



南開大學
Nankai University

《过程控制系统》

第9章 解耦控制系统

于宁波

南开大学人工智能学院

第9章 解耦控制系统

➤ 9.1 解耦控制的基本概念

➤ 9.2 解耦控制系统的分析

➤ 9.3 解耦控制系统的设计

➤ 9.4 解耦控制系统的实施

➤ 9.5 利用MATLAB对解耦控制系统进行仿真

单输入单输出系统和多输入多输出系统

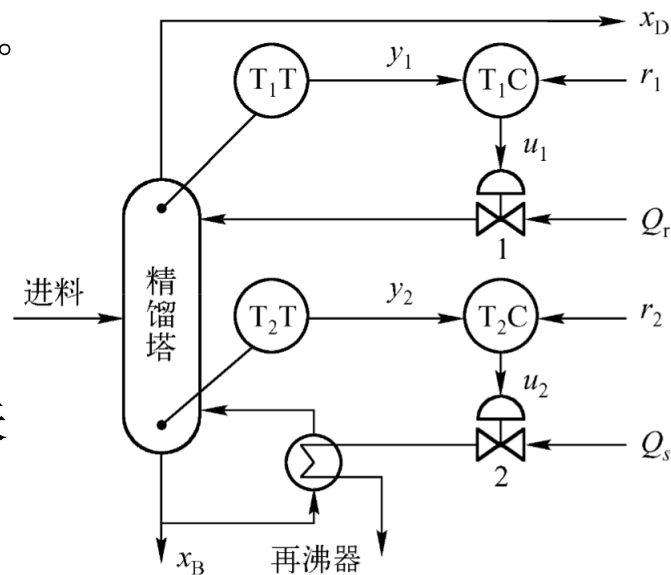
- 前面所讨论的控制系统中，假设过程只有一个被控变量（即输出量），在影响这个被控变量的诸多因素中，仅选择一个控制变量（即输入量），而把其它因素都看成扰动，这样的系统就是所谓的单输入单输出系统。
- 但实际的工业过程是复杂的，往往有多个过程参数需要进行控制，影响这些参数的控制变量也不只有一个，这样的系统称为多输入多输出系统。
- 有的多输入多输出系统可以简单地化为多个单输入单输出系统。
- 当多输入多输出系统中输入和输出之间相互影响较强时，不能简单地化为多个单输入单输出系统，此时必须考虑到变量间的耦合，以便对系统采取相应的解耦措施后再实施有效的控制。

控制回路间的耦合

- 在一个生产过程中，被控变量和控制变量往往不止一对，只有设置若干个控制回路，才能对生产过程中的多个被控变量进行准确、稳定地调节。
- 在这种情况下，多个控制回路之间就有可能产生某种程度的相互关联、相互耦合和相互影响。
- 而且，这些控制回路之间的相互耦合还将直接妨碍各被控变量和控制变量之间的独立控制作用，有时甚至会破坏各系统的正常工作，使之不能投入运行。

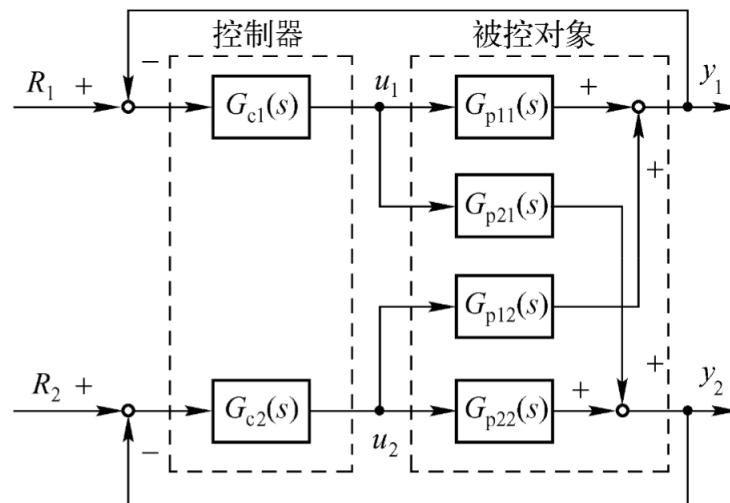
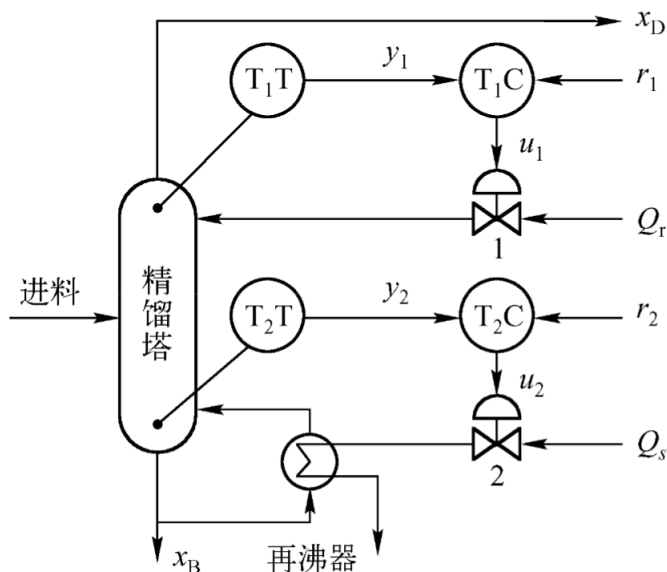
精馏塔温度控制方案

- 图示是化工生产中的精馏塔温度控制方案。
- T1C 为塔顶温度控制器，它的输出 u_1 用来控制阀门1，调节塔顶回流量 Q_r ，以控制塔顶温度 y_1 。
- T2C 为塔釜温度控制器，它的输出的用来控制阀门2，调节加热蒸汽量 Q_s ，以控制塔底温度 y_2 。
- 被控变量分别为塔顶温度 y_1 和塔底温度 y_2 ，控制变量分别为 u_1 和 u_2 ，参考输入量（设定值）分别为 r_1 和 r_2 。



精馏塔温度控制方案

- u_1 的改变不仅仅影响 y_1 ，同时还会影响 y_2 ；
- 同样地， u_2 的改变不仅仅影响 y_2 ，同时还会影响 y_1 。
- 因此，这两个控制回路之间存在着相互关联、相互耦合。

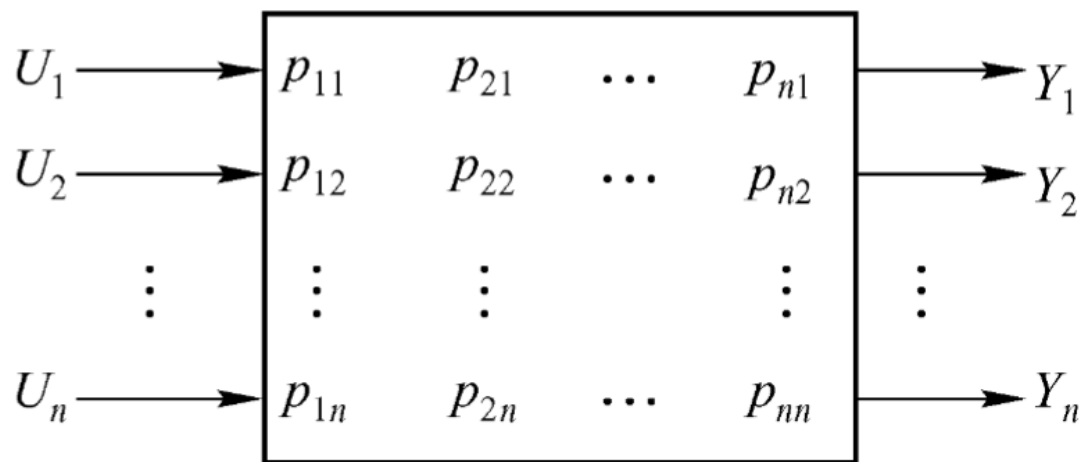


过程控制系统中的耦合

- 耦合是过程控制系统普遍存在的一种现象。
- 耦合结构的复杂程度主要取决于实际的被控对象以及对控制系统的品质要求。
- 因此，如果对工艺生产不了解，那么设计的控制方案不可能是完善的和有效的。

被控对象的典型耦合结构

- 对于具有相同数目的输入量和输出量的被控对象，典型的耦合结构可以分为P规范耦合和V规范耦合。
- P规范耦合对象如图所示：

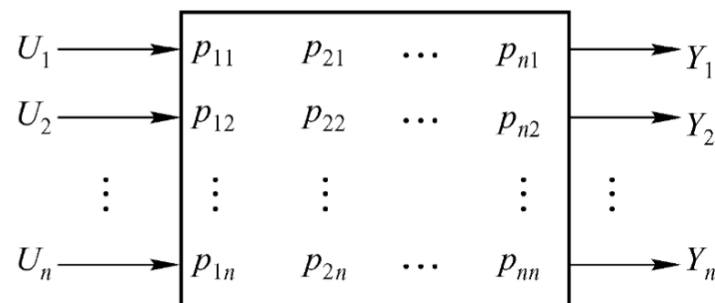


P 规范耦合对象原理图

被控对象的典型耦合结构： P规范耦合

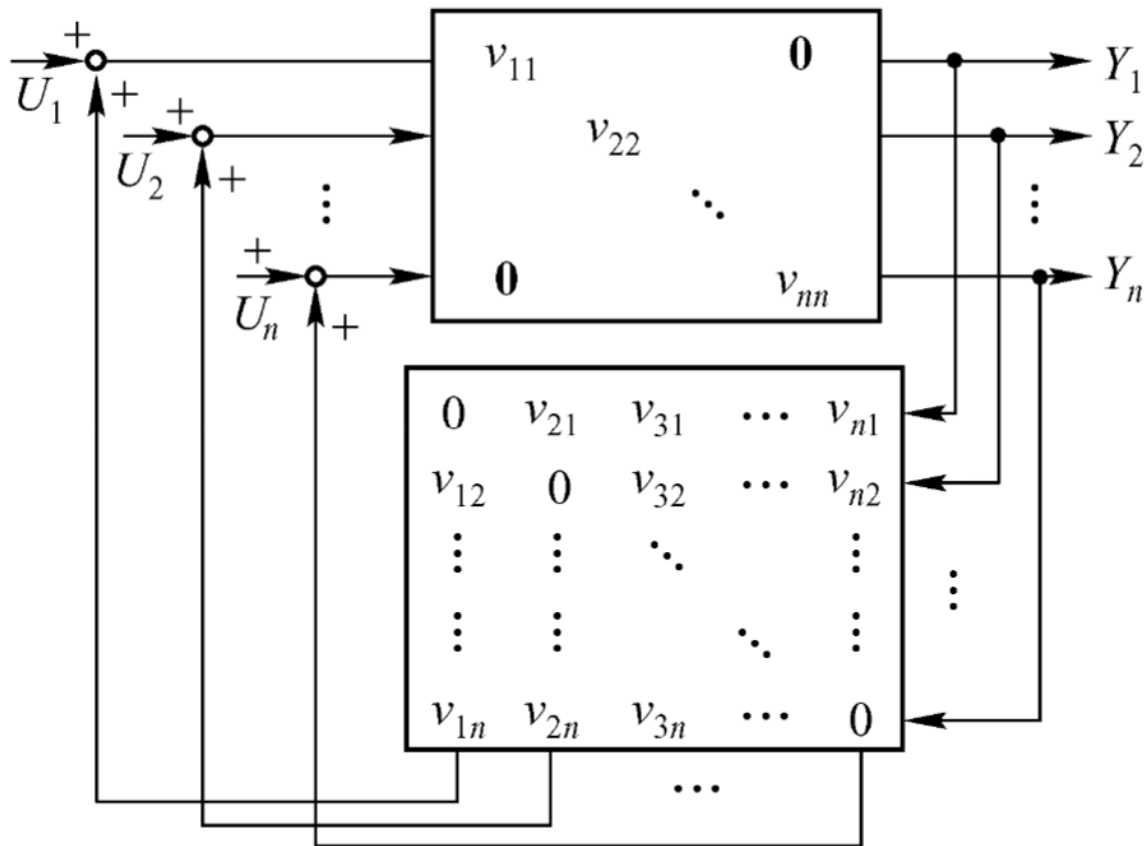
- 对象有 n 个输入和 n 个输出，并且每一个输出变量 $Y_i(i=1,2,3,\dots,n)$ 都受到**所有输入变量** $U_i(i=1,2,3,\dots,n)$ 的影响。
- 用 $p_{ij}(s)$ 表示第 j 个输入量 U_j 与第 i 个输出量 Y_i 之间的传递函数，P规范耦合对象的数学描述式如下：

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= p_{11}U_1 + p_{12}U_2 + \dots + p_{1n}U_n \\ Y_2 &= p_{21}U_1 + p_{22}U_2 + \dots + p_{2n}U_n \\ &\dots \\ Y_n &= p_{n1}U_1 + p_{n2}U_2 + \dots + p_{nn}U_n \end{aligned} \right\}$$



P 规范耦合对象原理图

被控对象的典型耦合结构：V规范耦合

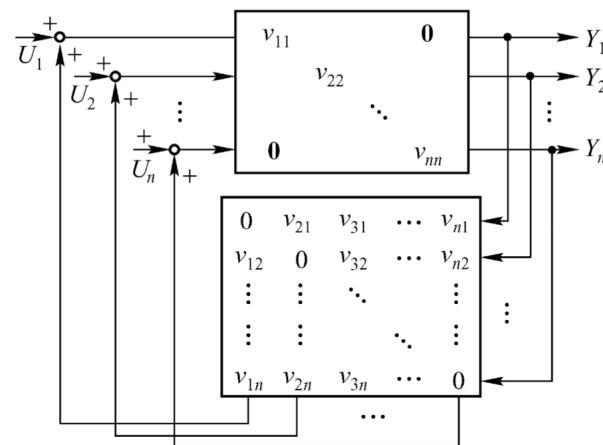


V 规范耦合对象原理图

被控对象的典型耦合结构： V规范耦合

- 对象有 n 个输入和 n 个输出，并且每一个输出变量 Y_i ($i=1,2,3,\dots,n$) 不仅受其本通道的输入变量 U_i ($i=1,2,3,\dots,n$) 的影响，而且受其他**所有输出变量 Y_j ($j \neq i$)** 经过第 j 通道带来的影响。
- 用 $v_{ij}(s)$ 表示传递函数，则V规范耦合对象的数学描述式如下：

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= v_{11}(U_1 + v_{12}Y_2 + \dots + v_{1n}Y_n) \\ Y_2 &= v_{22}(U_2 + v_{21}Y_1 + \dots + v_{2n}Y_n) \\ &\dots \\ Y_n &= v_{nn}(U_n + v_{n1}Y_1 + \dots + v_{n(n-1)}Y_{n-1}) \end{aligned} \right\}$$



V 规范耦合对象原理图

第9章 解耦控制系统

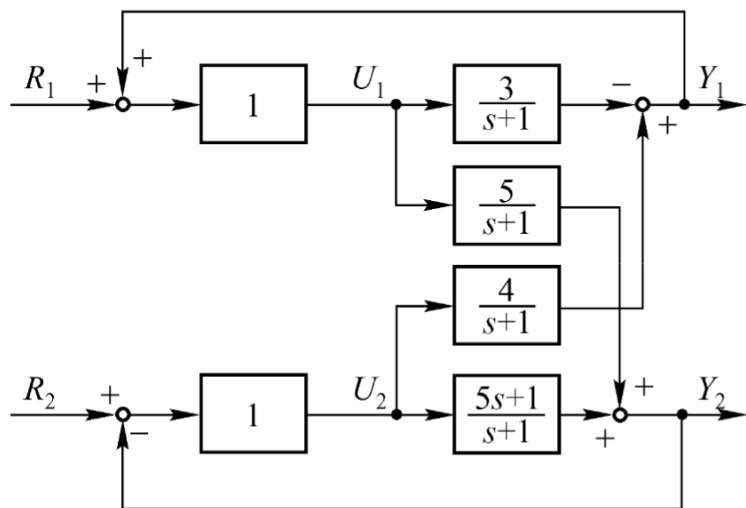
- 9.1 解耦控制的基本概念
- **9.2 解耦控制系统的分析**
- 9.3 解耦控制系统的设计
- 9.4 解耦控制系统的实施
- 9.5 利用MATLAB对解耦控制系统进行仿真

耦合程度的分析

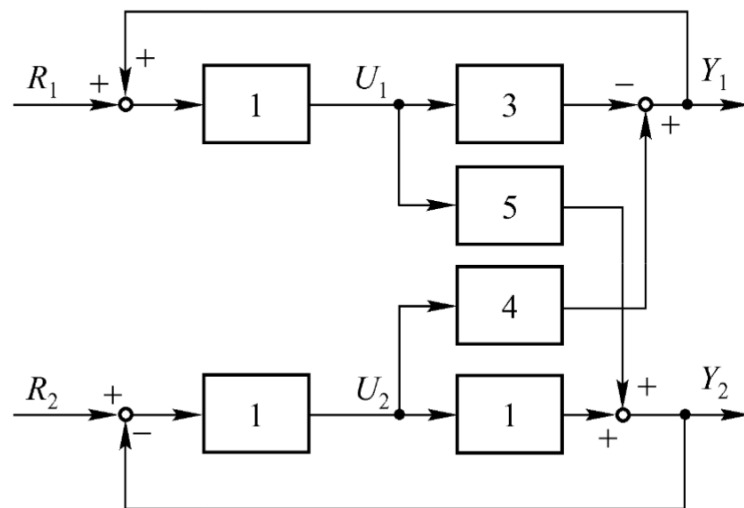
- 确定各变量之间的耦合程度是多变量耦合控制系统设计的关键问题。
- 常用的耦合程度分析方法有两种：
 - 直接法
 - 相对增益法

直接法分析双变量耦合系统的耦合程度

- 用直接法分析耦合程度时，一般采用静态耦合结构，即系统处在稳态时的一种耦合结构。



双变量耦合系统方框图



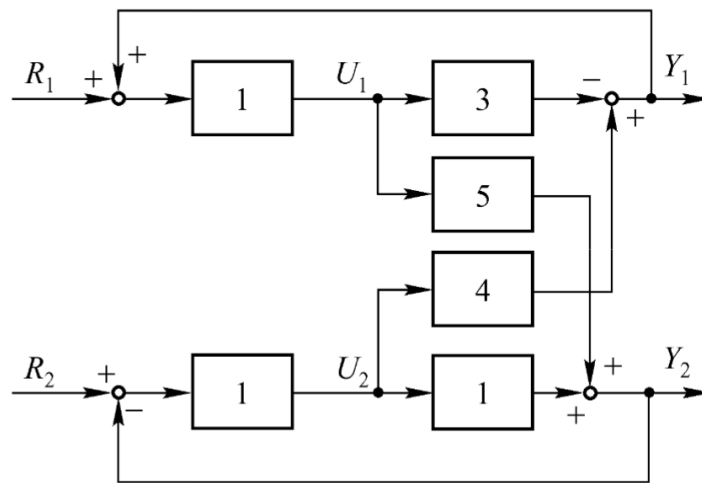
静态耦合结构图

直接法分析双变量耦合系统的耦合程度

$$\begin{cases} U_1 = R_1 + Y_1 \\ U_2 = R_2 - Y_2 \end{cases}; \begin{cases} Y_1 = -3U_1 + 4U_2 \\ Y_2 = 5U_1 + U_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_1 = -\frac{13}{14}R_1 + \frac{1}{7}R_2 \approx 0.93R_1 + 0.14R_2 \\ Y_2 = \frac{5}{28}R_1 + \frac{6}{7}R_2 \approx 0.18R_1 + 0.86R_2 \end{cases}$$

- Y_1 主要取决于 R_1 ，但也和 R_2 有关。
- Y_2 主要取决于 R_2 ，但也和 R_1 有关。
- 方程中的系数代表每一个被控变量与每一个控制变量之间的耦合程度。
系数越大，则耦合程度越强；反之，系数越小，则耦合程度越弱。



静态耦合结构图

相对增益

- 相对增益可以确定过程中每个被控变量相对每个控制变量的响应特性，并以此为依据去构成控制系统。
- 另外，相对增益还可以指出过程关联的程度和类型，以及对回路控制性能的影响。
- 相对增益可以评价一个预先选定的控制变量 U_j 对一个特定的被控变量 Y_i 的影响程度。而且，这种影响程度是相对于过程中其他控制变量对该被控变量 Y_i 而言的。
- 对于一个耦合系统，每一个控制变量不只会影响一个被控变量，所以只计算在所有其他控制变量都固定不变的情况下的开环增益是不够的。
- 因此，特定的被控变量 Y_i 对选定的控制变量的响应，还取决于其他控制变量处于何种状况。

相对增益矩阵

- 对于一个多变量系统，假设
 - Y : 是包含系统所有被控变量 Y_i 的列向量;
 - U : 是包含所有控制变量 U_j 的列向量。
- 首先，在所有其它回路均为开环，即所有其它控制变量都保持不变的情况下，得到开环增益矩阵 P 。记作

$$Y = P U$$

- 其中，矩阵 P 的元素 p_{ij} 的静态值称为 U_j 到 Y_i 通道的第一放大系数。它是指控制变量 U_j 改变了一个 ΔU_j 时，其它控制变量 U_k ($k \neq j$)均不变的情况下， U_j 与 Y_i 之间通道的开环增益。
- 显然，它就是除 U_j 到 Y_i 通道以外的其它通道全部断开时，所得到的 U_j 到 Y_i 通道的静态增益， p_{ij} 可表示为

$$p_{ij} = \left. \frac{\partial Y_i}{\partial U_j} \right|_{\substack{U_k = \text{const} \\ k \neq j}}$$

➤ 然后，在所有其它的回路均闭合，即保持其它被控变量都不变的情况下，找出各通道的开环增益，记作矩阵 Q 。

➤ 它的元素 q_{ij} 的静态值，称为 U_j 与 Y_i 通道的第二放大系数。 q_{ij} 是指利用闭合回路固定其它被控变量 Y_k ($k \neq i$)时， U_j 与 Y_i 的开环增益,它可以表示为

$$q_{ij} = \left. \frac{\partial Y_i}{\partial U_j} \right|_{\substack{Y_k = \text{const} \\ k \neq j}}$$

➤ p_{ij} 与 q_{ij} 之比定义为相对增益或相对放大系数 λ_{ij} ， λ_{ij} 可表示为

$$\lambda_{ij} = \frac{p_{ij}}{q_{ij}} = \frac{\left. \frac{\partial Y_i}{\partial U_j} \right|_{\substack{U_k = \text{const} \\ k \neq j}}}{\left. \frac{\partial Y_i}{\partial U_j} \right|_{\substack{Y_k = \text{const} \\ k \neq i}}}$$

- 由相对增益 λ_{ij} 元素构成的矩阵称为相对增益矩阵 Λ 。即

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix}$$

- 如果在上述两种情况下，开环增益没有变化，即相对增益 $\lambda_{ij}=1$ ，这就表明由 Y_i 和 U_j 组成的控制回路与其它回路之间没有关联。这是因为无论其它回路闭合与否都不影响 U_j 到 Y_i 通道的开环增益。
- 如果当其它控制变量都保持不变时 Y_i 不受 U_j 的影响，那么 $\lambda_{ij}=0$ ，因而就不能用 U_j 来控制 Y_i 。
- 如果存在某种关联，则 U_j 的改变将不但影响 Y_i ，而且还影响其它被控变量 Y_k ($k \neq i$)。因此，
 - 在确定第二放大系数时，使其它回路闭环，被控变量 Y_k 保持不变，则其余的控制变量 U_k ($k \neq j$)必然会改变。
 - 其结果在两个放大系数之间就会出现差异，以致 λ_{ij} 既不是零，也不是1。
- 另外，还有一种极端情况，当 λ_{ij} 公式中分母趋于零，则其它闭合回路的存在使得 Y_i 不受 U_j 的影响，此时 λ_{ij} 趋于无穷大。

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \cdots & \lambda_{nn} \end{bmatrix}$$

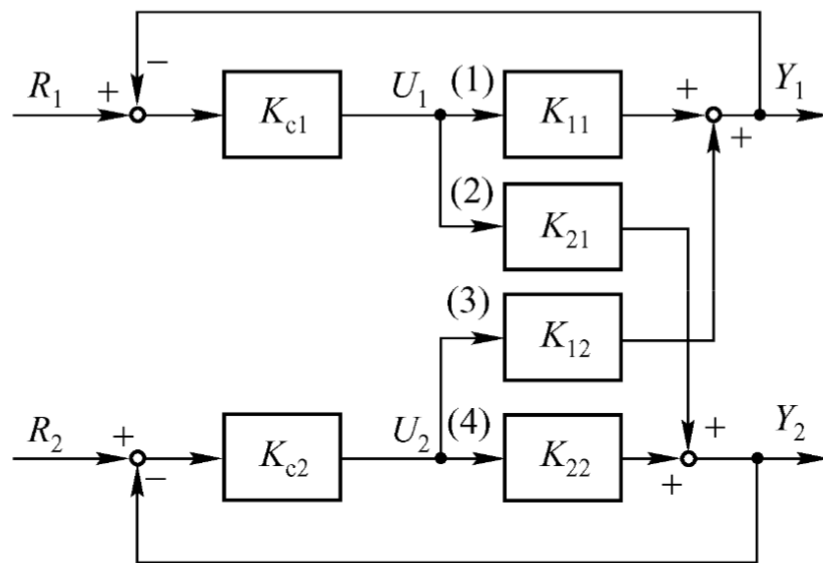
相对增益的计算

- 从定义可以看出，确定相对增益的关键是，**计算第一放大系数和第二放大系数**。
- 最基本的方法有两种：
 - 一种方法是，按相对增益的**定义**，对过程的参数表达式进行微分，分别求出第一放大系数和第二放大系数，最后得到相对增益矩阵。
 - 另一种方法是，先计算第一放大系数，再由第一放大系数直接计算第二放大系数，从而得到相对增益矩阵，亦即所谓的**第二放大系数直接计算法**。

相对增益的计算：1. 定义算法

① 第一放大系数 p_{ij} 的计算

- 第一放大系数 p_{ij} ，是在其余通道开路且保持 U_k ($k \neq j$) 恒定的情况下，该通道的静态增益。
- 如图所示双变量静态耦合系统：
- 当计算 p_{11} 时，可将支路(2)、(3)和(4)断开，或者令控制器 $G_{c2}(s)$ 的增益 $K_{c2}=0$ ，改变控制变量 U_1 ，求出被控变量 Y_1 ，两者变化量之比即为 p_{11}
- 不难看出， $p_{11}=K_{11}$ 。



双变量静态耦合系统方框图

- 实际上，由图示的双变量静态耦合系统方框图可得

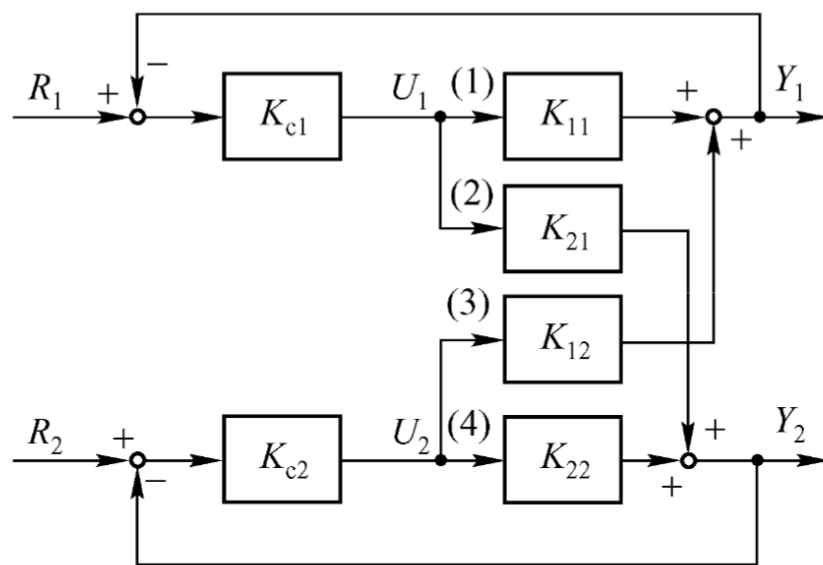
$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= K_{11}U_1 + K_{12}U_2 \\ Y_2 &= K_{21}U_1 + K_{22}U_2 \end{aligned} \right\}$$

- 根据第一放大系数 p_{ij} 的定义，对上式求导也可得如下的 p_{11}

$$p_{11} = \left. \frac{\partial Y_1}{\partial U_1} \right|_{U_2=\text{const}} = K_{11}$$

- 同理可得：

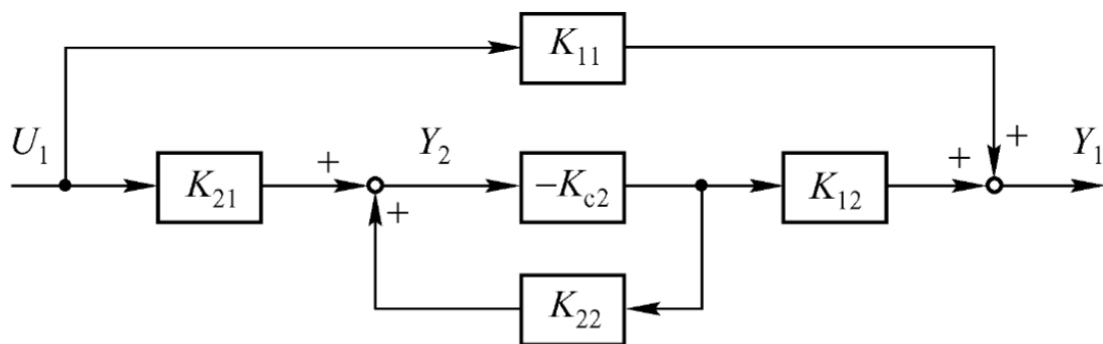
$$\begin{aligned} p_{21} &= K_{21} \\ p_{12} &= K_{12} \\ p_{22} &= K_{22} \end{aligned}$$



双变量静态耦合系统方框图

② 第二放大系数 q_{ij} 的计算

- 第二放大系数 q_{ij} 是在其他通道闭合且保持 Y_k ($k \neq i$) 恒定的条件下, 该通道的静态增益。
- 双变量静态耦合系统为例。为了确定 U_1 到 Y_1 通道之间的第二放大系数 q_{11} , 必须保持 Y_2 恒定, 固定 Y_2 的方法之一是令控制器 $G_{c2}(s)$ 的增益 $K_{c2} = \infty$ 。假设控制器 $G_{c2}(s)$ 为纯比例环节, 可令 $G_{c2}(s) = K_{c2}$ 。因此, 可得计算 q_{11} 的等效方框图:



计算 q_{11} 的等效方框图

➤ 由图可得

$$\frac{Y_1}{U_1} = K_{11} + K_{21} \frac{-K_{c2}}{1 + K_{c2}K_{22}} K_{12} = \frac{K_{11} + K_{c2}(K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12})}{1 + K_{c2}K_{22}}$$

➤ 根据定义得

$$q_{11} = \lim_{K_{c2} \rightarrow \infty} \frac{Y_1}{U_1} = \frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{22}}$$

➤ 另外，利用式

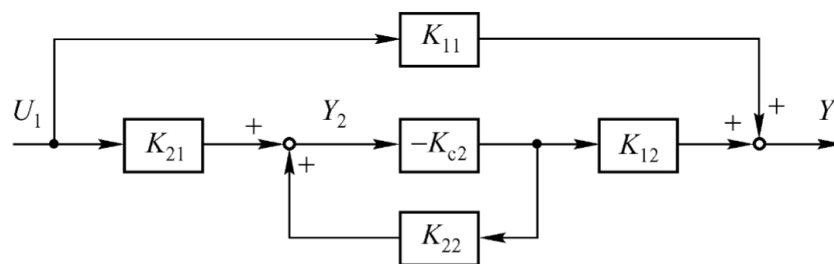
$$\begin{cases} Y_1 = K_{11}U_1 + K_{12}U_2 \\ Y_2 = K_{21}U_1 + K_{22}U_2 \end{cases}$$

得 Y_1 与 U_1 和 Y_2 之间的关系表达式

$$Y_1 = K_{11}U_1 + K_{12} \frac{Y_2 - K_{21}U_1}{K_{22}}$$

➤ 根据第二放大系数 q_{ij} 的定义，对前式求导可得如下的第二放大系数 q_{11}

$$q_{11} = \left. \frac{\partial Y_1}{\partial U_1} \right|_{Y_2 = \text{const}} = K_{11} - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{22}} = \frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{22}}$$



计算 q_{11} 的等效方框图

➤ 类似地可求得

$$q_{21} = -\frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{12}}; q_{12} = -\frac{K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12}}{K_{21}}; q_{22} = \frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{22}}$$

➤ 根据定义可得相对增益 λ_{ij}

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{11} &= \frac{p_{11}}{q_{11}} = \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}; \lambda_{21} = \frac{p_{21}}{q_{21}} = \frac{K_{12}K_{21}}{K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22}} \\ \lambda_{12} &= \frac{p_{12}}{q_{12}} = \frac{K_{12}K_{21}}{K_{12}K_{21} - K_{11}K_{22}}; \lambda_{22} = \frac{p_{22}}{q_{22}} = \frac{K_{11}K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}} \end{aligned} \right\}$$

➤ 从上述分析可知，第一放大系数 p_{ij} 是比较容易确定的，但第二放大系数 q_{ij} 则要求其他回路开环增益为无穷大的情况才能够确定，这不是在任何情况下都能达到的。

➤ 可以看出，第二放大系数 q_{ij} 完全取决于各个第一放大系数 p_{ij} ，所以可能由第一放大系数直接求第二放大系数，从而求得耦合系统的相对增益 λ_{ij} 。

相对增益的计算：2. 直接算法

- 以如图所示的双变量耦合系统为例，说明如何由第一放大系数直接求第二放大系数

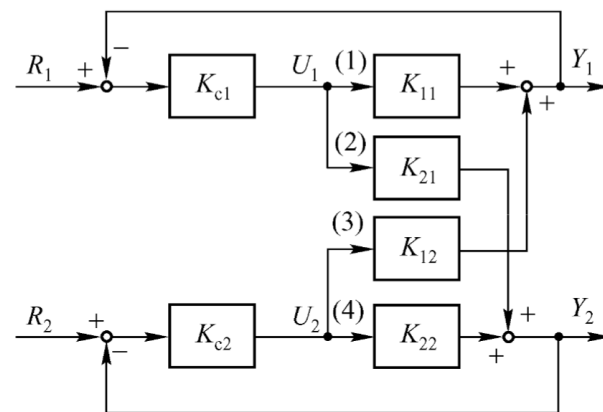
- 引入 \mathbf{P} 矩阵，式
$$\begin{cases} Y_1 = K_{11}U_1 + K_{12}U_2 \\ Y_2 = K_{21}U_1 + K_{22}U_2 \end{cases}$$

可写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

- 从而得到：

$$\begin{cases} U_1 = \frac{K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}Y_1 - \frac{K_{12}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}Y_2 \\ U_2 = \frac{-K_{21}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}Y_1 + \frac{K_{11}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}Y_2 \end{cases}$$



双变量静态耦合系统方框图

- 引入 H 矩阵，则上式可写成矩阵形式，即

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$$

- 式中

$$h_{11} = \frac{K_{22}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}, h_{12} = -\frac{K_{12}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}},$$
$$h_{21} = \frac{-K_{21}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}, h_{22} = \frac{K_{11}}{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}$$

- 根据第二放大系数的定义，不难看出

$$q_{ij} = \frac{1}{h_{ji}}$$

➤ 由公式可知 $\mathbf{PH} = \mathbf{I}$ 或 $\mathbf{H} = \mathbf{P}^{-1}$

➤ 根据相对增益的定义，得

$$\lambda_{ij} = \frac{p_{ij}}{q_{ij}} = p_{ij} h_{ji}$$

$$q_{ij} = \frac{1}{h_{ji}}$$

➤ 由此可见，相对增益可表示为矩阵 \mathbf{P} 中的每个元素与 \mathbf{H} 的转置矩阵中的相应元素的乘积。

➤ 于是，相对增益矩阵 \mathbf{A} 可表示成矩阵 \mathbf{P} 中的每个元素与逆矩阵 \mathbf{P}^{-1} 的转置矩阵中相应元素的乘积（点积），即

$$\mathbf{A} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{H}^T = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{P}^{-1})^T$$

➤ 相对增益具体计算公式可写为 $\lambda_{ij} = p_{ij} \frac{P_{ij}}{\det \mathbf{P}}$

式中， P_{ij} 为矩阵 \mathbf{P} 的代数余子式； $\det \mathbf{P}$ 为矩阵 \mathbf{P} 的行列式。

➤ 这就是由静态增益 p_{ij} 计算相对增益 λ_{ij} 的一般公式。

相对增益矩阵的特性

➤ 由 $\lambda_{ij} = p_{ij} \frac{P_{ij}}{\det \mathbf{P}}$ 可知相对增益矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix} \frac{1}{\det \mathbf{P}}$$

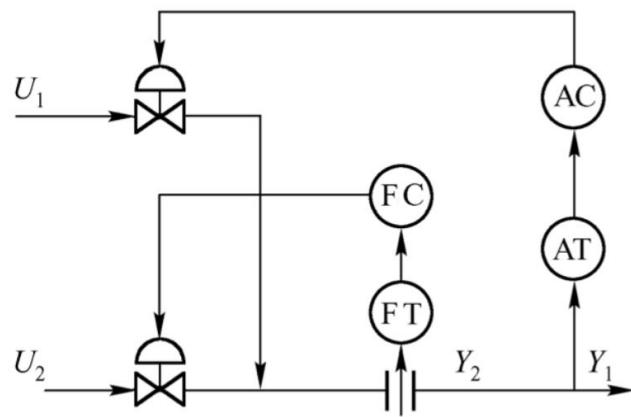
➤ 可以证明，矩阵 \mathbf{A} 第 i 行 λ_{ij} 元素之和为 $\sum_{j=1}^n \lambda_{ij} = \frac{1}{\det \mathbf{P}} \sum_{j=1}^n p_{ij} P_{ij} = \frac{\det \mathbf{P}}{\det \mathbf{P}} = 1$

➤ 类似地，矩阵 \mathbf{A} 第 j 列 λ_{ij} 元素之和为 $\sum_{i=1}^n \lambda_{ij} = \frac{1}{\det \mathbf{P}} \sum_{i=1}^n p_{ij} P_{ij} = \frac{\det \mathbf{P}}{\det \mathbf{P}} = 1$

➤ 以上两式表明相对增益矩阵中每行元素之和为1，每列元素之和也为1。
此结论也同样适用于多变量耦合系统。

示例

- 如图， U_1 、 U_2 两种液体在管道中均匀混合后，生成一种所需成分的混合液。
- 要求控制混合液的成分 Y_1 和总流量 Y_2 。
- 设利用混合液的成分 Y_1 控制液体 Y_2 的质量百分数为0.2，求被控变量与控制变量之间的配对关系。



液体混合系统图

解：由前面的分析可知，要得到正确的变量配对关系，必须首先计算相对增益矩阵。由于此系统的传递函数未知，不能直接用静态增益求取相对增益。但是，此系统的静态关系非常清楚，因此可以利用相对增益的定义直接计算。

先计算 U_1 到 Y_1 通道间的第一放大系数和第二放大系数，得

$$p_{11} = \frac{\partial Y_1}{\partial U_1} \Big|_{U_2 = \text{const}} = \frac{\partial}{\partial U_1} \left(\frac{U_1}{U_1 + U_2} \right) \Big|_{U_2 = \text{const}} = \frac{U_2}{(U_1 + U_2)^2} = \frac{1 - Y_1}{Y_2}$$

$$q_{11} = \frac{\partial Y_1}{\partial U_1} \Big|_{Y_2 = \text{const}} = \frac{\partial}{\partial U_1} \left(\frac{U_1}{U_1 + U_2} \right) \Big|_{Y_2 = \text{const}} = \frac{\partial}{\partial U_1} \left(\frac{U_1}{Y_2} \right) \Big|_{Y_2 = \text{const}} = \frac{1}{Y_2}$$

依题意知，系统的被控变量分别为混合液成分 Y_1 和总流量 Y_2 ，控制变量分别为液体 U_1 和 U_2 。它们满足如下静态关系：

$$Y_1 = \frac{U_1}{U_1 + U_2}, Y_2 = U_1 + U_2$$

可求得相对增益系数 $\lambda_{11} = \frac{p_{11}}{q_{11}} = 1 - Y_1$

可得相对增益矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} = \begin{matrix} U_1 & U_2 \\ Y_1 \begin{bmatrix} 1 - Y_1 & Y_1 \\ Y_1 & 1 - Y_1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

相对增益系数可以反映耦合特性

- 相对增益 λ_{ij} 接近于1时，例如 $0.8 < \lambda < 1.2$ ，则表明其他通道对该通道的关联作用很小，无需进行解耦系统设计。
- 相对增益 λ_{ij} 小于零或接近于零时，则表明使用本通道控制器不能得到良好的控制效果。换句话说，此通道的变量选配不恰当，应重新选择。
- 相对增益在 $0.3 < \lambda < 0.7$ 之间或者 $\lambda > 1.5$ 时，表明系统中存在着非常严重的耦合，必须进行解耦设计。

减少及消除耦合的方法

- 一个耦合系统，有时会发生这样的情况，每个控制回路的设计、调试都是正确的，可是当它们都投入运行时，由于回路间耦合严重，系统不能正常工作。
- 此时，如将变量重新配对、调试，整个系统就能工作了。这说明正确的变量配对是进行良好控制的必要条件。
- 以外还应看到，有时系统之间互相耦合还可能隐藏着使系统不稳定的反馈回路。尽管每个回路本身的控制性能合格，但当最后一个控制器投入运行时，系统可能会完全失去控制。如果把其中的一个或者同时把几个控制器重新加以整定，就有可能使系统恢复稳定，虽然这需要以降低控制性能为代价。

减少及消除耦合的方法

- 选用最佳变量配对
- 新整定控制器参数
- 减少控制回路
- 采用模式控制系统
- 多变量控制器
- 等等

减少及消除耦合的方法：1. 选用最佳变量配对

- 选用适当的变量配对关系，也可以减少系统的耦合程度。

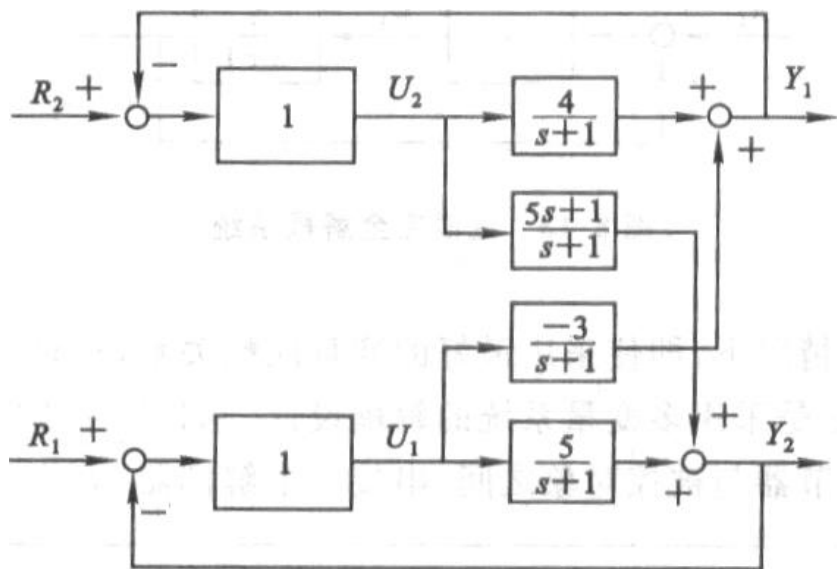


图 9-10 动态耦合结构

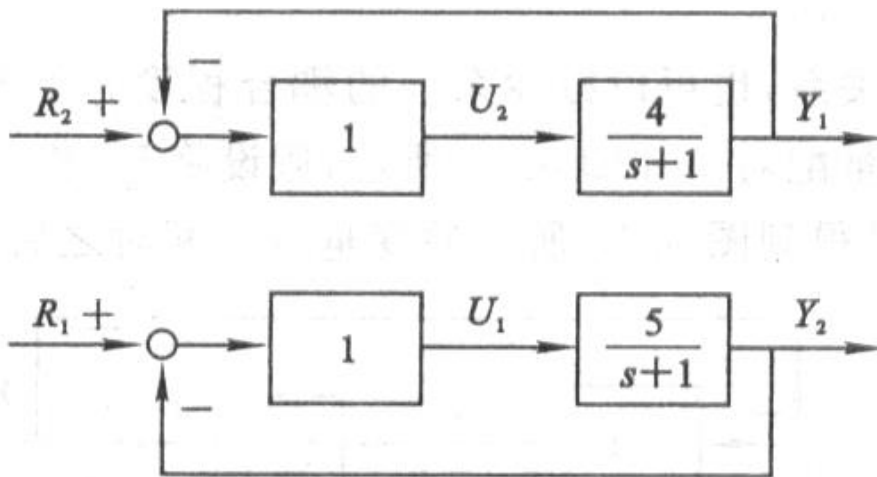
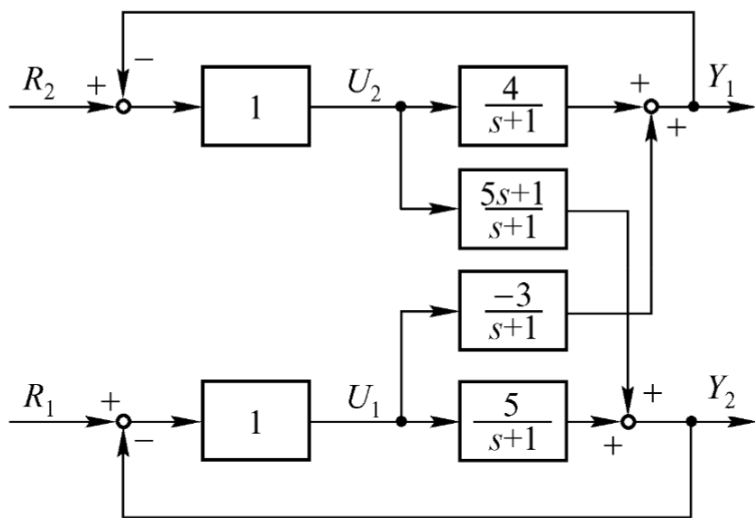


图 9-12 近似完全解耦系统

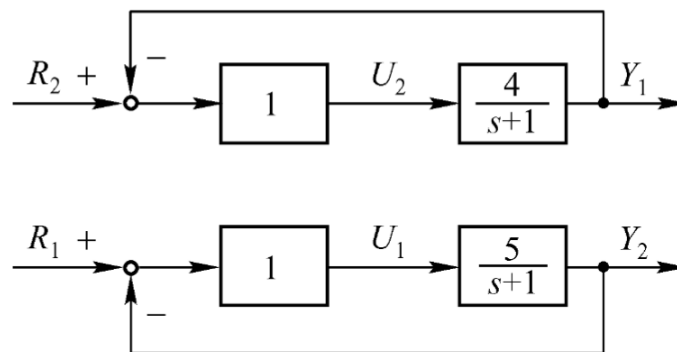
减少及消除耦合的方法：1. 选用最佳变量配对

➤ 选用适当的变量配对关系，也可以减少系统的耦合程度。

$$\begin{cases} U_1 = R_1 - Y_2 \\ U_2 = R_2 - Y_1 \end{cases}; \begin{cases} Y_1 = -3U_1 + 4U_2 \\ Y_2 = 5U_1 + U_2 \end{cases} \quad \begin{cases} Y_1 = -\frac{1}{11}R_1 + \frac{9}{11}R_2 \approx -0.09R_1 + 0.82R_2 \\ Y_2 = \frac{56}{66}R_1 + \frac{1}{33}R_2 \approx 0.85R_1 + 0.03R_2 \end{cases}$$



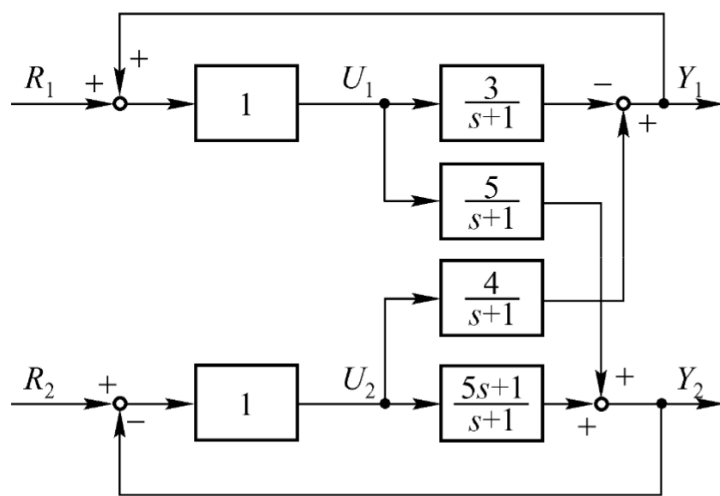
动态耦合结构方框图



近似完全解耦系统方框图

减少及消除耦合的方法：2. 重新整定控制器

- 对于系统之间的耦合，有些可以采用重新整定控制器参数的方法加以克服。
- 实验证明，减少系统耦合程度最有效的办法之一，就是加大控制器的增益。



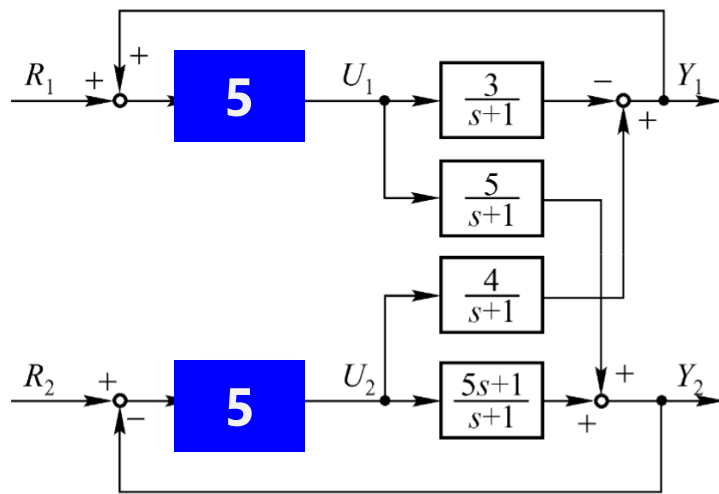
双变量耦合系统方框图

$$\begin{cases} U_1 = R_1 + Y_1 \\ U_2 = R_2 - Y_2 \end{cases}; \begin{cases} Y_1 = -3U_1 + 4U_2 \\ Y_2 = 5U_1 + U_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_1 = -\frac{13}{14}R_1 + \frac{1}{7}R_2 \approx 0.93R_1 + 0.14R_2 \\ Y_2 = \frac{5}{28}R_1 + \frac{6}{7}R_2 \approx 0.18R_1 + 0.86R_2 \end{cases}$$

减少及消除耦合的方法：2. 重新整定控制器

- 由此可见，在稳态条件下， Y_1 基本取决于 R_1 ； Y_2 基本取决于 R_2 。
- 与前述结果比较，控制器的增益提高之后，尽管变量之间的耦合关系仍在，但是耦合程度已经大大减弱。
- 控制器的增益不能无限增大，受到系统的控制指标和稳定性的限制。



双变量耦合系统方框图

$$\begin{cases} U_1 = 5R_1 + 5Y_1 \\ U_2 = 5R_2 - 5Y_2 \end{cases}; \begin{cases} Y_1 = -3U_1 + 4U_2 \\ Y_2 = 5U_1 + U_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_1 = \frac{295}{298}R_1 + \frac{5}{149}R_2 \approx 0.990R_1 + 0.034R_2 \\ Y_2 = \frac{75}{1788}R_1 + \frac{870}{894}R_2 \approx 0.042R_1 + 0.997R_2 \end{cases}$$

第9章 解耦控制系统

- 9.1 解耦控制的基本概念
- 9.2 解耦控制系统的分析
- **9.3 解耦控制系统的设计**
- 9.4 解耦控制系统的实施
- 9.5 利用MATLAB对解耦控制系统进行仿真

解耦控制系统的设计

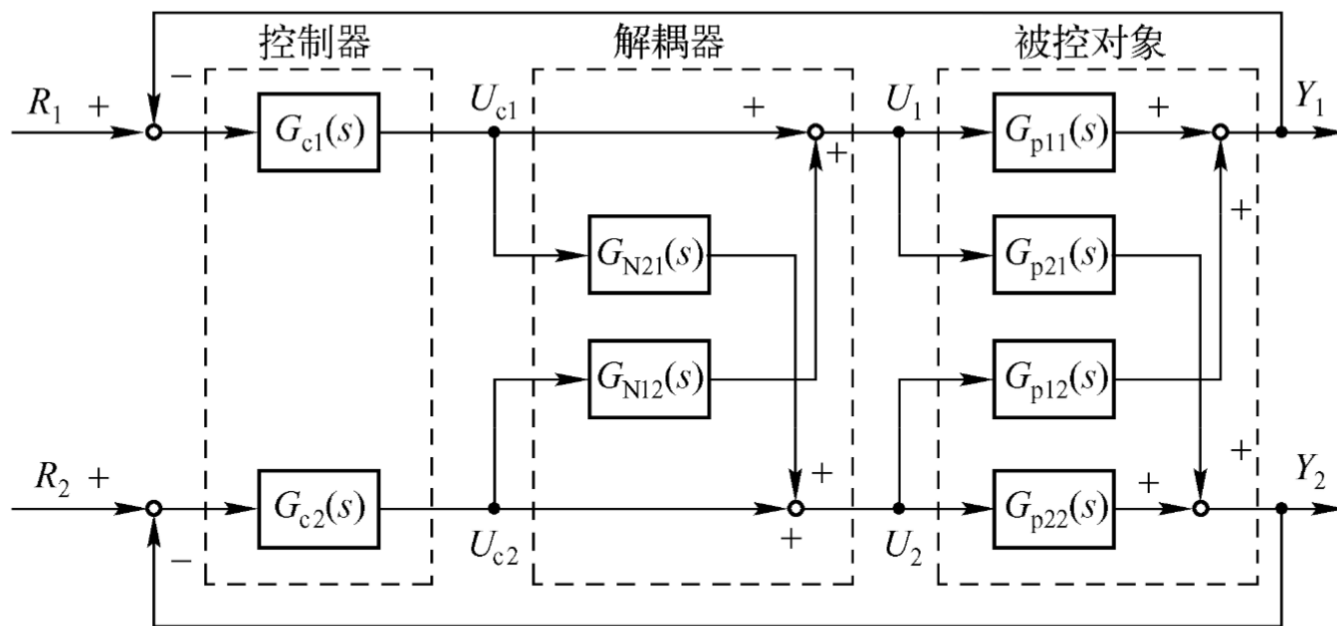
- 对于有些多变量控制系统，在耦合非常严重的情况下，即使采用最好的变量匹配关系或重新整定控制器的方法，有时也得不到满意的控制效果。
- 两个特性相同的回路尤其麻烦，因为它们之间具有共振的动态响应。
 - 如果都是快速回路（例如流量回路），把一个或更多的控制器加以特殊整定就可以克服相互影响；
 - 但这并不适用于都是慢速回路（例如成分回路）的情况。
- 对于耦合严重的多变量系统需要进行解耦设计，否则系统不可能稳定。

解耦方法

- 解耦控制设计的主要任务是解除控制回路或系统变量之间的耦合。
- 解耦设计可分为完全解耦和部分解耦。
- 完全解耦的要求是，在实现解耦之后，不仅控制变量与被控变量之间可以进行一对一的独立控制，而且干扰与被控变量之间同样产生一对一的影响。
- 对多变量耦合系统的解耦，目前用得较多的有下述四种方法：
 - 前馈补偿解耦法
 - 反馈解耦法
 - 对角阵解耦法
 - 单位阵解耦法

前馈补偿解耦法

- 前馈补偿解耦是多变量解耦控制中最早使用的一种解耦方法。该方法结构简单，易于实现，效果显著，因此得到了广泛应用。
- 图示是一个带前馈补偿器的双变量P 规范对象的全解耦系统。



带前馈补偿解耦器的双变量 P 规范对象的全解耦系统方框图

前馈补偿解耦法

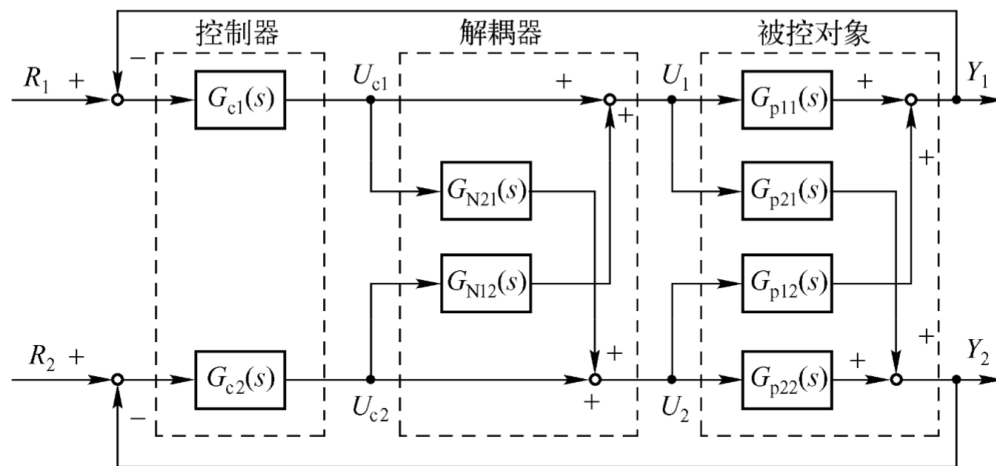
- 如果要对 U_{c2} 与 Y_1 、 U_{c1} 与 Y_2 之间的解耦，根据前馈补偿原理可得

$$Y_1 = [G_{p12}(s) + G_{p11}(s)G_{N12}(s)]U_{c2} = 0$$

$$Y_2 = [G_{p21}(s) + G_{p22}(s)G_{N21}(s)]U_{c1} = 0$$

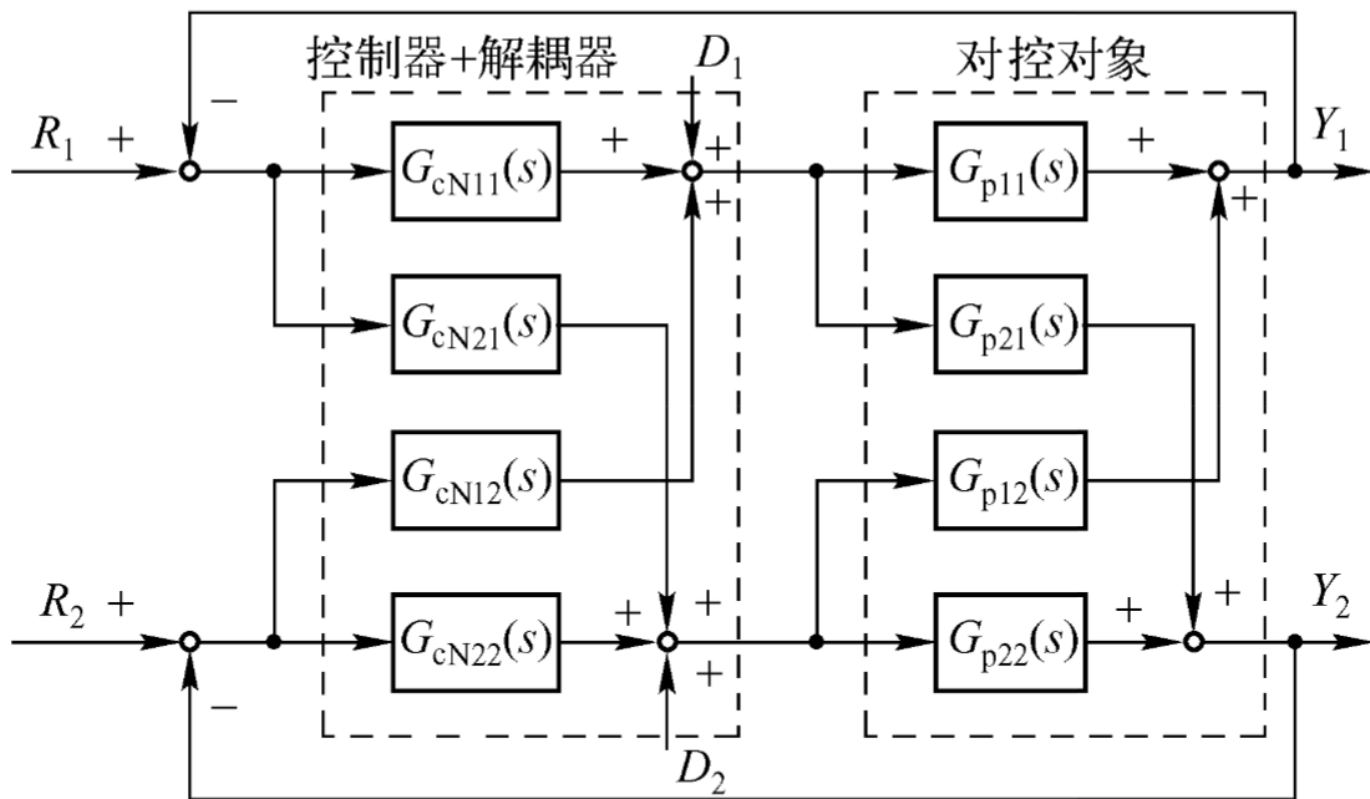
- 因此，前馈补偿解耦器的传递函数为

$$G_{N12}(s) = -G_{p12}(s)/G_{p11}(s) \quad G_{N21}(s) = -G_{p21}(s)/G_{p22}(s)$$



带前馈补偿解耦器的双变量 P 规范对象的全解耦系统方框图

- 利用前馈补偿解耦还可以实现**对扰动信号的解耦**。如图是控制器结合解耦环节的前馈补偿全解耦系统。



控制器结合解耦器的前馈补偿全解耦系统方框图

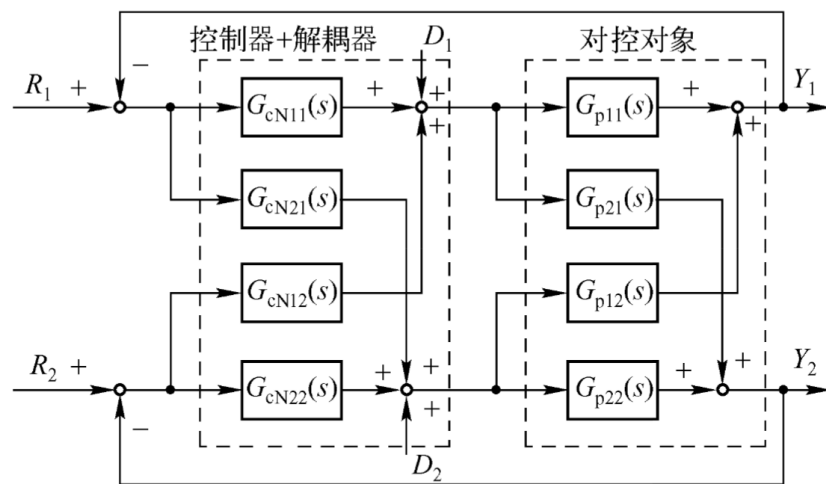
- 如果要对扰动量 $D_1(s)$ 、 $D_2(s)$ 和输出量 $Y_1(s)$ 、 $Y_2(s)$ 之间的解耦，根据前馈补偿原理得

$$Y_1 = [G_{p12}(s) - G_{p11}(s)G_{CN12}(s)G_{p22}(s)]D_2(s) = 0$$

$$Y_2 = [G_{p21}(s) - G_{p22}(s)G_{CN21}(s)G_{p11}(s)]D_1(s) = 0$$

- 故 $G_{CN12}(s) = G_{p11}(s)^{-1}G_{p12}(s)G_{p22}(s)^{-1}$

$$G_{CN21}(s) = G_{p22}(s)^{-1}G_{p21}(s)G_{p11}(s)^{-1}$$



控制器结合解耦器的前馈补偿全解耦系统方框图

- 如果要对参考输入量 $R_1(s)$ 、 $R_2(s)$ 和输出量 $Y_1(s)$ 、 $Y_2(s)$ 之间的解耦则根据前馈补偿原理得

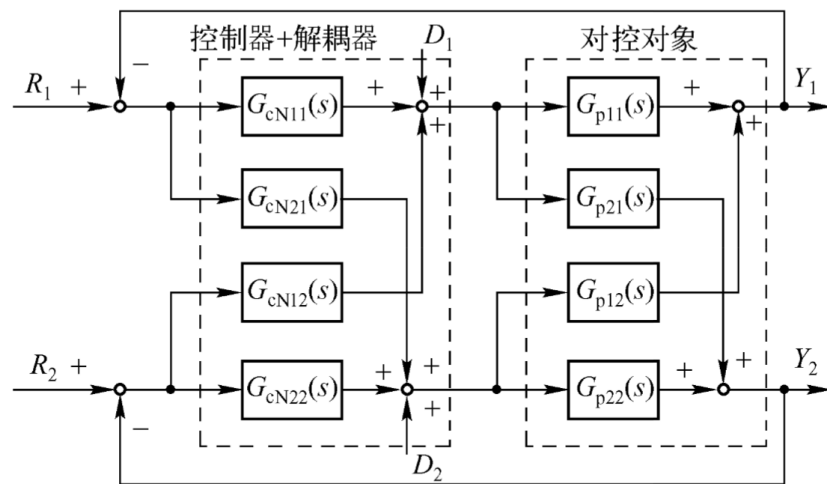
$$Y_1 = [G_{p12}(s)G_{cN22}(s) + G_{p11}(s)G_{cN12}(s)]R_2(s) = 0$$

$$Y_2 = [G_{p22}(s)G_{cN21}(s) + G_{p21}(s)G_{cN11}(s)]R_1(s) = 0$$

- 故 $G_{cN12}(s) = -G_{p11}(s)^{-1}G_{p12}(s)G_{cN22}(s)$

$$G_{cN21}(s) = -G_{p22}(s)^{-1}G_{p21}(s)G_{cN11}(s)$$

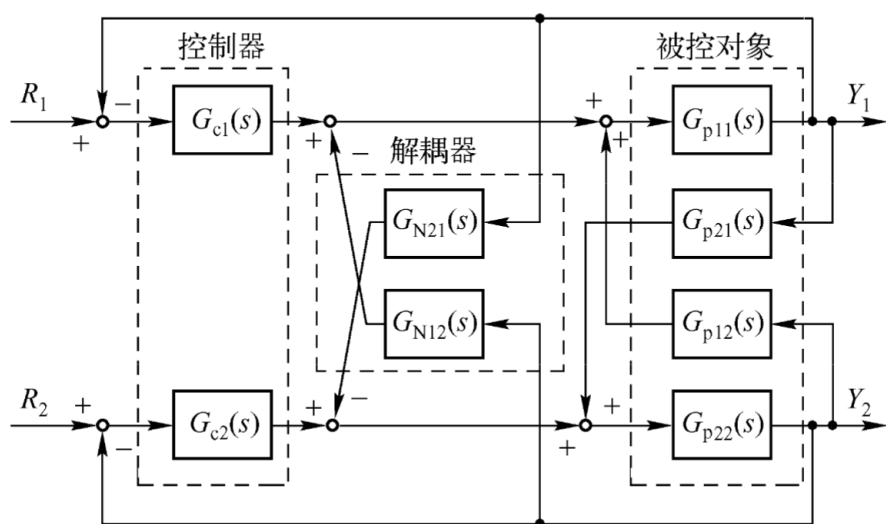
- 比较以上分析结果，不难看出，若扰动量能实现前馈补偿全解耦，则参考输入与对象输出之间就不能实现解耦。
- 因此，单独采用前馈补偿解耦一般不能同时实现扰动量与参考输入对输出的解耦。



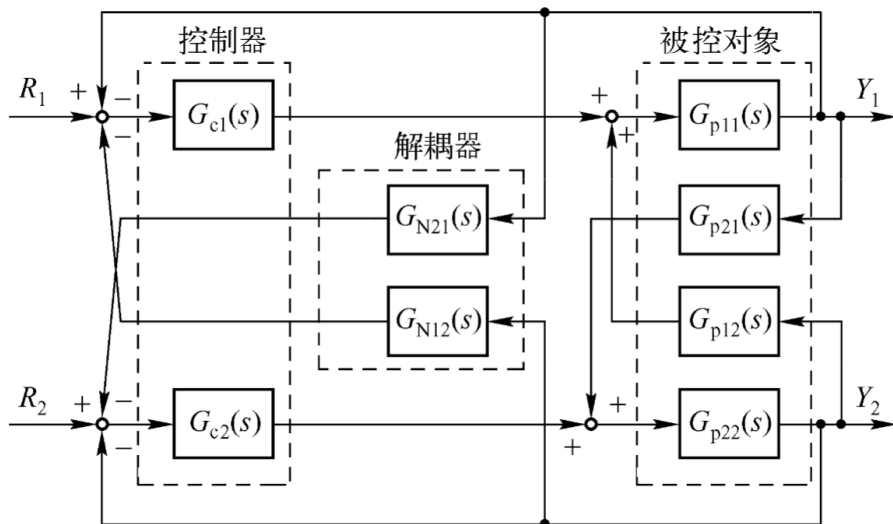
控制器结合解耦器的前馈补偿全解耦系统方框图

反馈解耦法

- 反馈解耦设计是多变量系统解耦控制非常有效的方法。
- 该方法的解耦器通常配置在反馈通道，而不是配置在系统的前向通道。
- 反馈解耦控制系统的解耦器主要有两种结构的布置形式，且被控对象均可以是P规范结构或V规范结构。



双变量 V 规范对象的反馈解耦系统形式 1 方框图



双变量 V 规范对象的反馈解耦系统形式 2 方框图

V规范的反馈解耦

➤ 如图所示，如果对输出量 Y_1 和 Y_2 实现解耦，则

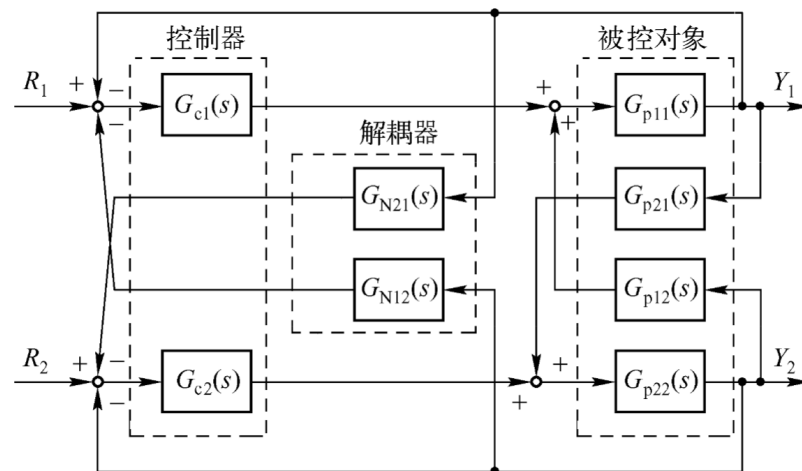
$$Y_1 = [G_{p12}(s) - G_{N12}(s)G_{c11}(s)]G_{p11}(s)Y_2 = 0$$

$$Y_2 = [G_{p21}(s) - G_{N21}(s)G_{c22}(s)]G_{p22}(s)Y_1 = 0$$

➤ 于是得反馈解耦器的传递函数为

$$G_{N12}(s) = G_{p12}(s) / G_{c11}(s)$$

$$G_{N21}(s) = G_{p21}(s) / G_{c22}(s)$$



双变量 V 规范对象的反馈解耦系统形式 2 方框图

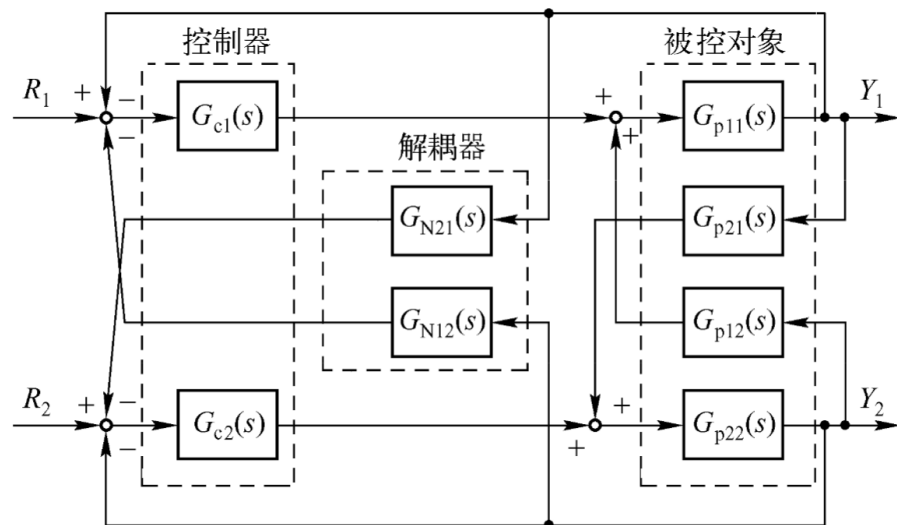
V规范的反馈解耦

➤ 系统的输出分别为

$$Y_1 = \frac{G_{p11}(s)G_{c11}(s)}{1 + G_{p11}(s)G_{c11}(s)} R_1$$

$$Y_2 = \frac{G_{p22}(s)G_{c22}(s)}{1 + G_{p22}(s)G_{c22}(s)} R_2$$

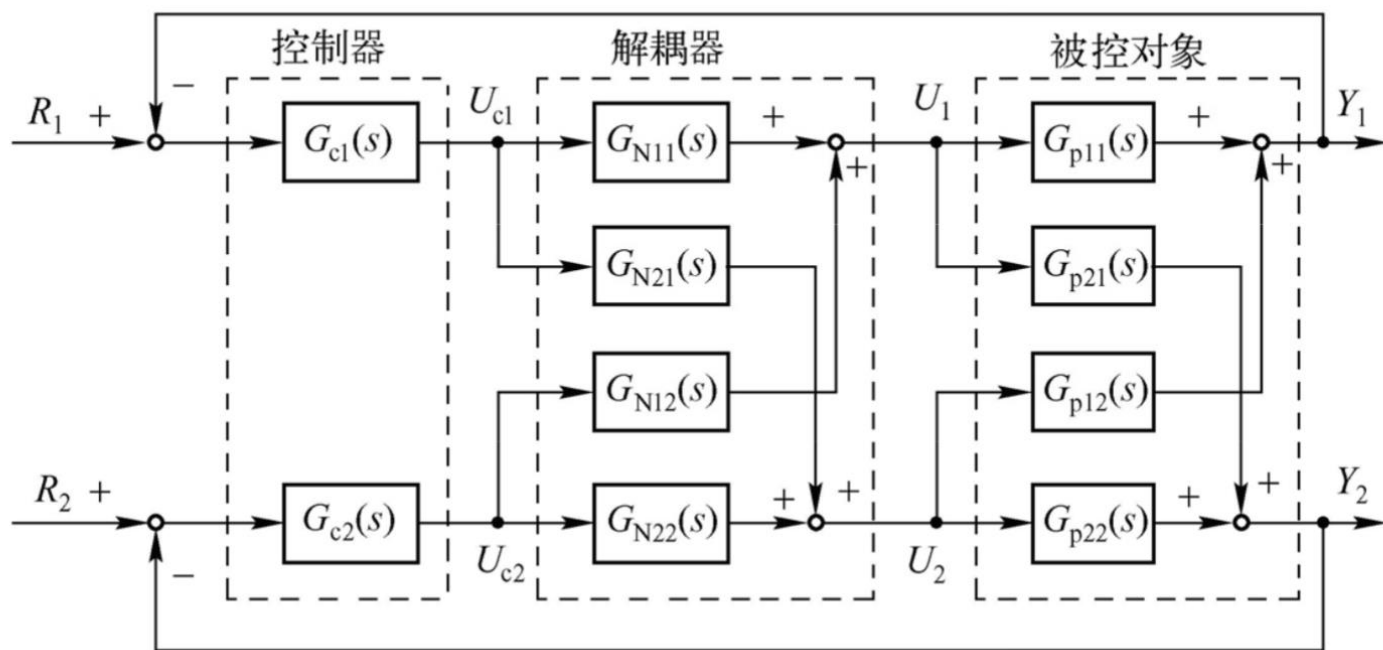
➤ 由此可见，反馈解耦可以实现完全解耦。解耦以后的系统完全相当于断开一切耦合关系，即断开 $G_{p12}(s), G_{p21}(s), G_{N12}(s)$ 和 $G_{N21}(s)$ 以后，原耦合系统等效为具有两个独立控制通道的系统



双变量 V 规范对象的反馈解耦系统形式 2 方框图

对角阵解耦法

- 对角阵解耦设计是一种常见的解耦方法，对复杂系统应用非常广泛。
- 在控制系统中附加一解耦环节矩阵，使该矩阵与被控对象特性矩阵的乘积等于对角阵。



对角阵解耦法

- 根据对角阵解耦设计要求，即

$$\begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{N11}(s) & G_{N12}(s) \\ G_{N21}(s) & G_{N22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & 0 \\ 0 & G_{p22}(s) \end{bmatrix}$$

- 因此，被控对象的输出与输入变量之间应满足如下矩阵方程：

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & 0 \\ 0 & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{c1}(s) \\ U_{c2}(s) \end{bmatrix}$$

- 假设对象传递矩阵 $G_p(s)$ 为非奇异阵，即

$$\begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \neq 0$$

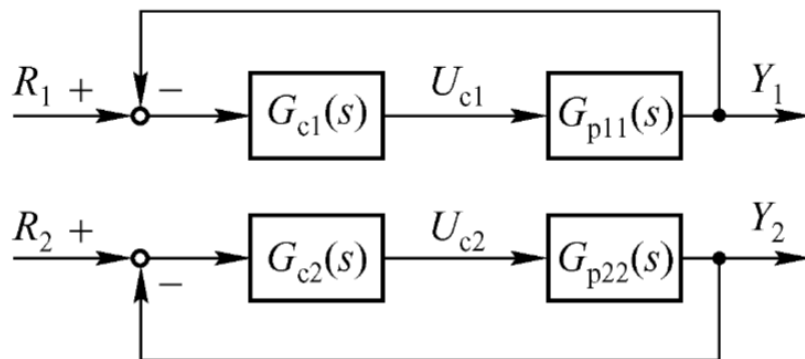
对角阵解耦法

➤ 于是得到解耦器数学模型为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} G_{N11}(s) & G_{N12}(s) \\ G_{N21}(s) & G_{N22}(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & 0 \\ 0 & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} \begin{bmatrix} G_{p22}(s) & -G_{p12}(s) \\ -G_{p21}(s) & G_{p11}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & 0 \\ 0 & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{G_{p11}(s)G_{p22}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} & \frac{-G_{p12}(s)G_{p22}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} \\ \frac{-G_{p21}(s)G_{p22}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} & \frac{G_{p11}(s)G_{p22}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

对角阵解耦法

对角阵解耦后的
等效控制系统



- 下面验证 $U_{c1}(s)$ 与 $Y_2(s)$ 之间已经实现解耦，即控制变量 $U_{c1}(s)$ 对被控变量 $Y_2(s)$ 没有影响。
- 由图可知，在 $U_{c1}(s)$ 作用下，被控变量 $Y_2(s)$ 为
$$Y_2(s) = [G_{N11}(s)G_{p21}(s) + G_{N21}(s)G_{p22}(s)]U_{c1}(s)$$
- 将前式中的 $G_{N11}(s)$ 和 $G_{N21}(s)$ 代入式(9-25)，则有 $Y_2(s)=0$
- 同理可证， $U_{c2}(s)$ 与 $Y_1(s)$ 之间也已经解除耦合，即控制变量 $U_{c2}(s)$ 对被控变量 $Y_1(s)$ 没有影响。

单位阵解耦法

- 单位阵解耦设计是对角阵解耦设计的一种特殊情况。它要求被控对象特性矩阵与解耦环节矩阵的乘积等于单位阵。即

$$\begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{N11}(s) & G_{N12}(s) \\ G_{N21}(s) & G_{N22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 因此，系统输入输出方程满足如下关系

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{c1}(s) \\ U_{c2}(s) \end{bmatrix}$$

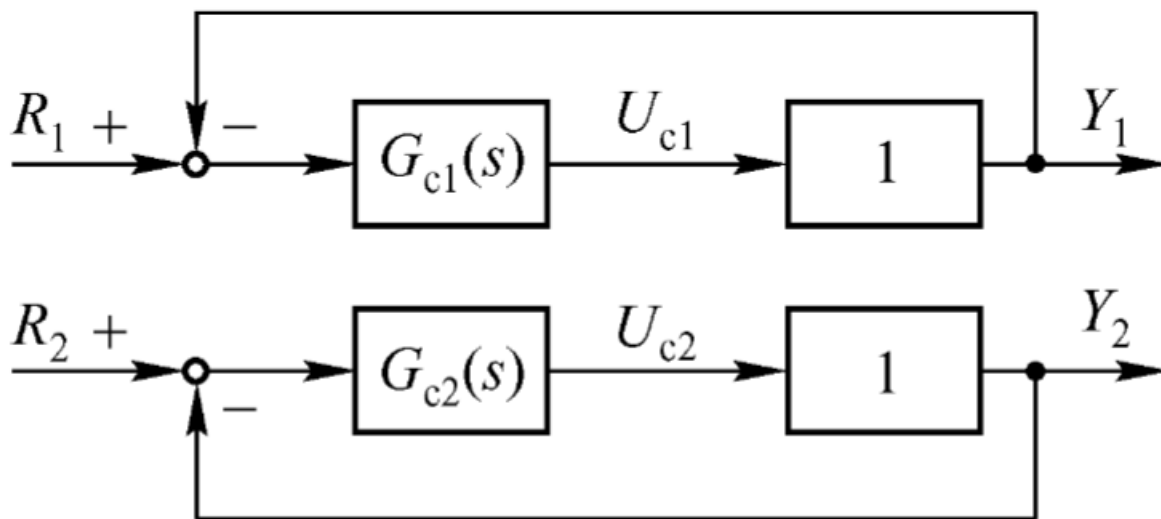
单位阵解耦法

➤ 于是得解耦器的数学模型为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} G_{N11}(s) & G_{N12}(s) \\ G_{N21}(s) & G_{N22}(s) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} \begin{bmatrix} G_{p22}(s) & -G_{p12}(s) \\ -G_{p21}(s) & G_{p11}(s) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{G_{p22}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} & \frac{-G_{p12}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} \\ \frac{-G_{p21}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} & \frac{G_{p11}(s)}{G_{p11}(s)G_{p22}(s) - G_{p12}(s)G_{p21}(s)} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

单位阵解耦法

- 同理可以证明， $U_{c1}(s)$ 对 $Y_2(s)$ 影响等于零， $U_{c2}(s)$ 对 $Y_1(s)$ 影响等于零。即 $U_{c1}(s)$ 对 $Y_2(s)$ 之间、 $U_{c2}(s)$ 对 $Y_1(s)$ 之间的耦合关系已被解除。
- 下图是利用单位阵解耦得到的两个彼此独立的等效控制系统。



解耦方法比较

- 综上所述，采用不同的解耦方法都能达到解耦的目的，单位阵解耦法的优点更突出。
- 对角阵解耦法和前馈解耦法得到的解耦效果和系统的控制质量相同，两种方法都是设法解除交叉通道，使其等效成两个独立的单回路系统。
- 单位阵解耦法，除了能获得优良的解耦效果之外，还能提高控制质量，减少动态偏差，加快响应速度，缩短调节时间。
- 值得注意的是，这几种解耦设计方法，一般都要涉及解耦器或控制器与被控对象之间零点/极点抵消问题，这在某些情况下可能会引起系统不稳定，或是解耦器是物理不可实现的。
- 如果遇到这类问题比较严重，建议采用其他解耦方法，如非零点极点抵消解耦法等。

动态解耦和静态解耦

- 多变量解耦有动态解耦和静态解耦之分。
- 动态解耦的补偿是时间补偿，而静态解耦的补偿是幅值补偿。
- 由于动态解耦要比静态解耦复杂得多，因此，一般只在要求比较高、解耦器又能实现的条件下使用。
- 当被控对象各通道的时间常数非常接近时，一般采用静态解耦都能够满足要求。
- 由于静态解耦结构简单、易于实现、解耦效果较佳，故在很多场合得到了广泛的应用。

第9章 解耦控制系统

- 9.1 解耦控制的基本概念
- 9.2 解耦控制系统的分析
- 9.3 解耦控制系统的设计
- **9.4 解耦控制系统的实施**
- 9.5 利用MATLAB对解耦控制系统进行仿真

解耦控制系统的实施

- 在多变量系统的解耦设计过程中，还要考虑解耦系统的实现问题。
- 求出了解耦器的数学模型并不等于实现了解耦。
- 解耦器一般比较复杂，由于它要用来补偿过程的时滞或纯迟延，往往需要超前，有时甚至是高阶微分环节，而后者是不可能实现的。
- 因此，在解决了解耦系统综合方法后，需进一步研究解耦系统的实现问题。如稳定性、部分解耦以及系统的简化等问题，才能使这种系统得到广泛应用。

解耦系统的稳定性

- 虽然，确定解耦器的数学模型是十分容易的，但要获得并保持它们的理想值就完全是另外一回事。
- 过程通常是**非线性的和时变的**，因此对于绝大多数情况来说，解耦器的增益不应该是常数。
 - 如果要达到最优化，则解耦器必须是非线性的，甚至是适应性的。
 - 如果解耦器是线性和定常的，那么可以预料解耦将是不完善的。
- 在某些情况下解耦器的误差可能引起不稳定。为了研究发生这种情况的可能性，需要推导出**解耦过程的相对增益**。
 - 相对增益在0和1之间的回路，无论解耦器误差多大都不会降低回路的性能。
 - 相对增益有大于1（小于0）时解耦就有可能引起系统的不稳定。

部分解耦

- 当系统中出现相对增益大于1时，就必然存在着小于零的增益。
- 如前所述，一个小于零的相对增益意味着系统存在着不稳定回路。
- 此时若采用部分解耦，即只采用一个解耦器，解除部分系统的关联，就可能切断第三反馈回路，从而消除系统的不稳定性。
- 此外，还可以防止第一回路的干扰进入第二个回路，虽然第二个回路的干扰仍然可以传到第一个回路，但是决不会再返回到第二个回路。

部分解耦

- 首先，要决定哪些参数需要解耦。一般来说，重要被控变量的控制采取解耦，其他参数不解耦。
- 其次，在选择采用哪个解耦器时，还需要考虑变量的相对响应速度。响应速度慢的被控变量采取解耦措施，响应速度快的参数不解耦。
- 显然，部分解耦过程的控制性能介于不解耦过程和完全解耦过程之间。
- 对那些重要的被控变量要求比较突出，且控制系统又要求不太复杂的控制过程，经常采用部分解耦控制方案。

部分解耦具有以下优点：

1. 切断了经过两个解耦器的第三回路，从而避免此反馈回路出现不稳定；
2. 阻止干扰进入解耦回路；
3. 避免解耦器误差所引起的不稳定；
4. 比完全解耦更易于设计和调整。

➤ 因此，部分解耦得到较广泛的应用。

解耦系统的简化

- 解耦系统的各种综合方法都是以获得过程数学模型为前提。
- 工业过程千变万化，影响因素众多，要得到精确的数学模型相当困难。
- 即使采用机理分析方法或实验方法得到了数学模型，利用它们来设计的解耦器往往也非常复杂、难以实现。
- 因此，必需对过程的数学模型进行简化。
- 简化的方法很多，但从解耦的目的出发，可以有一些简单的处理方法，例如
 - 过程各通道的时间常数不等，如果最大的时间常数与最小的时间常数相差甚多，则可忽略最小的时间常数；
 - 各时间常数虽然不等 但相差不多，则可以让它们相等。

本章小结

- 多输入多输出系统各个控制回路之间有可能存在的相互关联（耦合），会妨碍各回路变量的独立控制作用，甚至破坏系统的正常工作。因此，必须设法减少或消除耦合。对于具有相同数目的输入量和输出量的被控对象，典型的耦合结构可分为P规范耦合和V规范耦合。
- 确定各变量之间的耦合程度是多变量耦合控制系统设计的关键问题。常用的耦合程度分析方法有两种：直接分析法和相对增益分析法。相对增益分析法作为衡量多变量系统性能尺度的方法，可以确定过程中每个被控变量相对每个控制变量的响应特性，并以此为依据去设计控制系统。相对增益矩阵中每行元素之和为1，每列元素之和也为1。相对增益矩阵的计算有两种最基本的方法：定义计算法和直接计算法。
- 通道 U_j 到 Y_i 的第一放大系数 p_{ij} 是指，控制变量改变了一个 ΔU_j 时，其他控制变量 U_k ($k \neq j$) 均不变的情况下， U_j 与 Y_i 之间通道的开环增益。第二放大系数 q_{ij} 是指利用闭合回路固定其他被控变量 Y_k ($k \neq i$) 时， U_j 与 Y_i 的开环增益。 p_{ij} 与 q_{ij} 之比定义为相对增益或相对放大系数 λ_{ij} 。

本章小结

- 常用的减少与解除耦合的方法有：最佳的变量配对、重新整定控制器参数、减少控制回路、采用模式控制系统及多变量解耦控制器等。
- 多变量解耦有动态解耦和静解耦之分。动态解耦的补偿是时间补偿，而静态解耦的补偿是幅值补偿。解耦控制设计的主要任务是解除控制回路或系统变量之间的耦合。解耦设计可分为完全解耦和部分解耦。对多变量耦合系统的解耦，目前用得较多的有四种方法：前馈补偿解耦法，反馈解耦法，对角阵解耦法和单位阵解耦法。
- 多变量系统解耦后，需进一步研究解耦系统的实现问题。如稳定性、部分解耦及系统的简化等问题，才能使这种系统得到广泛应用。