

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2019 级信息类一元函数微分学统考试卷 (A 卷) 2019 年 11 月 9 日

(说明: 答案务必写在装订线右侧, 写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 当 $x \rightarrow 1$, 与 $\ln x$ 等价的无穷小量为 ():

(A) $\sin x$; (B) $e^x - e$; (C) $\cos x - \cos 1$; (D) $1 - (1/x)$.

一题得分	
------	--

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \text{ 为有理数,} \\ 1/x, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内():

(A) 有界; (B) 无界; (C) 连续; (D) 可导.

(3) 若函数 $f(x) = \begin{cases} x|x|, & x \leq 0 \\ x \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 则在 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ():

(A) 可导点, 极值点; (B) 可导点, 非极值点; (C) 不可导点, 极值点; (D) 不可导, 非极值点;

(4) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f(a) = \max\{f(x) | a \leq x \leq b\}$, 则():

(A) $f'_+(a) = 0$; (B) $f'_+(a) \leq 0$; (C) $f'_+(a) \geq 0$; (D) $f'_+(a) < 0$;

(5) 设函数 $f(x) = (x^2 + x - 2)|\sin 2\pi x|$, 则 $f(x)$ 在 $(-1/2, 3/2)$ 内不可导点的个数为(),

(A) 2; (B) 3; (C) 1; (D) 0.

二、填空题 (每小题 4 分):

(1) 设 $f(x) = 1/(1 + x^2)$, 则 $f^{(3)}(0) =$ _____

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ ax + b, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 $a =$ _____, $b =$ _____

(3) 设函数 $f(x) = \ln(1 - 2x), (n \geq 2)$, 则 $f^{(n)}(0) =$ _____

(4) 设有界函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内可导, 且存在极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = b$, 则 $b =$ _____,

(5) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\sin(x^2 y) + \ln(y - x) = 17x$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0} =$ _____.

二题得分	
------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

三、求下列极限：（每小题 5 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x} \sqrt{1-8x}}{x};$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\frac{(1+\frac{1}{x})^x}{e}]^x;$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - \sqrt{n^2 - n + 1})$

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

(1) 设 $y = \arctan(\frac{1-x^2}{1+x^2})$, 求 $\frac{dy}{dx};$

(2) 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = e^t + t \\ y = \sin t \end{cases}$ 所确定的函数，求 $\frac{d^2y}{dx^2} |_{t=0};$

草稿区

三题 得分	
----------	--

四题 得分	
----------	--

姓名

学号

专业

任课教师

(3) 设 $f(x)$ 有二阶导数, $y = f(e^x)$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

五、证明下列不等式: (每小题 6 分)

(1) 当 $x > 0, \ln(1 + x + x^2) < x + \frac{x^2}{2}$;

(2) 当 $x > 0, \arctan x > x - \frac{x^3}{3}$

六、(6 分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $x^3 + y^3 - 3x + 3y - 2 = 0$ 所确定, 求 $y(x)$ 的极值.

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

七、(6 分) 求函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$ 在区间 $[-4,3]$ 上的最大值，最小值.

七题 得分	
----------	--

草稿区

八、(6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上连续，在 $(1,2)$ 内可导，且 $f(1) = f(2) = 0$,

证明：存在不同的 $\xi, \eta \in (1,2)$ ，使 $\frac{f'(\xi)}{\xi} - \frac{f(\xi)}{\xi^2} + \frac{2}{3} f'(\eta) = 0$

八题 得分	
----------	--