

L'altra metà della matematica: omaggio a Ol'ga Alexandrovna Ladyzhenskaya e altre storie

Susanna Terracini

Dipartimento di Matematica "Giuseppe Peano"
Università di Torino

Omaggio a Ol'ga Alexandrovna Ladyzhenskaya

nel centenario della sua nascita

“L’influenza di Ol’ga Alexandrovna Ladyzhenskaya (1922-2004) sulla matematica del ventesimo secolo è universalmente riconosciuta dalla comunità scientifica mondiale. Non sono solo i risultati scientifici di Ol’ga, ancorchè veramente profondi e fondamentali, ad essere ricordati, ma anche la sua integrità personale ed energia che hanno giocato un ruolo speciale nel suo contributo alla matematica. L’attenzione di Ol’ga nella vita non si limitava alla matematica e alle scienze. Era una intellettuale a tutto tondo, amava gli animali, era un’appassionata amante dei funghi e amava i fiori. Era una viaggiatrice entusiasta e aveva la meravigliosa abilità di narratrice quando condivideva le sue impressioni con gli amici. C’erano poche cose che non sopportava; reagiva con furia a ogni ingiustizia e con empatia alle disgrazie altrui; e sempre aiutò le persone sole e deboli. Ha espresso apertamente le sue opinioni in materia sociale, anche negli anni della politica totalitaria regime, spesso trascurando la propria sicurezza.”

(Gregory Seregin)



Le scoperte di Ol'ga Ladyzhenskaya riguardano principalmente le aree di ricerca matematica:

- Metodo delle differenze finite per l'equazione di Navier-Stokes
- Equazioni alle derivate parziali iperboliche
- Equazioni alle derivate parziali quasilineari di tipo ellittico e parabolico
- Idrodinamica
- Attrattori per le equazioni alle derivate parziali

I suoi contributi più importanti per le PDE

Sviluppando idee di De Giorgi e Nash, Ladyzhenskaya e i suoi collaboratori hanno saputo dare una risposta completa al diciannovesimo problema di Hilbert relativo alla **dipendenza della regolarità della soluzione da quella dei dati** per un'ampia classe di equazioni alle derivate parziali ellittiche e paraboliche del secondo ordine PDE. Ha pubblicato più di 250 articoli ed è stata autrice o coautrice di sette monografie e libri di testo. Il suo libro *The Mathematical Theory of Viscous Incompressible Flow*, pubblicato nel 1961, è diventato un classico nel campo. La sua principale passione matematica erano le equazioni della **dinamica dei fluidi**, e in particolare l'equazione di **Navier-Stokes**. Questa equazione ha una storia lunga e gloriosa, ma rimane una sfida estremamente impegnativa: ad esempio, il problema dell'esistenza di soluzioni fisicamente ragionevoli per le equazioni di Navier-Stokes in tre dimensioni è stato scelto come uno dei problemi da un milione di dollari dal Clay Mathematical Institute.

Vita di Ol'ga Alexandrovna Ladyzhenskaya

Da Emilia Mezzetti e Maura Ughi, Enciclopedia delle Donne



Ol'ga nacque e crebbe a Kologrivil 7 marzo 1922. Il padre, insegnante di matematica, apparteneva all'antica piccola nobiltà russa, nel 1937 fu arrestato dalla polizia di Stalin, la famigerata NKVD, sigla precedente alla più nota KGB, e poi giustiziato senza processo. Alexander Solzhenitsyn lo ricorda nel suo libro *Arcipelago Gulag*, raccontando che, quando un contadino lo avvertì che era sulla lista nera degli stalinisti, lui rifiutò di scappare.

A causa dell'arresto del padre, le due sorelle maggiori di Ol'ga furono espulse dalla scuola, a lei fu permesso di finire le superiori ma vietato l'accesso all'Università di Leningrado (oggi S. Pietroburgo) nonostante avesse brillantemente superato l'esame di ammissione all'Università.

La madre Anna Mikhailovna riuscì a mantenere sé stessa e le tre figlie grazie alla produzione di piccoli oggetti di artigianato: era capace di cucire, fare sciarpe, saponi e vari oggetti domestici. Non potendo accedere all'Università, Ol'ga frequentò due anni l'Istituto Pedagogico Pokrovskii e ottenne un titolo che le permise di insegnare alle scuole superiori, lontano da casa perché nel frattempo, a causa della guerra, dovette lasciare Leningrado.



Nella primavera del 1942 tornò a Kologriv e iniziò ad insegnare nella stessa scuola in cui suo padre era stato professore. Finalmente, pare grazie alle raccomandazioni della madre di una sua allieva, **nel 1943 le fu infine permesso di iscriversi all'Università di Mosca** dove si laureò nel 1947 sotto la direzione del grande matematico Ivan Georgievich Petrovskii.



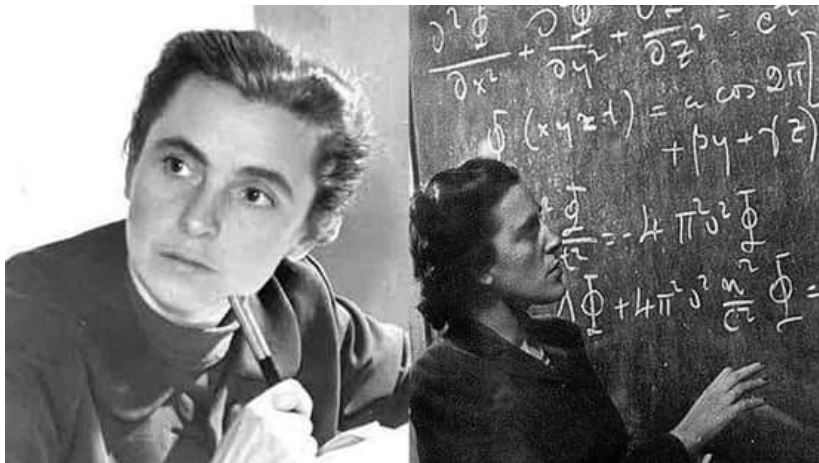
Dal 1946 partecipò ad un seminario diretto da un altro grande matematico, Israel Moiseevich Gelfand, al quale parteciparono solo tre studenti: la nostra Ol'ga, un'altra Ol'ga famosa, cioè Ol'ga Arsenievna Oleinik, e Mark I. Vishik. Ad ognuno dei tre fu assegnato un interessante problema difficile su cui lavorare autonomamente.

Dopo esserci laureata Ol'ga si trasferì da Mosca a Leningrado perché si sposò con il matematico Andrey Alekseevich Kiselev, che a detta di Mark I. Vishik assomigliava molto a Pierre Bezukhov, il personaggio di Guerra e pace di Tolstoj. Sempre a detta di Mark I. Vishik il marito era molto innamorato di lei; il matrimonio però finì.

A Leningrado Ol'ga poté iscriversi, su raccomandazione dei suoi professori moscoviti, alla Scuola di Dottorato dell'Università di Leningrado sotto la supervisione di S. L. Sobolev, formale, e Vladimir Ivanovich Smirnov, effettiva. Smirnov la ammirava molto e divennero amici.

Nel 1954 divenne ricercatrice presso il prestigioso Istituto Steklov di Matematica dell'Accademia delle Scienze dell'U.R.S.S. a Leningrado e dal 1955 fino alla fine della sua vita (2004 a Leningrado) professore presso il Dipartimento di Matematica Superiore e Fisica Matematica, alla Facoltà di Fisica, dell'Università di Leningrado.

Considerata tra i più grandi matematici del ventesimo secolo, il lavoro matematico di O. A. Ladyzhenskaya copre una vasta gamma di problemi: problemi della teoria delle equazioni differenziali parziali, la soluzione dei problemi 19° e 20° di Hilbert (per le equazioni del secondo ordine), teoria della stabilità dei problemi idrodinamici. Si deve a lei anche la prima dimostrazione rigorosa della convergenza di un metodo delle differenze finite per le equazioni di Navier-Stokes



Diede un notevole contributo allo studio del moto dei fluidi, e in particolare all'equazione di Navier-Stokes e all'**equazione delle onde**. I suoi progressi determinarono in gran parte lo sviluppo e lo stato attuale della fisica matematica.

Ol'ga ammirò molto il matematico italiano Ennio De Giorgi e insieme a Nina Nikolaevna Uraltseva, sua allieva, sviluppò considerevolmente la tecnica di De Giorgi, estendendola a equazioni non omogenee lineari e quasilineari di tipo ellittico e parabolico e ideò una tecnica per dimostrare a priori stime di soluzioni di equazioni ellittiche fortemente non lineari. Grazie ai suoi lavori, **l'idea di soluzione debole** dei problemi limite ai valori iniziali diventa un concetto fondamentale dell'analisi matematica. L'indagine sistematica dell'intera scala delle soluzioni deboli in vari spazi funzionali, insieme alle tecniche analitiche per ottenere stime in norma e gli argomenti generali di analisi funzionale, hanno portato Ol'ga Ladyzhenskaya alla risoluzione moderna delle equazioni lineari alle derivate parziali di tipo classico.

Soluzioni in senso debole

Ol'ga ha utilizzato metodicamente il concetto di **soluzioni deboli**, un punto di vista sostenuto da Friedrichs, che Ol'ga ammirava. Era in prima linea nello sviluppo della teoria per le equazioni ellittiche. In uno dei primi lavori ha mostrato che i problemi al contorno ellittici del secondo ordine hanno soluzioni integrabili al quadrato fino al bordo in condizioni molto generali. I suoi libri con Ural'tseva e Solonnikov contengono molti risultati profondi sulle stime per soluzioni di equazioni ellittiche e paraboliche. Hanno notevolmente ampliato le idee di Serge Bernstein e le tecniche di De Giorgi, Nash e Moser. I suoi libri rimangono tuttora testi fondamentali per questi argomenti.

L'equazione di Navier-Stokes

Il lavoro per il quale Ol'ga sarà ricordata più a lungo è sull'**equazione di Navier-Stokes**.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g}$$

Questo è un campo tecnicamente molto difficile in cui ogni risultato, anche modesto, richiede grande impegno. Uno degli obiettivi è stabilire se il problema ai valori iniziali in tre dimensioni ha una soluzione che si mantiene regolare per tutti i tempi futuri e, in caso negativo, se una soluzione generalizzata è determinata in modo univoco dai dati iniziali. Ma anche se in futuro questi problemi verranno risolti, e la Fondazione Clay ricompenserà il suo risolutore con uno dei suoi premi da un milione di dollari, il compito principale dell'idrodinamica resta quello di dedurre le leggi che regolano il flusso turbolento. Oltre a un ampio corpo di risultati tecnici, Ol'ga ha proposto una modifica originale delle equazioni di Navier-Stokes nelle regioni in cui la velocità fluttua rapidamente. Ha anche dato importanti contributi alla teoria degli **attrattori finito-dimensionali** di soluzioni delle equazioni di Navier-Stokes.

Sia per la sua origine sia per la sua appartenenza all'ambiente intellettuale dei dissidenti, le fu permesso di andare all'estero solo una volta, nel 1958. Dopo la caduta del muro di Berlino, nel 1989 fu però invitata ovunque, con suo grande piacere visto che amava viaggiare. È a grande merito della comunità matematica internazionale che, al culmine della guerra fredda, quando entrambe le parti stavano accumulando migliaia di armi nucleari una sopra l'altra, i matematici sovietici e quelli occidentali formassero una famiglia intimamente unita, dove le conquiste scientifiche e personali venivano ammirate indipendentemente dall'origine nazionale. Ol'ga era tra le più ammirate, per il suo coraggio, la sua capacità di superare enormi ostacoli, per il suo costante sostegno a chi era sotto attacco, per i suoi risultati matematici, e anche per la sua travolgente bellezza.



Ol'ga Ladyzhenskaya è stata un astro della matematica, ma anche una persona eccezionale, ammirata da scienziati, scrittori, artisti e musicisti illustri, diventando spesso una fonte di ispirazione per loro. L'eminente matematico V. Smirnov, la grande pianista e docente dell'Accademia di Musica, N. Golubovskaja, gli illustri poeti di fama mondiale A. Akhmatova e J. Brodsky e il famoso scrittore A. Solzhenitsyn si trovano tra loro.

La sua influenza sulla matematica del XX secolo è riconosciuta dalla comunità scientifica mondiale. Non sono stati solo i risultati scientifici di Ol'ga, anche se incredibilmente profondi e fondamentali, ma anche la sua integrità personale e la sua energia a svolgere un ruolo speciale nel suo contributo alla matematica.



...ALTRE STORIE...

da: L'altra metà della Matematica
Enciclopedia della Matematica

Sophie Germain (1776–1831)

Sophie Germain era nata a Parigi nel 1776. Non potendo seguire, in quanto donna, le lezioni dell'École Polytechnique, si limitò a raccogliere gli appunti di Lagrange, cui successivamente inviò un suo lavoro di analisi firmato con il nome di monsieur Le Blanc. Lo stesso stratagemma usò con Gauss, con cui entrò in corrispondenza all'inizio del nuovo secolo. E fu proprio Gauss a smascherarla. Nel 1806, Napoleone combatte contro i prussiani e Sophie, preoccupata per la vita del suo protettore, chiede a un ufficiale dell'esercito napoleonico di salvaguardare l'incolumità dell'illustre matematico. Gauss viene così a conoscenza della vera identità di monsieur Le Blanc e, a proposito dei suoi scritti sulla teoria dei numeri, ora così le risponde:



“Quando una donna, a causa del suo sesso, o delle abitudini e dei pregiudizi, incontra una quantità di ostacoli infinitamente maggiore rispetto ad un uomo nel familiarizzare con questi problemi, e tuttavia supera questi ostacoli e penetra ciò che vi è più di nascosto, questa donna possiede senza dubbio il più nobile coraggio, un talento straordinario e un ingegno superiore”. Dalla teoria dei numeri, Sophie Germain passa a occuparsi di problemi di fisica matematica e in particolare di teoria dell'elasticità. Grazie ai risultati conseguiti in questo campo, nel 1816 vince il premio straordinario messo a concorso dall'Accademia delle scienze di Parigi, dopo una dura polemica contro buona parte della commissione e, in particolare, contro S.D. Poisson, che nel frattempo si era avvalso nei suoi studi di alcuni risultati della Germain (naturalmente, senza citarla). Sophie muore nel 1831 e l'impiegato che scrive l'atto di morte preferisce qualificarla come rentière, piuttosto che come matematica.

Sonia Kovaleskaja (1850–1891)



Sof'ja Kovaleskaja, meglio conosciuta come Sonia, era invece nata a Mosca nel 1850. La sua giovinezza si colloca negli anni della ribellione nichilista, quando i giovani dell'aristocrazia russa si rivoltano contro ogni forma di autorità e si entusiasmano di fronte all'emancipazione delle donne, all'istruzione e alla diffusione della scienza. Centinaia di ragazze lasciano le loro famiglie per recarsi all'estero

a studiare. Per superare la difficoltà di ottenere il passaporto, non essendo sposate e prive dell'autorizzazione paterna, nei circoli studenteschi radicali era invalsa l'abitudine di contrarre un matrimonio di convenienza. È così che Sonia riesce a trasferirsi in Europa, prima a Vienna e poi in Inghilterra, dove conosce tra gli altri George Eliot, Herbert Spencer, Charles Darwin e Thomas Huxley. In Germania, è a Heidelberg che intraprende gli studi veri e propri di matematica, che poi continua a Berlino, dove riesce per quattro anni a ottenere lezioni private

da uno dei padri dell'analisi moderna, K. Weierstrass. Nella primavera del 1871 si reca a Parigi, dove nel frattempo erano scoppiati i combattimenti tra repubblicani e comunardi e dove la sorella di Sonia era diventata una convinta femminista e una delle leader della Comune. Il periodo trascorso con Weierstrass, a Berlino, è fondamentale per la formazione matematica della Kovaleskaja. È grazie all'eminente e influente matematico tedesco che Sonia riesce a ottenere il dottorato in matematica (in absentia) dall'università di Göttingen, il primo assegnato a una donna e uno dei primi in assoluto in Europa. La sua tesi contiene quel famoso teorema – ora comunemente ricordato come teorema di Cauchy-Kovalevskaja – che assicura esistenza e unicità al cosiddetto problema di Cauchy per le equazioni alle derivate parziali, quando cioè sono assegnati i valori al contorno che la soluzione e la sua derivata normale devono assumere.

Esigenze familiari riportano Sonia in Russia. è un periodo difficile, in cui gli studi matematici vengono abbandonati. Riprenderanno grazie alle insistenze di Weierstrass e di un suo allievo svedese, G. Mittag-Leffler, che le assicura un posto di professore all'università di Stoccolma. Per Sonia è una nuova occasione per riprendere la sua battaglia per l'emancipazione femminile. Il suo più aperto avversario è il commediografo August Strindberg (1849-1912) per il quale “una femmina professore di matematica è un fenomeno pericoloso e sgradevole persino, si potrebbe dire, una mostruosità; e il fatto che sia stata invitata in un paese dove ci sono così tanti maschi matematici di gran lunga superiori può essere spiegato soltanto con la galanteria degli svedesi verso il sesso femminile”. Nel 1886 Sonia vince invece il prestigioso Premio Bordin dell'Accademia delle scienze francesi, la più alta onorificenza scientifica che una donna abbia mai raggiunto, con una memoria sulla rotazione di un corpo rigido attorno a un punto fisso.

Emmy Noether (1882-1935)

Emmy Noether, tedesca, appartiene a un periodo successivo, quando anche la ricerca matematica appare ormai professionalizzata nelle sue modalità e nelle sue cadenze. Figlia del celebre geometra Max, ne segue le orme all'università di Erlangen. Può però immatricolarsi solo nel 1904, dopo cinque



anni di frequenza in qualità di uditrice. Benché la sua tesi sia giudicata da Hermann Weyl un “maestoso capolavoro” e gli esaminatori le concedano il massimo dei voti, difficile si rivela la ricerca di un’occupazione. Emmy, per otto anni, lavora del tutto gratuitamente aiutando il padre nell’Istituto matematico e addirittura sostituendolo, negli ultimi anni, quando la sua salute non gli permette più di assolvere a tutti gli impegni.

è David Hilbert ad accorgersi di lei e a chiederle, con Felix Klein, di unirsi al gruppo che a Göttingen collaborava con Einstein alla formulazione della relatività generale. La battaglia che Hilbert e Klein devono sostenere contro gli elementi più conservatori della facoltà è dura. La maggior parte dei colleghi è concorde nel ritenere che l'arrendevolezza verso una sempre maggiore presenza femminile nell'università costituisca una vergognosa dimostrazione di debolezza morale. Da qui la celebre battuta di Hilbert: "Non mi sembra che il sesso della candidata sia un buon motivo per non ammetterla. Dopo tutto, il Senato accademico non è un bagno pubblico!". Il sarcasmo di Hilbert non è sufficiente. Emmy Noether ottiene la cattedra solo nel '21. Donna, ebrea e pacifista, finisce la sua carriera (e la sua vita) negli Stati Uniti, vedendo universalmente riconosciuti i suoi lavori pionieristici di algebra astratta.

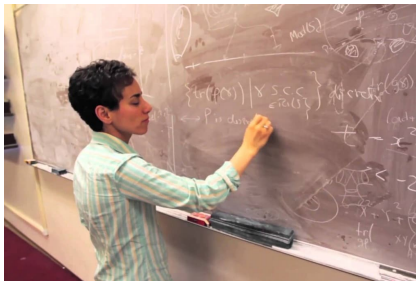
Maryam Mirzakhani (1977-2017)...

Nata nel 1977 a Teheran, voleva fare la scrittrice ma ha capito subito che il suo destino aveva in serbo qualcos'altro.

Negli anni del liceo si è guadagnata due medaglie d'oro alle Olimpiadi internazionali della matematica e dopo la laurea a Teheran è partita per gli Stati

Uniti per un dottorato ad Harvard. Dopo un periodo di ricerca al Clay Mathematics Institute e l'insegnamento a Princeton, nel 2008 è diventata professoressa all'Università di Stanford, in California.

Per i suoi straordinari contributi alla dinamica e alla geometria delle superfici di Riemann e dei loro spazi di moduli le è stata attribuita la medaglia Fields (il Nobel per la Matematica) per la prima volta ad una donna, nel 2004. Purtroppo è morta per un tumore al seno nel 2017.



...e Maryna Viazovska (1984)

Al momento dell'assegnazione della medaglia Fields Maryam ha dichiarato: "è un grande onore. Spero che questo incoraggi giovani scienziate e matematiche donne. Sono sicura che nei prossimi anni molte altre donne vinceranno questo tipo di premi". E infatti, nel 2022 la medaglia è stata nuovamente assegnata ad una donna, Maryna Viazovska (della école Polytechnique Fédérale de Lausanne) "per la dimostrazione che il reticolo E_8 fornisce

l'impacchettamento più denso di sfere identiche in 8 dimensioni e per ulteriori contributi a problemi estremali correlati e problemi di interpolazione nell'analisi di Fourier".



Buone e cattive notizie

La buona notizia è che laureate e laureati in Matematica, e più in generale nelle discipline STEM (matematica, chimica, fisica, scienza dei materiali, ingegneria), godono di opportunità di carriera di gran lunga superiori, per qualità e quantità, rispetto ai laureati delle altre discipline, in Italia e all'estero. Per i giovani laureati in matematica d'ambo i sessi si aprono ampie prospettive di impiego, oltre che nei tradizionali settori della ricerca (accademica ed industriale) e dell'insegnamento, nelle società di assicurazione, consulenza, bancarie e finanziarie, nell'industria aerospaziale, energetica.

La cattiva notizia è che sul rapporto donne e matematica incombono ancora stereotipi e pregiudizi incrociati, che riflettono peraltro la difficile relazione fra Matematica e resto del mondo, e fra donne e lavoro e carriera.

Riconoscere il potenziale creativo e innovativo

Lo sviluppo della capacità creativa individuale è un delicato processo dinamico che richiede stimoli, critiche e incoraggiamento dall'ambiente circostante. Si tratta di un'educazione ad espandere le proprie potenzialità, accettando le critiche ma senza troppo timore del giudizio.

Provare, sbagliare, tentare ancora, non c'è altro modo per crescere e l'incoraggiamento è fondamentale.

Un ambiente fondamentalmente ostile o, al contrario, iperprotettivo, che mostra comunque di non credere appieno nelle possibilità di crescita, avrà in risposta persone che non dispiegano completamente il proprio potenziale.

Le donne osano di meno?

La mancanza di fiducia nelle potenzialità delle donne, purtroppo, non riguarda soltanto i primi stadi della carriera ed è particolarmente visibile nelle posizioni e nei ruoli accademici di maggior prestigio, laddove il sistema mostra una sostanziale incapacità di riconoscere le capacità di leadership scientifica femminile.

La responsabilità, d'altra parte, è duplice. Da una parte le donne mostrano una minor propensione alla partecipazione, dall'altra risentono di un minor tasso di successo, come dimostrano le statistiche.

La questione femminile nella matematica non è solo un affare di donne, ma è di interesse per l'intera comunità, in quanto attiene alla sfera delicata delle modalità con cui essa compie le proprie scelte e le proprie valutazioni, riflettendovi spesso le proprie imperfezioni e la propria difficoltà nell'intraprendere scelte non convenzionali.

Che fare?

È fondamentale, per le giovani matematiche, poter contare su figure femminili di riferimento e vedere nel concreto la possibilità di portare avanti sia una carriera scientifica di successo che una famiglia.

Vi sono inoltre diversi aspetti da migliorare per creare un ambiente di lavoro più inclusivo nei confronti delle donne: combattere la precarizzazione, creare condizioni che facilitino la mobilità della coppia e della famiglia, una cultura della valutazione che valorizzi anche i periodi di maternità e non penalizzi le carriere scientifiche atipiche, discontinue o rallentate.

C'è da lavorare contemporaneamente nelle due direzioni: prima di tutto occorre rafforzare nelle donne la convinzione della propria capacità di plasmare idee originali e di realizzarle nella Matematica e nelle discipline STEM in generale. Ma occorre anche, e con maggiore forza, convincere la comunità scientifica che il disconoscimento del potenziale creativo della sua parte femminile non è un problema delle donne, è un difetto di efficienza di tutto il sistema.

Educazione alla valutazione oggettiva: il ruolo degli scienziati e dei docenti

C'è infine un aspetto importante da che coinvolge l'educazione al rispetto ed alla valorizzazione delle idee innovative indipendentemente dalla persona che le esprime. Nell'esercizio del nostro ruolo di docenti e di scienziati, dobbiamo porre la massima attenzione a riconoscere le soluzioni originali e creative separandole da quegli elementi di contesto che possono condizionarci nei nostri giudizi:

- Quanto incidono gli aspetti esteriori nei momenti di valutazione?
- Quanta della nostra attenzione siamo disposti ad accordare a chi si esprime con esitazione e non ha attitudine alla leadership?
- Con quali criteri accordiamo credibilità e attendibilità ai nostri interlocutori?

Il valore della scienza

Noi scienziati, e noi matematici in particolare, condividiamo un metodo rigoroso e che vuole tendere all'oggettività del giudizio. Siamo abituati a sottoporre i nostri ragionamenti a verifiche rigorose prima di giungere a delle conclusioni, a costo di distruggere sicurezze consolidate.

Siamo abituati a riconoscere il nuovo, il giusto, il vero di una teoria a prescindere da chi la formula. Abbiamo una tendenza ad applicare questo modello anche alla vita quotidiana, suscitando talvolta lazzi e talvolta rimproveri.

Siamo davvero capaci di valutare con obiettività, anticonformismo e spirito critico, approfondendo tutti gli elementi di giudizio, senza farci condizionare dagli elementi esteriori? Siamo in grado di educare i nostri figli e i nostri allievi ad una valutazione (passiva ed attiva) fondata su questi valori?