

# 自控原理复习大纲

1. 18 世纪, **瓦特**为控制蒸汽机速度设计的离心调节器, 是自动控制领域的第一项重大成果。

2. 自动控制的基本方式(需要会举例, 从生活中着想, 不要想太复杂的所谓高科技): **开环控制**(优点: 结构简单, 成本低, 系统稳定; 缺点: 精度差, 抗干扰性差)(交通红绿灯)、**闭环(反馈)控制**(优点: 提高精度, 抑止扰动量)、**前馈控制**(优点: 对于特定扰动补偿速度快; 缺点: 需要测量元件, 针对特定干扰)(根据天气预报增减衣服)、**复合控制(前馈+反馈)**(首先根据天气预报穿衣服, 然后根据自己实际感觉稍微加减)

3. 控制系统按照控制方式分类: **开环控制、闭环控制、复合控制**

4. 控制系统按照输入量变化规律(指令)分类控制系统按照控制方式分类: **恒值系统、随动系统**(雷达跟踪空中飞行器)、**程序控制系统**(一般在工业生产中的循环往复过程指令, 自己教材看看)。

5. 判断一个系统线性还是非线性, 叠加性原理, 注意不要把**具有时间变量的线性时变系统**判断为非线性系统, 一般考试的**非线性中都含有变量(输入或者输出)的相互乘积项或者高次项**。

6. **连续系统与离散系统**的分类方式。

7. 控制系统的基本要求: 稳(**稳定性**, 表现为抑制振荡, 对应**阻尼系数**或者**超调, 微分反馈**)、快(**快速性**, 对应**上升时间**或**调节时间**, **比例反馈**)、准(**准确性**, 对应**稳态误差, 积分反馈**)。

8. 信号的角度, 典型输入信号, 对应的  $s$  变换和  $z$  变换函数(这是后面大量解题的基础, 要熟记, 联想每种信号的形状): **脉冲函数、阶跃函数、斜坡函数、加速度函数**(前面 4 个依次为积分关系, 所以对应变换也是有规律的)、**正弦函数**。

函数形式	时域表达式	复域表达式
单位脉冲	$\delta(t)$	1
单位阶跃	$1(t)$	$1/s$
单位斜坡	$t$	$1/s^2$
单位加速度	$0.5t^2$	$1/s^3$
正弦函数	$A \sin \omega t$	$A\omega/(s^2 + \omega^2)$

9. 微分方程与  $s$  传递函数, 差分方程与  $z$  传递函数的快速转换, 如果题设没有提到初始条件, 就按照 0 初始条件计算, 关键点  $sx$  与  $dx/dt$ 、 $s^2x$  与  $d^2x/dt^2$  等的互换,  $zx(k)$  与  $x(k+1)$ ,  $z^2x(k)$  与  $x(k+2)$  等的互换。这也是算子运用的美妙之处, 将复杂的微积分计算转换成为加减乘除运算, 便于实际使用。

10. 特征根与运动模态的对应关系, 连续与离散的对应关联记忆, 前者是微分方程课程的内容。

特征根的形式	特征根	运动包含的模式
单特征根	$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$	$e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_n t}$
重特征根	$\lambda^m$	$e^{\lambda t}, te^{\lambda t}, \dots, t^{m-1}e^{\lambda t}$
共轭复根	$\sigma \pm j\omega$	$e^{(\sigma \pm j\omega)t}$ $e^{\sigma t} \sin \omega t + e^{\sigma t} \cos \omega t$

11. 无论是连续还是离散系统，传递函数的定义都是**零初始条件**下，输出信号的对应变换与输入信号的对应变换之比(也可考虑为输入为脉冲函数情况下的输出响应)。传递函数只反映系统自身特性，它决定于系统的**结构与参数**，而与**输入量**无关。

12. 一个系统的动态响应计算(**连续与离散通用**)：零初始条件，信号的 s 或者 z 变换直接乘以传递函数，然后进行反变换即可；非零初始条件，首先按照步骤 9 将传递函数转换为微分方程(差分方程)，然后利用 s(z)变换对应的**初值定理或者位移定理(唯一需要记忆的 s 或者 z 变换性质)**，把每一项再进行 s(z)变换，都把初值条件嵌入进来，进而得到新的传递函数，一部分是指令信号产生的，称为**零状态响应**，另一部分是初始状态产生的，称为**零输入响应**。然后对于整体进行反 s(z)变换，即可得到时域表达式。最常用的方法都是分式分解法，无论 s 还是 z。
13. 系统的角度，典型环节(积木)及其 s(z)变换，与步骤 8 对比记忆(同样的 s 变换对应的环节和信号对比)：**比例环节、惯性环节、积分环节、微分环节、滞后环节**。
14. Mason 公式简化框图，公式形式类似多集合求公共交集，这个必考。仔细看书，中间各个环节能否合并、如何合并等。
15. 掌握计算闭环中从指定输入点到指定输出点的传递函数，常见输入点为指令或者干扰，输出点为对象实际输出、误差和控制量。
16. 时间响应包括**动态过程**和**稳态过程**。
17. 动态性能指标的定义和图示：**上升时间、超调量、调节时间**。对于二阶欠阻尼系统，要根据系统阻尼系数和角频率会计算上述 3 个指标，或者反向根据上述 3 个指标反推系统阻尼系数和角频率。基本每年必考。此外，结合后面的频域分析，确定二阶欠阻尼系统的谐振峰频率(**0.707 阻尼之前存在谐振峰，谐振峰频率和峰值会计算**)，就是 Bode 幅频曲线放大倍数最大的那个频率。这些是二阶系统独特的考点。
18. 通过 Routh 表判断系统临界稳定与否或者边界条件：除了直接判断外，主要会融合在根轨迹与虚轴交点的求取、连续(特别是离散)系统未知增益 K 的边界求取、幅值裕度的计算等题目中。简化起见，只需要记住 2-4 阶多项式稳定的判断条件即可，5 阶以上基本没有考试的可能性。
19. 连续与离散系统的稳态误差计算，关联记忆，从 s=0 到 z=1。
20. 不同情形传递函数标准型及其增益的定义，注意区分

计算稳态误差

$$G_K(s) = \frac{K(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) \cdots}{s^v (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots} = \frac{K \prod_{i=1}^m (\tau_i s + 1)}{s^v \prod_{j=1}^{n-v} (T_j s + 1)}$$

根轨迹

$$G(s) = K_1 \frac{\prod_{i=1}^f (\tau_i s + 1)}{s^v \prod_{j=1}^q (T_j s + 1)} = K_G \frac{\prod_{i=1}^f (s - z_i)}{\prod_{j=1}^h (s - p_j)}$$

前向通路根  
轨迹增益

Bode 图

$$G(s) = \frac{K(T_2 s + 1) \cdot \omega_n^2}{s(T_1 s + 1)(T_3 s + 1)^2 (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

21. 系统型数与积分环节的数目，对应的稳态误差系数

22. 计算机诞生之前，稳定性研究的几个途径：**Routh 判据**(根据方程系数不解方程判断右半平面根的个数)、**根轨迹**(根据开环零极点分布，图解法研究可变增益变化对于闭环极点分布的影响)、**Nyquist 稳定性判据**(不需要开环方程具体形式，只需要开环方程的频率响应特性，图解法判断闭环方程的稳定性)。

23. 根轨迹绘制主要信息(给分点)：**开环极零点位置分布作为始点和终点、分支数、渐近线与实轴交点及交角、根轨迹实轴分布区间、实数轴上的分离点、与虚轴交点由 Routh 判据得到、起始角与终止角**(由于涉及复数根并且角度计算，考的可能性不大但不能排除)。

24. 参数根轨迹转换成普通根轨迹，把可调增益通过变换转到乘性关系。

25. 频率特性的基础，正弦信号通过线性系统频率不变，典型环节的频率特性是后续复杂 Bode 图的基础和积木：**比例环节(20lgK)、惯性环节(0dB,-20dB/dec)、积分环节(-20dB/dec)、比例微分环节(0dB,20dB/dec)、振荡环节(-40dB/dec)、时滞环节**。对于频率曲线脑子里很快想到，振荡环节要会分析谐振峰与阻尼的关系。Bode 图的横轴坐标为  $\lg \omega$ ，是由于低频变化丰富高频变化单调，便于观察，幅值坐标为  $20\lg \omega$ ，是为了后续把复杂系统的串联乘法运算全部转成加法运算进行叠加。这在计算机诞生之前的绘图纸时代是十分重要的。

26. 幅相频率响应曲线(Nyquist 曲线，考虑对称性)：起点(0 频率)位置在坐标轴上，在哪个坐标轴看有几个积分环节，从实轴顺时针旋转到那个坐标轴；终点(无穷大频率)一般都在原点(只要分子阶次低于分母阶次的真分式，考试都出这样的)；计算起点和终点的幅值和相位，决定出射和入射方向；与实轴的交点需要绘制出，对应穿越频率。(要素给分点：**起点和终点位置 and 方向，经过的象限，与实轴交点，示意图即可，但是如果象限错了会扣分，所以要特别注意开始和终止方向**)(与 Bode 图联合考虑，穿越频率对应相频曲线上穿越-180 度的频率，对应着幅值裕度。开环增益增大，相频曲线不变，因此穿越频率不变，但是幅频曲线上移，距离 0dB 线更近，或者说 Nyquist 曲线外扩，距离-1 点更近，都说明幅值裕度更小。物理上，总共允许变化的增益范围是固定的，开环增益大了，允许变化的范围就减小了。把这 3 个概念综合考虑，加深印象)



➤ 曲线的起点 ( $\omega = 0^+$ ) 和终点 ( $\omega = \infty$ )

➤ 曲线与实轴的交点

计算方法:  $\text{Im}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)] = 0$

$$\varphi(\omega_x) = \angle G(j\omega_x)H(j\omega_x) = k\pi$$

$\omega_x$  称为穿越频率

曲线与实轴交点:  $\text{Re}[G(j\omega_x)H(j\omega_x)] = G(j\omega_x)H(j\omega_x)$

➤ 开环幅相曲线的变化范围: 象限, 单调性

27. 根据传递函数快速绘制 Bode 幅频曲线, 或者反之根据 Bode 幅频曲线反算开环传递函数 (一般开环都含有积分环节, 首选过  $(1, 20\lg K)$  绘制斜率  $-20^\circ$  的直线, 完成低频段, 然后根据碰到的转折频率点, 依次的斜率增量为  $-20, +20, -40$  等, 遇到重次的, 增量需要乘以相应次数, 一直画完最高转折频率点; 一种题型要求相位裕度, 从头开始逐个计算折线, 转折点与  $0\text{dB}$  相交的频率可以求出, 然后按照相位裕度定义求出)。

①将开环传函按典型环节分解;

②确定一阶、二阶环节的交接频率;

③绘制低频段 ( $\omega < \omega_{\min}, \omega_{\min}$  一最小交接频率) 渐进特性;

➤ 一般为纯积分环节或纯微分环节。

➤  $L_a(1) = 20\lg(k)$ , 该点在曲线 (所有交接频率  $> 1$ ) 或其延长线上 (存在交接频率  $< 1$ )

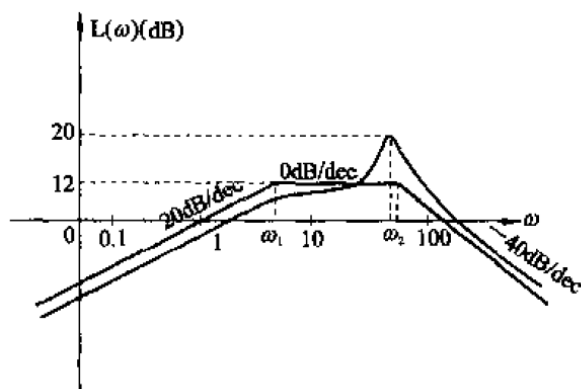
④按照斜率绘制高频段 ( $\omega \geq \omega_{\min}$ ) 渐近特性。

根据分段折线计算系统的截至频率:

$$L(\omega_c) = 0$$

按照折线进行近似计算。

有时候反求含有振荡环节的情形, 需要采用下述阻尼求取方法 (正画图不需要):



由前知,在谐振频率  $\omega_r$  处,振荡环节的谐振峰值为

$$20\lg M_r = 20\lg \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$$

而根据叠加性质,本例中  $20\lg M_r = 20 - 12 = 8(\text{dB})$ ,故有

$$4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 10^{-8/20} = 0$$

28. Nyquist 稳定性判据:  $Z$ (闭环不稳定极点个数) $=P$ (开环不稳定极点个数) $-R$ (逆时针包围 $(-1,0)$ 的圈数),绕行路线顺时针。数圈数如果有疑问可以用公式  $R = 2(N_+ - N_-)$ ,只考虑 $(-1,0)$ 左侧的穿越实轴,补做圆弧也需要考虑,注意这个计算只需要考虑半周曲线也就是 Nyquist 曲线,穿越次数算清楚。
29. 幅值裕度对应频率为穿越频率,幅相曲线穿越实轴, Bode 图相频曲线穿越 $-180^\circ$ ,对应于开环对象增益可以增大多少系统开始发散,可以通过 Routh 判据精确求取;相位裕度对应频率为截至频率,幅相曲线穿越单位圆, Bode 图幅频曲线穿越  $0\text{dB}$ ,对应于系统加入的可以引起不稳定的最小时延对应的相位延迟,可以利用 Bode 幅频曲线近似求取。常用指标  $6\text{dB}$ (对应 2 倍),  $45\text{deg}$ 。
30. 3 种频率研究方法,幅相曲线, Bode 图, Nichols 图
31. 闭环带宽的定义,  $3\text{dB}$ 。
32. 线性系统校正的目的:减少稳态误差,改善动态品质。
33. 常用校正方式:串联校正,反馈校正,前馈校正,复合校正。给出一个框图能够标明各个校正环节属于哪类。注意与 2 的区别。
34. 反馈校正的优点:削弱非线性特性的影响;减小系统的时间常数;降低系统对参数变化的敏感性;抑止系统噪声。
35. 串联超前校正,串联滞后校正,都可以用来提高系统的相位裕度,原理有区别。超前校正,用在提高截频场合,把幅频曲线上抬加大截频;滞后校正,用在降低截频场合,对于幅频曲线进行下压。超前流程:把最大相角对应频率中心  $\omega_m$  放置在期望截频上,通过 Bode 幅频图或者计算出原系统对应的幅值  $-L$ ,利用  $L = 10\lg a$ ,求取出  $a$ ,再利用  $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$ ,求解出  $T$ ;根据 Bode 图求取校正后系统的截频,按照定义计算相位裕度验证。滞后流程(最大滞后角对应频率应小于  $1/10$  倍截频,期望相位裕度不小于  $\gamma^*$ ):在期望截频  $\omega_c$  附近绘制原系统的相频曲线  $\gamma(\omega)$ ,滞后环节对应的相位取为  $-6^\circ$ ,选取满足  $\gamma(\omega) \geq \gamma^* + 6$  的区间内最大  $\omega$ ,将滞后环节频率中心设置于  $\omega$ ,求取原系统对应  $\omega$  的幅值  $L$ ,利用
- $$\begin{cases} 20\lg b + L'(\omega_c'') = 0 \\ \frac{1}{bT} = 0.1\omega_c'' \end{cases}$$
- 得到滞后环节参数。验算。
36. 复合校正的全补偿:在指令为 0 的假设下,计算扰动到输出的传递函数,令其为 0,可以反解出前馈通道特定位置需要的补偿环节。
37. 复合校正:扰动补偿,输入补偿。
38. 离散系统:采样开关,保持器。香农采样定理,恢复信号采样频率不小于信号最高频率

的 2 倍。零阶保持器及其传递函数。

39. 离散系统特殊的地方：连续环节当输入没有采样开关时，此环节不能单独离散化，必须与其他连续环节整体离散化。连续模型的离散化模型一般不等于每个串联子模型的离散化乘积。闭环系统没有唯一的表达式，受制于采样开关的位置分布。
40. 求取一个离散模型，一定要注意框图中是否画有保持环节，否则有无这个环节离散化模型不一样。
41. 离散的很多内容，与连续系统类似，前面提及了，二者关联记忆，这里不再赘述。
42. 离散系统的稳定性分析，利用双线性变换转为连续域，依然使用连续的判据。
43. 离散独特的最少拍系统：闭环特征多项式极点全部在 0，可以使得误差在有限步在采样点到达 0。只要使得误差对于典型输入的闭环传函有限拍即可，反解控制器。这个不是重点。