# 人工智能技术
# Artificial Intelligence

## ——人工智能：经典智能+智能计算+机器学习
AI: Classical Intelligence + Computing Intelligence + Machine Learning

王鸿鹏、杜月、王润花、许丽

南开大学人工智能学院

# 第三部分 计算智能
# Computational Intelligence

## ——第九章：模糊系统
## Chapter 9: Fuzzy system

# 模糊系统和模糊工程

## Fuzzy system and fuzzy engineering

模糊集合 模糊推理 模糊控制

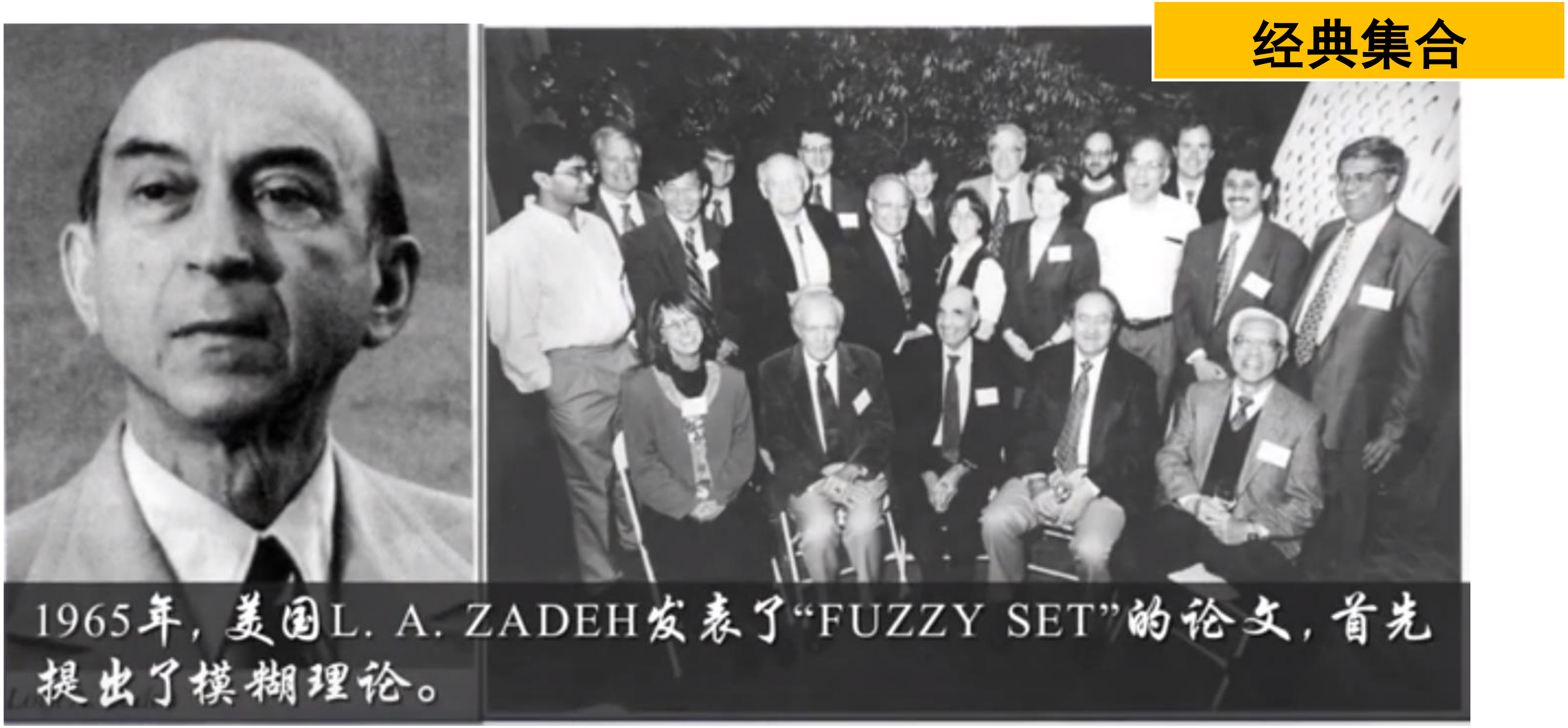
模糊逻辑

模糊计算 模糊决策 ……

# 模糊推理——模糊逻辑的提出

- 模糊逻辑的提出与发展
- 模糊集合
- 模糊集合的运算
- 模糊关系与模糊关系的合成
- 模糊推理
- 模糊决策

# 模糊推理——模糊逻辑的提出



# 模糊系统的发展历史

- 1965年 美国加州大学伯克利分校 L. Z. Zadeh教授发表论文 “Fussy Set”, 标志着 “模糊学”的开始；
- 1966年P. N. Marinos 发表了模糊逻辑的研究报告，标志着模糊逻辑的诞生；
- 1974年L. Z. Zadeh 进行了模糊逻辑推理研究，使模糊理论成为一个热门的课题；
- 1974年英国的E.H. Mamdani首次用模糊逻辑和模糊推理实现了世界上第一个实验性的蒸汽机控制，取得了比传统的直接数字控制算法更好的效果；
- 1980年 L. P. Holmblad等人在水泥窑炉上安装了模糊控制器获得成功，引起广泛的关注。

模糊逻辑应用最有效，最广泛的领域就是模糊控制，模糊控制在各方面的出人意料地解决了传统控制理论无法解决或难以解决的问题，并取得了一些令人信服的成果(日本，韩国)。

# 模糊系统的发展历史

- 1983年日本FUJI ELECTRIC公司实现了饮水处理装置的模糊控制；
- 1987年日本Hitachi公司研制出地铁的模糊控制系统；
- 1987-1990年在日本申报的模糊产品专利就达319种；
- 目前，各种模糊产品充满日本、西欧和美国市场，如模糊洗衣机，模糊吸尘器，模糊电冰箱和模糊摄像机等。

模糊逻辑应用最有效，最广泛的领域就是模糊控制，模糊控制在各方面的出人意料地解决了传统控制理论无法解决或难以解决的问题，并取得了一些令人信服的成果(日本，韩国)。

# 模糊系统的发展现状

1. 模糊理论的基础研究 应用模糊理论对人的思维过程和创造力进行理论研究；对模糊方法论中的模糊集理论、模糊方程、模糊统计和模糊数学等基础理论进行研究。
2. 模糊计算机的结构、模糊逻辑器件、模糊逻辑存储器、模糊编程语言以及模糊计算机操作系统等。
3. 机器智能化研究 实现对模糊信息理解，对具有渐变特征模糊系统的控制以及对模式识别和决策智能化的研究。包括智能控制、传感器、信息意义理解、评价系统，具有柔性思维和动作性能的机器人，有自然语言理解能力的智能通讯，具有实时理解能力的图像识别等。

# 模糊系统的发展现状

4. 人机工程的研究 实现高速模糊检索，对未能预测的输入条件作适当判断的专家系统，包括模糊数据库，模糊专家系统，智能接口和对人的自然语言研究。
5. 人类系统和社会系统的研究 利用模糊理论解决充满不确定性的人的复杂行为、心理分析，社会经济的变化趋势，建立社会现象的模型、预测以及决策支持。包括对潜在危机的预测和评估，对有人为失误系统的评价方法，建立不良结构系统的模型等。
6. 自然系统的研究 利用模糊理论解决复杂自然现象的模型和解释。

# 经典集合论：

- 论域被讨论的对象的全体称作论域。论域常用大写字母U、X、Y、Z等来表示。
- 元素 论域中的每个对象称为元素。元素常用小写字母a、b、x、y等来表示。
- 集合 给定一个论域，论域中具有某种相同属性的元素的全体称为集合。集合常用大写字母A、B、C等来表示。

列举法：将集合的元素一一列出，如：

A={a1，a2，a3，…an}。

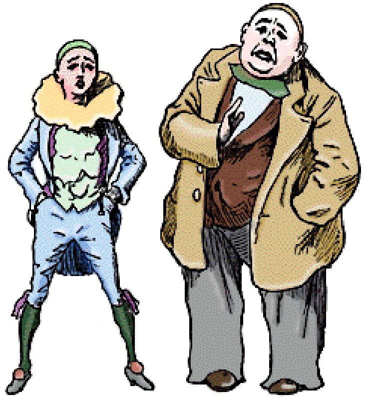
描述法：通过对元素的定义来描述集合。如：

A = {x | x≥0 and x/2=自然数} 。

# 模糊数学的基础——模糊集合

在普通集合论中，集合中的元素(如a)与集合(如A)之间的关系是属于($a \in A$)，或者不属于($a \notin A$)，它所描述的是非此即彼的“清晰概念”。但在现实生活中并不是所有的事物都能用清晰的概念来描述的，如:

风的强弱



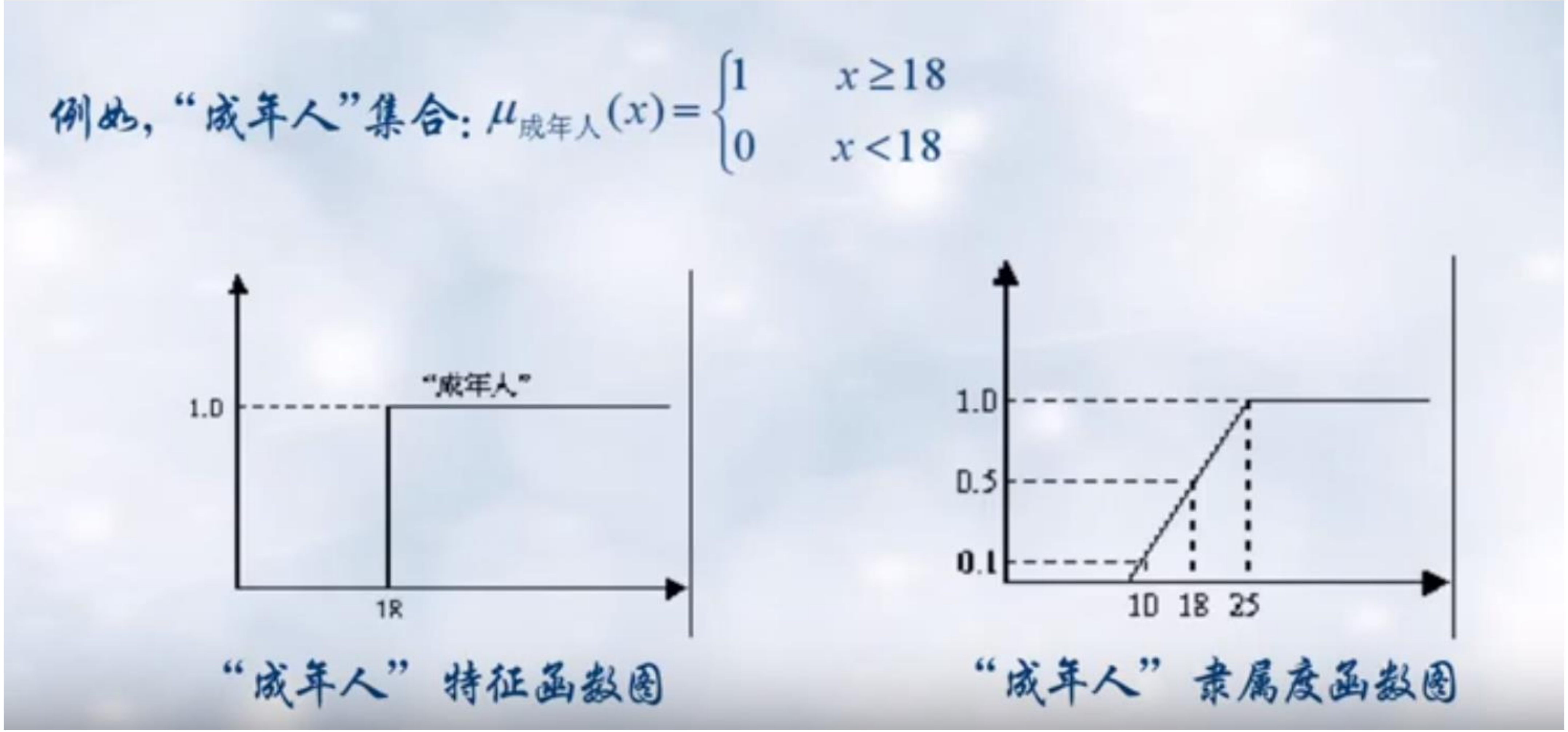
人的胖瘦

年龄大小

个子高低

模糊逻辑给集合中每一个元素赋予一个介于0和1之间的实数，描述其属于一个集合的强度，该实数称为元素属于一个集合的隶属度。集合中所有元素的隶属度全体构成集合的隶属函数。

# 模糊推理——模糊逻辑的提出



# 模糊集合论基础

## 1、模糊集的概念：

- 定义1：论域U中的模糊子集A，是以隶属度函数为表征的集合。即由映射 $\mu_A$

$$\mu_A: \quad U \rightarrow [0,1]$$

确定论域$U$的一个模糊子集$A$。$\mu_A$称为模糊子集的隶属函数，$\mu_A(u)$称为$u$对$A$的隶属度，它表示论域$U$中的元素$u$属于其模糊子集$A$的程度。它在[0,1]闭区间内可连续取值。隶属度也可简记为

$$A(u)$$

- 定义2：在给定论域U上，对于不同的映射(即不同的隶属函数)可以确定不同的模糊子集。所有这些子集组成的模糊集合的全体称为U的模糊幂集，记为F(U)，即：

$$\mathrm{F}(U) = |A|_{\mu_A}: U \rightarrow [0,1]$$

当论域中元素数目有限时，模糊集合A的数学描述为：$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\}$

$\mu_A(x)$：元素x属于模糊集A的隶属度，X是元素x的论域。

## 2、模糊集合的表示方法

对于论域$U$中的模糊子集$A$，常用的表达方式

(1) Zadeh表示法

当$U$为离散有限域 $\{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$

隶属函数

$$A = \frac{\mu_A(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_A(u_2)}{u_2} + \cdots + \frac{\mu_A(u_n)}{u_n}$$

元素

$$A = \frac{A(u_1)}{u_1} + \frac{A(u_2)}{u_2} + \cdots + \frac{A(u_n)}{u_n}$$

当$U$为连续有限域

隶属函数

$$A = \int_u \frac{\mu_A(u)}{u}$$

元素

模糊数

Fussy Set $\underset{\sim}{4} = \frac{0}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{1}{4} + \frac{0.5}{5} + \frac{0.3}{6} + \frac{0}{7}$

# 模糊集合论基础

## 2、模糊集合的表示方法

### (2) 矢量表示法

$$A=(A(u_1),A(u_2),\cdots,A(u_n))$$

注：在矢量表示法中，隶属度为0的元素也要依样列出。例：

$$\text{Fussy Set}\quad \underset{\sim}{4}=(1,2,3,4,5,6,7)$$

$$\mu_{\text{A}}(u)=(0,0.3,0.5,1,0.5,0.3,0)$$

### (3) 续偶表示法

$$A=\{\langle u_1,A(u_1)\rangle,\langle u_2,A(u_2)\rangle,\cdots,\langle u_n,A(u_n)\rangle\}$$

### (4) 函数描述法 用隶属度函数的表达式表示模糊子集。

模糊集合“年轻人” Y

$$\mu_Y(u)=\begin{cases}1 & 0\le u\le 25\\ [1+(\frac{u-25}{5})^2]^{-1} & 25\le u\le 200\end{cases}$$

## 3、模糊集合的运算

与普通集合一样，模糊集合也存在运算，但是与普通集合的运算规则有所不同。

定义3 设$A, B$是论域$U$的模糊集合，即$A, B \in U$，若对任一$u \in U$都有$B(u) \leq A(u)$，则称$B$是$A$的一个子集，记为$B \subseteq A$。

若对任一$u \in U$都有$B(u) = A(u)$，则称$B$等于$A$，记为$B = A$。

# 模糊集合论基础

## 3、模糊集合的运算

设$A, B$为论域$U$中的两个模糊集合，

$$\mu_A(u),\ \ \mu_B(u)$$

是隶属函数。则模糊集合的交、并、补等运算定义如下：

**定义4**　模糊集合( $A \cup B$ ，并)的隶属函数为：

$$\mu_{A\cup B}(u) = [\mu_A(u) \vee \mu_A(u)]$$

**定义5**　模糊集合( $A \cap B$ ，交)的隶属函数为：

$$\mu_{A\cap B}(u) = [\mu_A(u) \wedge \mu_A(u)]$$

**定义6**　模糊集合( $\bar{A}$ ，补)的隶属函数为：

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$$

## 3、模糊集合的运算

例题：设论域为：

$$U=[u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5]$$

两个模糊子集为：

$$A=\frac{0.6}{u_1}+\frac{0.5}{u_2}+\frac{1}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.3}{u_5}$$

$$B=\frac{0.5}{u_1}+\frac{0.6}{u_2}+\frac{0.3}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.7}{u_5}$$

$A$与$B$的并：

$$A\cup B=\frac{0.6}{u_1}+\frac{0.6}{u_2}+\frac{1}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.7}{u_5}$$

$A$与$B$的交：

$$A\cap B=\frac{0.5}{u_1}+\frac{0.5}{u_2}+\frac{0.3}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.3}{u_5}$$

# 二、隶属度函数的建立

隶属度函数是模糊集合论的基础，如何确定隶属度函数是一个关键问题。隶属度函数应该反映出模糊问题的渐变性。

对隶属度函数的基本要求：

1、表示隶属度函数的模糊集合必须是凸的模糊集合；

2、变量所取隶属度函数通常是对称和平衡的；

3、隶属度函数要符合人们的语言顺序。

几点注意事项：

1、论域中的每个点应该至少属于一个隶属度函数的区域，最多属于不超过两个隶属度函数的区域；

2、对于同一输入，不能有两个隶属度函数同时取最大值；

3、两个隶属度函数重叠时，重叠部分对两个隶属度函数最大隶属度不能有交叉。

# 二、隶属度函数的建立

确定隶属度函数的常用方法：

- 主观经验法
  - 专家评分法
  - 因素加权综合法
  - 二元排序法
- 分析推理法
- 调查统计法

# 二元对比排序

**例 4** 某汽车研究所拟对 4 种车型 $a$、$b$、$c$、$d$ 的乘坐舒适性进行评估。为此，令 $U=\{a, b, c, d\}$，$A=$ {乘坐舒适性}，并挑选 10 名长期从事汽车道路试验的技术人员和司机，通过实际乘坐进行评估，评估方法为：任取两辆车编成一组进行对比，以先乘坐的一辆车为基准，以后乘坐的一辆车为对象作相对比较评分，评分标准如表 2 所示。

表 2 相对舒适性评分表

| 乘坐感觉 | 很好 | 好 | 稍好 | 相同 | 稍差 | 差 | 很差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 分值 | 10 | 9 | 7 | 5 | 3 | 1 | 0 |

# 二元对比排序

例如，先乘 $b$ 车再乘 $a$ 车，相对于 $b$ 车 10 人对 $a$ 车评分的总和为 83 分，则取 $f_b(a) = 0.83$，$f_a(b) = 0.17$。

如此得到的所有评分结果，如表 3 所示。

表 3　相对舒适性得分表

| $f_y(x)$ | | 基准 $y$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
| 对象 $x$ | $a$ | 0.50 | 0.63 | 0.70 | 0.79 |
| | $b$ | 0.37 | 0.50 | 0.68 | 0.69 |
| | $c$ | 0.30 | 0.32 | 0.50 | 0.74 |
| | $d$ | 0.21 | 0.31 | 0.26 | 0.50 |

(1) 如果采用相对优先度函数公式 (4.1)，则有：

$$f(a/a) = 1,\ f(a/b) = 1,\ f(a/c) = 1,\ f(a/d) = 1$$

$$f(b/a) = 37/63,\ f(b/b) = 1,\ f(b/c) = 1,\ f(b/d) = 1$$

$$f(c/a) = 30/70,\ f(c/b) = 32/68,\ f(c/c) = 1,\ f(c/d) = 1$$

$$f(d/a) = 21/79,\ f(d/b) = 31/69,\ f(d/c) = 26/74,\ f(d/d) = 1$$

可求得相应的相对优先矩阵为

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 37/63 & 1 & 1 & 1 \\ 30/70 & 32/68 & 1 & 1 \\ 21/79 & 31/69 & 26/74 & 1 \end{pmatrix}$$

于是

若对相对优先矩阵 $G$ 的每一行取最小值，则得 $A$ 的隶属函数为

$$A(a) = 1,\ A(b) = 37/63 \approx 0.5873,\ A(c) = 30/70 \approx 0.4286,\ A(d) = 21/79 \approx 0.2658$$

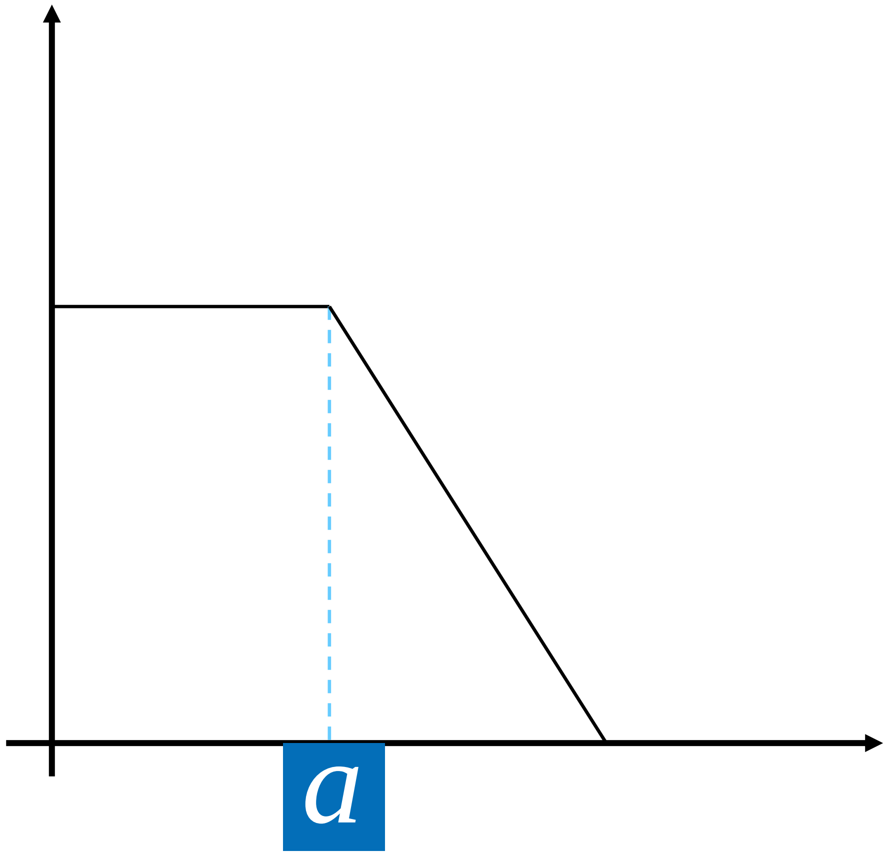
若对相对优先矩阵 $G$ 的每一行取平均值，则得 $A$ 的隶属函数为

$$A(a) = 1,\ A(b) = 113/126 \approx 0.8968,\ A(c) = 345/476 \approx 0.7248,\ A(d) = 793/1535 \approx 0.5166$$

# 三、常见的模糊分布(隶属度函数)

## 偏小型模糊分布

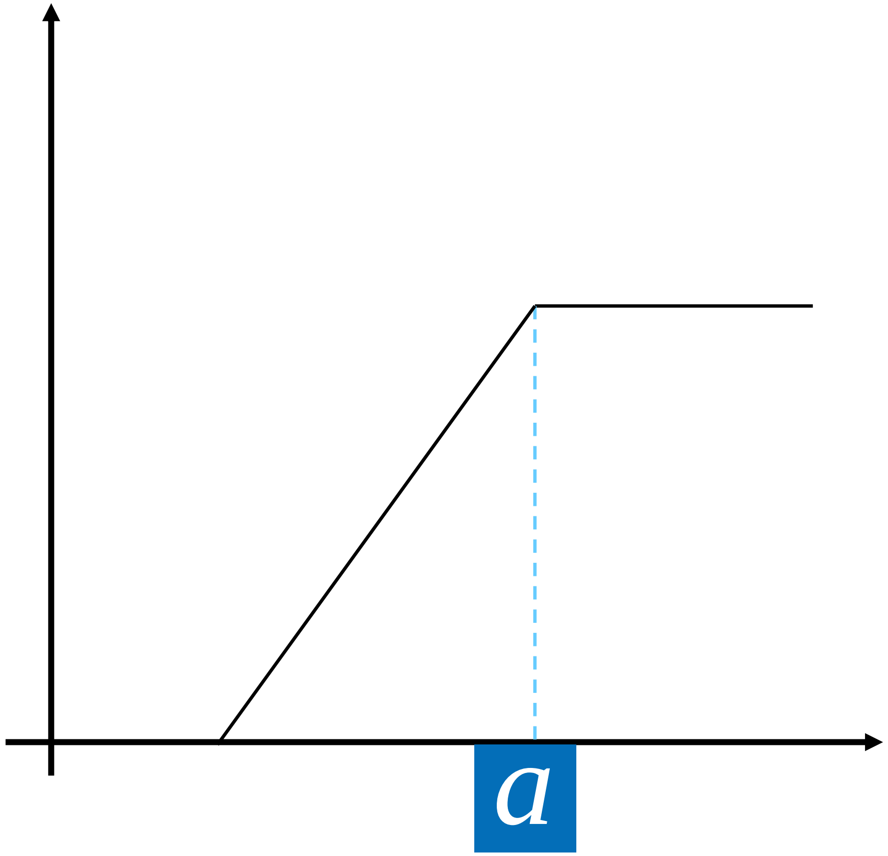
- 降半矩阵模糊分布
- 降半Γ分布
- 降半正态分布
- 降半Cauchy分布
- 降半梯形分布
- 降岭形分布
- k次抛物线分布



# 三、常见的模糊分布(隶属度函数)

## 偏大型模糊分布

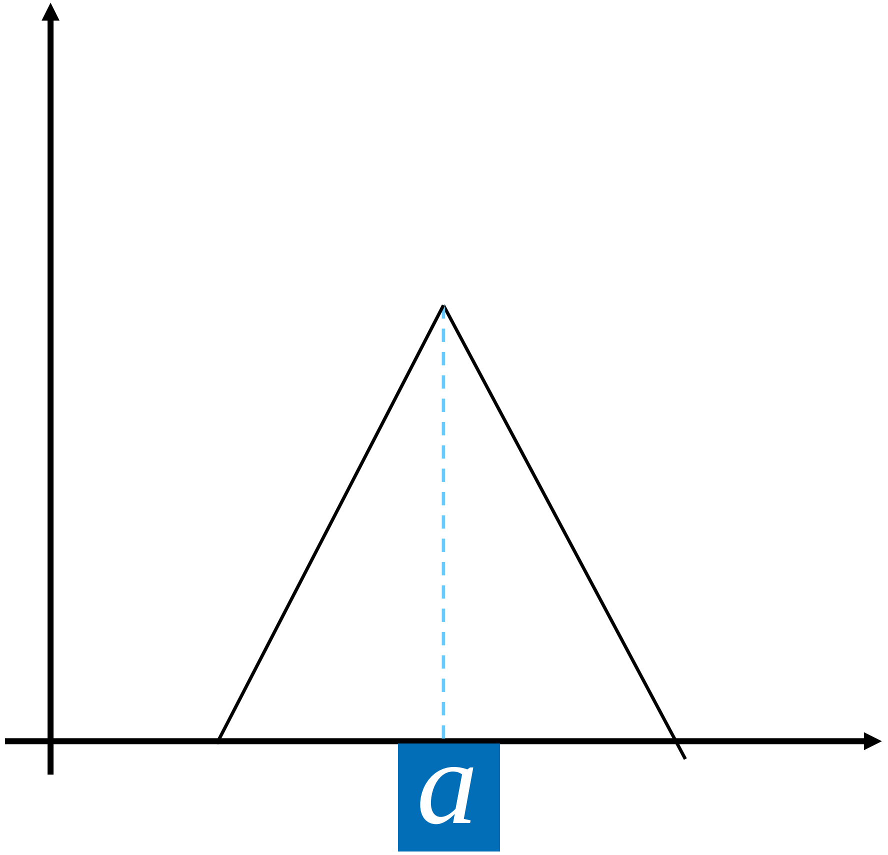
- 升半矩阵模糊分布
- 升半Γ分布
- 升半正态分布
- 升半Cauchy分布
- 升半梯形分布
- 升岭形分布
- S型分布



# 三、常见的模糊分布(隶属度函数)

## 中间型模糊分布

- 矩阵模糊分布
- 点型模糊分布
- 正态模糊分布
- Cauchy模糊分布
- 梯形模糊分布
- 岭形模糊分布



# 四、模糊关系与模糊矩阵

## 1、模糊关系

描述元素之间是否相关的数学模型称为(普通)关系，描述元素之间相关的程度的数学模型称为模糊关系。

模糊关系是普通关系的拓展。

模糊关系的定义：

定义：两个非空集合*U*与*V*之间的直积

$$U \times V = \{\langle u, v\rangle | u \in U, v \in V\}$$

中的一个模糊子集R被称为U到V的模糊关系，又称为二元模糊关系。其特征可由下面隶属度函数描述：

$$\mu_R : U \times V \longrightarrow [0,1]$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

例4.6　某地区人的身高论域X={140,150,160,170,180}（单位：cm），体重论域Y={40,50,60,70,80}。

身高与体重的模糊关系表

| R (X \ Y) | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|
| 140 | 1 | 0.8 | 0.2 | 0.1 | 0 |
| 150 | 0.8 | 1 | 0.8 | 0.2 | 0.1 |
| 160 | 0.2 | 0.8 | 1 | 0.8 | 0.2 |
| 170 | 0.1 | 0.2 | 0.8 | 1 | 0.8 |
| 180 | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.8 | 1 |

从X到Y的一个模糊关系R，用模糊矩阵表示：

$$R=\begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.8 & 1 & 0.8 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0 & 0.1 & 0.2 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

模糊关系的定义：

A、B: 模糊集合，模糊关系用叉积(cartesian product)表示：

$$R : A \times B \rightarrow [0,1]$$

叉积常用最小算子运算:

$$\mu_{A\times B}(a,b) = \min\{\mu_A(a), \mu_B(b)\}$$

A、B: 离散模糊集，其隶属函数分别为:

$$\mu_A = [\mu_A(a_1), \mu_A(a_2), \cdots, \mu_A(a_n)], \quad \mu_B = [\mu_B(b_1), \mu_B(b_2), \cdots, \mu_B(b_n)]$$

则其叉积运算: $\mu_{A\times B}(a,b) = \mu_A^T \circ \mu_B$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

例4.7 已知输入的模糊集合A和输出的模糊集合B:

$$A = 1.0/a_1 + 0.8/a_2 + 0.5/a_3 + 0.2/a_4 + 0.0/a_5$$

$$B = 0.7/b_1 + 1.0/b_2 + 0.6/b_3 + 0.0/b_4$$

求A到B的模糊关系R。

解:

$$R = A\,'\,B = \mu_A^{\mathrm{T}} \circ \mu_B = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.8 \\ 0.5 \\ 0.2 \\ 0.0 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.7 & 1.0 & 0.6 & 0.0 \end{bmatrix}$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

$$R=\begin{bmatrix} 1.0\wedge0.7 & 1.0\wedge1.0 & 1.0\wedge0.6 & 1.0\wedge0.0 \\ 0.8\wedge0.7 & 0.8\wedge1.0 & 0.8\wedge0.6 & 0.8\wedge0.0 \\ 0.5\wedge0.7 & 0.5\wedge1.0 & 0.5\wedge0.6 & 0.5\wedge0.0 \\ 0.2\wedge0.7 & 0.2\wedge1.0 & 0.2\wedge0.6 & 0.2\wedge0.0 \\ 0.0\wedge0.7 & 0.0\wedge1.0 & 0.0\wedge0.6 & 0.0\wedge0.0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.7 & 1.0 & 0.6 & 0.0 \\ 0.7 & 0.8 & 0.6 & 0.0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

例8 设模糊集合

$X=\{x_1,x_2x_3,x_4\},Y=\{y_1,y_2,y_3\},Z=\{z_1,z_2\}$

$Q\in X\times Y,R\in Y\times Z,S\in X\times Z$,求$S$。

$$Q=\begin{bmatrix}0.5&0.6&0.3\\0.7&0.4&1\\0&0.8&0\\1&0.2&0.9\end{bmatrix}\qquad R=\begin{bmatrix}0.2&1\\0.8&0.4\\0.5&0.3\end{bmatrix}$$

解:

$$S=Q\circ R=\begin{bmatrix}0.5&0.6&0.3\\0.7&0.4&1\\0&0.8&0\\1&0.2&0.9\end{bmatrix}\circ\begin{bmatrix}0.2&1\\0.8&0.4\\0.5&0.3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(0.5\wedge0.2)\vee(0.6\wedge0.8)\vee(0.3\wedge0.5)&(0.5\wedge1)\vee(0.6\wedge0.4)\vee(0.3\wedge0.3)\\(0.7\wedge0.2)\vee(0.4\wedge0.8)\vee(1\wedge0.5)&(0.7\wedge1)\vee(0.4\wedge0.4)\vee(1\wedge0.3)\\(0\wedge0.2)\vee(0.8\wedge0.8)\vee(0\wedge0.5)&(0\wedge1)\vee(0.8\wedge0.4)\vee(0\wedge0.3)\\(1\wedge0.2)\vee(0.2\wedge0.8)\vee(0.9\wedge0.5)&(1\wedge1)\vee(0.2\wedge0.4)\vee(0.9\wedge0.3)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0.6&0.5\\0.5&0.7\\0.8&0.4\\0.5&1\end{bmatrix}$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

隶属度 $\mu_R(u,v)$ 表示序偶 $\langle u,v \rangle$ 的隶属程度，也描述了 $(u,v)$ 兼具有关系*R*的量级。

如果在论域*U*=*V*时，称*R*为论域*U*上的模糊关系。

当论域为*n*个集合 $U_i$ (*i*=1, 2, …n)的直积

$$U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_n$$

所对应的模糊关系*R*则称为*n*元模糊关系。

例：设*A*, *B*是实数集，元素对(*a*, *b*), $a \in A, \quad b \in B$

模糊关系 *a*与*b*大致相等的隶属函数：

$$\mu_R(a,b) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+(a-b)^4} & |a-b| \le 5 \\ 0 & other \end{cases}$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

## 2、模糊矩阵

模糊关系可以用模糊矩阵，模糊图和模糊集表示法三种形式表示。

定义：

当 $X=\{x_i \mid i=1,2,\cdots,m\}, Y=\{y_i \mid i=1,2,\cdots,n\}$ 是有限集合时，则 $X\times Y$ 的模糊关系 $R$ 可以用下列 $m\times n$ 阶矩阵表示

$$R=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{i1} & r_{i2} & \cdots & r_{ij} & \cdots & r_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mj} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

# 四、模糊关系与模糊矩阵

模糊矩阵的运算

模糊矩阵本身是表示一个模糊关系子集，根据模糊集合的运算，定义模糊矩阵的相应运算。

模糊矩阵交：$R \cap Q = ((r_{ij} \wedge q_{ij}))_{m\times n}$

模糊矩阵并：$R \cup Q = ((r_{ij} \vee q_{ij}))_{m\times n}$

模糊矩阵补：$R^c = (1 - r_{ij})_{m\times n}$

# 五、模糊逻辑

## 1、模糊命题

定义：所谓模糊命题是指含有模糊概念，或者是带有模糊性的陈述句。

解释：在二值逻辑中，所谓命题就是可以明确判断其“真”、“假”的陈述句。但是在日常用语中，有些陈述句并非都可以有确定性判断的。

如常用词汇：很、比较、年轻等等，无法直接用“真”、“假”判断。

特点：模糊命题比清晰命题更具有广义性(覆盖面更广)，更符合人类的思维方式，相对清晰命题具有如下特点：

# 五、模糊逻辑

1) 模糊命题的真值不是绝对的"真(1)、假(0)"，而是反映其以多大程度隶属于"真(1)"，可以是在区间[0,1]中的连续值。

2) 若模糊命题的真值被设为$a$，则$a \in [0,1]$，当$a$=1或0时，模糊命题就是一个清晰命题。由此可见，清晰命题只是模糊命题的一个特例。

3) 模糊命题的一般形式"$A$: $e$ is $E$"，其中$e$是模糊变量(简称为变量)，$E$是某一个模糊概念对应的模糊集合。模糊命题的真值就由该变量对模糊集合的隶属度来表示：

$$A = \mu_E(e)$$

$\mu_E(e) = 1$ 命题全真；　　$\mu_E(e) = 0$ 命题全假。

# 五、模糊逻辑

4） 设论域$E$，有模糊命题 “$A$: $e$ is $E$”, 若：

$$\forall \in E, \quad \mu_E(e) \geq \alpha, \quad \alpha \in [0,1]$$

则称$A$为α的恒真命题。当$\alpha$=1时，则为一个清晰的恒真命题。

5） 模糊命题之间的运算有“与”、“或”、“非”，分别定义如下：

“与”运算： $A \cap B \quad \mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(u)$

“或”运算： $A \cup B \quad \mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) \vee \mu_B(u))$

“非”运算： $\bar{A} \quad \mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$

# 五、模糊逻辑

## 2、模糊逻辑公式

定义：模糊逻辑变量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 和运算符 $\wedge, \vee, -$ 及括号构成的表达式称为模糊逻辑公式。

$$F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$$

为便于表示，通常 $\wedge, \vee$ 分别由 □, $+$ 表示，例：

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, x_3) &= [(x_1 \vee x_2) \wedge x_3] \vee (x_1 \wedge \overline{x}_2) \\ &= (x_1 + x_2)x_3 + x_1\overline{x}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, x_3) &= [x_1 \vee (\overline{x}_1 \wedge \overline{x}_2)] \wedge \overline{x}_3 \\ &= (x_1 + \overline{x}_1\overline{x}_2)\overline{x}_3 \end{aligned}$$

# 五、模糊逻辑

## 2、模糊逻辑公式

模糊公式的真值：

在各模糊变量 $x_i$ 被赋予真值(隶属度值)后，模糊逻辑公式 $F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 的真值为各变量真值的计算结果。

例：$F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)x_3 + x_1\overline{x}_2$

$T(x_1) = 0.8 \qquad T(x_2) = 0.4 \qquad T(x_3) = 0.7$

$$
\begin{aligned}
T(F) &= [(T(x_1) \vee (T(x_2)) \wedge (T(x_3)] \vee ((T(x_1) \vee (T(\overline{x}_2)) \\
&= [(0.8 \vee 0.4) \wedge 0.7] \vee (0.8 \vee 0.6) \\
&= 0.7 \vee 0.8 \\
&= 0.8
\end{aligned}
$$

# 五、模糊逻辑

## 2、模糊逻辑公式

两个常用的名词：相容　不相容：

对于模糊逻辑公式*F*，对于所有的模糊变量

$$x_i \quad i=1,2,\cdots,n$$

的赋值，都有$T(F)\geq 0.5$，则称*F*是相容的；反之，如对于所有的模糊变量，都有$T(F)<0.5$ 则称*F*是不相容的。

实例：

$$F(x)=x\vee\bar{x}=x+\bar{x}$$

$$T(F)=T(x)\vee T(\bar{x})=\max(T(x),(1-T(x)))\geq\frac{1}{2}$$

$$F(x)=x\wedge\bar{x}=x\cdot\bar{x}$$

$$T(F)=T(x)\wedge T(\bar{x})=\min(T(x),(1-T(x)))\leq\frac{1}{2}$$

# 五、模糊逻辑

## 2、模糊逻辑公式

两个常见的概念：

模糊逻辑公式的“标准”范式：

1、析取范式

$$
\begin{aligned}
F(x,y,z) &= (x\wedge y)\vee(x\wedge z)\vee(y\wedge z) \\
&= xy + xz + yz
\end{aligned}
$$

2、合取范式

$$
\begin{aligned}
F(x,y,z) &= (x\vee y)\wedge(x\vee z)\wedge(y\vee z) \\
&= (x+y)(x+z)(y+z)
\end{aligned}
$$

# 六、模糊语言

## 1、自然语言的集合描述

自然语言是指人们的日常用语，是人与人进行交流的最主要的途径(工具)。人与机器(计算机)交流的语言称为机器语言，是由一系列符号与运算表达式组成。

自然语言与机器语言的最大区别是在自然语言中包含了大量的模糊的信息；而机器语言是标准的二值化信息。

所谓使计算机具有人的智能，其中重要的内容之一是使计算机能够理解人的自然语言——自然语言理解。途径之一：用模糊理论处理自然语言。

# 六、模糊语言

1、单词：语言中的最小组成。

对于一个给定的论域$E$，与$E$相关的一类单词就构成了一个集合$S$，语意是通过$S$与$E$的对应关系$R$来表达的。对于自然语言来讲，$R$通常是一个模糊关系。对于任意一个固定的单词$a \in S$记为：

$$R(a,e) = \mu_A(e)$$

表示论域$E$上的一个模糊子集$A$与$a$的对应关系。若：

隶属函数 $\mu_R(a,e)$ 表示属于集合$S$的单词$a$和属于论域$E$上的元素$e$之间的关系程度。

$$\mu_R : \ S \times E \rightarrow [0,1]$$

# 六、模糊语言

实例：

论域$E$为气温，单词$a$为“高温”，元素$e$为日最高温度(确定值)。

$\mu_R(a,35^\circ C)=0.2$　$\mu_R(a,38^\circ C)=0.8$

$\mu_R(a,36^\circ C)=0.4$　$\mu_R(a,39^\circ C)=0.9$

$\mu_R(a,37^\circ C)=0.6$　$\mu_R(a,40^\circ C)=1$

如设单词$a$为“高于38度的高温”

$\mu_R(a,35^\circ C)=0$　$\mu_R(a,38^\circ C)=1$

$\mu_R(a,36^\circ C)=0$　$\mu_R(a,39^\circ C)=1$

$\mu_R(a,37^\circ C)=0$　$\mu_R(a,40^\circ C)=1$

单词$a$为一个清晰的概念了。

# 六、模糊语言

2、词组：若干个单词的组合。

例：

人 ＝ 男人 或 女人=[男人] ∪ [女人]

人 ＝小孩 或 青年人 或 中年人 或 老年人

=[小孩] ∪ [青年人] ∪ [中年人] ∪ [老年人]

男青年 ＝ 男人 且 青年人

＝[男人] ∩ [青年人]

相应的真值(隶属度)运算也要遵循模糊逻辑的运算规则。

# 六、模糊语言

3、语言算子

1）语气算子

"很"，"非常"，"极"，"特别"用于强化语气，又称为强化算子；

"十分"，"比较"，"稍微"，"有点"用于弱化语气，称为淡化算子。

常用的语气算子集合表示的形式：

$$(H_\lambda A)(u)=[A(u)]^\lambda \qquad A(u)\in[0,1] \qquad \lambda>0$$

$\lambda>1 \quad H_\lambda$ 用于强化语气的作用。

$\lambda<1 \quad H_\lambda$ 用于淡化语气的作用。

# 六、模糊语言

实例：

人的年龄为论域，[0，200]。$O(u)$ 表示“老”的隶属度函数，表达式如下：

$$\mu_O(u)=\begin{cases}0 & 0<u\le 50\\ [1+(\frac{u-50}{5})^{-2}]^{-1} & 50<u\le 200\end{cases}$$

相当老 $$(H_{1.25}\mu_O)(u)=\begin{cases}0\\ [1+(\frac{u-50}{5})^{-2}]^{-1.25}\end{cases}$$

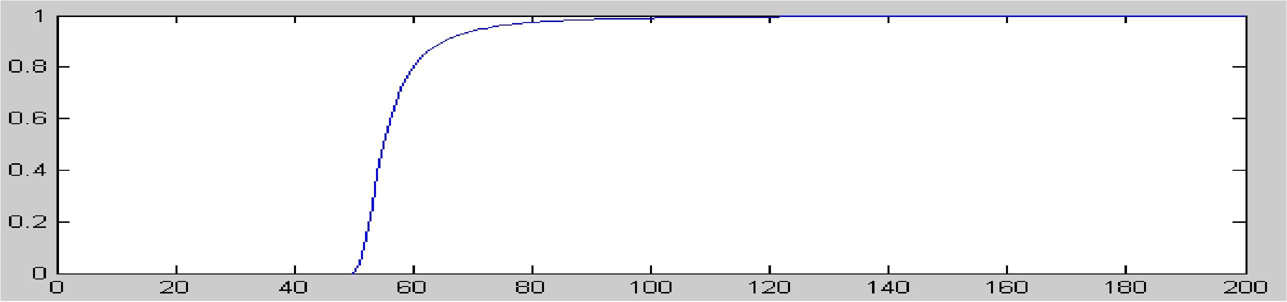
很老 $$(H_2\mu_O)(u)=\begin{cases}0\\ [1+(\frac{u-50}{5})^{-2}]^{-2}\end{cases}$$

极老 $$(H_4\mu_O)(u)=\begin{cases}0\\ [1+(\frac{u-50}{5})^{-2}]^{-4}\end{cases}$$

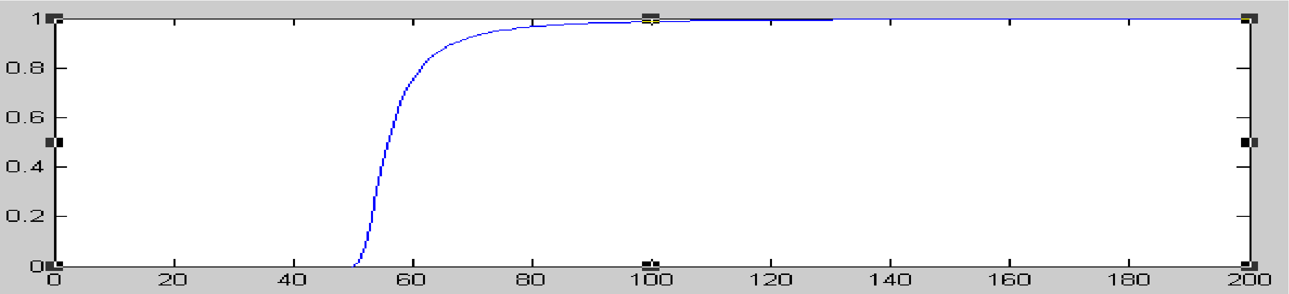
# 六、模糊语言

实例：

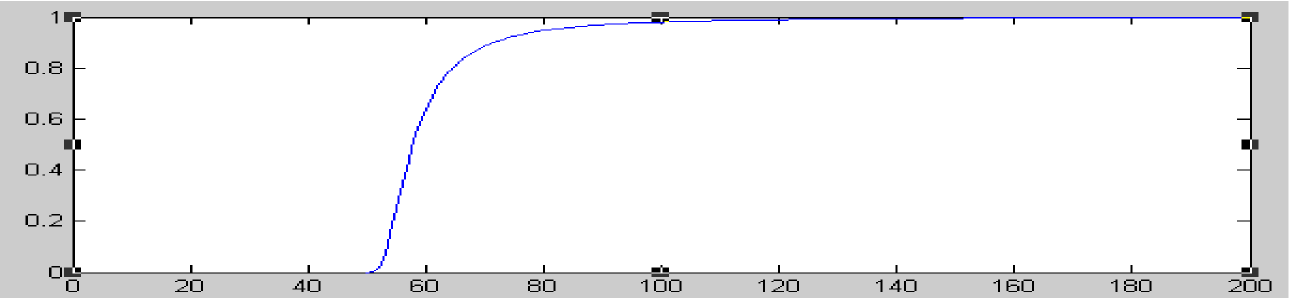
λ=1



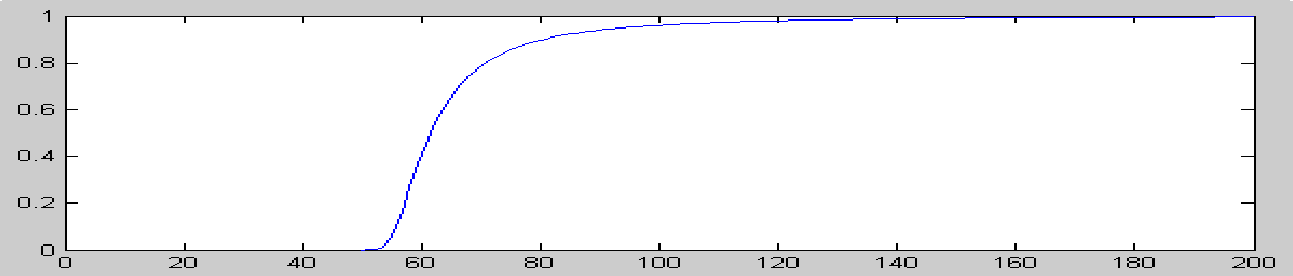

λ=1.25




λ=2




λ=4



# 六、模糊语言

实例：

微老

$$(H_{0.25}\mu_O)(u)=\begin{cases}0\\ [1+(\dfrac{u-50}{5})^{-2}]^{-0.25}\end{cases}$$

略老

$$(H_{0.5}\mu_O)(u)=\begin{cases}0\\ [1+(\dfrac{u-50}{5})^{-2}]^{-0.5}\end{cases}$$

比较老

$$(H_{0.75}\mu_O)(u)=\begin{cases}0\\ [1+(\dfrac{u-50}{5})^{-2}]^{-0.75}\end{cases}$$

# 六、模糊语言

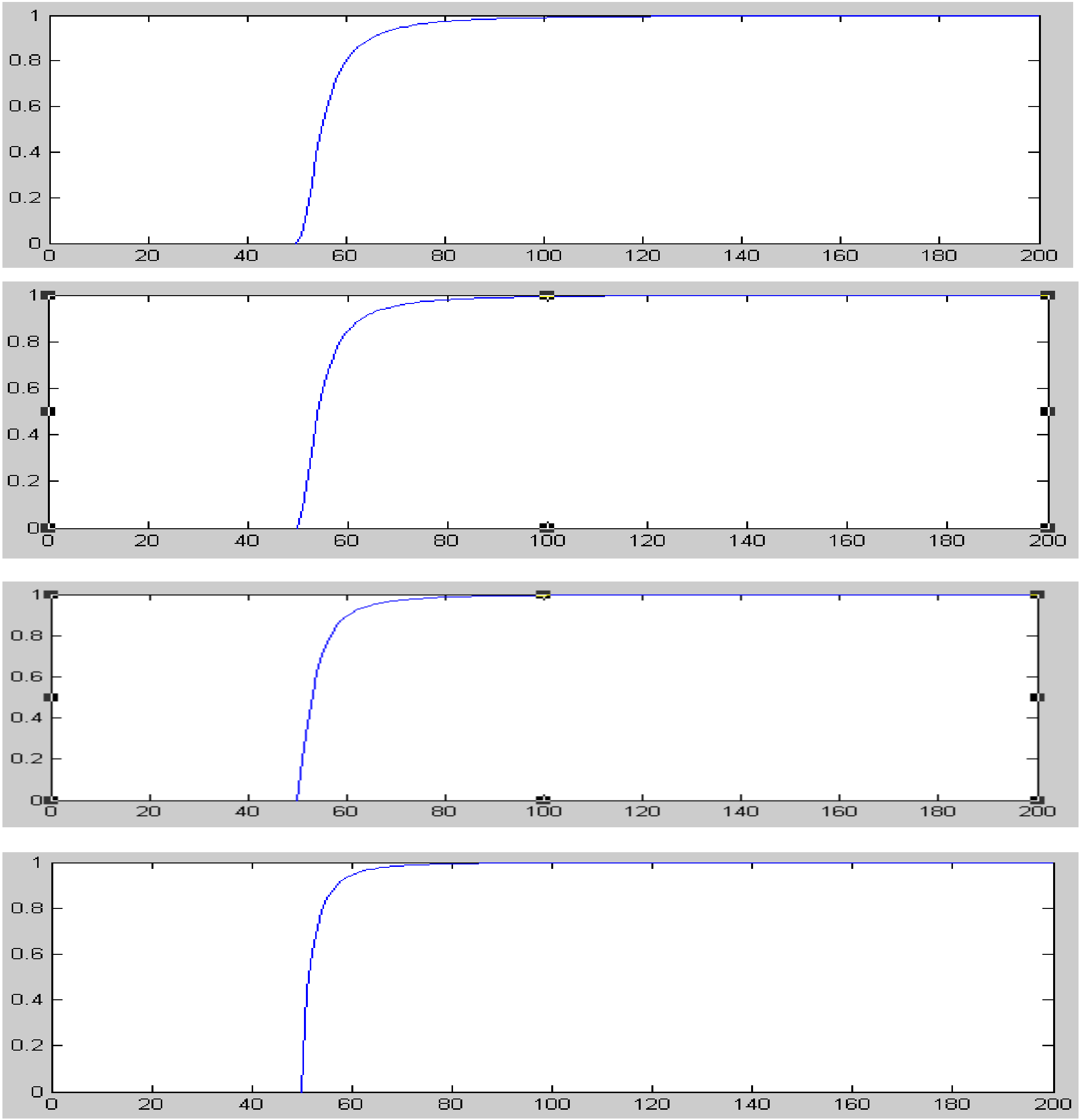
实例：

λ=1

λ=0.75

λ=0.5

λ=0.25



# 六、模糊语言

3、语言算子

2）模糊化算子

将语言中具有清晰概念的单词或词组的词义模糊化，或将模糊概念进一步模糊化，例如：“大概”，“左右”，“近似”等。表达式如下：

$$(FA)(u) = (F \circ A)(u) = \vee_{u \in U} (F(u) \wedge A(u))$$

3）判断化算子

将模糊的概念趋向于清晰化，如“偏向于”，“大半是”，“倾向于”等。表达式：

$$(P_\alpha A)(u) = P_\alpha [A(u)]$$

α一般为阈值(俗称的门槛值)。

# 六、模糊语言

实例：

$$(P_{0.5}A)(u)=\begin{cases}0 & A(u)\le 0.5\\ 1 & A(u)>0.5\end{cases}$$

年轻的隶属度函数：

$$\mu_Y(u)=\begin{cases}1 & 0<u\le 25\\ \left[1+\left(\frac{u-25}{5}\right)^2\right]^{-1} & 25<u\le 200\end{cases}$$

当 $\mu_Y(u)=0.5$ 时，$u$=30

倾向于年轻的隶属度：$(P_{0.5}Y)(u)=\begin{cases}1 & u\le 30\\ 0 & u>30\end{cases}$

# 七、模糊推理

在模糊控制中，起决定性作用的模糊规则是人们在实际工作中的经验。而这些经验一般使用人的自然语言来归纳、描述的。换言之，模糊规则使用模糊语言表示的，通常的模糊规则用下面的三种形式表示：

1、模糊条件命题

1)如果$A$，则$B$ (if $A$ then $B$)

如果水温高，则加一些凉水。

2)如果$A$，则$B$，否则$C$ (if $A$ then $B$ else $C$)

如果衣服脏，则洗涤时间长，否则就不长。

3)如果$A$ 且 $B$，则$C$ (if $A$ and $B$ then $C$)

如果温度高而且还在上升，则加大压缩机的制冷量。

# 七、模糊推理

1) if $A$ then $B$

在二值逻辑中，这种if….then….的条件命题使用

$$(P \to Q)$$

表示的。在模糊逻辑命题中也将此形式借用过来。

在二值逻辑中(if $A$ then $B$)逻辑的真值表：

| $A$ | $B$ | $A \to B$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

$$A \to B = AB + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = \bar{A} + AB$$

# 七、模糊推理

推广到模糊逻辑中

$$A \to B = \bar{A} \cup (A \cap B)$$

$$\begin{aligned}\mu_{A\to B}(x,y) &= \mu_{\bar{A}}(x) \vee (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \\ &= (1-\mu_A(x)) \vee (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y))\end{aligned}$$

因此，模糊关系矩阵为：

$$R = \bar{A} \cup (A \times B)$$

例题：设论域 $X = Y = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5]$

模糊集合 $A \in X, \quad B \in Y$

$$A = \frac{1}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{0}{3} + \frac{0}{4} + \frac{0}{5} \qquad B = \frac{0}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{1}{5}$$

# 七、模糊推理

$$\mu_A = [1 \quad 0.3 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \qquad \mu_B = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.3 \quad 1]$$

$$\mu_{\bar{A}} = [0 \quad 0.7 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

$$R = \bar{A} \cup (A \times B)$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.3 \quad 1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.7 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cup \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.3 & 1 \\ 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# 七、模糊推理

2) if $A$ then $B$ else $C$

已知：$A \to B = \bar{A} \cup (A \cap B)$

可以将上式等效为：$(A \to B)\ \ or\ \ (\bar{A} \to C)$

$$A \to B = \bar{A} \cup (A \cap B) \qquad \bar{A} \to C = A \cup (\bar{A} \cap C)$$

$$\begin{aligned}(A \to B) \cup (\bar{A} \to C) &= (\bar{A} \cup (A \cap B)) \cup (A \cup (\bar{A} \cap C)) \\ &= (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap C)\end{aligned}$$

同理可得：

$$\mu_{(A \to B) \cup (\bar{A} \to C)}(x, y) = [\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)] \vee [(1 - \mu_A(x)) \wedge \mu_C(y)]$$

$$R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times C)$$

# 七、模糊推理

3) if $A$ and $B$ then $C$

已知：$A \to B = \bar{A} \cup (A \cap B)$

也可将上式等效为：$(A \cap B) = D \quad D \to C$

所以 $D \to C = \bar{D} \cup (D \cap C) \qquad D = A \cap B$

$$\begin{aligned} A \cap B \to C &= \overline{(A \cap B)} \cup ((A \cap B) \cap C) \\ &= A \cap B \cap C \end{aligned}$$

$$\mu_{(A \cap B) \to C)}(x, y, z) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \wedge \mu_C(y)$$

$$R = A \times B \times C$$

# 七、模糊推理

## 2、模糊推理

推理是根据已知的一些命题，按照一定的法则，去推断一个新的命题的思维过程和方式。通俗讲：就是从已知条件，按照一定的规则求解未知结果的过程。

在二值逻辑中，只要前提条件成立，使用的法则正确，推得的结果就一定正确(100%正确)。

在现实中，前提条件是模糊的，不是100%确定的，但又必须利用，且只能利用这些信息进行判断和决策，这就需要模糊推理。

模糊推理是一种不确定的推理方法，其基础是模糊逻辑。是在二值逻辑和三段论的基础上发展起来的。但是由于缺乏现代形式逻辑的性质和理论上的不完善，这种推理方法还未得到一致的公认。然而，这种推理方法得到的结果与人的思维一致或相近，在实践中得到了很好的应用。

## 模糊推理的两种基本形式

(1) 给定一个模糊蕴含关系

if $A$ then $B$ $A \in U$ $B \in V$

已知 $A_1 \in U$ 推理出 $B_1 \in V$

(2) 给定一个模糊蕴含关系

if $A$ then $B$ $A \in U$ $B \in V$

已知 $B_1 \in V$ 推理出 $A_1 \in U$

例子:

已知:

如果$u$大，则$v$小。

现有$u_1$偏大，

则$v_1$如何?

已知:

如果$u$大，则$v$小。

现有$v_1$偏小，

则$u_1$如何?

# 七、模糊推理

介绍两种常用的推理方法

1、Zadeh法

设模糊蕴含关系 if $A$ then $B$用$A \to B$表示，其中$A \in U \quad B \in V$为$U \times V$上的一个模糊关系。

$$(A \to B)(u,v) \Rightarrow R(u,v) \in U \times V$$

$$R(u,v) = (1 - A(u)) \bigcup (A(u) \times B(v))$$

确定了模糊关系矩阵后，则有：

$$R(u,v) = (1 - A(u)) \bigcup (A(u) \times B(v))$$

$$if \quad A_1 \quad then \quad B_1 = ? \qquad B_1 = A_1 \circ R$$

$$for \quad B_1, \qquad A_1 = ? \qquad A_1 = R \circ B_1$$

# 七、模糊推理

实例：

例题：设论域 $X=Y=[1\quad 2\quad 3\quad 4\quad 5]$

定义三个模糊集合：$A$[大]，$B$[小]，$C$[较小]

$$A[\text{大}]=\frac{0.4}{3}+\frac{0.7}{4}+\frac{1}{5}$$

$$B[\text{小}]=\frac{1}{1}+\frac{0.7}{2}+\frac{0.4}{3}$$

$$C[\text{较小}]=\frac{1}{1}+\frac{0.6}{2}+\frac{0.4}{3}+\frac{0.2}{4}$$

模糊关系：若$x$小，则$y$大。

若$x_1$偏小，则$y_1$如何?

# 七、模糊推理

根据模糊关系求模糊关系矩阵

$$A \to B = \bar{A} \cup (A \cap B)$$

$$R = (1 - A) \cup (A \times B)$$

$$A = [0 \quad 0 \quad 0.4 \quad 0.7 \quad 1] \qquad B = [1 \quad 0.4 \quad 0.7 \quad 0 \quad 0]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.4 & 0.7 & 1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = A_1 \circ R = [1 \quad 0.6 \quad 0.4 \quad 0.2 \quad 0] \circ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.4 & 0.7 & 1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [0.4 \quad 0.4 \quad 0.4 \quad 0.7 \quad 1]$$

$$y_1 = \frac{0.4}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0.7}{4} + \frac{1}{5}$$

# 七、模糊推理

## 2、Mamdani法

Mamdani推理法是一种在模糊控制中常用的方法，与Zadch法相比，计算形式完全相同，只是在确定模糊关系矩阵时采用的方法不同。

Zadch法

$$A \to B \quad \Rightarrow \quad \bar{A} \cup (A \cap B)$$

$$R(u,v) = (1 - A(u)) \cup (A(u) \times B(v))$$

Mamdani法

$$A \to B \quad \Rightarrow \quad A \cap B$$

$$R = A(u) \times B(v)$$

# 七、模糊推理

两种推理

(1) 给定一个模糊蕴含关系

$\text{if } A \text{ then } B$ $A \in U \qquad B \in V$

已知 $A_1 \in U$ 推理出 $B_1 \in V$ $B_1 = A_1 \circ R$

$$B_1 = \sup_{u \in U}\{A_1(u) \wedge (A(u) \wedge B(v))\}$$

(2) 给定一个模糊蕴含关系

$\text{if } A \text{ then } B$ $A \in U \qquad B \in V$

已知 $B_1 \in V$ 推理出 $A_1 \in U$ $A_1 = R \circ B_1$

$$A_1 = \sup_{v \in V}\{(A(u) \wedge B(v)) \wedge B_1(v)\}$$

# 七、模糊推理

实例：给定一个模糊蕴含关系 if $A$ then $B$

$$A=\frac{1}{a_1}+\frac{0.6}{a_2}+\frac{0.2}{a_3}+\frac{0}{a_4} \qquad B=\frac{0.7}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{0.3}{b_3}+\frac{0.1}{b_4}$$

$$A_1=\frac{0.2}{a_1}+\frac{0.5}{a_2}+\frac{0.9}{a_3}+\frac{0.3}{a_4}$$

$$R=A\times B=\begin{bmatrix}1\\0.6\\0.2\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.7 & 1 & 0.3 & 0.1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.7 & 1 & 0.3 & 0.1\\0.6 & 0.6 & 0.3 & 0.1\\0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1\\0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$B_1=A_1\circ R=\begin{bmatrix}0.2 & 0.5 & 0.9 & 0.3\end{bmatrix}\circ\begin{bmatrix}0.7 & 1 & 0.3 & 0.1\\0.6 & 0.6 & 0.3 & 0.1\\0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.1\\0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5 & 0.3 & 0.1\end{bmatrix} \qquad B=\frac{0.5}{b_1}+\frac{0.5}{b_2}+\frac{0.3}{b_3}+\frac{0.1}{b_4}$$

模糊计算—模糊判决方法

- 在推理得到的模糊集合中取一个相对最能代表这个模糊集合的单值的过程就称作解模糊或模糊判决（Defuzzification）
- 模糊判决可以采用不同的方法
  - 重心法
  - 最大隶属度方法
  - 加权平均法
  - 隶属度限幅元素平均法
- 例“水温适中”
  - 假设“水温适中”的模糊集为：

$$\mu_N(x_i)=\{0.0/0+0.0/10+0.33/20+0.67/30$$
$$+1.0/40+1.0/50+0.75/60+0.5/70+0.25/80$$
$$+0.0/90+0.0/100\}$$

模糊计算—模糊判决方法

- 重心法
  - 取模糊隶属函数曲线与横坐标轴围成面积的重心作为代表点
  - 理论上应该计算输出范围内一系列连续点的重心，但实际上是计算输出范围内整个采样点的重心，用足够小的取样间隔来提供所需要的精度

$$u=\frac{\int_x x\mu_N(x)dx}{\int_x \mu_N(x)dx}$$

$$u=\sum x_i\cdot\mu_N(x_i)/\sum\mu_N(x_i)$$

$$=48.2$$

# 七、模糊推理

模糊计算—模糊判决方法

- 最大隶属度法
  - 在推理结论的模糊集合中取隶属度最大的那个元素作为输出量即可
  - 这种情况下其隶属函数曲线一定是正规凸模糊集合（即其曲线只能是单峰曲线）
  - 例: 对于“水温适中”，按最大隶属度原则，有两个元素40和50具有最大隶属度1.0，那就对所有取最大隶属度的元素40和50求平均值，执行量应取：

$$u_{\max} = (40 + 50) / 2 = 45$$

# 七、模糊推理

模糊计算—模糊判决方法

- 系数加权平均法

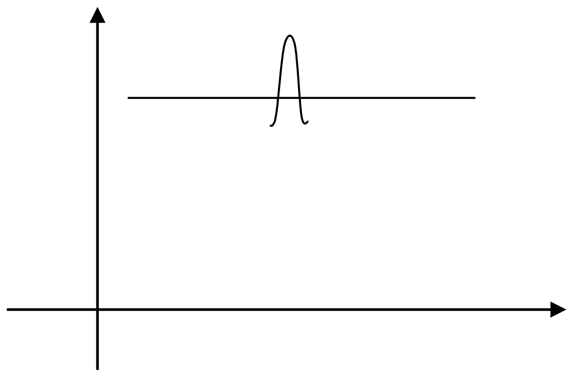
$$u = \sum k_i \cdot x_i / \sum k_i$$

式中，系数的选择要根据实际情况而定，不同的系统就决定系统有不同的响应特性。

## 模糊计算—模糊判决方法

- 隶属度限幅元素平均法
  - 用所确定的隶属度值α对隶属度函数曲线进行切割，再对切割后等于该隶属度的所有元素进行平均，用这个平均值作为输出执行量
  - 例：当取α为最大隶属度值时，表示“完全隶属”关系，这时α＝1.0。在“水温适中”的情况下，40°C和50°C的隶属度是1.0，求其平均值得到输出代表量：

$$\boldsymbol{u = (40 + 50) / 2 = 45}$$



# Fuzzy logic as a decision-making support system for the indication of bariatric surgery

Guidelines for the classification of overweight and obese adults using BMI[16]

| Classification | | BMI |
|---|---|---|
| **Overweight** | | **25 to 29.9** |
| **Obesity** | **Class I** | **30 to 34.9** |
| **Obesity** | **Class II** | **35 to 39.9** |
| **Morbid Obesity** | **Class III** | **≥40** |

Table 1. *Clinical guidelines on the identification, evaluation, and treatment of overweight and obesity in adults. Washington, National Institute of Health, 1998.*

| | BMI >35 and <40 Kg/m$^2$ | BMI >40 Kg/m$^2$ |
|---|---|---|
| **Without comorbidities** | **Without indication** | **With indication** |
| **With comorbidities** | **With indication** | **With indication** |

Table 2

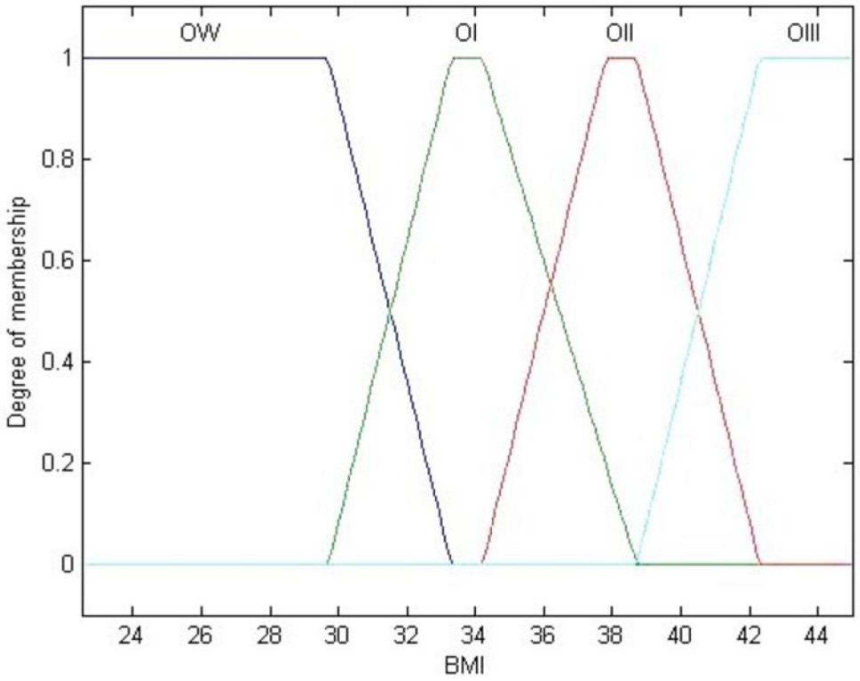
# Fuzzy logic as a decision-making support system for the indication of bariatric surgery

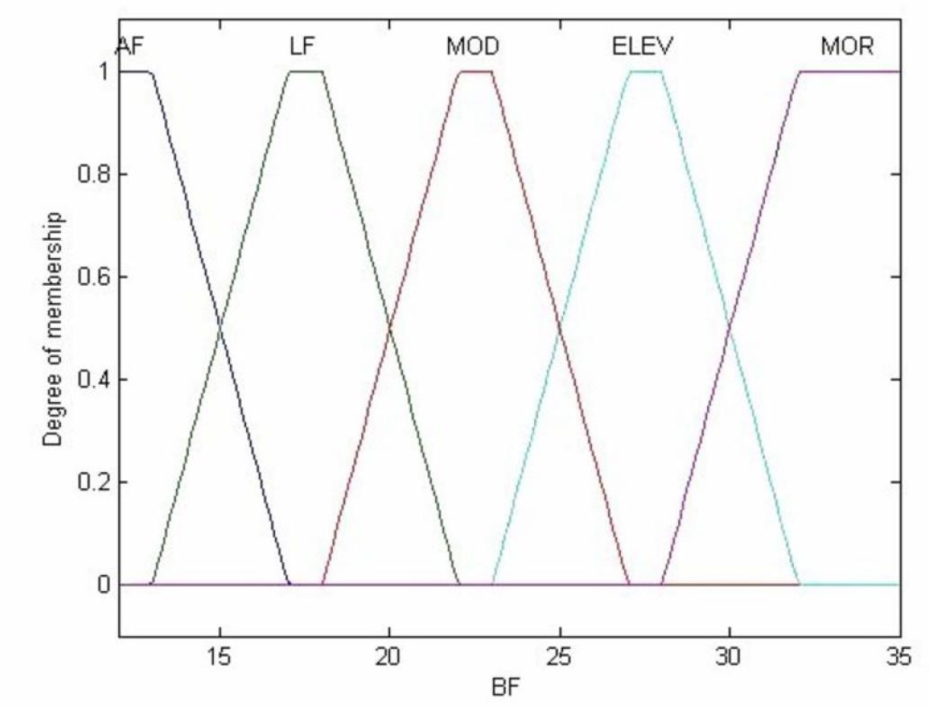
**Obesity classified by %BF**[28]

| %BF | Women | Men |
|---|---|---|
| ADEQUATE | <25% | <15% |
| LIGHT | 25 – 30% | 15 – 20% |
| MODERATE | 30 – 35% | 20 – 25% |
| HIGH | 35 – 40% | 25 – 30% |
| MORBID | >40% | >30% |

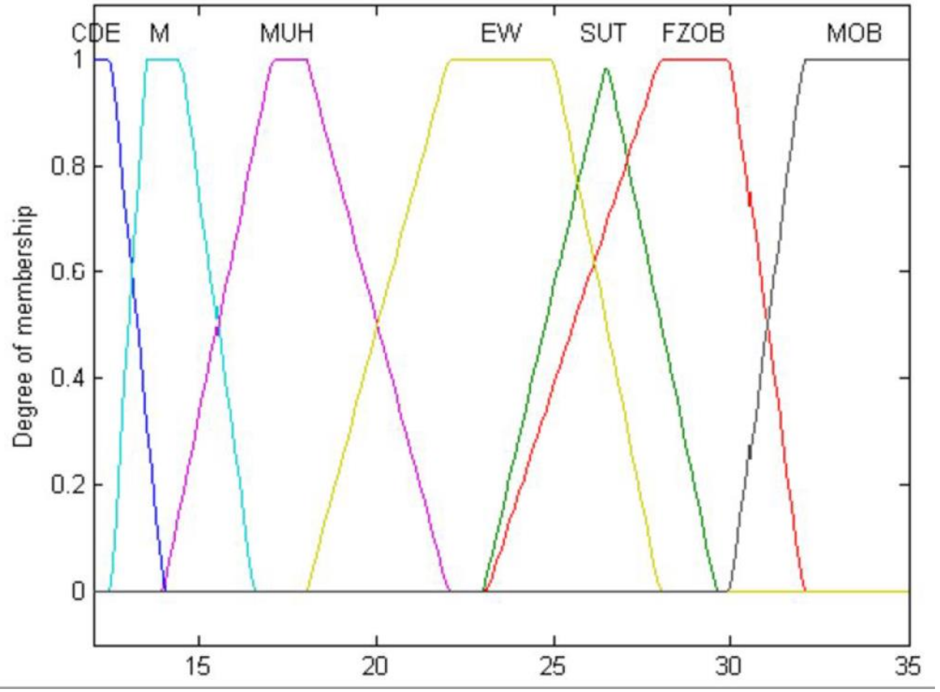
Table 4.

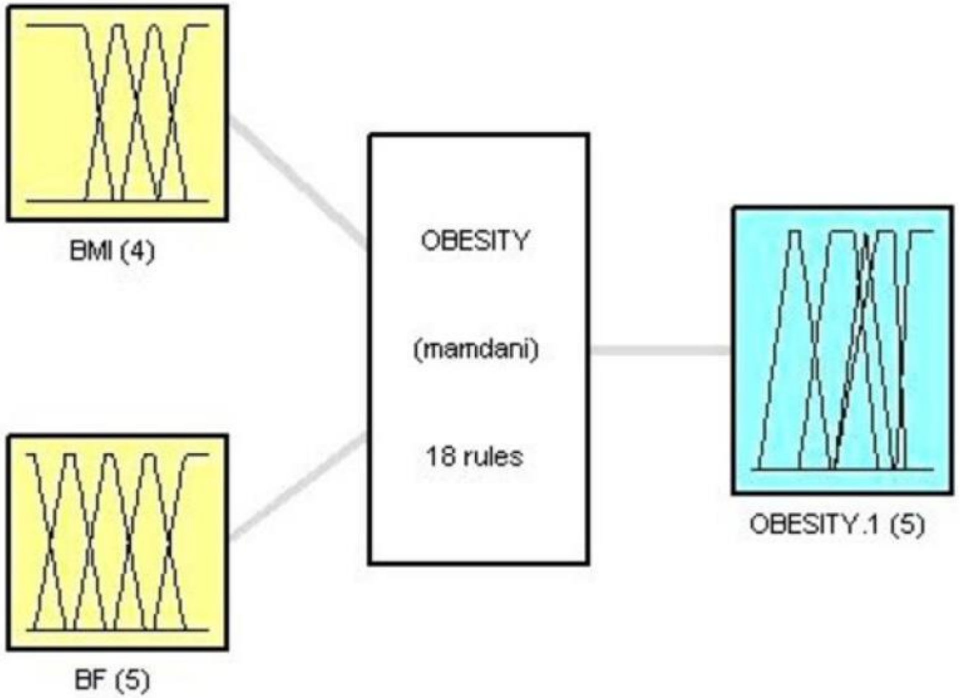
# Fuzzy logic as a decision-making support system for the indication of bariatric surgery



# Fuzzy logic as a decision-making support system for the indication of bariatric surgery




The OBESINDEX is adequate to evaluate the obesity condition and to recommend bariatric surgery.

The OBESINDEX results are closer to the real clinical condition of obesity of the individual than either the BMI or the %BF.

# Fuzzy logic as a decision-making support system for the indication of bariatric surgery

R1) If BMI is TH and %BF is AD, then it is TH
R2) If BMI is TH and %BF is LI then it is TH
R3) If BMI is TH and %BF is MDE, then it is EW
R4) If BMI is TH and %BF is HI, then it is EW
R5) If BMI is OW and %BF is AD, then it is MUH
R6) If BMI is OW and %BF is LI, then it is MUH
R7) If BMI is OW and %BF is MDE, then it is EW
R8) If BMI is OW and %BF is HI, then it is FZOB
R9) If BMI is OW and %BF is MOR, then it is FZOB
R10) If BMI is OI and %BF is AD, then it is MUH
R11) If BMI is OI and %BF is LI, then it is MUH
R12) If BMI is OI and %BF is MDE, then it is SUT
R13) If BMI is OI and %BF is HI, then it is FZOB
R14) If BMI is OI and %BF is MOR, then it is FZOB
R15) If BMI is OII and %BF is AD, then it is MUH
R16) If BMI is OII and %BF is LI, then it is MUH
R17) If BMI is OII and %BF is MDE, then it is SUT
R18) If BMI is OII and %BF is HI, then it is FZOB
R19) If BMI is OII and %BF is MOR, then it is FZOB
R20) If BMI is OIII and %BF is MDE, then it is MOR
R21) If BMI is OIII and %BF is HI, then it is MOR
R22) If BMI is OIII and %BF is MOR, then it is MOR

The OBESINDEX is adequate to evaluate the obesity condition and to recommend bariatric surgery.

The OBESINDEX results are closer to the real clinical condition of obesity of the individual than either the BMI or the %BF.

## 一、模糊控制发展

自1965年模糊理论诞生以来，一直受到来自各方面的争议，许多学术权威人士对模糊理论中的理论不完善、理论推导不严谨等问题多有微词。使得模糊理论的研究一直处于“低迷”的状态和“非正统”的位置。

自1974年英国工程师E. H. Mamdani将模糊理论进行蒸汽机与锅炉控制方面的研究取得成功，使人们看到了模糊理论在实际应用中的巨大潜力，从此模糊理论与模糊控制方面的研究一直十分活跃，当然争论也在延续。

进入上个世纪80年代以后，模糊控制理论进入了快速发展期，欧、美、日等国家在模糊控制方面都投入了巨额资金，其中各大公司投入的开发资金占了很大比例，促进了模糊控制理论与产品的不断进步。

# 一、模糊控制发展

模糊控制发展的三个阶段

1) 基本模糊控制

2) 自组织模糊控制

3) 智能模糊控制

三个阶段比较

基本模糊控制：针对特定对象设计，控制效果好。控制过程中规则不变，不具有通用性，设计工作量大。

自组织模糊控制：某些规则和参数可修改，可对一类对象进行控制。

智能模糊控制：具有人工智能的特点，能对原始规则进行修正、完善和扩展，通用性强。

# 二、模糊控制基础

1. 什么是模糊控制?

传统控制方法是建立在被控对象的精确的数学模型之上的，随着系统复杂程度的提高，对这样的系统建立精确的数学模型将是非常困难的。

模糊控制是用模糊集合论作为数学知识，对人的操作经验进行描述，模仿人脑的思维推理方式，对模糊现象进行识别和判决，给出精确的控制量，对被控对象进行控制。

实例：骑自行车　一个人经过一段时间的训练后，可以自如的骑自行车行走。但是对自行车的动力系统建立精确的数学模型将非常困难。

# 二、模糊控制基础

## 2. 模糊控制的特点

1) 与经典控制理论和现代控制理论相比，模糊控制的主要特点是不需要建立对象的数学模型。

2) 是一种反映人类智慧思维的智能控制 模糊控制采用人类思维中的模糊量，控制量由模糊推理得出。这些与人类日常活动中的智能表现一致或近似。

3) 易被人类接受 模糊控制的核心是控制规则，这些规则是以人类语言表示的，易于被人类理解。

4) 构造容易 目前计算机软硬件的发展，为模糊控制系统的实现奠定了坚实的基础。

5) 鲁棒性强 无论被控对象是线性的还是非线性的，都能执行有效的控制，具有良好的鲁棒性与适应性。

# 二、模糊控制基础

## 手动控制、经验控制和模糊控制的比较

手动控制：控制经验 + 当前状态 → 操作员手动给出 → 控制量

经验控制：将控制经验事先总结归纳好，放在计算机中。 + 传感器测量的当前值 → 计算机自动给出 → 根据当前的状态，对照控制经验，给出适当的控制量

模糊控制：事先总结归纳出一套完整的控制规则，放在计算机中。 + 传感器测量的当前值 → 模糊推理判决计算出 → 控制量

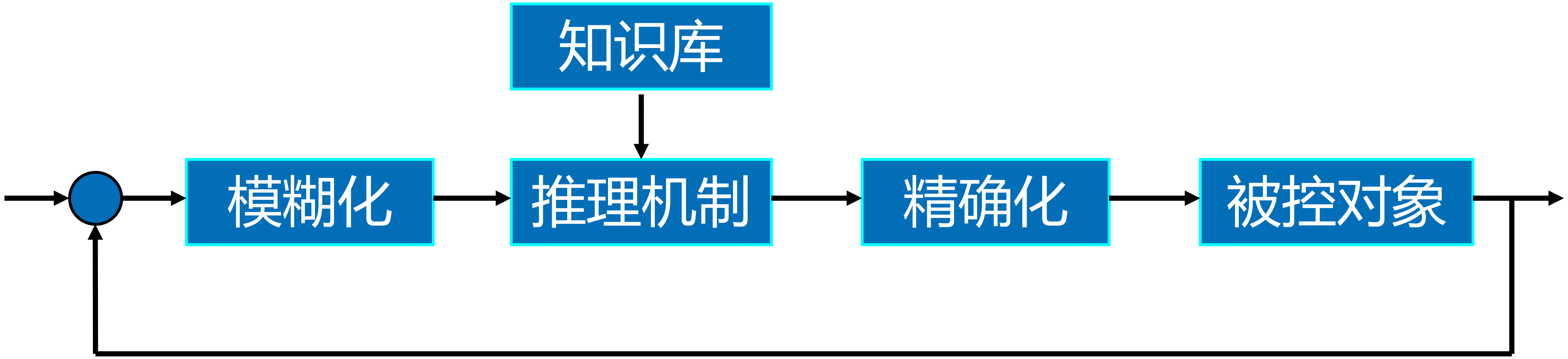
# 二、模糊控制基础

3、模糊控制的定义

模糊控制器的输出是通过观察被控对象变化过程的状态，和一些如何控制过程的规则进行推理的结果。

三个重要的概念：

1) 测量信息的模糊化；
2) 模糊推理过程；
3) 推理结果的精确化。模糊控制系统的结构简图



# 二、模糊控制基础

## 模糊控制需要解决的问题

1、模糊控制器的构造

采用传统的单片机、微处理器，用软件实现模糊推理；

采用模糊单片机、模糊专用集成电路芯片；

采用可编程门阵列电路构造模糊控制器(构造控制表)

2、模糊信息与精确信息转换的物理结构与方法

A/D D/A转换技术

3、模糊控制器对外界的适应技术

目前是一个研究的难点问题，还没有一个很好的通用技术

4、 实现模糊控制系统的软技术

系统的仿真软件(Matlab)，实际模糊控制器的软件

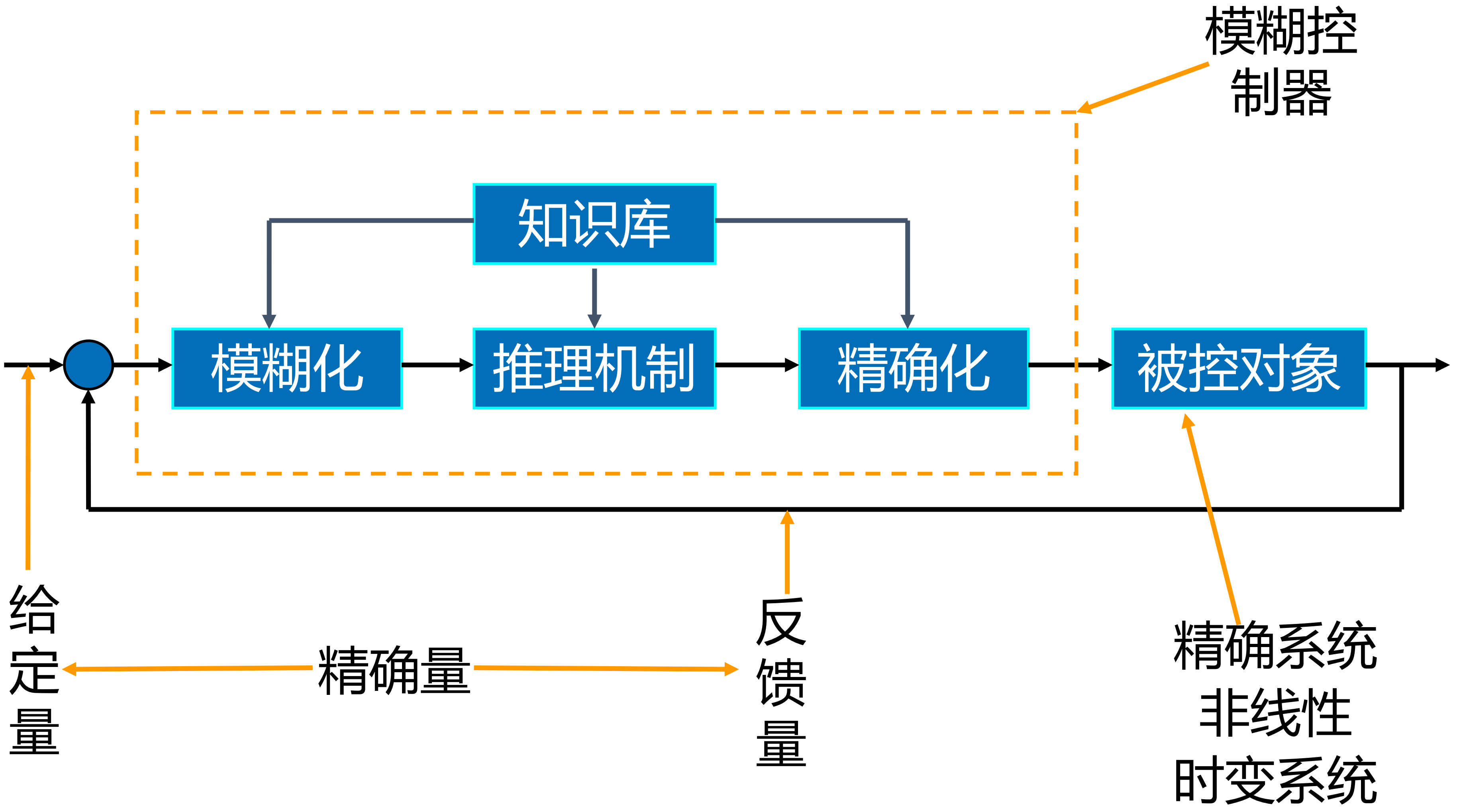
5、 模糊控制器与被控对象的匹配

# 二、模糊控制基础

模糊控制理论尚未解决(完善)的问题

1、 知识和经验的表示；
2、 知识推理的法则；
3、 知识的获取与总结；
4、 模糊控制系统的稳定性判据；
5、 模糊控制系统的自学习与完善；
6、 模糊控制系统的分析；
7、 模糊控制系统的设计方法。

# 三、模糊控制原理



# 三、模糊控制原理

模糊控制器的基本功能

1、将控制系统的偏差(误差以及误差的变化量)从数字量转化为模糊量；

2对模糊量由给定的规则进行模糊推理；

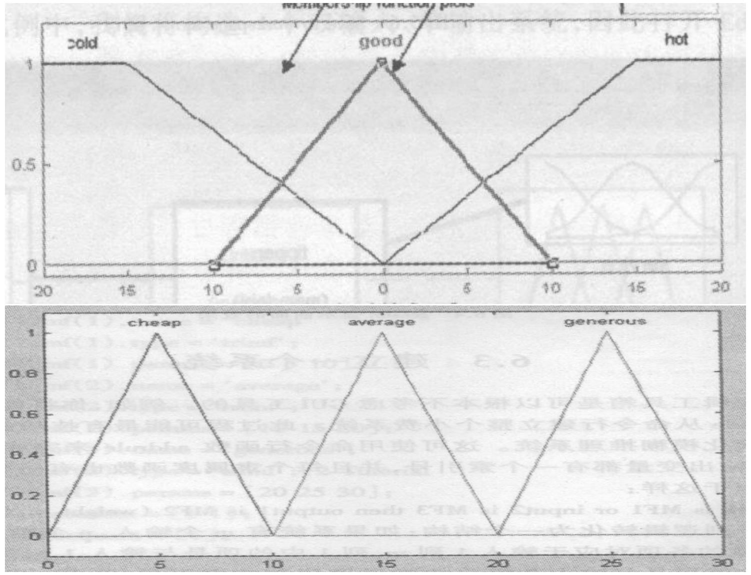
3、将推理结果的模糊量输出转化为实际系统可接受的精确量(经常是模拟量)。

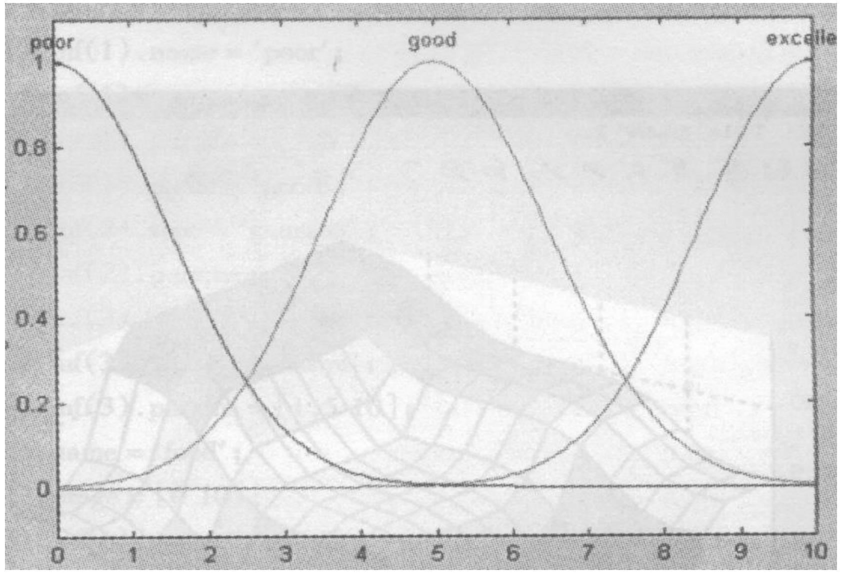
因此模糊控制器的设计问题就是模糊化过程、知识库(数据库、规则库)、推理决策规则、精确化四项设计工作。

# 三、模糊控制原理

## 1、模糊化过程

模糊化过程主要完成以下工作：测量输入的变量值(如是模拟量要进行模-数转换，变为数字量)；将以数字表示的精确量转化为用语言值表示的模糊量(模糊子集与隶属度函数)，对于一个输入值，必定与某一特定的限定码(模糊子集)的隶属程度相对应。两种常用的隶属度函数的图像。



# 三、模糊控制原理

模糊子集建立后，对于任意的输入量$x$，将其映射到模糊子集系统的映射过程，就是将输入的物理量数值，根据模糊子集的分布情况，确定出输入值对这些模糊子集的隶属程度。

为了保证在所有论域内输入量都能与 (至少)某一个模糊子集相对应，模糊子集的数目和范围必须遍及整个论域，以保证对于论域内的任意输入量，至少有一个模糊子集的隶属度大于0。

# 三、模糊控制原理

## 2、知识库：是模糊控制器的核心

知识库包括数据库和规则库两部分。

数据库 提供必要的定义，包括语言控制规则，论域的离散化、量化、正则化以及输入空间的分区，隶属度函数(形式)的定义。

### 1) 论域的离散化

要使计算机能够处理模糊信息就必须对用模糊集合表示的不确定信息进行量化，而量化的对象就是模糊子集的隶属度函数。

### 2) 输入输出空间的模糊划分

模糊控制规则前题中的每一个语言都形成一个与确定论域相对应的模糊输入空间，在结论中的语言变量则形成模糊输出空间。模糊划分就是确定基本模糊集的数目，而基本模糊集又是确定模糊逻辑控制器的控制分辨率。

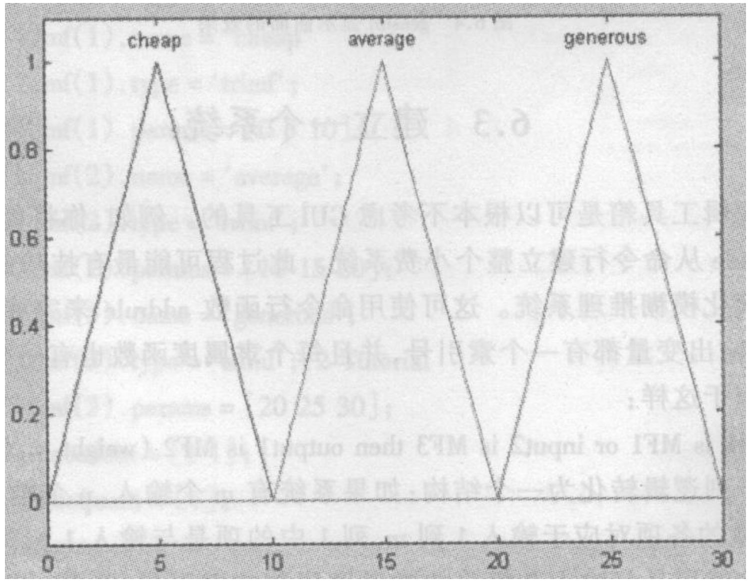
# 三、模糊控制原理

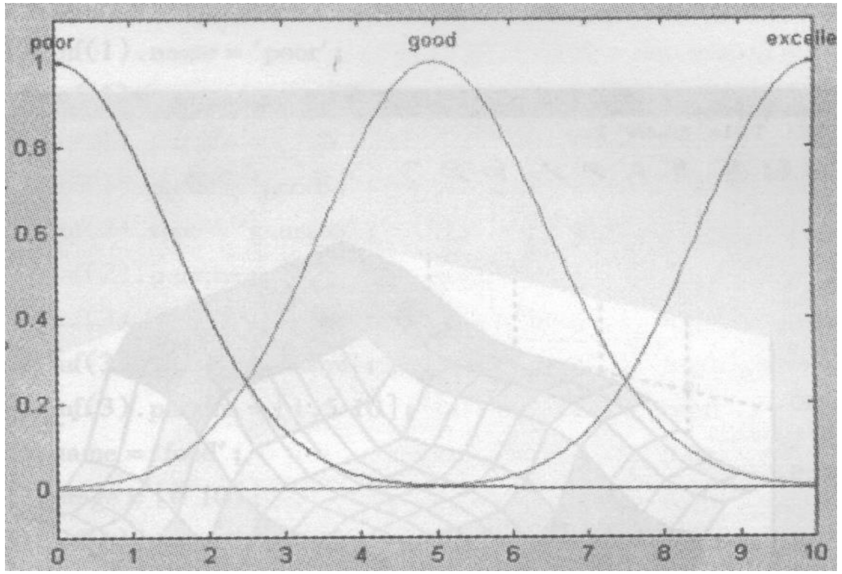
## 3) 基本模糊子集的隶属度函数

模糊集的隶属度函数是数据库的一个重要组成部分，通常有两种表示方式：数字表示；函数表示。

数字形式 适用于论域本身是离散的情况，模糊控制器是码表的形式；

函数形式 适用于论域本身是连续的情况，典型的函数有三角函数，梯形函数，正态函数等等。



# 三、模糊控制原理

规则库 根据控制目标和控制策略，给出“一套”由语言变量描述的，并由专家或自学习产生的控制规则的集合。

专家知识常采用“if …..then…..”的规则形式，这样的规则很容易通过模糊条件语句描述的模糊逻辑推理来实现。用一系列模糊条件描述的模糊控制规则就构成了模糊控制规则库。

在建立规则前，首先要选择状态变量，控制变量，确定规则类型，采用的规则数目。

模糊控制规则的建立方法：专家经验法，观察法。

观察法：通过观察人类的控制行为，试图从其控制思想中提炼出“一套”基于模糊条件语言类型的控制规则，组成模糊规则库。

# 三、模糊控制原理

## 3、推理逻辑

利用知识库中的信息模拟人类的推理决策过程，给出合适的控制量。其实质是模糊逻辑推理。

## 4、精确化过程

通过模糊推理得到的结果是一个模糊集合。但是面对一个实际的被控对象，必须要有一个精确的控质量才能去控制或驱动执行机构。在推理得到的(若干个)模糊集合中，寻求一个最佳代表值(精确值)。

### 1) 最大隶属度函数法

简单的取所有规则推理结果的模糊集合中隶属度最大的元素作为输出的确定值：

$$v_0 = \max\{\mu_V(v)\} \qquad v \in V$$

计算简单，但丢失信息多，控制“粗糙”。

# 三、模糊控制原理

2)重心法：

取隶属度函数曲线与横坐标围成的面积 (几何体)的重心为模糊推理最终输出的精确值：

连续型：

$$v_0 = \frac{\int_V v\mu_V(v)dv}{\int_V \mu_V(v)dv} \qquad v \in V$$

离散型：

$$v_0 = \frac{\sum_{k=1}^{m} v_k \mu_V(v_k)}{\sum_{k=1}^{m} \mu_V(v_k)} \qquad v_k \in V$$

控制量“平滑”，控制精度高，但计算复杂。

3) 加权法：

$$v_0 = \frac{\sum_{k=1}^{m} v_k w_k}{\sum_{k=1}^{m} w_k} \qquad v_k \in V$$

加权值w的选择？当 $w_k = \mu_V(v_k)$ 就变为重心法。

## 模糊控制设计中应注意的几个问题：

一般数字控制系统：

1）采样频率 应满足香农采样定理；

2）量化的等级 直接影响控制系统的质量，如超调、上升时间、稳定精度等；

模糊控制系统：

3） 隶属度函数之间的重叠率 决定模糊控制系统反馈部分的精密度；

4） 规则的数目 决定模糊控制器自身的精密度；

5） 精确化的计算方法 决定输出量的平滑度。

# 四、模糊控制系统设计

设计模糊控制系统的首要问题是却定模糊控制器的结构，包括：

1) 输入变量(个数、形式)
2) 输出变量(个数、形式)
3) 模糊化算法
4) 模糊推理规则
5) 精确化计算方法

模糊控制系统的结构根据被控对象的输入输出变量的多少，分为(被控对象的)单输入-单输出结构和多输入-多输出结构，相应的控制器分为一维模糊控制器和多维模糊控制器。

# 四、模糊控制系统设计

## 1、单输入-单输出模糊控制结构

单输入-单输出结构在模糊控制中应用很广泛，如加热炉的温度控制，简单的速度控制。

特点：系统的控制量只有一个，系统的输出量也只有一个；因此是最典型、最简单的模糊控制。

控制器：一维模糊控制器，二维模糊控制器。

一维模糊控制器　输入变量为系统的误差，输出变量为系统的控制量。

二维模糊控制器　输入变量为系统的误差和误差的变化量(导数)，输出变量为系统的控制量。

## 1) 一维模糊控制器

设模糊控制器的输入变量为$e$，输出控制量为$u$，模糊控制规则有以下形式：

$R_1$: if $e$ is $E_1$, then $u$ is $U_1$

$R_2$: if $e$ is $E_2$, then $u$ is $U_2$

……………………

$R_n$: if $e$ is $E_n$, then $u$ is $U_n$

$E_1$, $E_2$, $E_n$是误差量论域上定义的模糊子集，$U_1$, $U_2$, $U_n$是控制量论域上定义的模糊子集，模糊蕴含关系：

$$R(e,u)=\bigcup_{i=1}^{n} E_i \times U_i$$

## 2) 二维模糊控制器

设模糊控制器的输入变量为$e$和$de$，输出控制量为$u$，模糊控制规则有以下形式：

$R_1$: if $e$ is $E_1$ and $de$ is $DE_1$, then $u$ is $U_1$

$R_2$: if $e$ is $E_2$ and $de$ is $DE_2$, then $u$ is $U_2$

………………………

$R_n$: if $e$ is $E_n$ and $de$ is $DE_n$, then $u$ is $U_n$

$E_1, E_2, \ldots\ldots, E_n$ 和 $DE_1, DE_2, \ldots\ldots, DE_n$ 分别是误差量和误差变化量论域上定义的模糊子集， $U_1, U_2, U_n$ 是控制量论域上定义的模糊子集，模糊蕴含关系：

$$R(e,de,u)=\bigcup_{i=1}^{n}(E_i\times DE_i)\times U_i$$

## 2、多输入-多输出模糊控制结构

多输入-多输出模糊控制是一个非常复杂的系统设计问题，目前还没有一套比较完整的理论来指导系统的设计。

人对具体事物的逻辑思维不超过三维，对于多输入-多输出模糊系统的控制规则无法直接从人的经验上获得，只能通过观察，在实验数据中寻求规律。

已知样本数据:

$$(X_1 \quad X_2 \quad Y_1 \quad Y_2 \quad Y_2) \qquad X_i \in U_i, \quad Y_j \in V_j$$

变换为:

$$(X_1 \quad X_2 \quad Y_1),\ (X_1 \quad X_2 \quad Y_2), \cdots, (X_1 \quad X_2 \quad Y_n)$$
$$X_i \in U_i, \quad Y_j \in V_j$$

# 四、模糊控制系统设计

以上方法将多输入-多输出模糊控制结构转化为多个多输入-单输出模糊控制结构，可采用多输入-单输出的设计方法进行重复性设计，也可能解决多变量控制系统的模糊解耦的问题。

但是也可以看出，这种方法解决问题的能力有限(只能解决输入变量是二维，甚至是一维的系统)。对于一个真正的多输入-多输出模糊控制系统，采用传统的模糊设计过程是非常复杂的，且得到的控制效果也不是很理想。目前多采用较先进的模糊控制方法，如自组织模糊控制器设计等。

## 3、模糊控制器的设计原则

a) 定义输入-输出变量

根据输入-输出变量的个数可以确定需要的规则数。

最大值：$N = n_{out} * (n_{level})^{n_{in}}$

经验值：$N = n_{out} * (n_{in}(n_{level} - 1) + 1)$

b) 定义所有变量的模糊化条件

c) 设计控制规则库

d) 设计模糊推理结构

用通用的计算机或专用的微处理器实现上述推理算法。

e) 选择精确化策略的方法

## 4、模糊控制器的设计实例

一个单输入-单输出的温度控制系统(离散系统)

给定温度 $T_d$, 实际温度$T$, 误差及误差变化量:

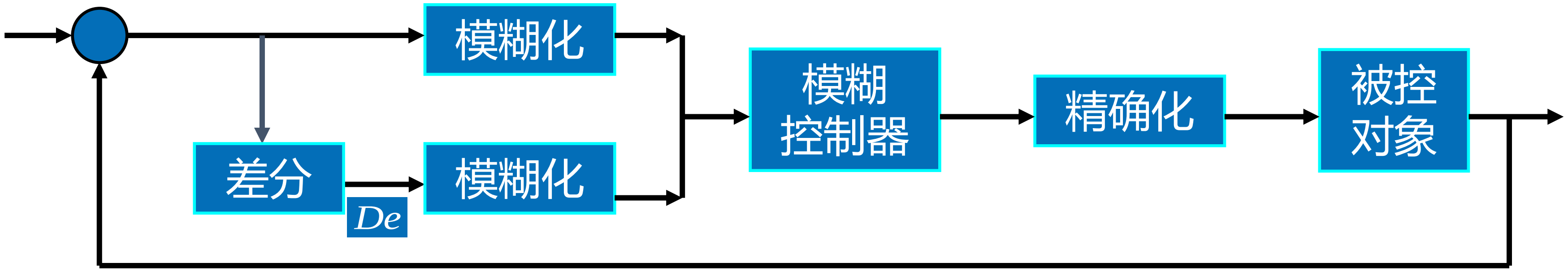
$$e(t) = T_d - T(t)$$

$$D \cdot e(t) = \frac{de(t)}{dt}$$

离散化后:

$$e(n) = T_d - T(n)$$

$$D \cdot e(n) = e(n) - e(n-1)$$



# 四、模糊控制系统设计

确定模糊控制器的输入、输出变量，确定变化范围：

$e$ 的变化范围(论域) [-50, 50]

$De$ 的变化范围(论域) [-150, 150]

$u$ 的变化范围(论域) [-64, 64]

确定量化等级： 量化等级取 9

$$[-4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]$$

定义的模糊集(名称)，确定隶属度：

$$[\text{PB} \quad \text{PS} \quad \text{ZE} \quad \text{NS} \quad \text{NB}]$$

# 四、模糊控制系统设计

## 模糊集的隶属度函数表

| $e$ | -50--30 | -30--15 | -15--5 | -5--2 | -2-2 | 2-5 | 5-15 | 15-30 | 30-50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $De$ | -150--90 | -90--30 | -30--10 | -10--5 | -5-5 | 5-10 | 10-30 | 30-90 | 90-150 |
| $u$ | -64 | -16 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 16 | 64 |
| **量化等级** | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **模糊集** | 相关的隶属度函数 | | | | | | | | |
| PB | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.35 | 1 |
| PS | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.4 | 1 | 0.4 | 0 |
| ZE | 0 | 0 | 0 | 0.2 | 1 | 0.2 | 0 | 0 | 0 |
| NS | 0 | 0.4 | 1 | 0.4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| NB | 1 | 0.35 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

# 四、模糊控制系统设计

模糊控制规则：

if $e$ is NB, and $de$ is PB, then $u$ is PB.

if $e$ is NB, and $de$ is PS, then $u$ is PB.

if $e$ is NB, and $de$ is ZE, then $u$ is PB.

if $e$ is NB, and $de$ is NS, then $u$ is PB.

$$\begin{cases} \text{if } e \text{ is NS, and } de \text{ is ZE, then } u \text{ is PS.} \\ \text{if } e \text{ is NS, and } de \text{ is PS then } u \text{ is PS.} \\ \text{if } e \text{ is NS, and } de \text{ is PB, then } u \text{ is PS.} \\ \text{if } e \text{ is ZE, and } de \text{ is ZE, then } u \text{ is ZE.} \\ \text{if } e \text{ is ZE, and } de \text{ is PS, then } u \text{ is NS.} \\ \text{if } e \text{ is ZE, and } de \text{ is PB, then } u \text{ is NB.} \end{cases}$$

# 四、模糊控制系统设计

## 确定模糊控制规则

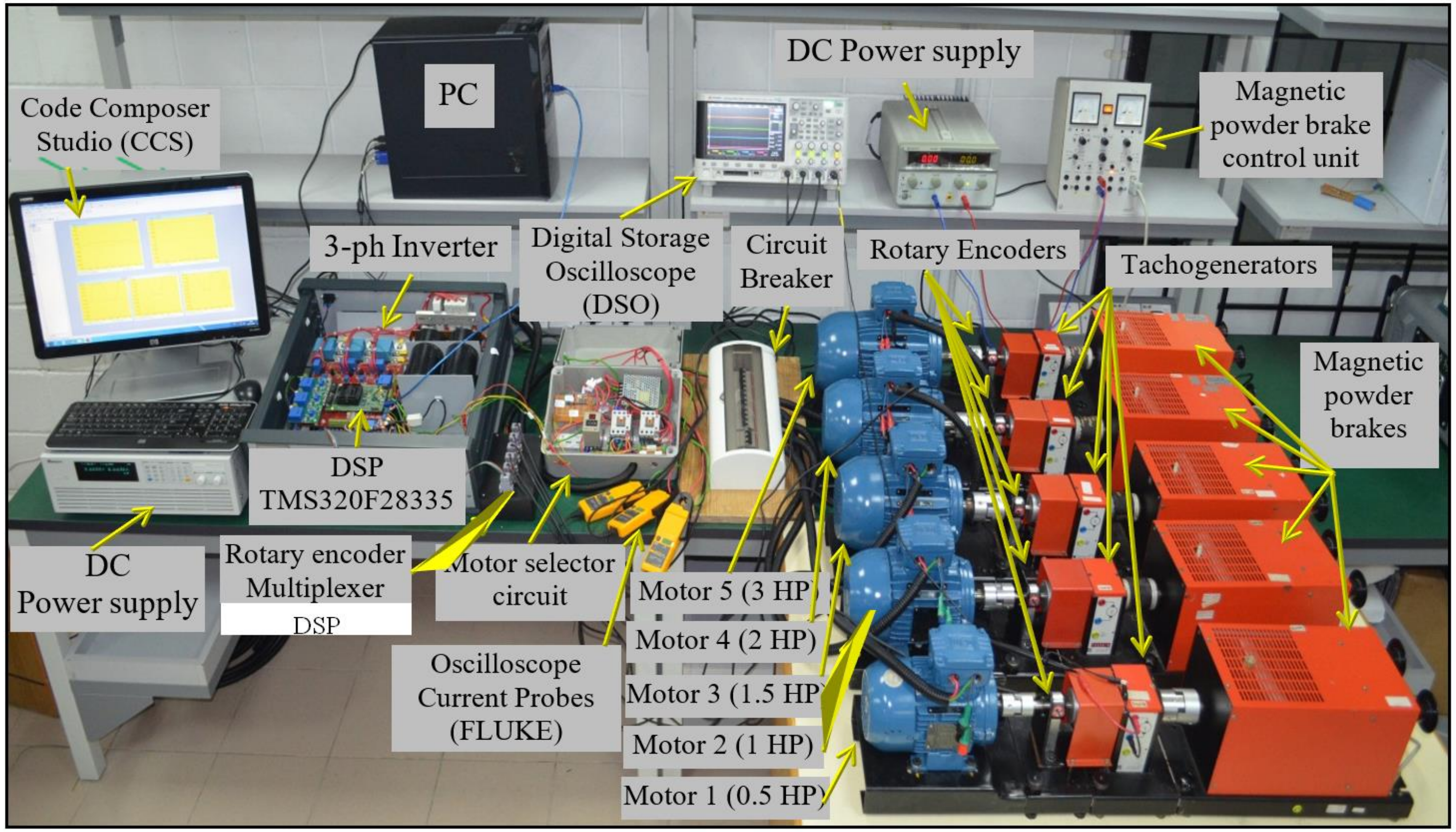
| DE \ E | NB | NS | ZE | PS | PB |
|---|---|---|---|---|---|
| | U | | | | |
| NB | | PB | PB | PS | NB |
| NS | PB | PS | PS | ZE | NB |
| ZE | PB | PS | ZE | NS | NB |
| PS | PB | ZE | NS | NS | NB |
| PB | PB | NS | NB | NB | |

# 四、模糊控制系统设计

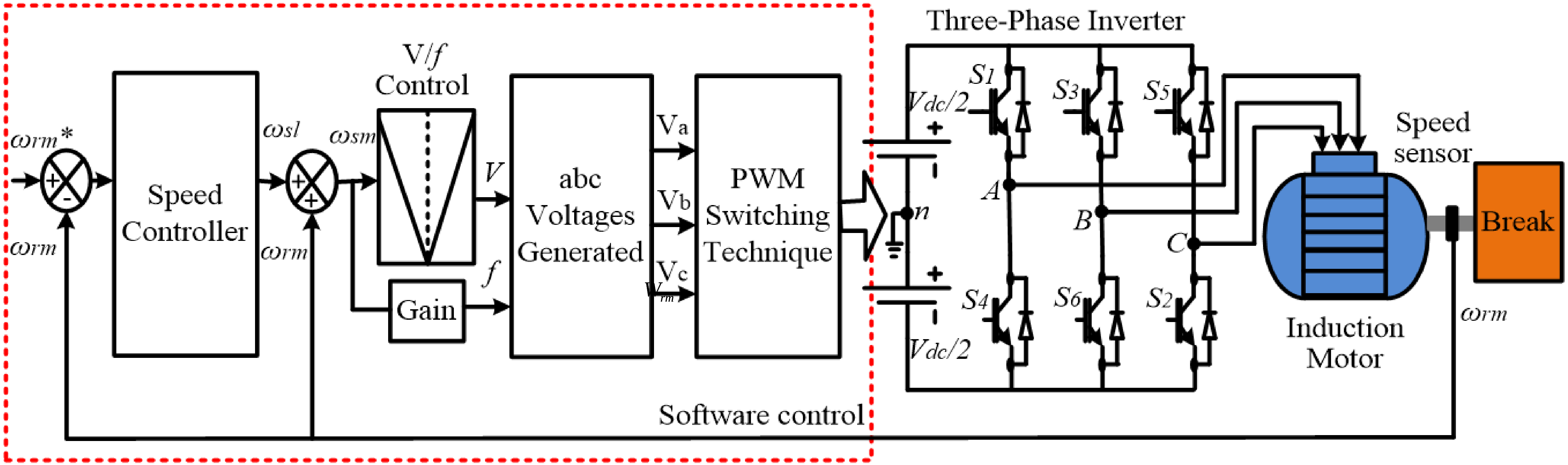
## 精确化控质量(模糊控制表)

| de \ e | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| -3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| -2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | -1 | -2 |
| -1 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | -1 | -1 | -2 |
| 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | -1 | -1 | -2 | -2 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | -1 | -1 | -2 | -2 | -3 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | -1 | -1 | -2 | -1 | -3 | -3 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | -2 | -2 | -2 | -3 | -3 | -3 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | -3 | -2 | -2 | -3 | -3 | -4 |

# Fuzzy Controller in Achieving Induction Motor Performance Enhancement




*M. A. Hannan et al., "Role of optimization algorithms based fuzzy controller in achieving induction motor performance enhancement," Nat. Commun., vol. 11, no. 1, 2020.*




**Supplementary Figure 14.** Block diagram of the closed loop of scalar control for TIM drive

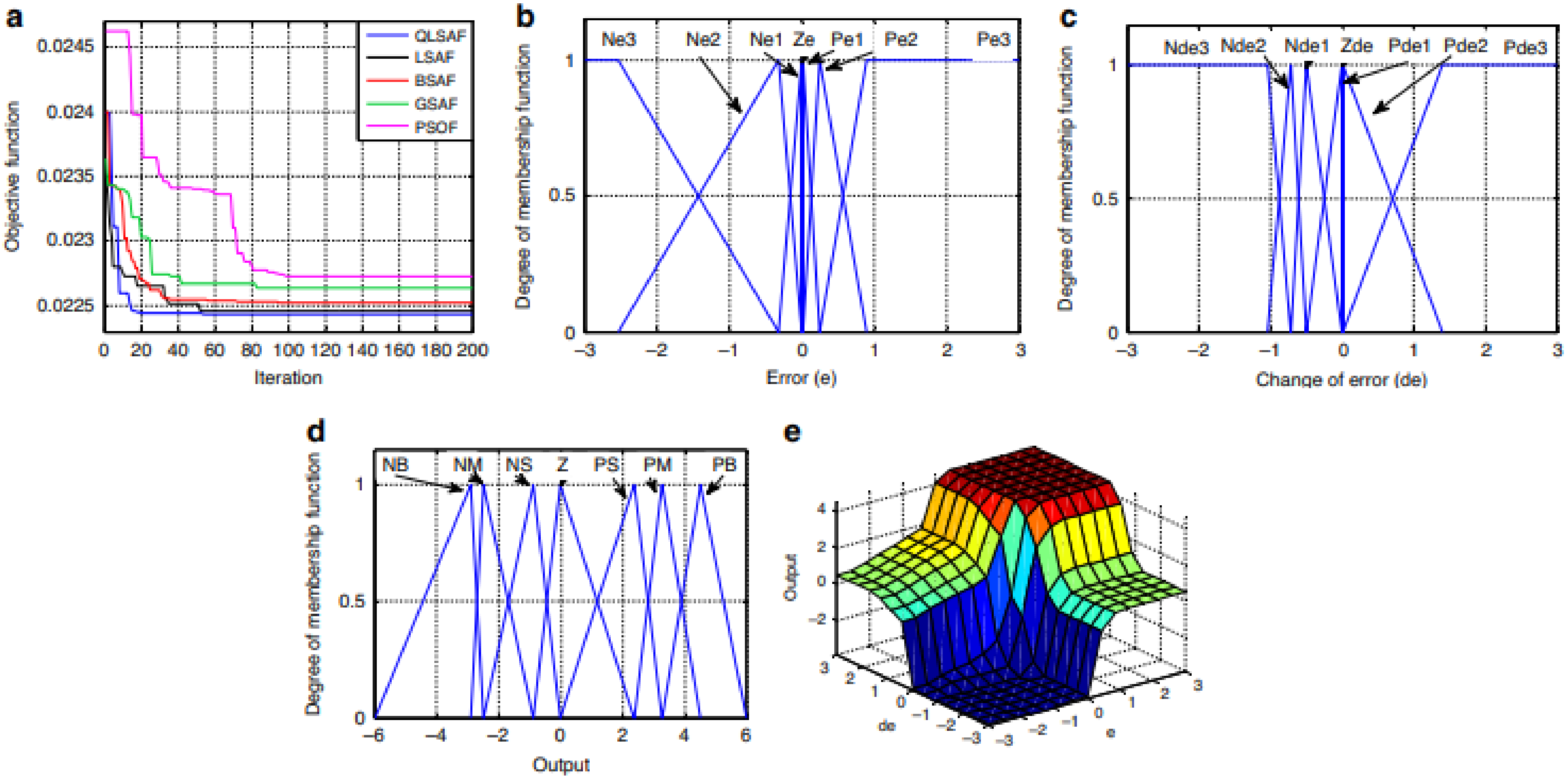
$W_{rm}$: *Rotor Speed*

$W_{sl}$: *Slip Speed*

$$e(t) = \omega^{*}_{rm} - \omega_{rm}(t),$$

$$de(t) = e(t) - e(t-1),$$

# Optimized Membership Function



# Fuzzy Rules

**Supplementary Table 2.** Fuzzy rules of the induction motor speed controller

| $de$ \ $e$ | Ne3 | Ne2 | Ne1 | Ze | Pe1 | Pe2 | Pe3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nde3 | NB | NB | NB | NB | NM | NS | Z |
| Nde2 | NB | NB | NB | NM | NS | Z | PS |
| Nde1 | NB | NB | NM | NS | Z | PS | PM |
| Zde | NB | NM | NS | Z | PS | PM | PB |
| Pde1 | NM | NS | Z | PS | PM | PB | PB |
| Pde2 | NS | Z | PS | PM | PB | PB | PB |
| Pde3 | Z | PS | PM | PB | PB | PB | PB |

NB: Negative big; NM: Negative medium; NS: Negative small; Z: Zero; PS: Positive small; PM: Positive medium; PB: Positive big.

Rule 1: If $e$ is 'Ne3' AND d$e$ is 'Nde3' THEN $\omega_{sl}$ is "NB".
Rule 2: If $e$ is 'Ne3' AND d$e$ is 'Nde2' THEN $\omega_{sl}$ is "NB".

⋮

Rule 48: If $e$ is 'Pe2' AND d$e$ is 'Pde3' THEN $\omega_{sl}$ is "PB".
Rule 49: If $e$ is 'Pe3' AND d$e$ is 'Pde3' THEN $\omega_{sl}$ is "PB".

**Supplementary Table 10.** The speed response results of QLSAF, LSAF, BSAF, GSAF, PSOF, and PID controllers against the changes in the reference speed.

| Period (s) | Reference speed (rad/s) | Maximum overshoot (%) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | QLSAF | LSAF | BSAF | GSAF | PSOF | PID control |
| 0–0.5 | 157 | 4.45 | 7.64 | 7.00 | 12.10 | 12.11 | 13.15 |
| 0.5–0.7 | 118 | 1.27 | 5.08 | 8.47 | 2.96 | 9.32 | 9.81 |
| 0.7–0.9 | 78 | 0.64 | 4.48 | 7.69 | 0.71 | 10.21 | 10.92 |
| 0.9–1.4 | 39 | 1.28 | 7.69 | 10.2 | 1.32 | 12.82 | 16.67 |
| 1.4–1.6 | 78 | 2.56 | 3.84 | 3.20 | 10.26 | 6.41 | 12.30 |
| 1.6–1.8 | 118 | 2.11 | 2.54 | 2.33 | 6.77 | 6.81 | 8.305 |
| 1.8–2 | 157 | 2.54 | 2.86 | 2.54 | 7.00 | 7.21 | 8.280 |
| **Period (s)** | **Reference speed (rad/s)** | **Settling time (s)** | | | | | |
| | | **QLSAF** | **LSAF** | **BSAF** | **GSAF** | **PSOF** | **PID Control** |
| 0–0.5 | 157 | 0.054 | 0.055 | 0.055 | 0.06 | 0.07 | 0.125 |
| 0.5–0.7 | 118 | 0.011 | 0.014 | 0.015 | 0.012 | 0.025 | 0.042 |
| 0.7–0.9 | 78 | 0.009 | 0.012 | 0.018 | 0.011 | 0.026 | 0.055 |
| 0.9–1.4 | 39 | 0.009 | 0.010 | 0.015 | 0.011 | 0.024 | 0.125 |
| 1.4–1.6 | 78 | 0.015 | 0.010 | 0.010 | 0.011 | 0.027 | 0.056 |
| 1.6–1.8 | 118 | 0.018 | 0.014 | 0.011 | 0.012 | 0.022 | 0.041 |
| 1.8–2 | 157 | 0.015 | 0.016 | 0.012 | 0.017 | 0.027 | 0.044 |

# 四、模糊控制系统设计

模糊控制表建成后，一个模糊控制系统的设计工作就完成了。

由于模糊控制表的建立是离线进行的，它对模糊控制器的实时性没有任何影响。

模糊控制表一旦建成以后，模糊逻辑推理控制的算法就是简单的查表过程，运算过程非常快，可以满足任何实时系统的控制要求。

另外需要说明的是：本实例是一个非常简单的模糊控制系统，无论是变量的量化等级，模糊子集的设置，还是模糊控制规则的设定都是比较粗糙的。通过此例说明模糊控制系统的设计过程。

# 神经网络与模糊理论的结合

☞神经网络具有自学习(训练)的功能，可以使网络中的参数自动达到最优；

☞模糊理论可以处理人们日常生活中广泛使用的模糊表示(变量)，并能模拟人的思维方式，得出模糊的结构(变量)；

☞将两者相结合，构成具有自学习功能的模糊(控制)系统，是目前研究的重要领域。

# 模糊理论与技术的应用

以模糊理论为基础，繁衍、成长起来的各种模糊技术已经应用到工业控制，社会系统分析，日常家电等各个领域中，而且取得了很好的效果。

# Q&A

# THANKS!