电光、计控学院本科生 2015—2016 学年第一学期线性代数课程期末考试试卷（B 卷）

专业:　　　　　　　　　　　年级:　　　　　学号:　　　　　姓名:　　　　　成绩:

说明：A^T表示矩阵 A 的转置矩阵，A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，O 是零矩阵，
A^{-1}表示可逆矩阵 A 的逆矩阵，$|A|$表示方阵 A 的行列式，$\langle\alpha,\beta\rangle$表示向量$\alpha,\beta$的内积。

草 稿 区

得 分

一 .客观题：1–3 小题为判断题，在对的后面括号中填“√”，错的后面括号中填“×”，4–8 为单选题，将正确选项前的字母填在括号中. (每小题 2 分，共 16 分)。

1. 为 n 阶方阵，若 $AB=AC$，则 $B=C$ （　　）

2. 若 A,B 均为 n 阶方阵，则 $|A|>|B|$ 当时， A,B 一定不相似。（　　）

3. 属于同一矩阵不同特征值的特征向量的和仍是该矩阵的特征向量. （　　）

4. A 为 n 阶方阵，则 $|3A|=$ （　　） （　　）

A. $3|A|$　　B. $|A|$　　C. $3^n|A|$　　D. $n^3|A|$

5. 设线性方程组 AX=b，其中 A 是 m×n 矩阵，b≠O，则方程组 AX=b （　　）

A 有唯一解　　B 有无穷多解

C 无解　　D 可能无解

6. 设有实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=3x_1^2+4x_3^2$，则二次型 f 为（　　）二次型。

A．正定　　B．负定　　C．不定　　D．半正定

7. 下列关于矩阵乘法的结论中错误的是 （　　）

A. 若矩阵A可逆，则A与A^{-1}可交换

B. 可逆阵必与初等矩阵可交换

C. 任一个n阶方阵均与cE_n 可交换，这里c为任意常数

D. 初等矩阵与初等矩阵乘法未必可交换

8. 设 3 阶矩阵 A 满足 $P^{-1}AP=$ diag{1,1,2}，其中 P=($\alpha_1\alpha_2\alpha_3$)，令 Q=$(\alpha_3\alpha_1 2\alpha_2)$，则 $Q^{-1}AQ=$ （　　）

A. diag{4, 1, 1}　B. diag{2, 1, 1}　C. diag{1, 1, 4}　D. diag{1, 1, 2}

得 分

二 、行列式计算 （第 1 小题 6 分，第 2 小题 8 分，共 14 分）

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ **的值**

2. 计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 & \cdots & a_1 - b_n \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 & \cdots & a_2 - b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n - b_1 & a_n - b_2 & \cdots & a_n - b_n \end{vmatrix}$ **(n>=3)的值**

草 稿 区

得 分

三、已知：$\begin{pmatrix} [illegible] & 1 & -1 \\ [illegible] & 2 & 2 \\ [illegible] & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 X （本题 10 分）

草 稿 区

得 分

四、对于线性方程组：
$$\begin{cases} ax + ay + (a+1)z = a \\ ax + ay + (a-1)z = a \\ (a+1)x + ay + (2a+3)z = 1 \end{cases}$$
（本题 14 分）

（1）当 a 取何值时，无解，有唯一解，有无穷多解?

（2）当方程组有无穷多解时求其通解。

草 稿 区

得 分

五、设 R^3 中的两组基分别为： **(本题 9 分)**

$$e_1=\begin{pmatrix}[illegible]\\ [illegible]\\ [illegible]\end{pmatrix},e_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},e_3=\begin{pmatrix}[illegible]\\ [illegible]\\ [illegible]\end{pmatrix}\text{及}h_1=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix},h_2=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix},h_3=\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$$

(1) 求由基 e_1,e_2,e_3 到基 h_1,h_2,h_3 的过渡矩阵 **C**

(2) 若向量α在基 e_1,e_2,e_3 下的坐标为 $(2\ \ 2\ \ -2)^T$，求α在基 h_1,h_2,h_3 下的坐标

草 稿 区

得 分

六、已知二次型：$f\left(x_1,x_2,x_3\right)=t\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)+2x_1x_2+2x_1x_3-2x_2x_3$ **(本题 14 分)**

（1）t 为何值时，该二次型是正定的

（2）取 t=1，用可逆线性变换化二次型为标准型，并写出所用的线性变换。

草 稿 区

得 分

七、$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关，令 $\gamma=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_m$，$\beta_i=\gamma-a_i\ (i=1,2,\cdots,m)$。 **(本题 9 分)**

证明：$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 线性无关。

草 稿 区

得 分

八、设有实对称矩阵 A=$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$，已知 A 有二重特征值 $\lambda_1=\lambda_2=2$ **(本题 9 分)**

求 x 和另一个特征值 λ_3

草 稿 区

得 分

九、设 A 为 $m \times n$ 矩阵，且的秩 R(A)为 n，判断 $A^T A$ 是否为正定阵？证明你的结论。(本题 5 分)

草 稿 区