《现代控制论》第七次作业

(要求：切勿抄袭，独立完成，作业须装订)

1. 【20 分】对于系统$\dot{x} := -x + u$，$x(0) = 2$，试求$|u(t)| \leq 1$，使得如下性能泛函取得极小值：

$$J(u) = \int_0^1 (2x - u)\mathrm{d}t$$

2. 【80 分】给定系统：

$$\dot{x}_1 = x_2,\ x_1(0) = 0$$
$$\dot{x}_2 = -x_2^2 + u,\ x_2(0) = 0$$

在此，记$x := [x_1,\ x_2]^\top$，试写出在下列各种情形中，其最优问题的必要条件：

1) $t_f = 1$，$x(t_f)$自由，求u^*使如下性能泛函最小：

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_0^1 [(x_1 - 1)^2 + u^2]dt$$

2) $t_f = 1$，求u^*将$x(0)$转移到$x(t_f) = [1,\ 0]^\top$，并使如下性能泛函最小：

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_0^1 [(x_1 - 1)^2 + u^2]dt$$

3) $t_f = 1$，求u^*将$x(0)$转移到$x(t_f) = [1,\ 0]^\top$，满足$|u(t)| \leq 1$，并使$J(u)$最小：

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_0^1 [(x_1 - 1)^2]dt$$

4) $t_f = 1$，求u^*将$x(0)$转移到$x(t_f) = [1,\ 0]^\top$，并使$J(u)$最小：

$$J(u) = \int_0^1 u^2 dt$$

5) $t_f = 1$，求u^*将$x(0)$转移到曲线$(x_1 - 2)^2 + x_2^2 - 1 = 0$上，并使$J(u)$最小：

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_0^1 u^2 dt$$

6) 求u^*将$x(0)$转移到$x(t_f) = [1,\ 0]^\top$，并使如下性能泛函最小：

$$J(u) = t_f + \frac{1}{2}\int_0^1 u^2 dt$$

7) 求u^*满足$|u(t)| \leq 1$，将$x(0)$转移到$x(t_f) = [1,\ 0]^\top$，并使所用的时间最短。

8) $t_f = 1$，求u^*满足$|u(t)| \leq 1$，将$x(0)$转移到$x(t_f) = [1,\ 0]^\top$，并使$J(u)$最小：

$$J(u) = \int_0^1 |u| dt$$