一．选择题（6*4 分）

1.已知 $f(x)=\begin{cases}2(x-1) & x<1\\ \ln x & x\geq 1\end{cases}$,则 f(x)的一个原函数是（   ）

A. $\begin{cases}(x-1)^2 & x<1\\ (\ln x-1)x & x\geq 1\end{cases}$；　　B. $\begin{cases}(x-1)^2 & x<1\\ (\ln x+1)x-1 & x\geq 1\end{cases}$；

C. $\begin{cases}(x-1)^2 & x<1\\ (\ln x+1)x+1 & x\geq 1\end{cases}$；　D. $\begin{cases}(x-1)^2 & x<1\\ (\ln x-1)x+1 & x\geq 1\end{cases}$。

2.设 F(x)是 f(x)的一个原函数，则下面说法**错误**的是（   ）

A. $dF(x)=f(x)dx$；　B. $\int dF(x)=F(x)$；

C. $\frac{d\int f(x)dx}{dx}=f(x)$；　D. $\int f(x)dx=F(x)+C$。

3. 设在闭区间[a，b]上函数 f(x)的定积分存在，则下列陈述中正确的是（ ）

A. f(x)在闭区间[a，b]上有界；

B. f(x)在闭区间[a，b]上可能无界；

C. f(x)在闭区间[a，b]上必然连续；

D. f(x)在闭区间[a，b]上只能有可去间断点。

4. 设 $F(x)=\frac{\sin x}{x-a}\int_{a^2}^{x^2}f(t)\,dt$,其中 f(x)为连续函数，则极限$\lim\limits_{x\to a}F(x)$等于

(   )

A.$2a\cos af(a^2)$，　**C.**$\cos af(a^2)$，

B. $2a\sin af(a^2)$ **，**　**D.**$\sin af(a^2)$。

5.定积分$\int_0^{2\pi}\sin^3 x\ dx=$（ ）

A．$-\frac{2}{3}$，　B．0，　C．$\frac{2}{3}$，　D．$\frac{8}{3}$。

6.已知空间三点 A（1,2,3), B（3,2,1), C（1,4,5),则向量$\vec{AB}$与$\vec{AC}$的夹角为(　)

A.0， C.$\frac{\pi}{3}$， B.π， D. $\frac{2}{3}\pi$。

二．填空题（4*4 分）：

1.$\int\frac{e^{x}dx}{1+e^{2x}}=$ ＿＿＿＿＿＿。

2.$\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\left[\frac{\sin x}{1+\cos x}+|x|\right]dx=$＿＿＿＿。

3.星形线$\begin{cases}x=\cos^{3}t\\ y=\sin^{3}t\end{cases}$所围面积为＿＿＿＿＿。

4.过点(1,1,1)且与向量{1,1,1}垂直的平面的方程是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

三、基本计算题（25 分）：

1. $\int_{0}^{\pi^{2}/4}\cos\sqrt{x}dx$, 2.$\int\frac{x}{\sqrt{4x-3}}dx$, 3. 求由 $y=\ln x, y=x-1, y=1$ 所围平面图形的面积。

综合题（20 分）：

四. 求 $g(x)=\int_{-1}^{1}|x-t|e^{t^{2}}dt$ 的最小值。

五．设 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上可导且$f(0)=0$，令

$$F(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_{0}^{x}tf(t)dt}{x^{2}}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$$

(1) 求$F'(x)$,(2) $F'(x)$在$x=0$处是否连续？请说明理由.

难题（15 分）：

六. 设函数 f(x)在(0,+∞)上连续，且对任意正数 p,q，

积分 $\int_{p}^{pq} f(x)\,dx$ 的值与 p 无关，f(1) = 1,求 f(x).

七.设 $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx$，试建立递推式，并使用结果证明：

$$\lim_{n\to\infty}\left[1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right] = \ln 2.$$