

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2020 级信息类一元函数微分学统考试卷 （A 卷） 2020 年 11 月 29 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

- (1) 对数列  $\{a_n\}$ ，若  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A, (A \neq 0)$ ，则当  $n$  充分大时，必有 ( ):
- (A)  $|a_n| \leq A$ ; (B)  $|a_n| \leq |A|$ ; (C)  $|a_n| \leq (1/2)|A|$ ; (D)  $|a_n| \geq (1/2)|A|$ .
- (2) 当  $x \rightarrow 0$  时， $(2/3)(\cos x - \cos 2x)$  是  $x^2$  的( ):
- (A) 等价无穷小; (B) 高阶无穷小; (C) 同阶，但不等价无穷小; (D) 低阶无穷小.
- (3) 设函数  $f(x)$  在  $x_0$  处可导，则  $\lim_{n \rightarrow \infty} n[f(x_0 + \frac{1}{n}) - f(x_0 - \frac{1}{n})] = ( )$ :
- (A)  $f'(x_0)$ ; (B)  $-f'(x_0)$ ; (C)  $2f'(x_0)$ ; (D) 0;
- (4) 设函数  $f(x)$  在  $x=1$  处可导，且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-x)}{2x} = -1$ ，则曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线斜率为( )： (A) -1; (B) -2; (C) 1/2; (D) 2;
- (5) 设函数  $f(x) = \frac{1 - e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$ ，则  $x = 0$  是  $f(x)$  的( )，
- (A) 可去间断点; (B) 连续点; (C) 无穷间断点; (D) 跳跃间断点.

一题得分	
------	--

二、填空题（每小题 4 分）:

- (1) 设  $f(x) = (x-1)^2 e^{x-1}$ ，则  $f^{(100)}(1) =$ \_\_\_\_\_
- (2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin x + (e^x - 1)}{\ln(1 + 2x)} =$ \_\_\_\_\_，
- (3) 设函数  $y = y(x)$  由方程  $y - xe^y = 2$  所确定，则  $y'(0) =$ \_\_\_\_\_
- (4) 设函数  $f(x)$  有任意阶导数，且满足  $f'(x) = [f(x)]^2$ ，则当  $n \geq 2$ ， $f^{(n)}(x) =$ \_\_\_\_\_，
- (5) 设函数  $f(x) = x^x$ ，则  $f'(2) =$ \_\_\_\_\_.

二题得分	
------	--

姓名
学号
专业
任课教师



三、求下列极限：（每小题 5 分）

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-4x} - \sqrt{1+6x}}{x};$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \frac{1}{2x} + \cos \frac{2}{x})^x;$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$

三题 得分	
----------	--

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

(1) 设  $y = \arctan(\frac{1-x}{1+x})$ , 求  $\frac{dy}{dx};$

(2) 设  $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2)...(e^{nx} - n)$ ，其中  $(n \geq 2)$  为自然数，求  $f'(0);$

四题 得分	
----------	--

姓名	
学号	
专业	
任课教师	



(3) 设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = 3t + t^3 \end{cases}$  所确定, 求  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=1}$

五、证明下列不等式: (每小题 6 分)

(1) 当  $x > 0, e^x > 1 + (1+x)\ln(1+x)$ ;

五题 得分	
----------	--

(2) 当  $1 > x > 0, \arcsin x < \frac{x}{1-x^2}$

六、(6 分) 求函数  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$  的极值.

六题 得分	
----------	--

姓名
学号
专业
任课教师

七、(6 分) 求函数  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 31$ , 在区间  $[-2,3]$  上的最大值, 最小值.

七题 得分	
----------	--

八、(6 分) 设函数  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  内可导, 且  $f(0) = 0, f(1) = 1/3$ ,

证明: 分别存在  $\xi \in (0, \frac{1}{2}), \eta \in (\frac{1}{2}, 1)$ , 使  $f'(\xi) + f'(\eta) = \xi^2 + \eta^2$

八题 得分	
----------	--