

# POLITECNICO DI TORINO

Elettromagnetismo Applicato



Tesina

## Campi Magnetici con Conduttori in Aria

Gruppo 2

**Componenti**

Alex Aiello 336698

Eduardo Cipolletta 346566

Andrea Campanella 286921

Anno Accademico 2024-2025

# Indice

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Esercizio 1: Bobine di Helmholtz</b>   | <b>2</b>  |
| 1.1      | Dati: . . . . .   | 2         |
| 1.2      | Modello . . . . .   | 3         |
| 1.3      | Richieste . . . . .   | 5         |
| 1.3.1    | Confronto dell'induzione magnetica lungo l'asse calcolato con FEMM e con formula analitica. . . . .   | 5         |
| 1.3.2    | Valutare la zona di uniformità dell'induzione magnetica (componente lungo l'asse Z): definire approssimativamente un grado di omogeneità (%) ed il corrispondente raggio di omogeneità. . . . . | 7         |
| 1.3.3    | Confronto dell'induzione magnetica calcolata lungo una retta parallela all'asse con la formula analitica . . . . .  | 8         |
| <b>2</b> | <b>Esercizio 2: Linea AT aerea</b>  | <b>11</b> |
| 2.1      | Dati: . . . . .   | 11        |
| 2.2      | Modello . . . . .   | 11        |
| 2.3      | Richieste . . . . .   | 13        |
| 2.3.1    | Induzione magnetica lungo una retta parallela ed a un metro dal terreno . . . . .   | 13        |
| 2.3.2    | Induzione magnetica in un punto . . . . .   | 14        |
| <b>3</b> | <b>Esercizio 3: Reattanza limitatrice di media tensione</b>   | <b>16</b> |
| 3.1      | Dati: . . . . .   | 16        |
| 3.2      | Modello . . . . .   | 17        |
| 3.3      | Richieste . . . . .   | 18        |
| 3.3.1    | Induzione magnetica lungo una linea posta ad una quota di 1m dal piano di calpestio a partire da 0.5m dal bordo esterno della prima bobina . . . . .  | 18        |
| 3.3.2    | Valutazione degli sforzi elettrodinamici sulle bobine in condizioni di cortocircuito . . . . .  | 19        |

# Capitolo 1

## Esercizio 1: Bobine di Helmholtz

### 1.1 Dati:

- Interasse:  $d = 0.5 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 0.55m$
- Raggio Bobina :  $r_b = 0.5 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 0.55m$
- Corrente per Spira:  $I = 50 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 55A$

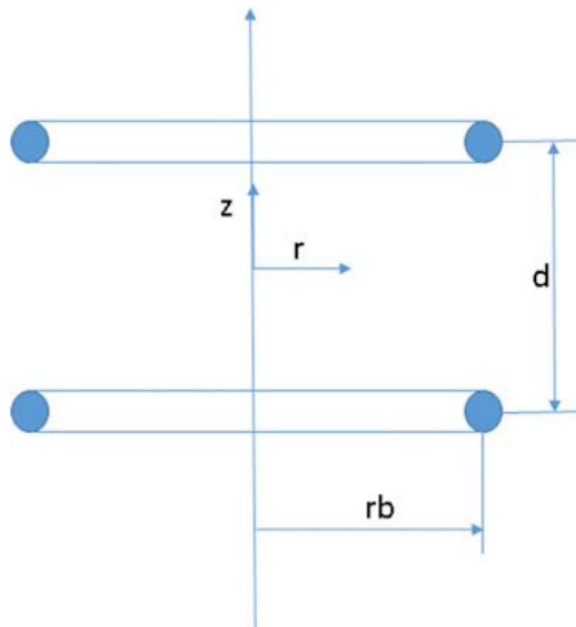


Figura 1.1: Modello geometrico

## 1.2 Modello

In seguito è riportato il modello in esame.

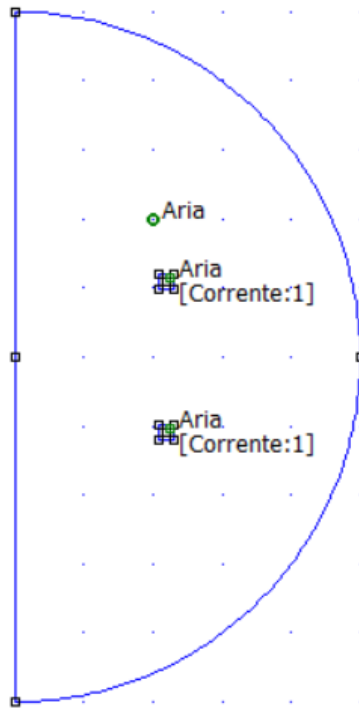


Figura 1.2: Modello Bobine di Helmholtz

Si è assegnato ad ogni regione il materiale "Air", anche nei conduttori, dove inoltre si sono definite le correnti pari a 55A per ogni bobina.

Le grandezze di mesh assegnate sono di 0.03 m per le regioni esterne e di 5 mm per i conduttori.

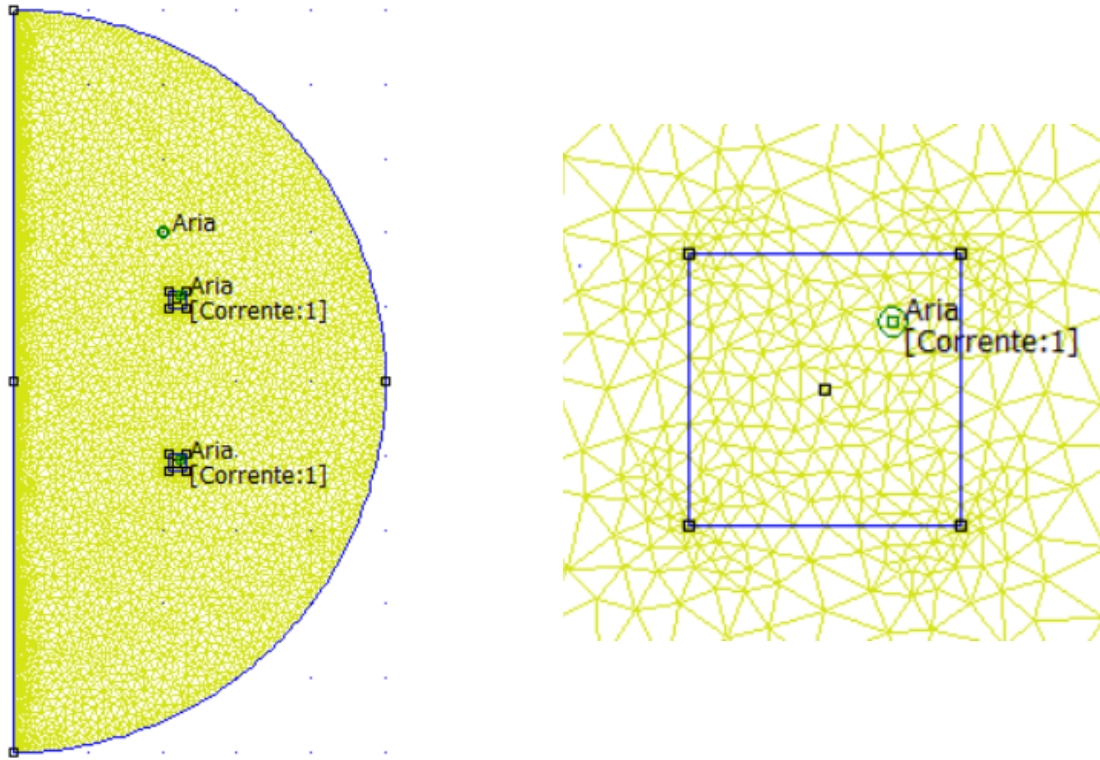


Figura 1.3: Mesh totale e zoom su bobina

Per le condizioni al contorno in questo contesto, utilizziamo una condizione "mista" o "mixed boundary condition", che introduce un coefficiente  $c_0$  per simulare un dominio infinito mantenendo comunque un dominio finito (graficamente). La condizione prevede:

$$c_0 = \frac{n}{\mu_0 \cdot r_0}$$

dove:

- $n$  rappresenta il numero di armoniche considerate; in questo caso specifico, assumiamo solo la prima armonica, quindi  $n = 1$ .
- $\mu_0$  è la permeabilità magnetica nel vuoto.
- $r_0$  è il raggio del dominio.

Impostando questa condizione, si crea un effetto di "assorbimento" dei campi al bordo del dominio finito che imita un dominio infinito, evitando i riflessi e le distorsioni che si verificherebbero con contorni riflettenti. Questo approccio consente di ridurre la complessità computazionale simulando comunque con buona approssimazione un sistema non delimitato.

## 1.3 Richieste

### 1.3.1 Confronto dell'induzione magnetica lungo l'asse calcolato con FEMM e con formula analitica.

Il seguente grafico rappresenta i valori di  $B_z$  ricavati direttamente da FEMM:

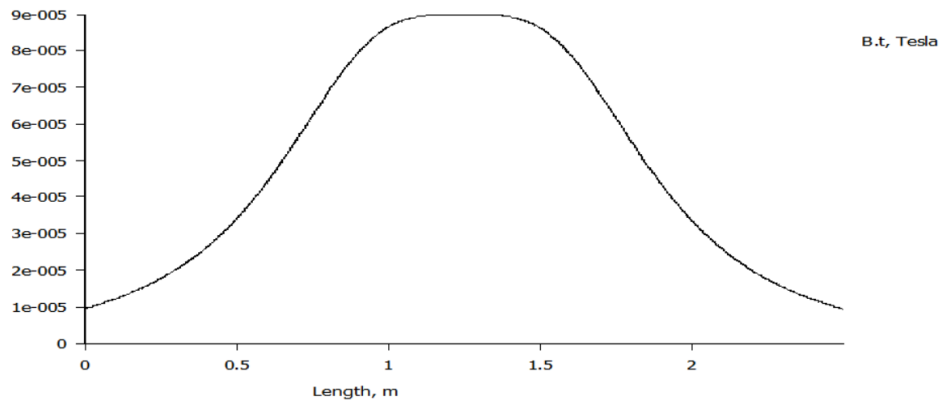


Figura 1.4: Valori di  $B_z$  lungo l'asse  $z$  (FEMM)

La formula analitica per trovare il valore di  $B_z$  lungo l'asse è la seguente:

$$B_z = \frac{\mu \cdot I \cdot r_{\text{bobina}}^2}{2 \cdot (z^2 + r_{\text{bobina}}^2)^{3/2}}$$

Essendo presenti 2 bobine, allora la risultante di  $B_z$  sarà dovuta alla somma dei contributi delle due bobine:

$$B_z = \frac{\mu \cdot I \cdot r_{\text{bobina}}^2}{2 \cdot (\text{coord}_{z_1}^2 + r_{\text{bobina}}^2)^{3/2}} + \frac{\mu \cdot I \cdot r_{\text{bobina}}^2}{2 \cdot (\text{coord}_{z_2}^2 + r_{\text{bobina}}^2)^{3/2}}$$

In seguito è riportato il confronto tra il calcolo analitico e FEMM:

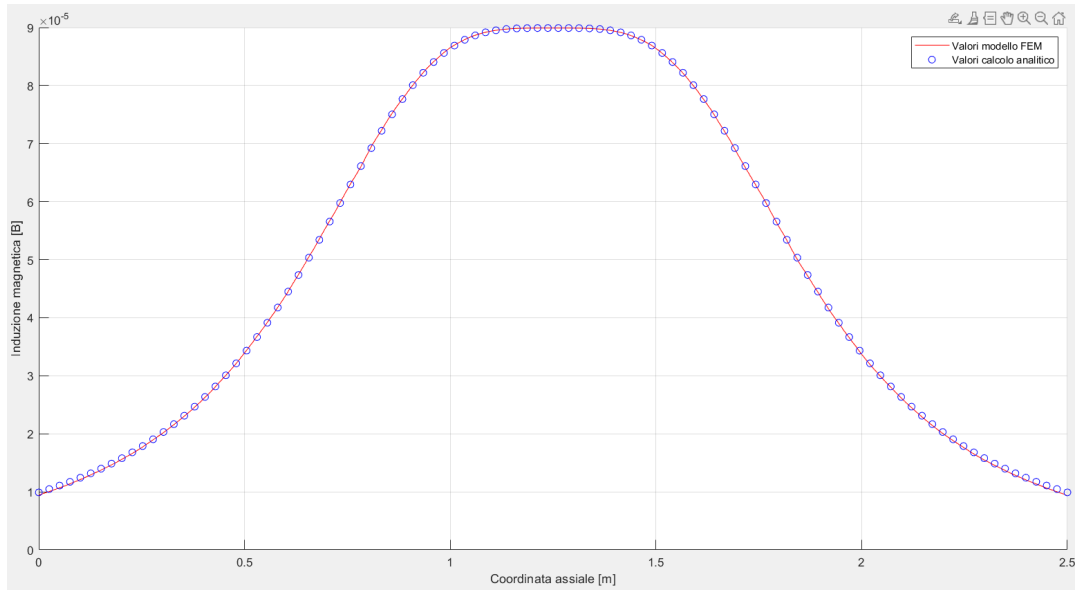


Figura 1.5: Confronto tra modello FEMM e analitico

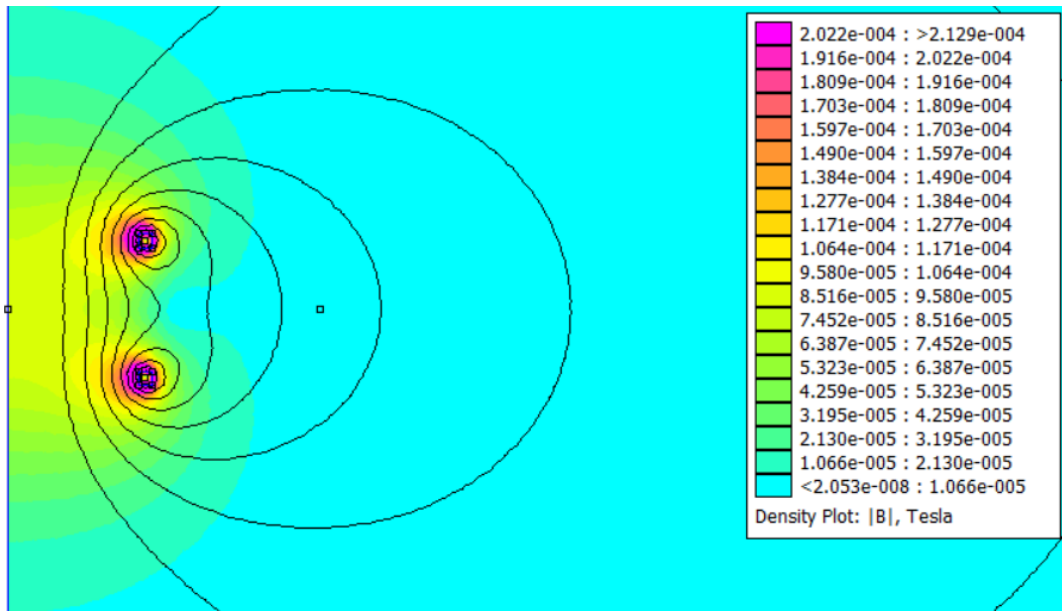


Figura 1.6: Mappa cromatica dei valori di  $|B|$

### 1.3.2 Valutare la zona di uniformità dell'induzione magnetica (componente lungo l'asse Z): definire approssimativamente un grado di omogeneità (%) ed il corrispondente raggio di omogeneità.

Per definire un'area di omogeneità si è in primis definito un valore di confronto, in questo caso il valore di  $B_z$  nel punto (0,0).

Successivamente tramite MATLAB si crea una tabella, iterando per righe e colonne, per ottenere i valori corrispondenti ad ogni punto in una zona di dominio, così da poterli confrontare col valore in (0,0).

Successivamente vengono create in questo caso 4 regioni differenti, ognuna con un grado diverso di omogeneità.

Si può notare come aumentando il grado di omogeneità le curve inizino ad appiattirsi, dovuto ad una minor rigidità nello scarto dei valori.

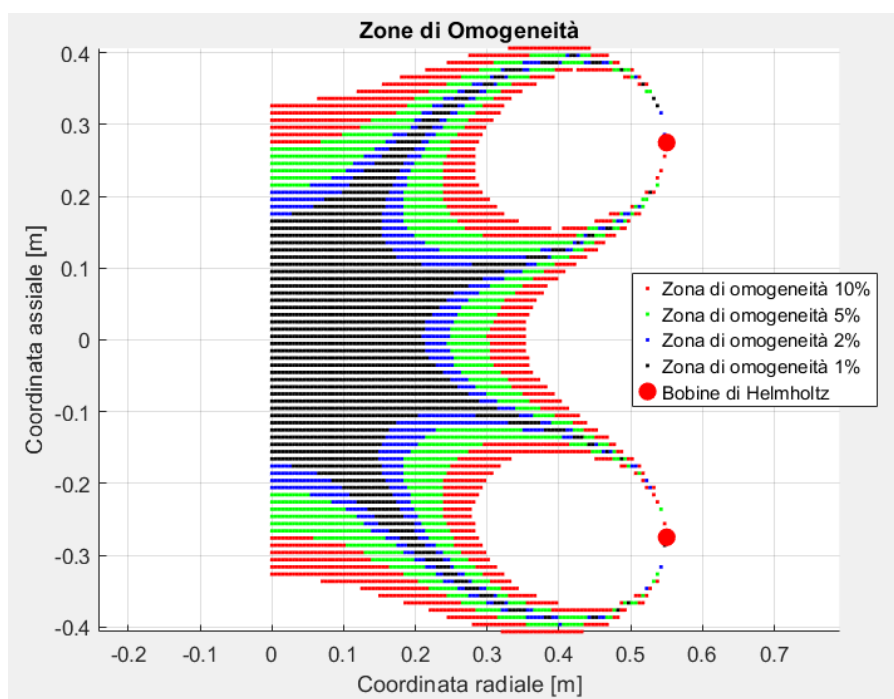


Figura 1.7: Aree di omogeneità a 1,2,5,10%

Inoltre, considerando come raggio di omogeneità il segmento che parte dall'origine e arriva al punto più vicino dell'asse x/y all'origine, si può visualizzare in 3D uno sferoide interno all'area di omogeneità.



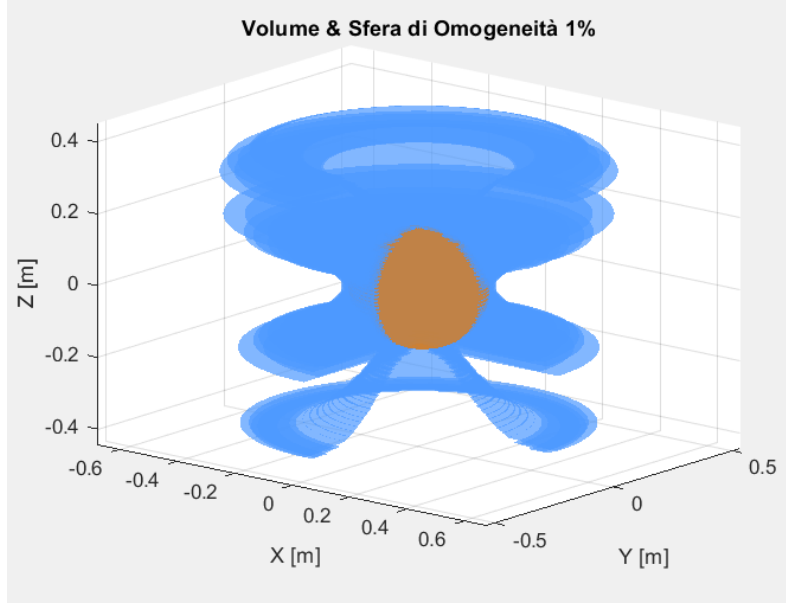


Figura 1.8: Grafico 3D volume di omogeneità a 1%

### 1.3.3 Confronto dell'induzione magnetica calcolata lungo una retta parallela all'asse con la formula analitica

Per calcolare l'induzione magnetica  $|B|$  in modo accurato, è necessario posizionarsi a una distanza molto maggiore del raggio della bobina e utilizzare la formula generica per il calcolo di  $|B|$ :

$$B_{r_1} = \frac{\mu \cdot m}{4\pi \cdot \text{dist}_1^3} \cdot (2 \cos(\theta_1))$$

$$B_{\theta_1} = \frac{\mu \cdot m}{4\pi \cdot \text{dist}_1^3} \cdot \sin(\theta_1)$$

$$B_{r_2} = \frac{\mu \cdot m}{4\pi \cdot \text{dist}_2^3} \cdot (2 \cos(\theta_2))$$

$$B_{\theta_2} = \frac{\mu \cdot m}{4\pi \cdot \text{dist}_2^3} \cdot \sin(\theta_2)$$

Per verificare che la formula funzioni meglio a distanze molto maggiori rispetto al raggio della bobina, si sono confrontati i valori di  $|B|$  lungo una linea tangente all'asse  $z$  a distanze di 2 metri e successivamente a 5 metri.

Questo confronto ha mostrato come, a una distanza di 5 metri, i valori risultino più conformi alla formula analitica rispetto alla distanza di 2 metri, dove si osservano ancora delle discrepanze.

In questo caso, è stato necessario allargare il bordo esterno, modificando di conseguenza il valore della costante  $c_0$ , essendo il dominio precedente troppo piccolo per poter misurare i valori a distanze elevate.

Il campo magnetico totale è quindi calcolato sommando i contributi delle due bobine, ottenendo le componenti lungo  $z$  e radiale  $r$ :

$$B_z = B_{r_1} \cdot \cos(\theta_1) + B_{r_2} \cdot \cos(\theta_2) - B_{\theta_1} \cdot \sin(\theta_1) - B_{\theta_2} \cdot \sin(\theta_2)$$

$$B_r = B_{\theta_1} \cdot \cos(\theta_1) + B_{\theta_2} \cdot \cos(\theta_2) + B_{r_1} \cdot \sin(\theta_1) + B_{r_2} \cdot \sin(\theta_2)$$

Infine, il modulo del campo magnetico  $|B|$  è dato da:

$$B_{\text{mod}} = \sqrt{B_r^2 + B_z^2}$$

Questa formulazione mostra come i valori di  $|B|$  calcolati analiticamente si avvicinino alla realtà solo quando la distanza dall'asse  $z$  è sufficientemente grande rispetto alle dimensioni delle bobine.

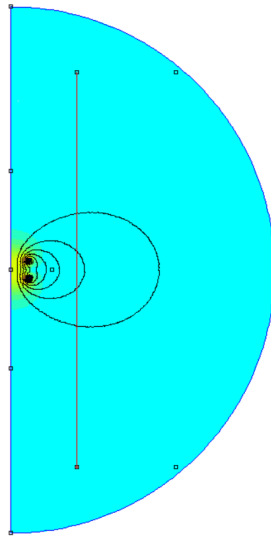


Figura 1.9: Linea parallela all'asse  $z$  distante 2m

Successivamente si procede con il confronto tra i valori ricavati da FEMM e la formula analitica.

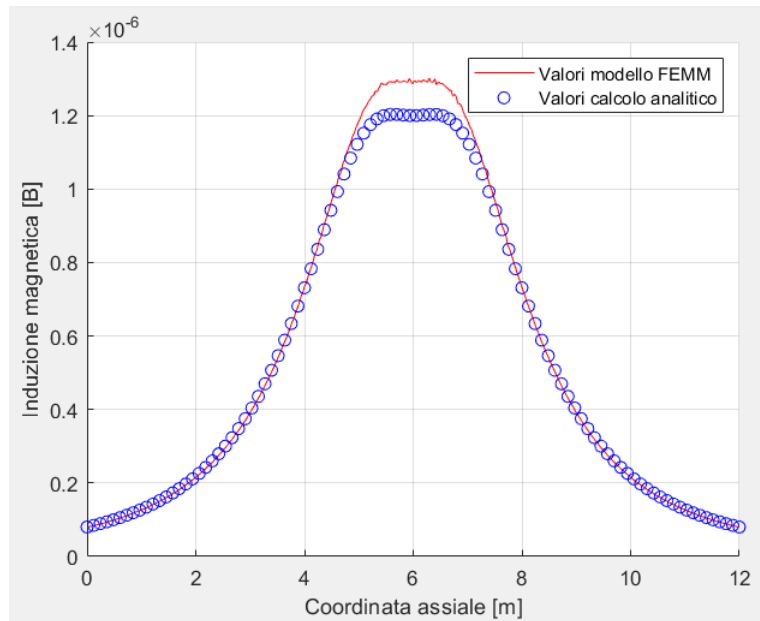


Figura 1.10: Confronto FEMM-Analitico  $r=2\text{m}$

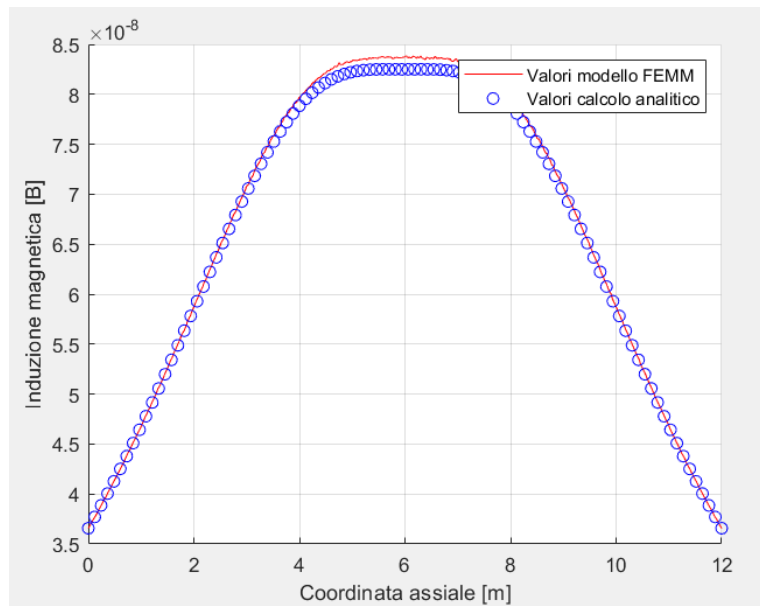


Figura 1.11: Confronto FEMM-Analitico  $r=5\text{m}$

Si può notare quindi che ad una distanza troppo vicina il calcolo analitico non è troppo conforme ai valori effettivi misurati.

## Capitolo 2

# Esercizio 2: Linea AT aerea

### 2.1 Dati:

- Interasse:  $d = 5 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 5.5m$
- Altezza:  $h = 15 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 16.5m$
- Corrente nei singoli conduttori in valore efficace:  $I = 1000A$
- Raggio conduttori:  $r = 30mm$
- Raggio esterno :  $R_e = 30m$

### 2.2 Modello

In Fig.2.1 è riportato il modello in esame.

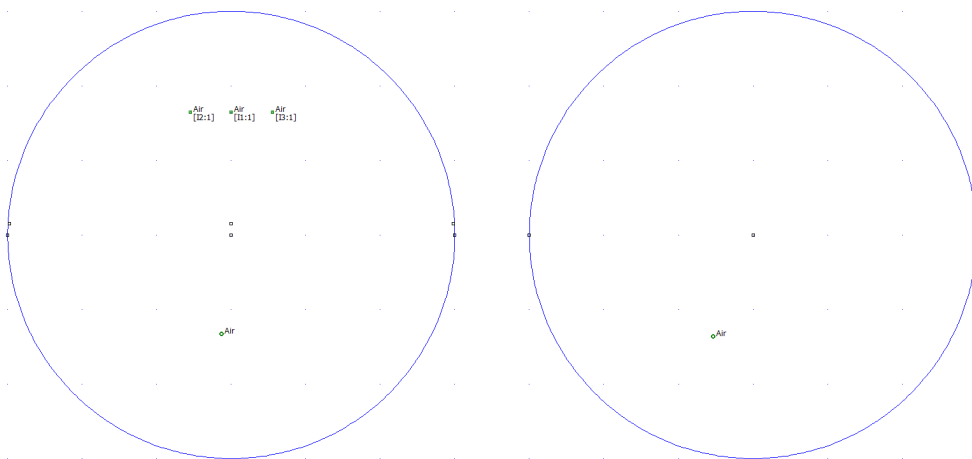


Figura 2.1: Modello linea AT aerea

L'area di nostro interesse è quella a sinistra, mentre quella a destra è necessaria per andare a considerare una condizione di infinito ma la sua analisi non è di interesse. Per effettuare una corretta analisi con queste condizioni bisogna specificare al centro dell'area fittizia un punto a potenziale zero, come mostrato in Fig.2.2.

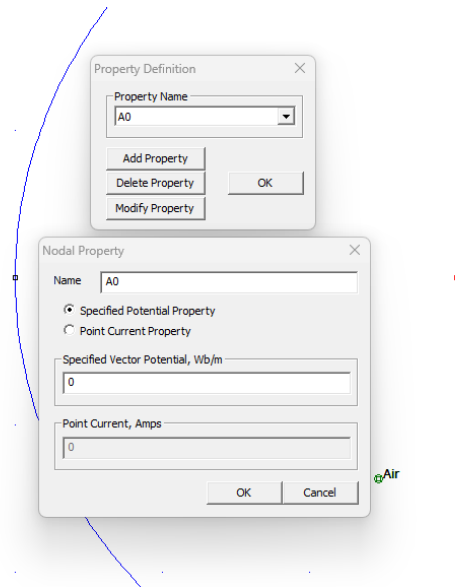


Figura 2.2: Punto a potenziale nullo

Si è assegnato ad ogni regione il materiale "Air", anche nei conduttori dove inoltre si sono definite le tre correnti sfasate di  $120^\circ$ . È importante osservare come il valore di corrente necessario per effettuare una corretta analisi è quello di picco non efficace, è necessario dunque moltiplicare per un coefficiente  $\sqrt{2}$  il valore di 1000 A. Le grandezze di mesh assegnate sono di 0.4 m per le regioni esterne e di 3 mm per i conduttori come mostrato in Fig.2.3

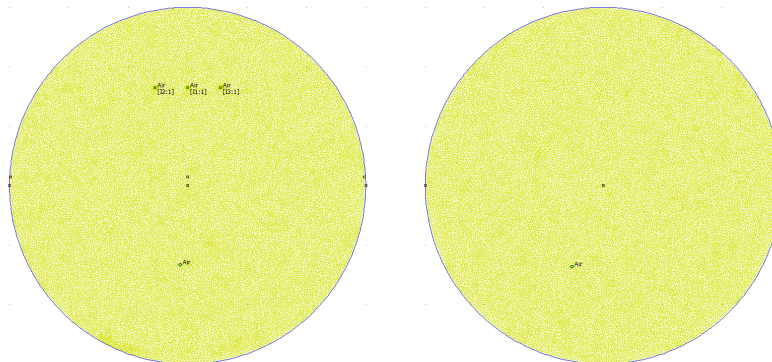


Figura 2.3: Mesh

## 2.3 Richieste

### 2.3.1 Induzione magnetica lungo una retta parallela ed a un metro dal terreno

In Fig. 2.4 è mostrato il segmento, posto ad un metro dal terreno, su cui si è effettuata l'analisi dell'induzione magnetica.

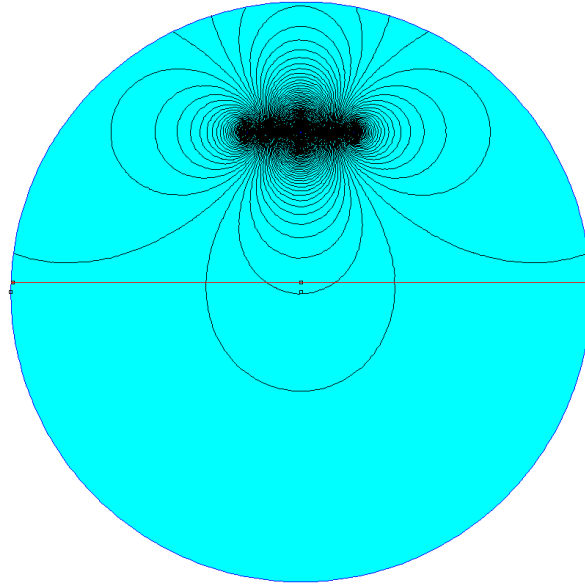


Figura 2.4: Segmento per la valutazione dell'induzione

Osservando la Fig. 2.5 possiamo fare alcune considerazioni sul rispetto dei parametri normativi. In particolare osserviamo che valori di  $3\mu T$  (valore massimo ammissibile per condizioni di permanenza superiori alle 4 ore) si registrano a distanze fino a circa  $26m$  dal conduttore centrale. Mentre il valore di picco registrato è di  $10.2\mu T$ , quindi ben al di sotto del limite massimo per le zone di passaggio che è di  $100\mu T$ .

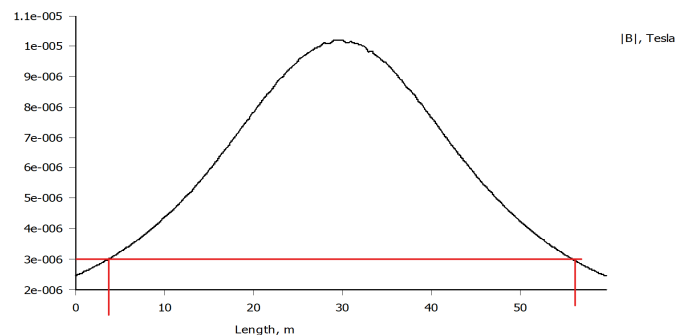


Figura 2.5: Andamento induzione magnetica ad un metro dal terreno

### 2.3.2 Induzione magnetica in un punto

Si è effettuato poi un confronto tra il valore restituito da FEMM nel punto P0 evidenziato in Fig.2.6 e il calcolo analitico.

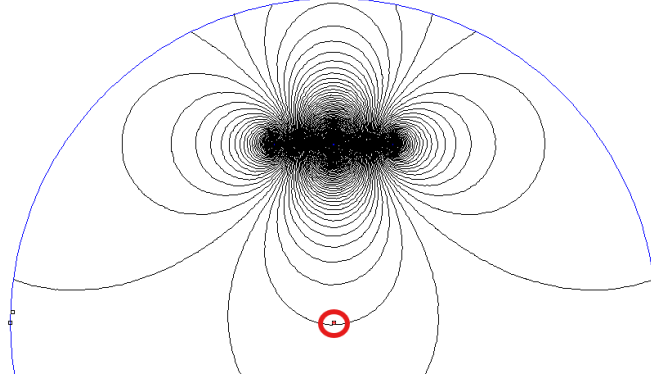


Figura 2.6: Punto P0 di analisi dell'induzione magnetica

Il risultato restituito da FEMM è mostrato in Fig.2.7

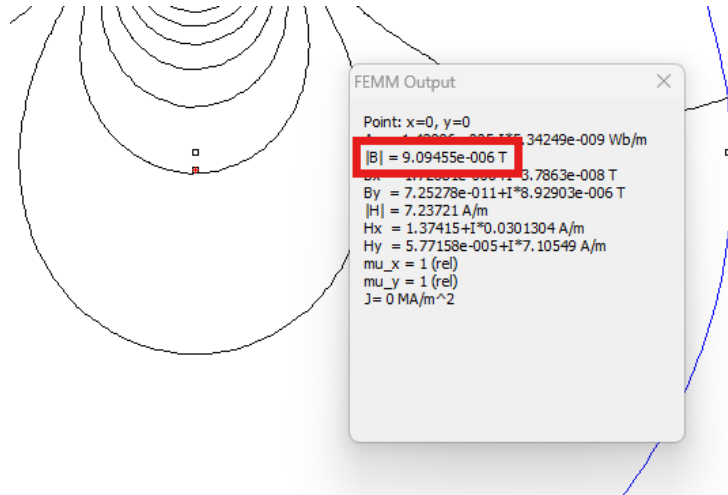


Figura 2.7: Valore induzione magnetica

Per il calcolo analitico si è applicata la sovrapposizione degli effetti, ovvero la somma dei fasori per ottenere le componenti lungo gli assi x e y del campo magnetico, si ottengono così le relazioni (2.1) e (2.2)

$$\overline{H}_x = \overline{H}_{1x} + \overline{H}_{2x} + \overline{H}_{3x} = \frac{\sqrt{2}I l^2 - h^2}{2\pi l^2 h} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (2.1)$$

$$\overline{H}_y = \overline{H}_{1y} + \overline{H}_{2y} + \overline{H}_{3y} = \frac{\sqrt{6}I d}{2\pi l^2} e^{-j\frac{\pi}{6}} \quad (2.2)$$

in cui  $l$  è la distanza tra i conduttori laterali (2 e 3) rispetto il punto P0, il cui valore è dato da (2.3)

$$l = \sqrt{d^2 + h^2} = 17.39m \quad (2.3)$$

I valori in modulo di  $\overline{H}_x$  e  $\overline{H}_y$  sono dati da (2.4)

$$\begin{aligned} |\overline{H}_x| &= 1.36 \text{ A/m} \\ |\overline{H}_y| &= 7.09 \text{ A/m} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Essendo in aria vale la relazione (2.5)

$$B = \mu_0 H = 9.072 \text{ T} \quad (2.5)$$

coincidente con il valore ottenuto da FEMM.



## Capitolo 3

# Esercizio 3: Reattanza limitatrice di media tensione

### 3.1 Dati:

- Distanza tra asse di simmetria e asse delle bobine:  $R = 0.8 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 0.88m$
- Altezza bobina:  $h_w = 1.5 \cdot (1 + \frac{2}{20}) = 1.65m$
- Distanza tra bobine:  $h = 0.5m$
- Spessore spira:  $\delta = 0.1m$
- Valore efficace correnti nominali (terna equilibrata):  $I_N = 2000A$
- Valore efficace correnti di cortocircuito (terna equilibrata):  $I_c = 40000A$
- Numero spire:  $N = 30$

## 3.2 Modello

Di seguito è riportato il modello in esame.

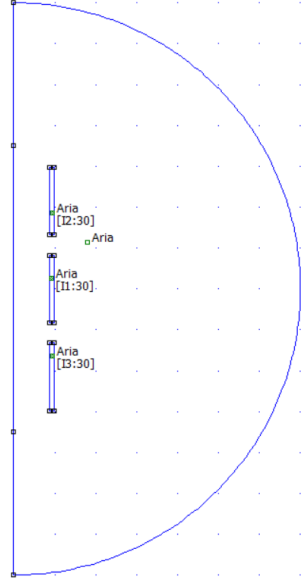


Figura 3.1: Modello reattanza limitatrice

Per semplicità, sono state applicate le proprietà elettriche dell'aria a tutti gli elementi del modello, in quanto l'analisi magnetica non risente di questa modifica.

Il piano di calpestio (suolo), in questo caso, è da considerarsi perpendicolare al diametro della semicirconferenza in figura e distante 0.5m dal lato inferiore della bobina inferiore. Inoltre, il raggio della semicirconferenza utilizzato è pari a  $r_0 = 7m$ .

Tra le proprietà inserite si trova una boundary esterna sulla semicirconferenza di tipo "mixed" con il seguente valore  $c_0$ :

$$c_0 = \frac{1}{\epsilon \cdot r_0} = 113680 \quad (3.1)$$

Questo tipo di condizione ci permette di simulare il fenomeno come se il valore di induzione nullo fosse localizzato a una distanza infinita dalle bobine. Inoltre, tramite il menù "circuits" sono stati attribuiti i tre fasori delle correnti alle tre bobine: in particolare, a quella centrale è stata attribuita una corrente positiva e reale, mentre a quelle laterali, attraverso semplici formule trigonometriche, sono stati assegnati il valore reale e immaginario affinché la somma delle componenti su ciascun asse fosse esattamente zero (per evitare problemi di simulazione su FEMM legati a componenti omopolari) e i fasori risultassero sfasati reciprocamente di 120 gradi.

La mesh utilizzata corrisponde a 0.02 per i conduttori e 0.05 per le zone esterne.

### 3.3 Richieste

#### 3.3.1 Induzione magnetica lungo una linea posta ad una quota di 1m dal piano di calpestio a partire da 0.5m dal bordo esterno della prima bobina

Prima di procedere con i calcoli, si specifica che per risolvere questa richiesta è stato utilizzato il valore di corrente nominale negli avvolgimenti, pari a 2000A (rms). Di seguito, è riportata la mappa cromatica che indica l'andamento dell'induzione magnetica nel dominio considerato, con le relative linee di campo.

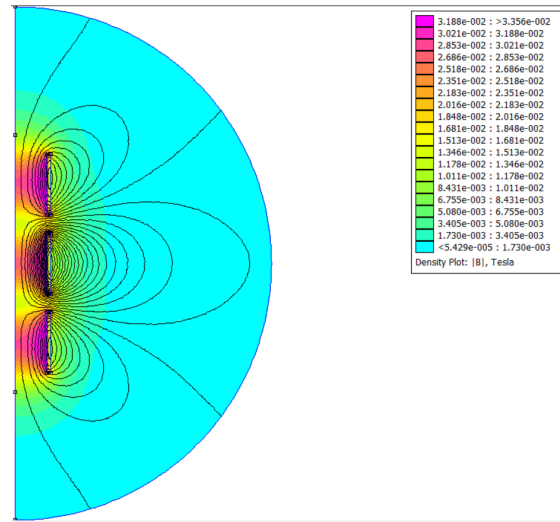


Figura 3.2: Mappa cromatica induzione magnetica

Si definisce, dunque, un segmento posto ad altezza 1m dal piano di calpestio e a 0.5m dal lato della bobina inferiore, fino all'estremo del dominio.

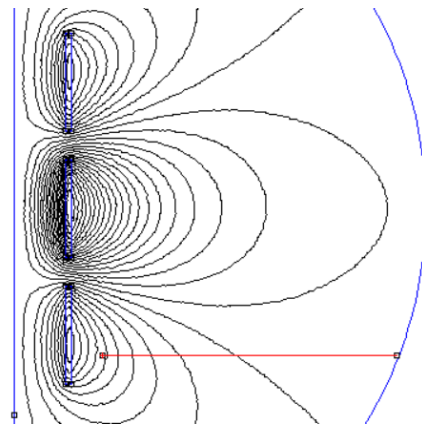


Figura 3.3: Linea di calcolo

Si riporta l'andamento dell'induzione lungo la linea all'aumentare della distanza.

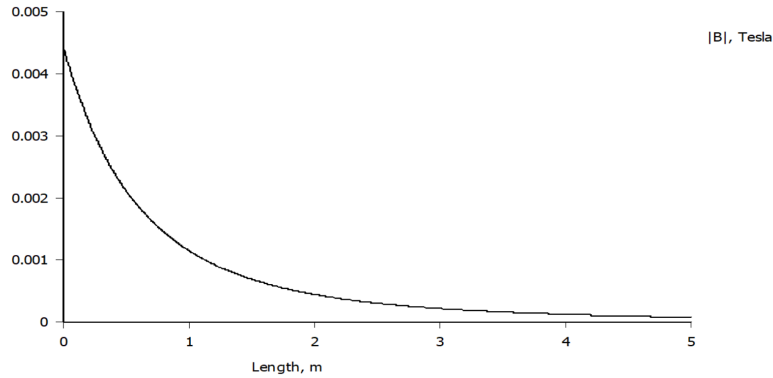


Figura 3.4: Induzione in funzione della distanza

L'induzione magnetica è chiaramente inversamente proporzionale alla distanza espressa in metri.

Analizzando grafico e mappa, si riesce a constatare che un' eventuale persona sita in prossimità della reattanza potrebbe essere sottoposta a valori di induzione magnetica più elevati di quelli previsti dalle leggi per la sicurezza.

Infatti, a una distanza di 0.5m dalla bobina, essa sarebbe sottoposta a circa  $4400\mu T$ , superando persino il limite per i lavoratori posto a  $1000\mu T$ . A circa 1.5m dal dispositivo si rientra nei limiti (per i lavoratori) a patto che l'esposizione non sia troppo prolungata. Considerando che il comune limite per la popolazione è di  $100\mu T$ , sarebbe da considerare la possibilità di eseguire un lavoro di schermatura per evitare danni alla salute delle persone circostanti.

### 3.3.2 Valutazione degli sforzi elettrodinamici sulle bobine in condizioni di cortocircuito

Per dimensionare in modo corretto la struttura, è necessario andare a calcolare gli sforzi elettrodinamici nel caso peggiore possibile; per questo motivo, si attribuiscono i valori di picco alle tre correnti. Nel nostro caso, con  $I_c = 40000A$ , si ottengono:

- $I_1 = 56568.5425A$
- $I_2 = (-28284.27125 - j48989.79486)A$
- $I_3 = (-28284.27125 + j48989.79486)A$

Per prima cosa, si genera anche in questo caso la mappa cromatica dell'induzione magnetica e se ne ottiene una del tutto simile a quella calcolata precedentemente, ma ovviamente con valori molto maggiori (nella zona interna si registrano circa  $900000\mu T$ ).

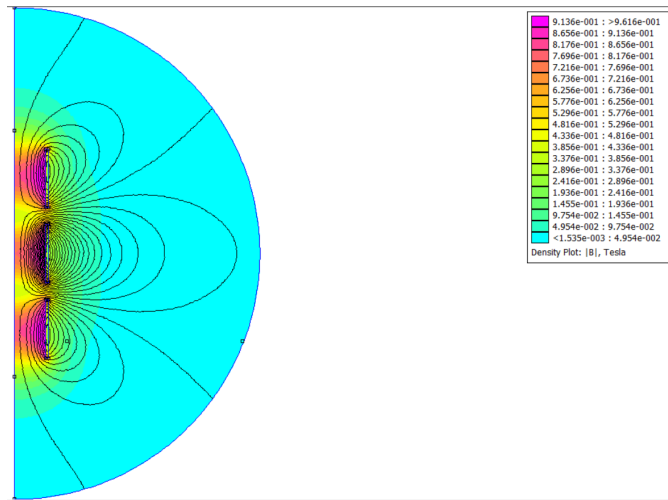


Figura 3.5: Mappa cromatica induzione magnetica in cortocircuito

A questo punto è richiesto di calcolare gli sforzi elettrodinamici agenti sulle singole bobine; tale operazione è svolta tramite l'apposita funzione di FEMM per il calcolo delle forze di Lorentz.

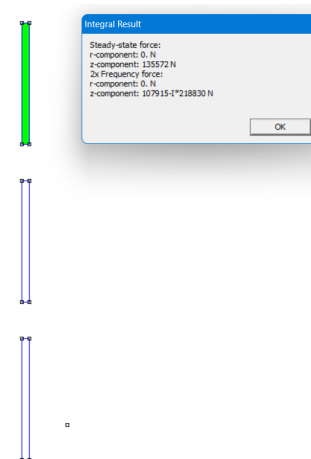


Figura 3.6: Sforzo elettrodinamico bobina 1

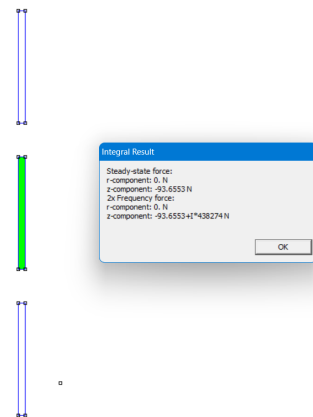


Figura 3.7: Sforzo elettrodinamico bobina 2

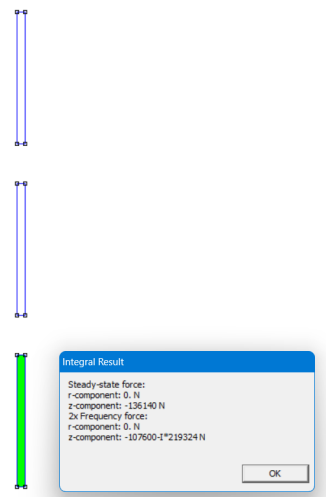


Figura 3.8: Sforzo elettrodinamico bobina 3

Da questi risultati è possibile fare alcune considerazioni:

- Gli sforzi sulle bobine esterne sono di segno opposto tra loro e di modulo notevolmente maggiore rispetto a quello agente sulla bobina interna
- La somma degli sforzi non è zero: infatti  $F_{tot} = (135572 - 93.6553 - 136140)N = -661.6553N$

Si ripete il calcolo attraverso un accorgimento: si sfasa di  $180^\circ$  elettrici la corrente che scorre nella bobina centrale. In questo modo si ottengono i seguenti risultati.

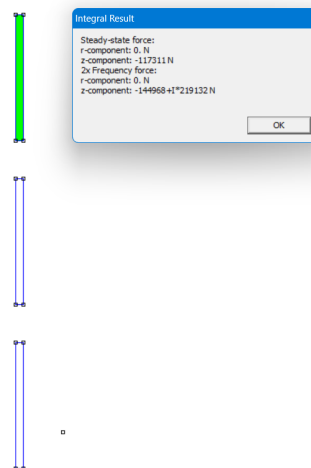


Figura 3.9: Sforzo elettrodinamico bobina 1 con corrente invertita

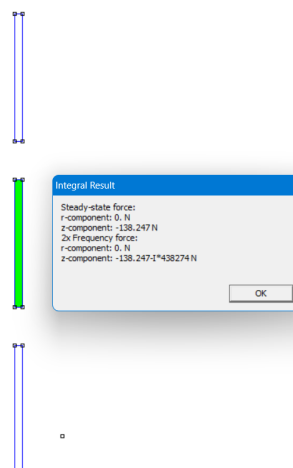


Figura 3.10: Sforzo elettrodinamico bobina 2 con corrente invertita

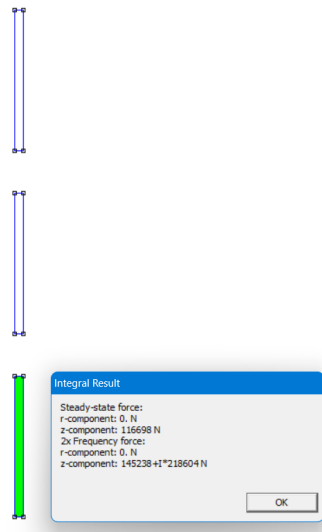


Figura 3.11: Sforzo elettrodinamico bobina 3 con corrente invertita

In questa configurazione si ottiene una forza complessiva  $F_{tot} = (-117311 - 138.247 + 116698j)N = -751.247N$ .

Dunque, la forza complessiva è diretta nello stesso verso del caso precedente, ma risulta avere un modulo maggiore. Di contro si deduce che, rispetto a prima, i segni degli sforzi agenti sulle bobine esterne risultano invertiti a causa dello sfasamento della corrente centrale e i moduli risultano essere minori. Inoltre, lo sforzo agente sulla bobina centrale è maggiore rispetto al caso analizzato in precedenza.