

Modellistica Sallen-Key

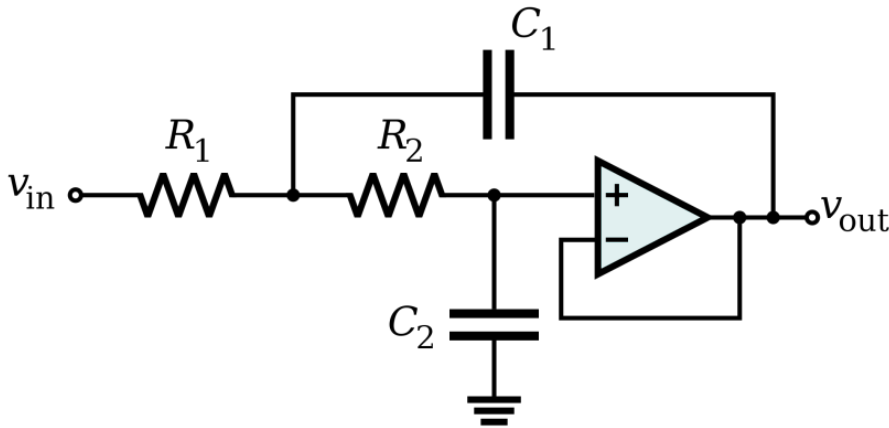
Table of Contents

Topologia del Filtro.....	1
Funzione di Trasferimento.....	1
Validazione del Modello Fisico.....	2
Regolazione parametri.....	6
Variazione parametri fisici	7
Regolazione dinamica	9
Retroazione statica	9
Stimatore asintotico dello stato	9
Model In the Loop (MIL)	10
CONFIGURAZIONE OPEN LOOP:.....	10
CONFIGURAZIONE CLOSED LOOP:	11
Hardware In the Loop (HIL).....	12
Conclusioni:	13

Topologia del Filtro

Il filtro Sallen-Key è una topologia di filtro elettronico, utilizzata per implementare filtri attivi di secondo ordine che è particolarmente apprezzata per la sua semplicità e l'insensibilità relativamente elevata alle tolleranze dei componenti.

In configurazione passa-basso



Funzione di Trasferimento

Supponendo di avere un amplificatore operazionale ideale, la funzione di trasferimento risultante è la seguente:

$$G(s) = \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + C_2 (R_1 + R_2) s + 1}$$

mostra un guadagno unitario per $s \rightarrow 0$.

Le resistenze e le capacità vengono definite:

$$R_1 = mR$$

$$R_2 = R/m$$

e

$$C_1 = nC$$

$$C_2 = C/n$$

con la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{C^2 R^2 s^2 + CR(\frac{m^2 + 1}{nm})s + 1}$$

Si parametrizza la funzione di trasferimento in termini di smorzamento e frequenza di sistema naturale ζ e ω_n

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

la frequenza naturale e lo smorzamento sono definiti nel seguente modo:

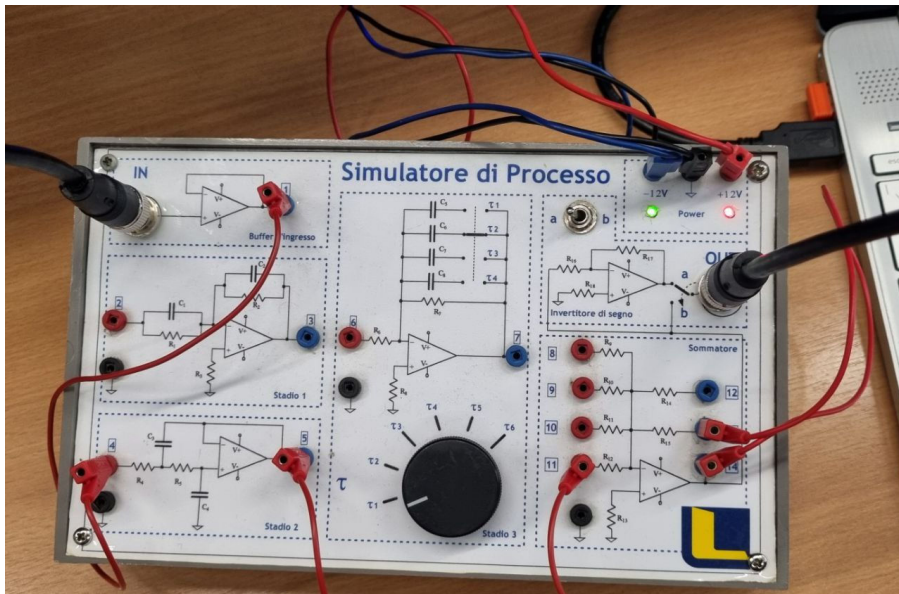
$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} = \frac{1}{CR}$$

$$\zeta = \frac{C_2(R_1 + R_2)}{2/\omega_n} = \frac{(m^2 + 1)}{2mn}$$

Validazione del Modello Fisico

Si procede con la validazione dei parametri del modello

Si utilizza un Simulatore di Processo che presenta dei parametri R e C non modificabili.



Si procede con il confrontare il modello Matlab con quello reale.

Parametri del circuito:

$$R = 47e3;$$

```

m = 1;
R_1 = m*R;
R_2 = R/m;
C = 320e-9;
n = 10;
C_1 = n*C;
C_2 = C/n;
G = tf([1], [C_1*C_2*R_1*R_2 C_2*(R_2+R_1) 1])

```

G =

$$\frac{1}{0.0002262 s^2 + 0.003008 s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

Model Properties

Lo smorzamento ζ e la frequenza naturale ω_n risultano:

```
w_n = 1/(R*C)
```

w_n = 66.4894

```
zita = ((m^2)+1)/(2*m*n)
```

zita = 0.1000

```
damp(G)
```

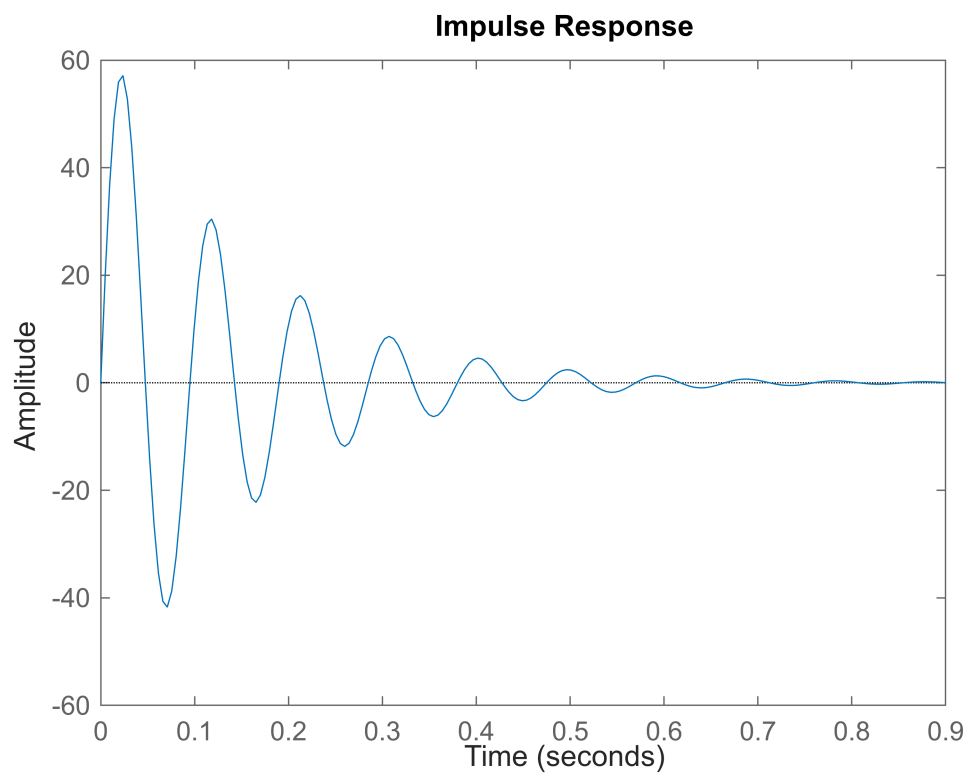
Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-6.65e+00 + 6.62e+01i	1.00e-01	6.65e+01	1.50e-01
-6.65e+00 - 6.62e+01i	1.00e-01	6.65e+01	1.50e-01

```
dcgain(G)
```

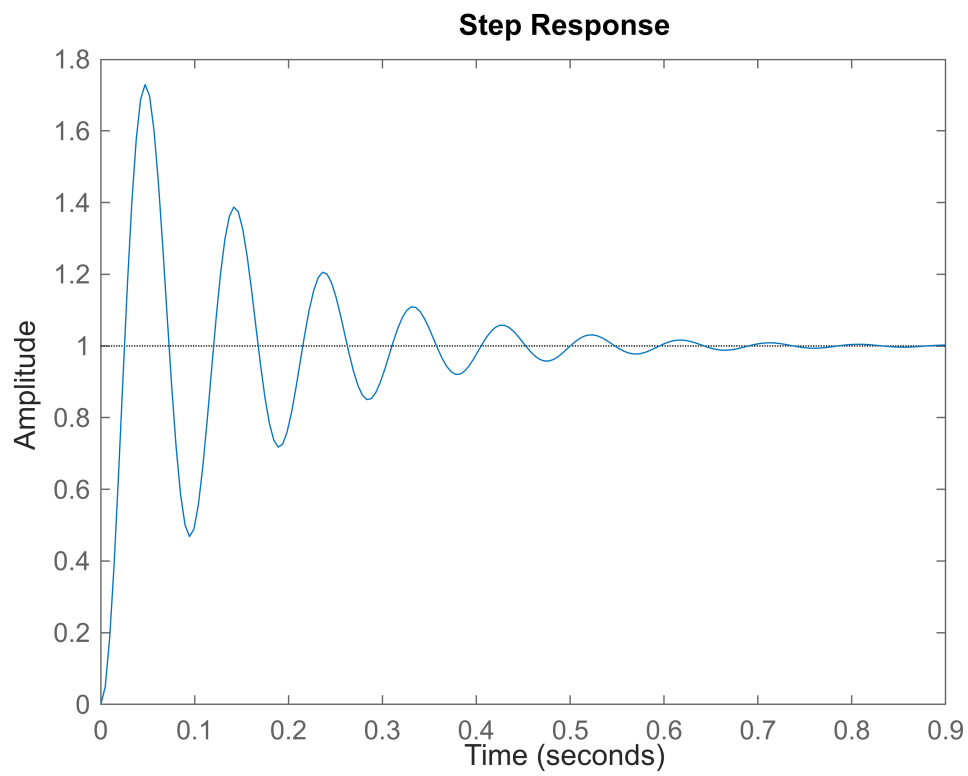
ans = 1

Analisi nel dominio del tempo e della frequenza:

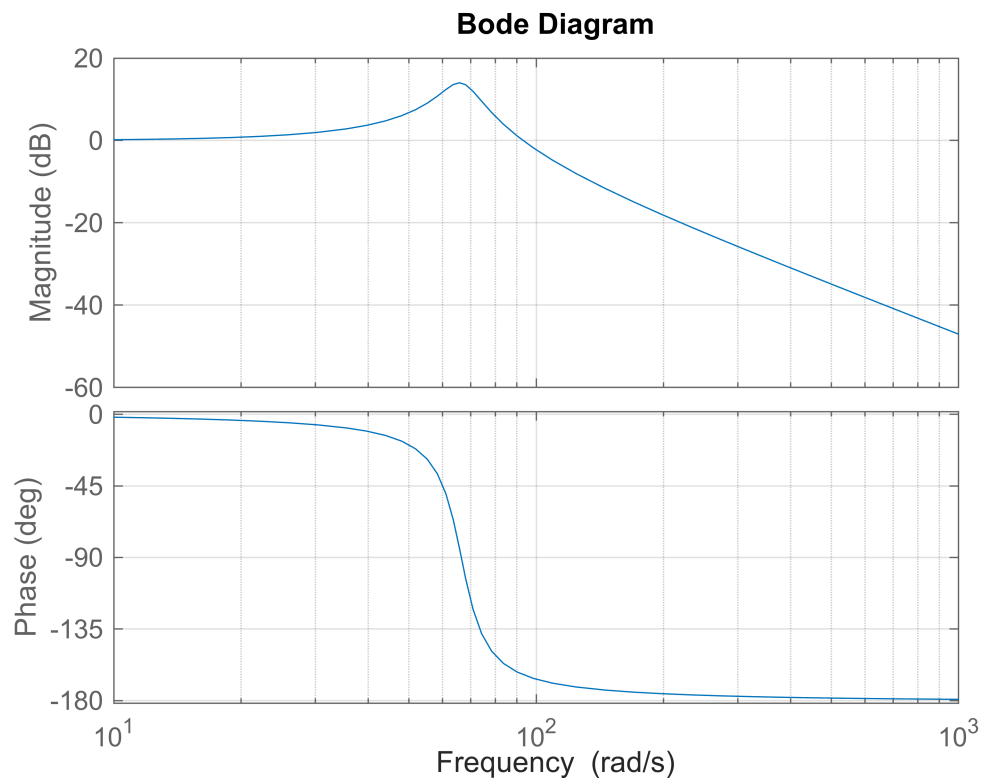
```
impulse(G)
```



step(G)



bode(G), grid



Modello Fisico:

Si procede col verificare se il modello fisico coincide coi valori inseriti nel modello analitico

```
f = [1 2 4 7 9 10 11 12 13 16 40 100]; % [Hz] (Frequenze 1/10*f_c e 10*f)*2*pi più  
valori adiacenti  
magn = [1 1.06 1.18 1.72 2.66 3.9 4.4 3 2 0.9 0.09 0.01]; % Modulo della funzione  
di trasferimento o/i  
dt = [0 2.5 2.5 4.5 11 17 24.5 30 30.5 29.5 12.5 5]; % ms di ritardo  
phi = -2*pi*f.*dt*10^-3*360/(2*pi);  
magn_dB = 20*log10(magn); % si converte in dB  
z = magn.*(cos(phi*2*pi/360)+j*sin(phi*2*pi/360));  
sys = frd(z,f*2*pi)
```

sys =

Frequency(rad/s)	Response
-----	-----
6.2832	1.0000 + 0.000e+00i
12.5664	1.0595 - 3.330e-02i
25.1327	1.1777 - 7.409e-02i
43.9823	1.6864 - 3.382e-01i
56.5487	2.1618 - 1.550e+00i
62.8319	1.8788 - 3.418e+00i
69.1150	-0.5377 - 4.367e+00i
75.3982	-1.9123 - 2.312e+00i
81.6814	-1.5918 - 1.211e+00i
100.5310	-0.8861 - 1.575e-01i

```

251.3274      -0.0900 - 1.102e-17i
628.3185      -0.0100 + 7.657e-18i

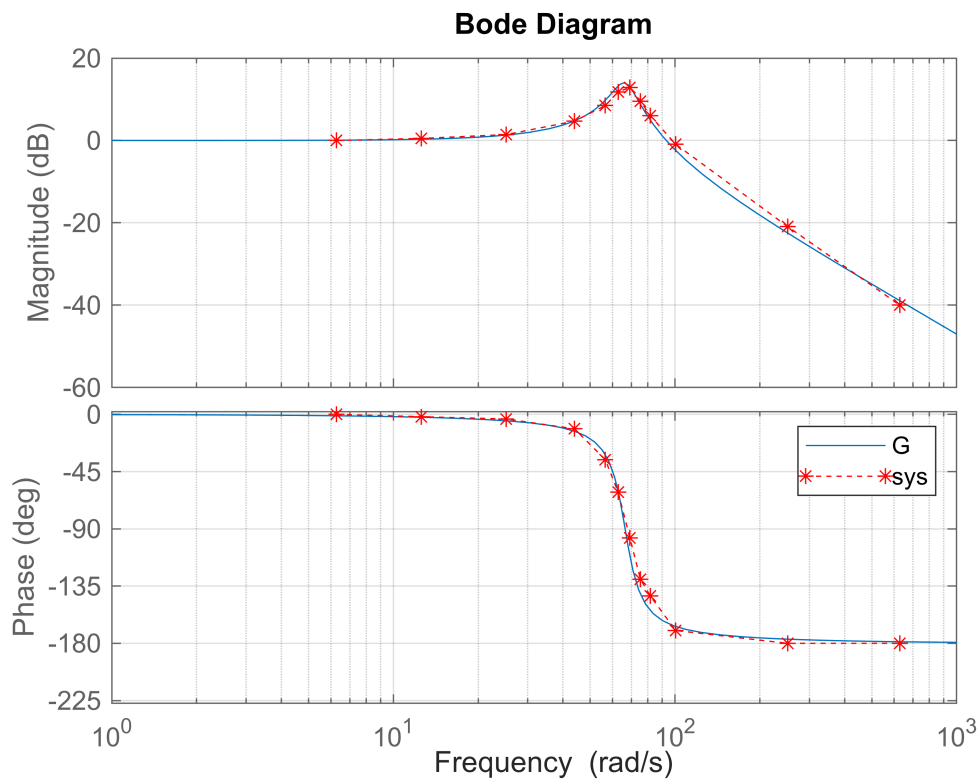
```

Continuous-time frequency response.
Model Properties

```

bode(G), legend, grid
hold on
bode(sys, '*r--')
hold off

```



Possiamo inoltre calcolare il valore di pulsazione e ampiezza associate al picco di risonanza:

```
w_r = w_n*(C_2*(R_1+R_2)/2) % Smorzamento
```

```
w_r = 0.1000
```

```
Mr = 1/(2*zita*sqrt(1-zita^2)) % Ampiezza
```

```
Mr = 5.0252
```

```
Mr_dB = 20*log10(Mr) % Ampiezza in dB (Confronto Bode)
```

```
Mr_dB = 14.0230
```

Essendo coincidenti i diagrammi di bode, possiamo considerare verificato il confronto dei modelli.

Regolazione parametri

Si vuole regolare l'impianto Sallen-Key, in modo da aumentare lo smorzamento delle risposte del sistema alle sollecitazione in ingresso, portandolo a $\zeta = 0.7$.

Variazione parametri fisici

Se si vuole portare lo smorzamento del sistema da 0.1 (impianto non controllato) a 0.7 (impianto controllato) senza modificare il valore di n , si nota che è sufficiente dividere per 7 il coefficiente n definito inizialmente, perchè è inversamente proporzionale a n .

Vengono definite dunque le nuove capacità e la nuova funzione di trasferimento del sistema controllato **G2**:

```
n_2 = n/7;
C_1_2 = n_2*C;
C_2_2 = C/n_2;
w_n = 1/(C*R); % Uguale perchè non dipende da n
zita_n = (m^2+1)/2/m/n_2
```

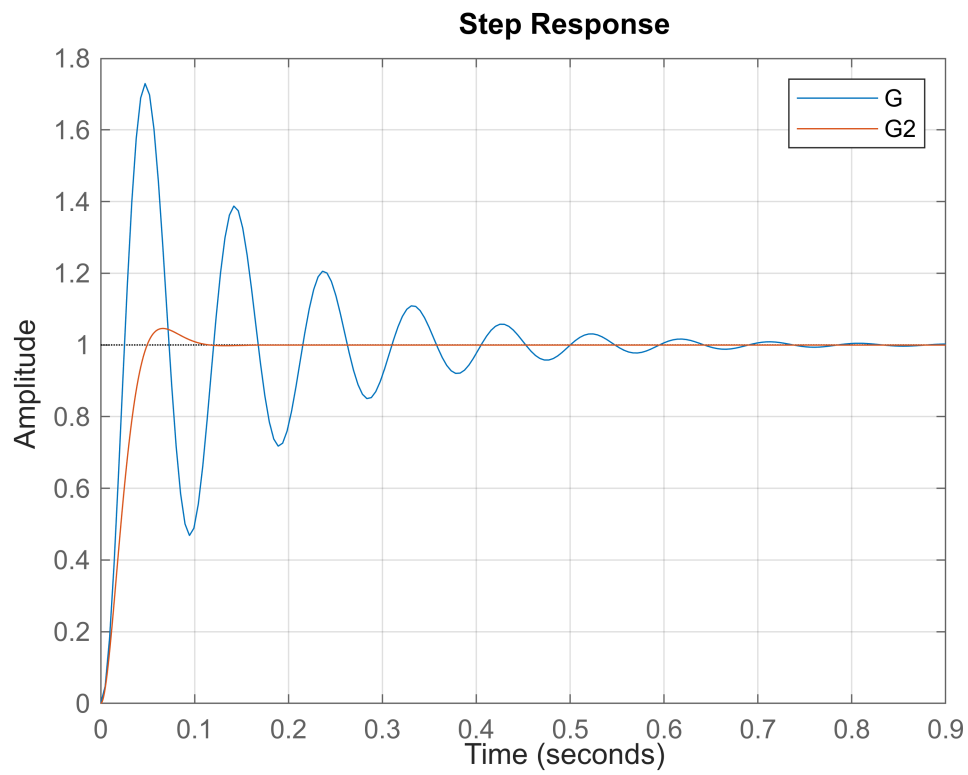
```
zita_n = 0.7000
```

```
G2 = tf([1], [C_1_2*C_2_2*R_1*R_2 C_2_2*(R_1+R_2) 1]);
%nuova funz trasferimento che ha smorzamento 0.7
damp(G2)
```

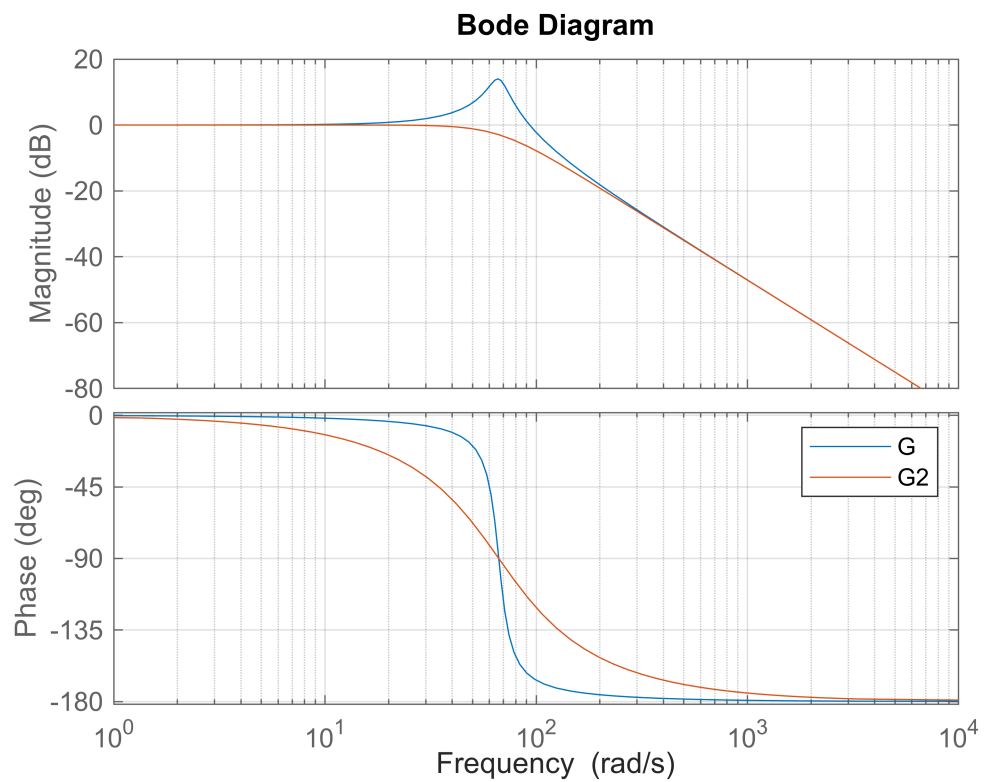
Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-4.65e+01 + 4.75e+01i	7.00e-01	6.65e+01	2.15e-02
-4.65e+01 - 4.75e+01i	7.00e-01	6.65e+01	2.15e-02

Dopo aver modificato il sistema in modo che avesse un nuovo smorzamento, si confrontano le differenze tra l'impianto non controllato e quello controllato attraverso una modifica parametrica:

```
step(G, G2), grid, legend
```



```
bode(G, G2), grid, legend
```



Come ci si aspettava, dalla risposta al gradino si osserva che il sistema risponde con una sola sovraelongazione prima di assestarsi al valore di regime, mentre nel rispettivo diagramma di Bode il picco di risonanza scompare.

Regolazione dinamica

Un modo differente per poter controllare l'impianto Sallen-Key è attraverso la regolazione dinamica, basata sulla retroazione statica dallo stato stimato (rappresentato attraverso il ramo di retroazione e il blocco K) e sulla stima dello stato stesso (rappresentata dal blocco dello "stimatore asintotico").

```
[A_OL, B_OL, C_OL, D_OL] = ssdata(G); % Determinazione matrici di stato data  
funzione trasferimento G
```

Retroazione statica

Dati pulsazione naturale e smorzamento desiderati, si calcola il vettore di autovalori che si desiderano assegnare al sistema dalla legge di controllo:

```
w_des = 66.5;  
zita_des = 0.7;  
p_des = [-zita_des*w_des+j*w_des*sqrt(1-zita_des^2), -zita_des*w_des-  
j*w_des*sqrt(1-zita_des^2)];  
rank(ctrb(A_OL,B_OL)); %verifica controllabilità sistema  
K = place(A_OL, B_OL, p_des);
```

Stimatore asintotico dello stato

La dinamica dello stimatore deve essere più veloce di quella del sistema, pertanto si definisce la seguente costante di tempo e il vettore di autovalori da assegnare allo stimatore

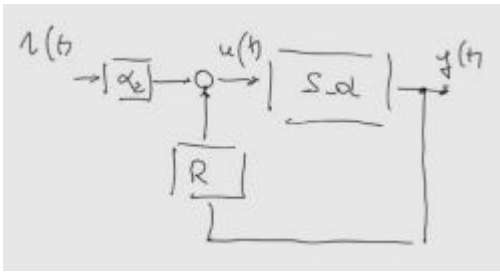
```
tau_obs = .01;  
p_obs = [-1/(tau_obs+.00001) -1/(tau_obs-.00001)];  
rank(observ(A_OL,C_OL)); %verifica osservabilità sistema  
L = place(A_OL',C_OL',p_obs)';
```

Trascurando il segnale di riferimento e introducendo un errore abitualmente trascurabile, si può calcolare il blocco di retroazione R

```
R = ss(A_OL-B_OL*K-L*C_OL,L,-K,0); %definizione blocco di retroazione
```

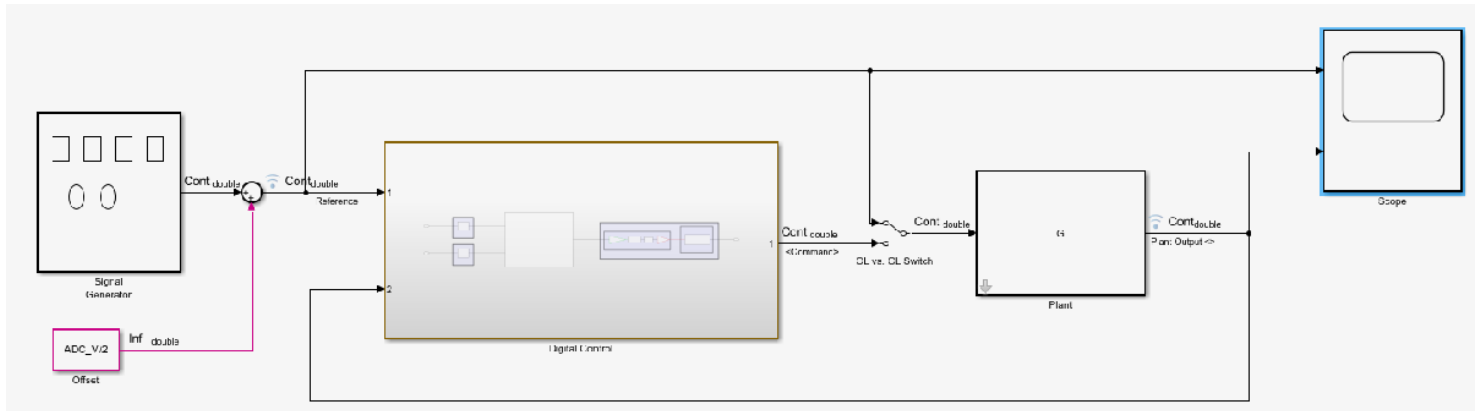
Data la funzione di trasferimento ad anello aperto G definita all'inizio e il blocco di retroazione R, si definisce la nuova funzione di trasferimento ad anello chiuso e il blocco di feedforward

```
G_R = feedback(G, R, +1);  
alpha_G_R = 1/dcgain(G_R);
```

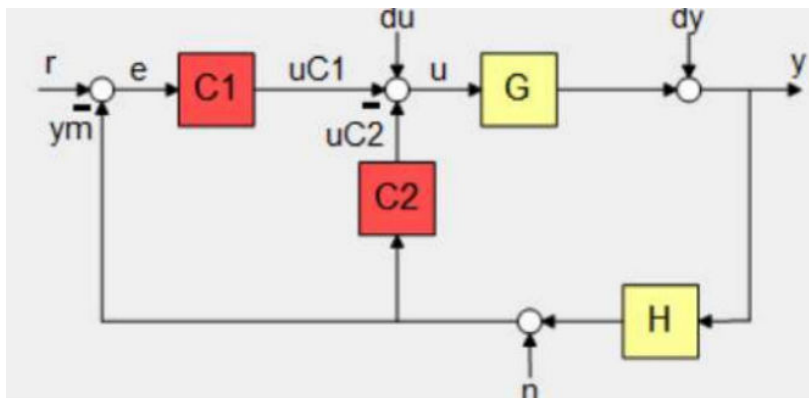


Model In the Loop (MIL)

La stessa regolazione dinamica la si può realizzare in un modello Simulink che permette di simulare il comportamento del Sallen-Key

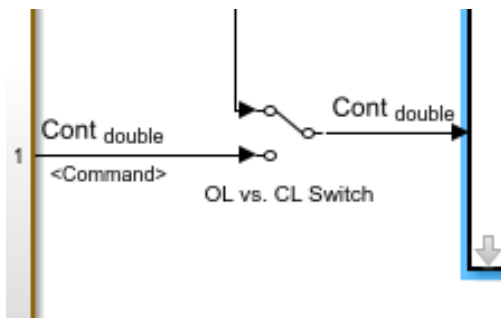


Il blocco "Plant" rappresenta la funzione di trasferimento $G(s)$ del filtro Sallen-Key, mentre il blocco "Digital Controller" contiene il modello del DAC (PWM Arduino e filtro RC) e il blocco "Feedback Controller" dedicato alla regolazione dinamica secondo la seguente figura:

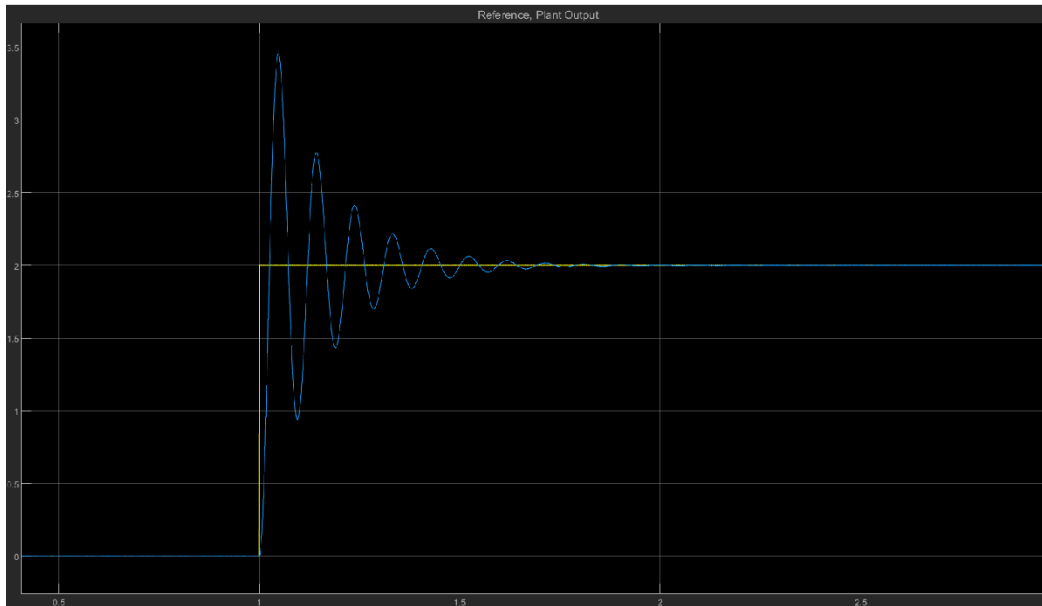


In breve, lo switch consente di passare da una modalità di funzionamento in cui il sistema non viene controllato direttamente, chiamata Open Loop (OL), a una modalità in cui viene controllato attraverso il feedback, chiamata Closed Loop (CL). Nella configurazione Open Loop, il sistema evolve naturalmente nel tempo senza essere regolato attivamente perché non c'è un feedback sulla sua uscita. Nella configurazione Closed Loop, invece, il segnale di uscita del sistema viene confrontato con un segnale di riferimento e utilizzato per regolare attivamente l'impianto, garantendo che l'uscita segua il segnale desiderato in ingresso.

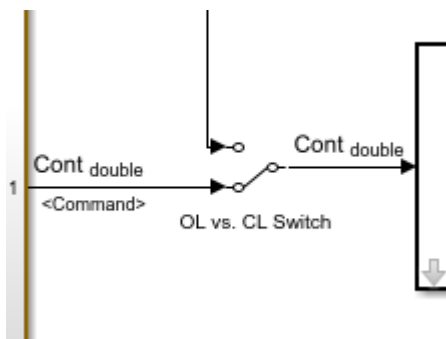
CONFIGURAZIONE OPEN LOOP:



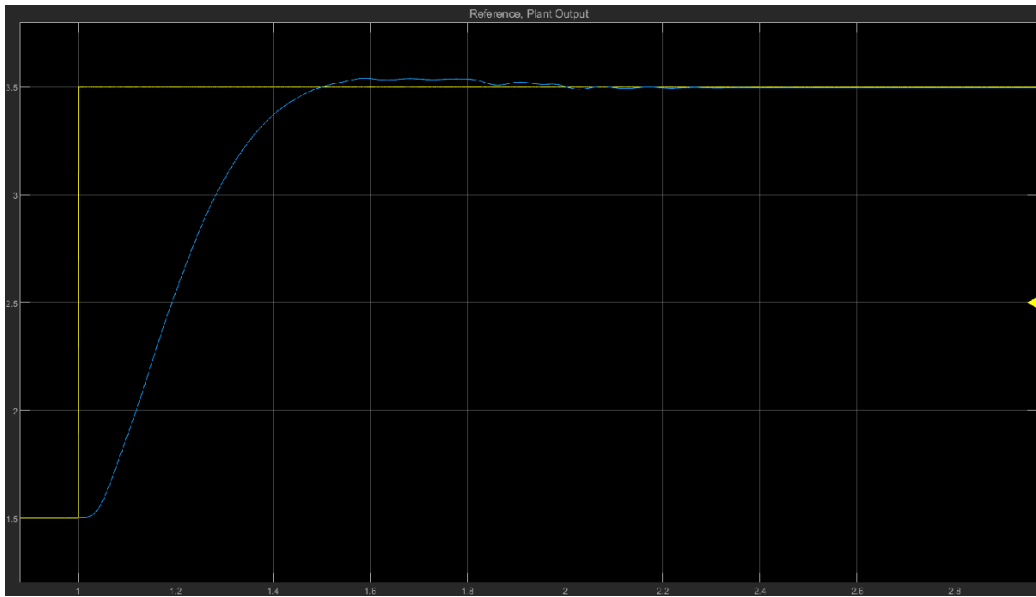
Nel caso di sistema non retroazionato, la risposta al gradino risulta poco smorzata, infatti prima di stabilizzarsi al valore di steady-state di 3.5V, oscilla con una sovralongazione massima di circa 1.5V.



CONFIGURAZIONE CLOSED LOOP:

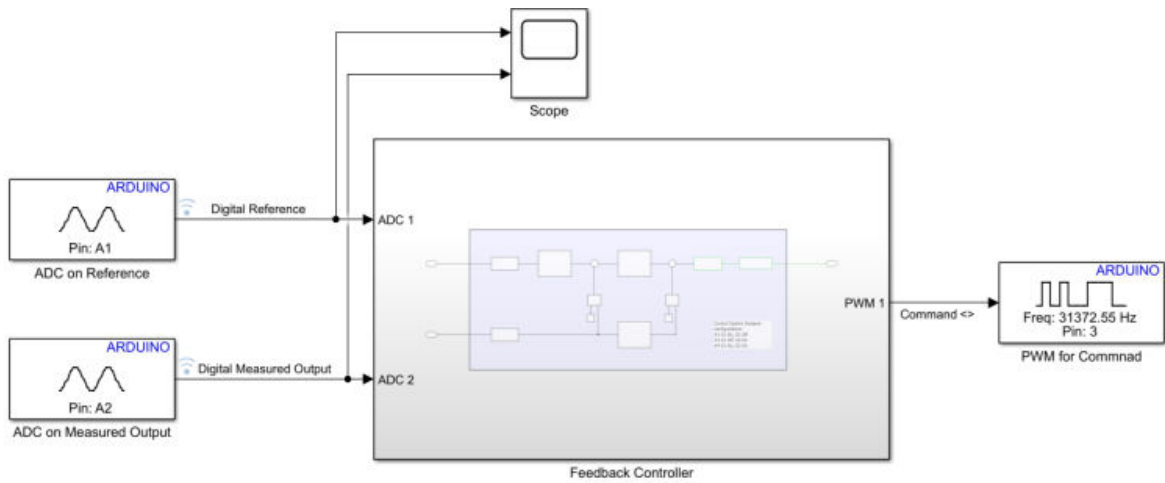


Il controllo di retroazione permette di ottenere una risposta al regime maggiormente smorzata, infatti è comunque presente la sovralongazione ma non c'è più l'oscillazione attorno al valore di steady-state.

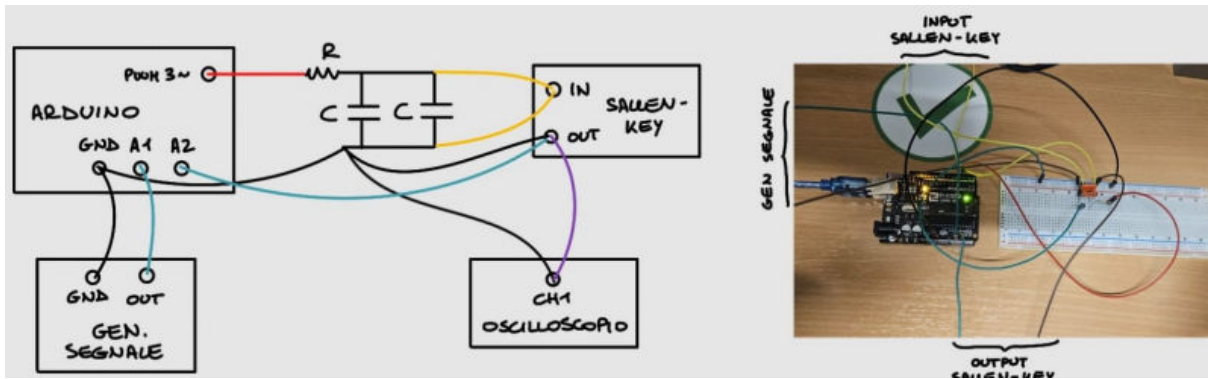


Hardware In the Loop (HIL)

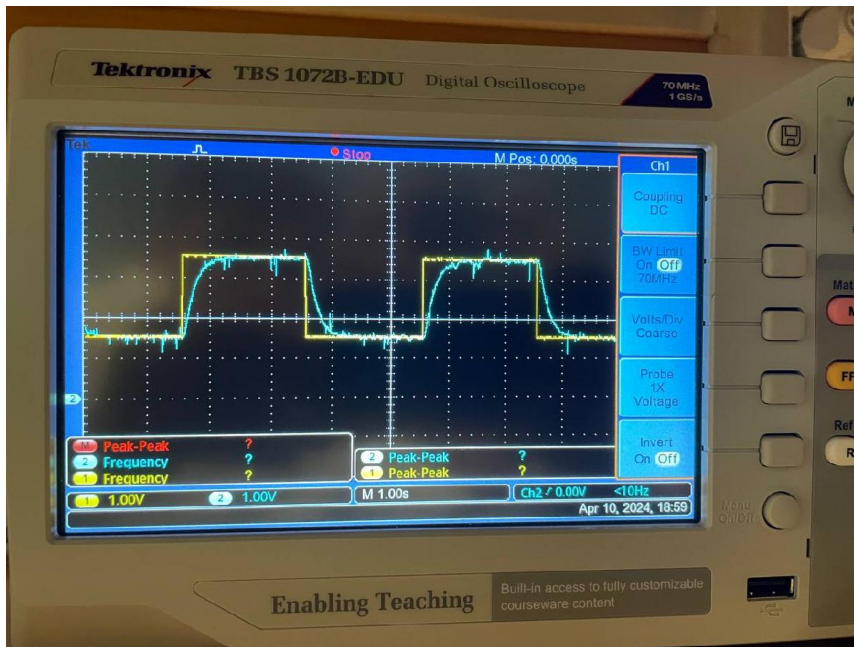
In questa sezione si effettua la regolazione dinamica attraverso l'implementazione del filtro Sallen-Key secondo la seguente configurazione:



Schema circuitale



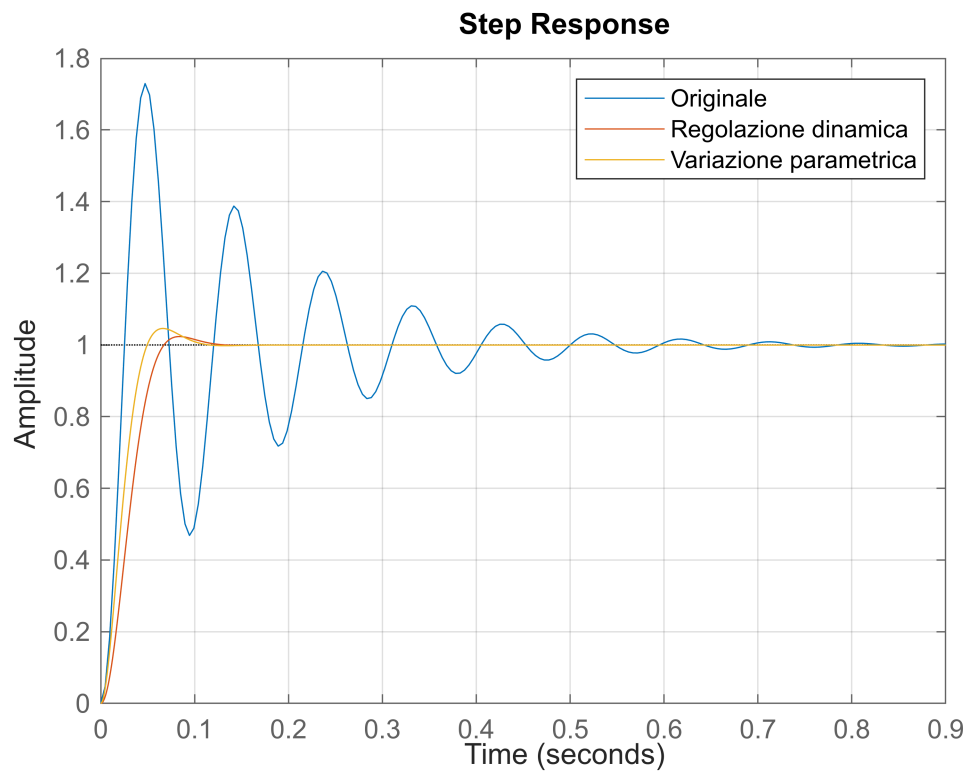
Come si può vedere dal display dell'oscilloscopio, il segnale in uscita dal filtro Sallen-Key (segnale azzurro), insegue il segnale di riferimento a gradino (segnale giallo), senza oscillazioni residue attorno al valore di steady-state.



Conclusioni:

Si confronta il comportamento originale del filtro () con le risposte del sistema controllato () ottenute con la regolazione dinamica e con la variazione parametrica delle capacità del filtro:

```
step(G, alpha_G_R*G_R, G2), grid, legend('Originale', 'Regolazione dinamica',  
'Variazione parametrica')
```



```
bode(G, alpha_G_R*G_R, G2), grid, legend('Originale','Regolazione dinamica',
'Variazione parametrica')
```

