Red Neurona Superficial (SNN)
+
Diseño de Atributos
desde
Matriz de Hankel

Prof. NIBALDO RODRÍGUEZ A.

Descomposición de Series de Tiempo (ST)

- Sea ***X*** una serie de tiempo discreta de longitud ***N***, dado por:

$$\boxed{\mathrm{X} = \{\mathrm{x}_{\mathrm{n}}\}_{n=1}^{N}}$$

$$\boxed{\mathrm{X} = \{x_1, x_2, \cdots x_L, \ldots, x_K, \ldots, x_N\}}$$

- Descomposición en L-componentes intrínsecos desde una ST:

$$\boxed{\mathrm{X} = \sum_{i=1}^{L} C_i}$$

Algoritmo de Extracción de Componentes desde ST:

- Paso #1: Construir Matriz de Hankel.
- Paso #2: SVD de Matriz Hankel.
- Paso #3: Calcular Componentes.

Matriz de Hankel:

$$\boxed{\mathrm{X} = \{x_1, x_2, \cdots x_L, \ldots, x_K, \ldots, x_N\}}$$

$$\boxed{H = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \ldots & x_K \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \ldots & x_{K+1} \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \ldots & x_{K+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & x_{L+2} & \ldots & \ldots & x_N \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{K = N - L + 1}$$

MATRIZ HANKEL

$$\boxed{\mathrm{X} = \{x_1, x_2, \cdots, x_N\}}$$

$$H = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_K \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \dots & x_{K+1} \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \dots & x_{K+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_L & x_{L+1} & x_{L+2} & \dots & \dots & x_N \end{pmatrix}$$

Ejemplo: MATRIZ HANKEL

$$X = \{x_n\}_{n=1}^{N}, N = 12$$

$$X = \{1,2,3,\ldots,10,11,12\}$$

$$L = 5$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Extracción de Componentes usando H-SVD:

- Paso #1: Calcular matriz Hankel: L-filas por K-columna

$$\boxed{H = matriz(L, K)}$$

- Paso #2: Descomposición de valores singular de Hankel :

$$\boxed{H = U \times S \times V^T, \text{ donde}}$$

$$\boxed{H = H_1 + H_2 + \ldots, H_L}$$

Extracción de Componentes usando H-SVD

- Paso #3: Calcular componentes de Hankel:

$$\boxed{\begin{aligned} &H_i = s(i) \times U(:,i) \times V(:,i)^T, \\ &i = 1,2,\ldots,L, \\ &s = diag(S) \end{aligned}}$$

Extracción de Componentes usando H-SVD

- Paso #3: Calcular componentes de Hankel:

$$H_i = \begin{pmatrix} x_1^i & x_2^i & x_3^i & x_4^i & \dots & x_K^i \\ x_2^i & x_3^i & x_4^i & x_5^i & \dots & x_{K+1}^i \\ x_3^i & x_4^i & x_5^i & x_6^i & \dots & x_{K+2}^i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_L^i & x_{L+1}^i & x_{L+2}^i & \dots & \dots & x_N^i \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{C_i} = \begin{bmatrix} x_1^i & x_2^i & \dots & x_K^i & x_{k+1}^i & \dots & x_N^i \end{bmatrix},$$
$$i = 1, \dots, L$$

Componente *i–th* de Hankel

Ejemplo: H-SVD

$$X = \begin{bmatrix} 1.2371 & 0.1797 & 0.0042 & 1.5944 & 0.7729 & 1.0414 & 0.0035 \end{bmatrix}$$

$$L - row = 3$$

$$\boxed{H = \begin{bmatrix} 1.2371 & 0.1797 & 0.0042 & 1.5944 & 0.7729 \\ 0.1797 & 0.0042 & 1.5944 & 0.7729 & 1.0414 \\ 0.0042 & 1.5944 & 0.7729 & 1.0414 & 0.0035 \end{bmatrix}}$$

Ejemplo: H-SVD

$$U = \begin{bmatrix} -0.6100 & 0.6912 & 0.3875 \\ -0.5762 & -0.0512 & -0.8157 \\ -0.5439 & -0.7209 & 0.4295 \end{bmatrix}$$

$$sv = \begin{bmatrix} 2.9308 & 1.5786 & 1.4493 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -0.2936 & 0.5339 & 0.2309 \\ -0.3341 & -0.6495 & 0.5182 \\ -0.4578 & -0.4028 & -0.6671 \\ -0.6771 & 0.1975 & 0.2999 \\ -0.3663 & 0.3030 & -0.3784 \end{bmatrix}$$

Ejemplo: H-SVD

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.5249 & 0.5974 & 0.8184 & 1.2105 & 0.6548 \\ 0.4958 & 0.5643 & 0.7731 & 1.1434 & 0.6185 \\ 0.4680 & 0.5327 & 0.7298 & 1.0794 & 0.5839 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0.5249 & 0.5974 & 0.8184 & 1.2105 & 0.6548 & 0.6185 & 0.5839 \end{bmatrix}$$

Ejemplo: H-SVD

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.5825 & -0.7087 & -0.4395 & 0.2155 & 0.3307 \\ -0.0432 & 0.0525 & 0.0326 & -0.0160 & -0.0245 \\ -0.6075 & 0.7391 & 0.4584 & -0.2247 & -0.3448 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.5825 & -0.7087 & -0.4395 & 0.2155 & 0.3307 & -0.0245 & -0.3448 \end{bmatrix}$$

Ejemplo: H-SVD

$$H_3 = \begin{bmatrix} 0.1297 & 0.2910 & -0.3747 & 0.1684 & -0.2125 \\ -0.2730 & -0.6126 & 0.7887 & -0.3546 & 0.4473 \\ 0.1437 & 0.3226 & -0.4153 & 0.1867 & -0.2356 \end{bmatrix}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0.1297 & 0.2910 & -0.3747 & 0.1684 & -0.2125 & 0.4473 & -0.2356 \end{bmatrix}$$

Ejemplo: H-SVD

$$C_1 = [0.5249 \quad 0.5974 \quad 0.8184 \quad 1.2105 \quad 0.6548 \quad 0.6185 \quad 0.5839]$$

$$C_2 = [0.5825 \quad -0.7087 \quad -0.4395 \quad 0.2155 \quad 0.3307 \quad -0.0245 \quad -0.3448]$$

$$C_3 = [0.1297 \quad 0.2910 \quad -0.3747 \quad 0.1684 \quad -0.2125 \quad 0.4473 \quad -0.2356]$$

$$X = C_1 + C_2 + C_3$$

Series de tiempo:

Descomposición Diádica:

Prof. NIBALDO RODRÍGUEZ A.

Descomposición Diádica

- Considere una serie de tiempo discreta : $\boxed{\mathrm{X} = \{\mathrm{x}_{\mathrm{n}}\}_{n=1}^{N}}$

Matriz de Hankel: $$H = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{N-1} \\ x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_N \end{pmatrix}$$

Descomposición diádica:

$$[U \;\; \mathrm{S} \;\; \mathrm{V}] = SVD(H)$$
$$s = diag(S)$$

Hankelización:

$$H_1 = s(1) \times U(:,1) \times V(:,1)^T$$
$$H_2 = s(2) \times U(:,2) \times V(:,2)^T$$

Descomposición Diádica

- **Componentes Diádicos:**

$$\boxed{H_1 = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & \dots & x_{N-1}^1 \\ x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 & \dots & x_N^1 \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{C_1 = \begin{bmatrix} x_1^1 & \overline{x}_2^1 & \overline{x}_3^1 & \dots & \overline{x}_{N-1}^1 & x_N^1 \end{bmatrix}}$$

Descomposición Diádica

- **Componentes Diádicos:**

$$\boxed{H_2 = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \dots & x_{N-1}^2 \\ x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 & \dots & x_N^2 \end{pmatrix}}$$

$$\boxed{C_2 = \begin{bmatrix} x_1^2 & \overline{x}_2^2 & \overline{x}_3^2 & \dots & \overline{x}_{N-1}^2 & x_N^2 \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{\mathrm{X} = C_1 + C_2}$$

Ejemplo: Descomposición Diádica

- Sea x= {1,2,…7}

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

- Descomposición Diádica:

$$[U \;\; \mathrm{S} \;\; \mathrm{V}] = SVD(H)$$

$$U = \begin{bmatrix} -0.6287 & -0.7777 \\ -0.7777 & 0.6287 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -0.1442 & 0.7092 \\ -0.2370 & 0.4890 \\ -0.3298 & 0.2687 \\ -0.4226 & 0.0484 \\ -0.5154 & -0.1719 \\ -0.6083 & -0.3922 \end{bmatrix}$$

$$s = diag(S) = [15.1507 \;\; 0.6763]$$

Ejemplo: Descomposición Diádica

- Hankelización:

$$H_1 = s(1)\times U(:,1)\times V(:,1)^T$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1.3730 & 2.2572 & 3.1413 & 4.0254 & 4.9096 & 5.7937 \\ 1.6984 & 2.7921 & 3.8858 & 4.9794 & 6.0731 & 7.1668 \end{bmatrix}$$

- Componentes Diádicos::

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.3730 & 1.9778 & 2.9667 & 3.9556 & 4.9445 & 5.9334 & 7.1668 \end{bmatrix}$$

Ejemplo: Descomposición Diádica

- Hankelización:

$$H_2 = s(2)\times U(:,2)\times V(:,2)^T$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} -0.3730 & -0.2572 & -0.1413 & -0.0254 & 0.0904 & 0.2063 \\ 0.3016 & 0.2079 & 0.1142 & 0.0206 & -0.0731 & -0.1668 \end{bmatrix}$$

- Componentes Diádicos::

$$C_2 = [-0.3730 \quad 0.0222 \quad 0.0333 \quad 0.0444 \quad 0.0555 \quad 0.0666 \quad -0.1668]$$

$$\boxed{x = C_1 + C_2}$$