscilloscopio nel corso dell'esperienza si sono assegnati gli errori alle misure tenendo conto che ogni misura è affetta da un'incertezza di origine sistematica e da una di lettura, dovuta al posizionamento dei cursori sulla schermata. Per semplificare il calcolo degli errori, si sceglie di considerare un errore massimo $\Delta\%$ di tipo percentuale per identificare il contributo sistematico presente nella presa dati, e un errore massimo Δ_{lett} per coprire le fluttuazioni casuali. La percentuale del valore letto da utilizzare come $\Delta\%$ è del 3% per le tensioni e dello 0.01% sui tempi: per quanto riguarda invece l'errore di lettura, si è considerato 1/10 della divisione utilizzata. Tuttavia, poiché l'errore percentuale sui tempi è sempre decisamente trascurabile rispetto a quello di lettura, lo si è omissso nel calcolo dell'incertezza totale.

Infine, si precisa che tutti i risultati sono presentati con un errore non massimo, ma di tipo statistico: si riporta la regola di conversione, in ipotesi di distribuzione uniforme per l'errore sistematico e in ipotesi di distribuzione triangolare per l'errore di lettura.

$$\sigma_{\%} = \frac{2\Delta\%}{\sqrt{12}} \quad \sigma_{lett} = \frac{2\Delta_{lett}}{\sqrt{24}} \quad (15)$$

Un meccanismo analogo vale per le misure dirette di grandezze quali resistenze e capacità effettuate con il multimetro: anche in questo caso abbiamo un contributo sistematico e uno casuale, il primo dato ancora da un errore percentuale e il secondo da un errore in digit. Tale contributo in digit è dato da $\Delta_{dgt} = ns$ dove $n = \#digit$ è un numero intero riportato sul manuale dello strumento e s è la sensibilità usata nella lettura del valore. Anche qui si utilizza la conversione in errori statistici in ipotesi di distribuzione uniforme.

A.2 Commento sull'accettazione/rifiuto dei fit

Nel corso della relazione sono stati riportati diverse volte i parametri per la verifica della bontà del fit, sostenendo che essi permettessero di accettare o rifiutare l'interpolazione.

Per quanto riguarda i valori di $\chi^{(2)}$, l'ipotesi che il fit descriva i dati viene accettata o rifiutata con 0.90 CL, mentre per il valore di t di Student l'ipotesi di non correlazione è stata rifiutata o accettata con lo stesso CL.

Il valore di $\chi^{(2)}$ riportato nel caso di fit con errori sia in ascissa che in ordinata sono calcolati, in accordo con la documentazione di ROOT, secondo:

$$\frac{(y - f1(x))^2}{ey^2 + (\frac{1}{2}(exl + exh)f1'(x))^2}$$

Si specifica inoltre che per i fit effettuati con errore costante il valore di $\chi^{(2)}$, se riportato si riferisce alla somma dei residui al quadrato, *non* normalizzati.

A.3 Tabella delle compatibilità

	Compatibilità
$0 \leq \lambda < 1$	Ottima
$1 \leq \lambda < 2$	Buona
$2 \leq \lambda < 3$	Accettabile
$3 \leq \lambda < 5$	Pessima
$\lambda \geq 5$	Non compatibile

Tabella 14: indicazioni lettura compatibilità

A.4 Dati sperimentali

t (μs)	div (μs)	V_{pre}^{max} (mV)	div (mV)
2	25	-176	50
4	25	-352	100
6	25	-520	100
8	25	-680	100
10	25	-848	200

Tabella 15: verifica linearità tra durata impulso e V_{pre}^{max} nel preamplificatore

t (μs) div = 50 μs	V_{pre}^{max} (mV) div = 50 mV
38	-144
78	-120
116	-100
156	-82
196	-68
242	-56
292	-44
404	-26

Tabella 16: misura scarica RC

f (Hz)	V_{in} (V)	div (mV)	V_{out}	div
10	1.06	200	19.2 V	5 V
31	1.06	200	19.2 V	5 V
96	1.06	200	19 V	5 V
298	1.06	200	17.6 V	5 V
924	1.06	200	11.3 V	2 V
2863	1.06	200	4.64 V	1 V
8875	1.06	200	1.56 V	500 mV
27513	1.05	200	516 mV	100 mV
85289	1.05	200	170 mV	50 mV
264396	1.05	200	57.6 mV	20 mV
819628	1.05	200	21.6 mV	20 mV

Tabella 17: risposta in frequenza del preamplificatore

f (Hz)	V_{in}	div (mV)	V_{out} (mV)	div (mV)
100	1.01 V	200	10.4	20
250	1.01 V	200	24	20
625	1.01 V	200	60	20
1563	992 mV	200	144	20
3906	992 mV	200	322	50
9766	992 mV	200	476	100
24414	992 mV	200	332	100
61035	984 mV	200	151	20
152588	984 mV	200	61.6	20
381470	984 mV	200	24.8	20
953674	992 mV	200	11.2	20

Tabella 18: risposta in frequenza dello shaper

f (Hz)	V_{in} (V)	div (mV)	V_{out}	div
10	1.06	200	12 V	2 V
31	1.06	200	12 V	2 V
96	1.07	200	12 V	2 V
298	1.07	200	11.5 V	2 V
924	1.07	200	9.52 V	2 V
2863	1.06	200	7.84 V	2 V
8875	1.06	200	5.52 V	2 V
27513	1.06	200	1.34 V	200 mV
85289	1.06	200	164 mV	50 mV
264396	1.04	200	19.2 mV	20 mV
819628	1.05	200	3.2 mV	20 mV

Tabella 22: risposta in frequenza della catena elettronica

t (μs)	V_{pre}^{max} (mV)
div = 10 μs	div = 50 mV
3.2	142
6.8	256
11.6	328
15.6	346
19.2	340
27.2	298
32.8	248
41.2	184
46	152
54.4	106
64.4	66
77.2	36
85.2	24

Tabella 19: forma d'onda dello shaper

t (μs)	V_{sh}^{max} (mV)	div (mV)
2	-60	20
4	-119	20
6	-174	50
8	-234	50
10	-292	50

Tabella 20: verifica linearità tra durata impulso e V_{sh}^{max} nello shaper

t (μs)	V_{out}	div (mV)
2	476 mV	100
4	944 mV	200
6	1.39 V	200
8	1.86 V	500
10	2.3 V	500

Tabella 21: verifica linearità tra durata impulso e V_{out} nella catena elettronica